Der Wahre Vauban, oder der von den Teutschen und Holländern verbesserte Französische Ingenieur

Vauban, Sébastien Le Prestre
Goulon, Louis

Nurnberg, 1737

I. Theil

urn:nbn:de:bsz:31-91552

DER RECHTE VAUBAN.

I. Theil,

So da bestehet in einem kurzen Begriff der Rechen-Kunst.

I. Capitel.

Die Ubung der Rechen-Kunst bestehet in einer fertigen und auf gute Regeln gegründeten Wissenschafft, alle Zahlen auf alle nöthige Arten deutlich und ohne Mühe zu tractiren, und zwar mit Hülffe etlicher weniger Ziffern, welche nach einiger Scribenten Meinung von den Indianern auf die Araber und von diesen auch auf uns gekommen.

Diese Ziffern, welche also geschrieben werden: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. sind mit diesem Beding und mit dem ausdrücklichen Gesez erfunden worden, daß sie, wann sie allein stehen, eins, zwey, drey, &c. biß auf neun Dinge bedeuten; aber wann sie neben einander, das ist, eine vor der andern, gesezet werden, so bedeuten die, welche zur rechten stehen, so viel Einheiten (oder Einer) als ihre Figur vorstellet; Die aber zu nächst daran, gegen die lincke Hand zu, stehen, gelten so viel Zehner; noch weiter lincks hin, so viel hunderter; ferner die in der vierten Reihe, so viel Tausender; in der fünfften, so vielmahl Zehen tausend; in der sechsten, so vielmahl Hundert tausend; in der siebenden, so viel Millionen (Zehenmahl hundert tausend oder Tausendmahl tausend.) Sollte es sich aber ereignen, daß eine dieser Ziffern zwischen etlichen andern ausgelassen worden, so muß man an ihre Stelle eine Nulle (0) als das Zeichen eines leeren Plazes, sezen. Daraus folget, wenn man der Sache nur ein wenig nachdenket,

Die Numeration

Das ist die Kunst alle Zahlen leicht auszusprechen und zu schreiben. Damit man wohl lesen lerne, bedienet man sich in kleinen Exempeln, biß man geübter wird, und in den grossen allezeit, gewieser Hülffs - Mittel, welche man unten finden wird.

123456789.

18446744073709551615.

1000000000000000000000000000000.

Das erste Exempel bedeutet nichts gewieses, das andere zeiget die Zahl der Körnlein Getraid an, welche ein gewieser Perser, Namens Sessa, von seinem König statt eines Geschenks für die Erfindung des Schach - Spiels gefordert: Das dritte stellet eine so grosse Zahl vor, daß, wann von Adam an biß auf uns, alle Menschen, welche jemahls gelebet haben und noch leben, nichts als Puncte gemacht hätten, es dennoch Noth haben würde, ob ihre Zahl dieser an Grösse gleich käme.

Wie man es anstellen müsse, damit man die Zahlen ausspreche?

1. SEzet unter die vierte, siebende und zehende * Ziffer, wann ihr von der rechten gegen die lincke zurück gehet, einen Punct, um dadurch die Tausender zu bemercken.

2. Machet über die siebende, dreyzehende und neunzehende ** Ziffer zu erst einen Strich, hernach zwey, ferner drey und so fort.

Ein

* Das ist, unter die, so allezeit nach der dritten kommt.
** Das ist, über die, so allzeit nach der sechsten kommt.

Ein Strich bedeutet eine Million (tausendmahl tausend); zwey bedeuten eine Bimillion (Billion oder Millionen mahl Million); drey bedeuten eine dreyfache Million (Trillion, das ist, Millionen mahl, Millionen mahl Million, oder auch Billionen mahl Million, oder Millionen mahl Billion).

3. Muß man drey neben einander stehende Zahlen aussprechen können, davon die erste zur lincken so viel Hunderter, die andere so viel Zehner, und die dritte, gegen die rechte hin, so viel Einer bedeutet.

Auf diese Weise spricht man allezeit nur drey Ziffern aus, und darnach sezet man das Wort der Millionen oder Tausender darzu, nach der Ordnung, welche die Striche oder Puncte anweisen. Daß also dieses Exempel

123456789.

also ausgesprochen wird: Hundert und drey und zwanzig *Millionen*, vierhundert und sechs und funfzig *Tausend*, sieben hundert und neun und achzig.

Damit ihr die Zahlen schreiben möget, habet ihr sonst nichts zu mercken, als daß ihr die Hunderter, Zehner, Einer oder einfache Zahlen, nach der Ordnung, in welcher sie hier ausgesprochen worden, hin schreibet; und an der Stelle der Millionen und Tausender die Strichlein und Puncte, nach der Ordnung, wie sie auf einander folgen, anmercket; Endlich aber alles dasjenige, was nicht durch Hunderter, oder Zehner, oder durch die Ziffern der Einer ausgesprochen worden, durch eine Nulle (o) bezeichnet.

Das II. Capitel.

Die ganze Arithmetick bestehet in drey Operationen, nemlich der Addition, der Subtraction, und der Proportion oder Vergleichung der ähnlichen Verhältnüsse. Wir wollen hier zu erst handeln von der

Addition.

Diese geschiehet auf zweyerley Weiſe. Man ſezet etliche ungleiche Zahlen zuſammen, und zeiget am Ende durch eine einige Zahl an, wie viel ſie zuſammen ausmachen, welches man eine Summe nennet. In dieſer Art zu rechnen giebt es gar wenig anzumercken und darff man nur auf etliche wenige Regeln Acht geben, welche die Natur von ſich ſelbſt anweiſet.

1. Muß man die Ziffern recht gerad unter einander ſezen, nemlich die Einer unter die Einer, die Zehner unter die Zehner, die Hunderter unter die Hunderter u. ſ. f. Desgleichen muß man die Pfenninge unter die Pfenninge, Groſchen unter Groſchen, Zoll unter Zoll, Schuh unter Schuh, Ruthen unter Ruthen ſchreiben, wie ihr aus folgenden Exempeln erſehen werdet.

39564
2863
5929
8766
823954
881076

Rthl.	Ggrl.	₰
194:	7:	5
864:	19:	8
972:	21:	3
758:	12:	4
1849:	13:	9
4640:	2:	5

°	′	″
284:	9:	5
369:	8:	3
497:	2:	9
378:	4:	7
65:	7:	8
1596:	3:	2

2. Fänget man von der rechten Seite an bey denen geringsten Sorten oder Gattungen und zehlet sie zusammen; sind ihrer so viel, daß man eine oder mehr grössere Gattungen daraus machen kan, so ziehet ihr sie heraus, den Rest aber sezet ihr unter die geringern. Als: in dem vorhergehenden Exempel sind 29. Pfenninge, aus welchen ich zweymahl 12. das ist 2. Groschen heraus ziehen kan, so daß nur 5. Pfenninge übrig bleiben, welche ich darunter seze; was aber die 2. Groschen, welche ich daraus gezogen, anbelanget, so zehle ich sie mit zu den andern Groschen.

Wo aber die Gattungen alle einander zehenmahl an der Grösse übersteigen, als: die Geometrischen Ruthen, Schuhe, Zolle, oder, wie in allen Zahlen von einer Art, die Ziffern in der andern Reihe zehenmahl grösser sind, als die ersten, die in der dritten Reihe zehenmahl grösser als die andern u. s. f. so braucht man nicht viel Mühe eine grössere Gattung heraus zu ziehen.

Dann wenn eine Reihe hinauf gezehlet ist und sich die Summe auf 2. oder 3. Zahlen erstrecket, so schreibe ich nur die erste zur rechten Seite darunter, und die andere und dritte behalte ich in dem Gedächtnuß, um sie in der andern und dritten Reihe mit hinauf zu zehlen.

Es trägt sich offt zu, daß man öffters einerley Zahl zusammen zehlen muß, z.E. ein Commissarius bekommt zu unterschiedlichen mahlen etliche Summen Gelds, aber eine so groß als die andere; Hier bedienet man sich eines andern Vortheils, damit man sie nicht, nach Art der Addition, wie wir erst gewiesen haben, eine nach der andern zusammen zehlen müsse, als welches zu verdrießlich wäre, wenn es etliche hundert oder tausend von diesen gleichen Zahlen gäbe; man findet aber die Haupt-Summe gar leicht, mit Hülffe des Einmahl Eins. Diese Art zusammen zu zehlen hat ihren eigenen Namen und heißt

Multiplication.

IN dieſer Arbeit hat man nur 3. Zahlen zu wiſſen und zwar 1) diejenige, welche etliche mahl zuſammen geſezet werden ſoll, welche man Multiplicandum nennet d. i. die Zahl die da vermehret werden ſoll. 2) Dieſe, welche anzeiget, wie offt die andere zuſammen geſezet werden ſoll, welche man den Multiplicatorem (Vermehrer) nennet, und 3) die Summe oder Zahl, welche heraus kommt, die hier das Productum genennet wird.

Um darinnen leicht fortzukommen, muß man hurtig und auswendig wiſſen, was zwey einfache Zahlen als: 7. und 9. 8. und 8. miteinander multipliciret, ausmachen. Dieſes zu lernen muß man ſich anfänglich in der Arbeit folgender Tabelle (Tafel) bedienen, welche ein Anfänger ſelbſt fein offt zumachen verſtehen muß, welches nicht ſchwer iſt.

Das Einmahl Eins.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
		3	9	12	15	18	21	24	27	30
			4	16	20	24	28	32	36	40
				5	25	30	35	40	45	50
Im Sprüchwort ſagt man:					6	36	42	48	54	60
Wer das Einmahl Eins nicht kan,						7	49	56	63	70
Iſt im rechnen noch kein Mann.							8	64	72	80
								9	81	90
									10	100

Der Gebrauch dieſer Tabell beſtehet darinnen, daß man die gröſſere von den zweyen Zahlen, welche multipliciret wer-

werden sollen, oben, die andere aber auf der lincken Seite suche, darnach gehet man ganz gerad von oben herunter und von der lincken gegen die rechte, und wo die zwey Finger zusammen stossen, da wird man die gesuchte Zahl finden.

Wenn man etwas grössere Exempel machen will, muß man so verfahren:

1. Wird der Multiplicator unter den Multiplicandum von der rechten gegen die lincke zu gesezet, wie in der Addition, darnach wird eine Linie vorgezogen.

2. Multiplicirt man die erste Zahl des Multiplicatoris nach der Ordnung durch alle Zahlen des Multiplicandi, und dieses geschiehet vornehmlich mit Hülffe des Einmahl Eins; Die Summe, so heraus kommet, schreibet man darunter, wie in der Addition.

3. Verfähret man auf eben diese Art mit den übrigen Zahlen des Multiplicatoris, welche man ebenfalls, eine nach der andern, durch alle Zahlen des Multiplicandi durchführet. Man muß aber auch unter eben dieser Zahl anfangen von der rechten gegen die lincke zu schreiben, und übrigens allezeit Zahl unter Zahl sezen.

4. Wenn alle Producta oder Summen besonders gemachet worden, ziehet man wieder einen Strich vor und zehlet sie folglich alle in eine Summe zusammen.

5. Wann zu hinterst gegen die rechte des Multiplicandi oder des Multiplicatoris oder gar bey allen beeden (0) stehen, schneidet man sie alle ab und verrichtet die Multiplication blos mit den übrigen Zahlen. Wann alles verrichtet ist, sezet man zur rechten der Summe so viel (0) nach einander, als man vorher abgeschnitten hatte.

Das

Das III. Capitel.

Von der Subtraction.

Diese geschiehet bißweilen, wenn man eine Zahl von der andern nur ein einiges mahl abziehen will, um den Rest (oder Uberschuß) davon zu wissen, welchen man auch die Differenz (den Unterschied) zweyer Zahlen nennet. Dieses zu thun, hat man folgende Regeln zu mercken.

1. Man sezet, wie bey der Addition, eine Zahl unter die andere; ordentlich aber wird, weil es bequemer ist, die kleinere unten gesezet und eine Linie vorgezogen.

2. Wann diese zwey Zahlen unter einander gesezet worden, so ziehet man besonders eine Ziffer von der andern ab, und schreibet den Rest gleich darunter.

3. Ist aber die untere Zahl grösser, als die obere, so entlehnet von der folgenden Zahl oben Eins, welches so viel als 10. gilt: auf diese Art wird es nicht schwer fallen von einer um zehen vermehrten Zahl abzuziehen. Man muß sich aber erinnern, daß die folgende obere Zahl hernach um eines verringert worden.

4. Sollte ungefehr in der folgenden Reihe keine Ziffer seyn, welches man aus der (0) ersehen wird, so entlehnet eines von der in der dritten Reihe, welches 100. gilt, und diese Ziffer ist hernach ebenfalls um eines verringert. Der entlehnten hundert bedienet ihr euch also: ihr sezet 10. davon an die leere Stelle der (0), indem ihr 9. hinschreibet und die übrigen 10. mit der ersten Zahl verbindet, damit ihr davon abziehen könnet. Gleichermassen, wenn ihr von einer Ziffer nicht abziehen könnet und zwey Nulle da sind, alsdann muß man eine von der vierten Reihe entlehnen, welche hernach 1000. gilt. Verfahret mit den tausenden also: sezet 99. an die beeden leeren Stellen, und verbindet die übrigen 10. mit der kleinen Zahl damit ihr davon abziehen könnet.

$$\begin{array}{r} 3456 \\ 2222 \\ \hline 1234 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 49^{\cdot}3^{\cdot}2 \\ 789 \\ \hline 4143 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7)\,9)\,10 \\ 68^{\cdot}0^{\cdot}3 \\ 465 \\ \hline 6338 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2)\,9)\,9)\,10 \\ 3^{\cdot}0^{\cdot}0^{\cdot}5 \\ 869 \\ \hline 2136 \end{array}$$

Bißweilen muß man eine Zahl von der andern so offt abziehen, als es seyn kan, und darzu haben die Arithmetici einen leichten und besondern Weg erfunden, welcher fast eine neue Gattung zu rechnen ausmacht und diese heisst

Division.

IHre Vortheile sind in folgenden 5. Regeln enthalten:

1. Der ganze Divisor (wann er nur in einer Ziffer bestehet) oder seine erste Ziffer von der lincken her (wann deren mehr als eine sind) wird unter die lezte Ziffer des Dividendi gegen die lincke, oder wann diese kleiner ist, unter die lezte ohne eine; Hinter der Zahl zur rechten Seite aber ziehet man eine krumme Linie von oben herunter. Nach diesem versuchet, wie offt der Divisor in den Zahlen des Dividendi enthalten seyn kan, und schreibet diese Zahl, welche niemahls über 9. gehen darff, hinter den Dividendum. Damit man aber in grössern und schwerern Exempeln leichter sehen möge, wie offt der Divisor in dem Dividendo enthalten seye, so könnet ihr vorher den Divisorem auf einem Papierlein durch alle einfache Zahlen durch - multipliciren, wie ihr hier sehet.

419	1
838	2
1257	3
1676	4
2095	5
2514	6
2933	7
3352	8
3771	9

10
378183629 (9
419

1. Saget: 419. kan ich von 3781. neunmahl abziehen, weilen neunmahl 419. vermög des Täfeleins oder Einmahl eines nicht mehr als 3771. ausmachen. Sezet also 9. hinter den krummen Strich, und ziehet darnach 3771. von 3781. ab, so wird das Exempel seyn, wie ihr es hier oben sehet.

2. Rücket den Divisorem um eine Zahl weiter gegen die rechte und verfahret, wie vorhin.

3. Wann ungefehr die obere Zahl kleiner ist als der Divisor, so sezet hinter den krummen Strich eine (0), und lasset den Divisorem ferner fortrucken und verfahret immer auf eben die Weise, wie Num. 1. gewiesen worden. Dieses zeiget das gegebene Exempel, welches ihr so finden werdet.

419	1
838	2
1257	3
1676	4
2095	5
2514	6
2933	7
3352	8
3771	9

10
378183629 (90
41999
411
4

Auf

Auf diese Art fahret ihr beständig fort, so offt sich der Divisor darunter schreiben lässet, und endlich wird das Exempel heraus kommen, wie ihr sehet.

2
23669
1045105
378183629 (902586
41999999
411111
4444

Von der Multiplication und Division der an gewiese unterschiedene Gattungen gebundenen Zahlen.

Es giebt deren drey Gattungen oder Classen: Die erste begreifft das Geld, Maas und Gewicht, wie man sich dessen in Handel und Wandel bedienet. In der andern handelt man von Graden, Minuten, Secunden &c. als Theilen der Grade des Circuls, deren sich die Feldmesser und Astronomi bedienen, um die Winckel zu messen. Die dritte enthält die Ruthen, Schuhe, Zolle &c. durch welche die Geometræ und Ingenieurs die Breite und Länge zu messen, die Felder zu untersuchen und die vesten Cörper zu visiren oder zu eichen pflegen. In der ersten Classe ist kein anderer Weg, als daß man gleich anfänglich alle andere Gattungen in das kleinere bringet, und sie hernach multipliciret, hernach muß man sie mit Hülffe der Division wieder zu grössern Gattungen machen z. E. Wenn ich Thaler, Groschen und Pfenninge mit einander zu multipliciren hätte, so multiplicirete ich die Thaler mit 24. um Groschen daraus zu machen, und nachdem ich diese, so schon da waren, darzu gesezet, multiplicirete ich diese Summe mit 12. um Pfenninge daraus zu machen. Dieses heisst man in kleinere Gattungen verwandeln. Hernach folget die

Multiplication selbst ; das, was heraus kommet, wird wieder durch 12. dividiret, um Groschen daraus zu machen, und diese durch 24. um Thaler daraus zu machen. Weil aber diese Art gar zu mühsam, so haben die Astronomi einen viel bequemern Weg die Grade und Minuten vermittelst der Sexagenal - Rechnung auszurechnen erfunden. Wie aber diese Multiplication und Division einem Ingenieur nichts nuz sind, als welcher nur die Addition und Subtraction der Winckel vonnöthen hat, so will ich diese Art zu rechnen hier nicht berühren.

Wegen dieser Schwierigkeit, die wir erst angezeiget haben, haben die Mathematici und Geometræ auch erfunden

Die Logisticam Decimalem

oder

Die Art durch Zehner zu rechnen.

DEren kan ein Geometra oder Ingenieur keineswegs entbehren, deswegen will ich etwas umständlicher davon reden. Der erste Vortheil dieser Lehr - Art bestehet darinnen, daß sie eine jede vorgegebene Ruthe, um sich derselben zum messen zu bedienen (es mag dieselbe nach Gewonheit des Landes entweder in 12. oder in 15. oder in 16. Schuhe eingetheilet seyn) in so viel Theile eintheilet, daß sie eben diejenige Verhältnuß in Ansehung des ganzen haben, als die natürlichen Zahlen, nemlich wie zehen zu zehen, so daß eine Ruthe hernach zehen Theile oder zehen Schuhe hat. Wann die Ruthe nicht getheilet ist, bezeichnet man sie mit einem (o, oder Ringlein ; Die Schuhe aber werden mit einem (' oder mit einem Strichlein bemercket, weil sie die erste Eintheilung der Ruthe machen. Ein solcher Schuh wird wieder in zehen Theile oder Zolle eingetheilet, welche man mit zwey Strichlein ('' bezeichnet, weil sie die andere Abtheilung ausmachen. Uber dieses theilet man einen Zoll auch in zehen Linien

Linien (‴, und eine Linie bißweilen (als wenn man kostbare Metalle auszurechnen hat) in zehen Haar-Breiten oder (⁗.

Indem uns die Natur unterrichtet hat, daß man die Ebenen oder Flächen z. E. der Felder, Wiesen, Wälder &c. auch durch Ebenen messen müsse: so hat man angefangen sich Quadrat-Ruthen vorzustellen, das ist Ebenen oder Flächen, die ins gevierte eine Ruthe so wohl nach der Breite, als nach der Länge, einnehmen. Man hat ferner beobachtet, wie viel Land ein Mensch in einem Tag umarbeiten kan, und diese Weite des Landes nennet man ein Tagwerck, welches man im Teutschen Juchart oder Morgen, im Lateinischen Jugerum nennte. Daher man glaubet, daß das Französische Wort Journau, teutsch Tagwerck gekommen, welches man in etlichen Französischen Ländern Arpent und in der Normandie Acre nennet. Darnach hat man sich dieser Grösse bedienet, alle Felder auszumessen, sie mögen auch so groß oder irregular seyn, als sie wollen. Nach diesem hat man angemercket, daß, wann man zwey Quadrat-Ruthen auf einander sezet, und wieder 50. oder 60. an einander hänget, so daß in allen 100. oder 120. Quadrat-Ruthen sind, sie bey nahe einen Plaz von der Grösse dieses Tagwercks bedecken. So hat man z. E. in den Braunschweigischen Landen beschlossen und vest gestellet, daß ein Morgen sich auf 120. Quadrat-Ruthen belauffen soll, welches gegenwärtig fast alle Bauren wissen.

Da aber die Geometræ einige Länder nach Proportion dieser Quadrat-Ruthen gemessen, so haben sie gefunden, daß sie, um die Rechnung etwas genauer anzustellen, einer genauern Eintheilung vonnöthen haben. Nachdem man nun eine Quadrat-Ruthe auch in hundert kleinere Quadrat-Pläze eintheilen kan, deren eine jegliche die Breite und Länge eines Schuhes hat, und eben so ein Quadrat-Schuh wieder in 100. Quadrat-Zolle vertheilet werden kan &c. so hat man für gut angesehen, alles Land auf das genaueste durch Quadrat-Ruthen, welche man also bemercket [o], durch Quadrat-Schuhe [′], und durch Quadrat-Zolle [″], auszumessen und darnach die ganze Summe in das ordentliche Maas eines Landes zu verwandeln. Auf eben diese Art misset man die Cörper durch die Cubos (Würffel), so daß, wenn man 1000. Cubos zusammen sezet, deren jeder einen Zoll lang, hoch und breit ist, ein Cubus von der Höhe, Länge und Breite eines Schuhes heraus kommet.

Man hat davon diesen Vortheil, daß man nicht nöthig hat, etwas in andere Species zu verwandeln: Dann es ist eines ob ich sage: 45. Ruthen, 8. Schuhe, 5. Zoll und 3. Linien, oder 45853. Linien, und umgewandt, wann man euch 8497. Linien gegeben hat, so dörffet ihr nur von der rechten gegen die lincke zu die erste Zahl für die Linien, die andere für die Zolle, und die dritte für die Schuhe abschneiden, was übrig bleibet, sind Ruthen als $\overset{o}{8}|\overset{\prime}{4}|\overset{\prime\prime}{9}|\overset{\prime\prime\prime}{7}$. welches 8. Ruthen, 4. Schuhe, 9. Zolle und 7. Linien ausmachet.

In den Quadrat-Maasen ist es eines, ob ich sage: 463. Quadrat-Ruthen, 86. Quadrat-Schuhe, 45. Quadrat-Zolle und 36. Quadrat-Linien, oder ob ich sage: 463864536. Quadrat-Linien. Hingegen wann man euch 95785432. Linien gegeben hat, so habt ihr nur 2. Zahlen für die Linien, zwey für die Zolle, und zwey für die Schuhe abzuschneiden, der Rest gehöret für die Ruthen $\overset{[o]}{95}|\overset{[\prime]}{78}|\overset{[\prime\prime]}{54}|\overset{[\prime\prime\prime]}{32}$.

Endlich ist es eben so beschaffen mit den Cubic-Maasen; Dann es ist eines, ob ich sage: 36. Cubic-Ruthen, 185. Cubic-Shuhe, 96. Cubic-Zolle und 264. Cubic-Grane (Körner) oder ob ich sage: 36185096264. Cubic-Linien. Daraus folget, daß, wann man nichts als Cubic-Linien hat, man nur allezeit, gegen die lincke zu, drey Zahlen abschneiden darff, so daß man Linien, Zolle, Schuhe und Ruthen und zwar ein jedes besonders hat.

Nachdem dieser Grund deutlich geleget worden, so wird es nicht schwer seyn, die Multiplication und Division durch Zehner zu verrichten, und hat man nur noch dieses wenige zu mercken:

1. Wann

1. Wann einfache Maaſe mit einfachen multipliciret werden, ſo kommen Quadrat-Maaſe heraus.

2. Wann Quadrat-Maaſe mit einfachen Maaſen multipliciret werden, ſo kommen Cubic-Maaſe heraus.

3. Wann Cubic-Maaſe durch Quadrat-Maaſe, oder Quadrat-Maaſe durch einfache dividiret werden, ſo kommen einfache Maaſe heraus.

4. Wann Cubic-Maaſe durch einfache Maaſe dividiret werden, ſo kommen Quadrat-Maaſe heraus.

Sonſt können keine andere Sorten miteinander multipliciret oder dividiret werden.

Das IV. Capitel.

Von den Brüchen.

WAnn ich von einem ganzen (als von einem Thaler, Pfund, Ruthe,) welches in gewieſe gleiche Theile getheilet iſt, einen oder mehr ſolche Theile anmercken will, ſo nennet man dieſes einen Bruch oder eine gebrochene Zahl und bemercket es alſo-

Ich ſchreibe die Zahl, welche anzeiget, in wie viel gleiche Theile das ganze eingetheilet worden und ziehe einen kleinen Strich darüber, darnach ſchreibe ich über dieſen Strich die Anzahl der Theile, welche von allen Theilen des ganzen weggenommen worden. Deswegen wird die untere Zahl der Nenner, und die obere der Zehler genennet. Z. E.

Thaler $\frac{3}{4}$.	Der Zehler zeiget an, wie viel Theile von dem in 4. gleiche Theile getheileten ganzen genommen worden.
	Der Nenner beſtimmet die Theilung in 4. gleiche Theile.

Wann man dieſes alles wohl begriffen hat, ſo wird die Rechnung der Brüche, welche gemeiniglich allen Anfängern einen Schrecken machet, keine Schwierigkeit mehr haben.

Dieſe

Diese Rechnung bestehet gleichfalls in einer Addition, Subtraction, Multiplication und Division, zu welchen man eine kleine Vorbereitung nöthig hat.

Regeln dieser Vorbereitung.

1. Wann der Nenner eine Eintheilung des ganzen andeutet, welche in diesem Land in dem ordentlichen Handel nicht üblich ist, als wann ein Thaler in fünff Theile eingetheilet wäre, an statt, daß man sich ordentlich nur der Eintheilung in 24. Theile oder Groschen bedienet; in 3. Theile oder 8. Groschen-Stücke; in 36. Stücke oder Marien-Groschen &c. so kan man diesen Bruch in dergleichen Sorten auf folgende Art verwandeln.

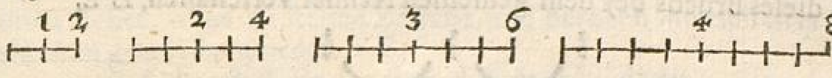
Multipliciret die Zahl der ordentlichen Theilung durch den Zehler, und dividiret das, was heraus kommet, durch den Nenner, z. E. $\frac{3}{5}$ von einem Marien-Groschen, deren 36. einen Thaler ausmachen. Multipliciret also 36. Marien-Groschen mit 3. welches der Zehler ist, so ist das productum davon 108. diese 108. dividiret durch 5. das ist, durch den Nenner, so ist der Quotient 21 $\frac{3}{5}$ Marien-Groschen.

So auch $\frac{3}{5}$ von einem Marien-Groschen in Pfenningen, deren 8. einen Marien-Groschen ausmachen. Multipliciret 8. durch 3. als den Zehler und das Product 24. dividiret durch 5. als den Nenner, der Quotient ist $4\frac{4}{5}$. Pfenning.

2. Wann der Zehler dem Nenner gleich ist, so hält der Bruch alle Theile des ganzen in sich und machet also so viel aus, als 1. Wann aber der Zehler grösser ist als der Nenner, so machet der Bruch mehr als 1. aus.

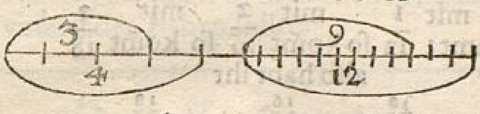
3. Wann sich der Zehler des einen Bruchs zu seinem Nenner eben so verhält, als der Zehler eines andern Bruchs zu seinem Nenner, so sind die Brüche von einerley Werth, oder gelten gleich viel, so daß $\frac{1}{2}$ so viel ist als $\frac{2}{4}$. als $\frac{3}{6}$. als $\frac{4}{8}$. &c. so

&c. so gut als sich 1. zu 2. verhält, wie 2. zu 4. wie 3. zu 6. wie 4. zu 8.



4. Wann man beedes den Nenner und Zehler eines Bruchs durch einerley Zahl multipliciret, so ist der Bruch, welcher heraus kommt, eben so groß, als der erste. Dieses folget aus demjenigen, so erst gesaget worden. Z. E.

Multipliciret $\frac{3}{4}$. mit 3.) $\frac{9}{12}$



Daraus folget im Gegentheil.

5. Daß man einen Bruch in kleinere Zahlen verwandeln kan, ohne den Werth davon zu verringern, wann sich der Zehler und der Nenner durch eine Zahl, welches man ein gemeines Maas nennet, dividiren, oder durch einerley Zahl ausmessen lassen z. E. $\frac{28}{35}$. dividiret durch 7. machen $\frac{4}{5}$.

6. Man kan zwey ungleiche Brüche von einer ungleichen Benennung in zwey andere verwandeln, welche eine gleiche Benennung haben, ohne daß dadurch dem Werth derselben etwas zu- oder abgehe, welches geschiehet, wenn man durch den Nenner eines jeglichen Bruchs den Zehler des andern multipliciret, um die Zehler der eingerichteten Brüche zu haben, welche man über den Nenner schreiben muß, welcher durch die Multiplication der 2. ersten Nenner entstanden ist

7. Man kan auch 3. oder mehrere Brüche unter einerley Benennung bringen, ohne daß dieselben das geringste von ihrem Werth verlieren. Wann man nemlich zuvörderst alle Nenner, einen durch den andern, multipliciret und einen gemeinen Nenner daraus machet. Hernach dividiret man diesen durch den Nenner eines jeden Bruchs besonders und multipliciret das, was heraus kommt, durch

den Zehler eben dieses Bruchs, so wird euch das Product den Zehler dieses Bruchs bey dem gemeinen Nenner verschaffen, Z E.

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$

6 24

dividiret divid. divid.

24 (12 24 (8 24 (6

durch 2 durch 3 durch 4

multipliciret es mult. mult.

mit 1 mit 2 mit 3

so kommt: 12 so komt 16 so komt 18

also habt ihr

$\frac{12}{24}$ $\frac{16}{24}$ $\frac{18}{24}$

Die 4. Species in Brüchen.

I. Addition.

BRinget zu erst die Brüche nach n. 6. oder 7. unter einerley Benennung und sezet die Zehler zusammen in eine Summe, und sezet den Nenner darunter

$\frac{12}{24}$ $\frac{16}{24}$ $\frac{18}{24}$ Summe $\frac{46}{24}$ oder $1\frac{22}{24}$

II. Subtraction.

BEy dieser Verrichtung muß man ebenfalls die Brüche unter einerley Benennung bringen nach der 6. oder 7. Regel, hernach ziehet man einen Zehler von dem andern ab und sezet den Rest über den gemeinen Nenner.

III. Multiplication.

DIese erfordert keine Reduction zu einer allgemeinen Benennung, und thut man sonst nichts, als daß man einen Zehler mit dem andern und einen Nenner mit dem andern multipliciret.

$\frac{3}{4}$ mit $\frac{5}{7}$ thut $\frac{15}{28}$

IV. Division.

DIese hat so wenig, als die vorhergehende, einer allgemeinen Benennennung nöthig, und darff man nur den Bruch, durch welchen man dividiren soll, umkehren, so daß der Nenner, der ordentlich unten stehet, oben zu stehen komme, und hernach multipliciret ihr, wie oben gewiesen worden z. E.

$\frac{5}{7}$ durch $\frac{3}{4}$ findet sich $1\frac{1}{20}$ mahl, dann
$\frac{3}{4}$ mit $\frac{7}{5}$ mult. thut $\frac{21}{20}$.

Dieses ist genug gesagt von der Brüche-Rechnung. Die Vortheile, welche man zu beobachten hat, (zumahl wann ganze Zahlen und Brüche unter einander vermischet sind,) können so deutlich nicht erkläret werden, daß man in der Practica nicht einer besondern Unterweisung vonnöthen haben sollte.

Das V. Capitel.

Von der Ausziehung einer Wurzel-Zahl.

WAnn man den Inhalt eines Quadrats in Zahlen hat, als z. E. in wie viel Quadrat-Ruthen ein vollkommen viereckigter Garten bestehe; oder wie viel Köpfe in einer Armee seyen, welche, wann sie in die Schlacht-Ordnung gestellet ist, so viel Glieder haben muß, als Soldaten in einem Glied sind: so muß man suchen, wie viel Ruthen, Schuhe &c. der gegebene Plaz breit und lang ist, und aus wie viel Personen ein Glied zusammen gesezet seyn soll &c. Um die Sache kurz zu fassen, so muß ich, wann mir eine Zahl gegeben worden, eine kleinere finden, welche mit sich selbst multipliciret eben die gegebene Zahl hervor bringet. Deswegen nennet man die gegebene Zahl die Quadrat-Zahl, und das was heraus kommet, ihre Seite oder Wurzel: Die Verrichtung aber selbst heisset

Die Ausziehung der Quadrat-Wurzel.

HIerbey hat man sich so zu verhalten:

1. Theilet man die gegebene Zahl von der rechten gegen die lincke zu in gewiese Classen, deren eine jegliche zwey Zahlen begreifft, wiewohl in der lezten (oder in der ersten von der lincken Seite her) man öffters nur eine hat.

2. Ziehet man von der ersten Classe zur lincken, das nächst

kleinere Quadrat ab, worzu im Anfang folgendes Täfelein dienen kan; die Wurzel aber des abgezogenen Quadrats sezet man hinten an, wie den Quotienten in der Division.

3. Schreibet man den Quotienten gedoppelt unter die lincke Zahl der folgenden Classe (und folgends, wann es vonnöthen, auch unter die andern gegen die lincke zu) und bedienet sich dessen zum divisore.

4. Schreibet man den neuen Quotienten dreymahl, einmahl hinten an den vorigen Quotienten, darnach neben den Divisorem, unter die in derselbigen Classe noch übrige Zahl und endlich einmahl darunter.

5. Dessen bedienet man sich die nächste obere Zahl zu multipliciren, und ziehet das Product von der gegebenen Quadrat-Zahl ab.

6. Sind noch mehr Classen übrig, so wiederholet man die ganze Arbeit, aber nur allein nach der 3.ten Regel.

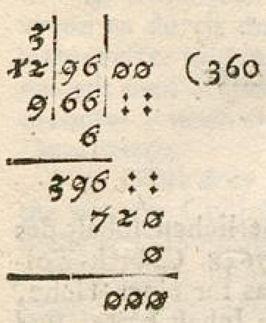
Um dem Gedächtnuß zu helffen, hat man alle diese Regeln in folgende (wiewohl in etwas gezwungene) *Verse gebracht.*

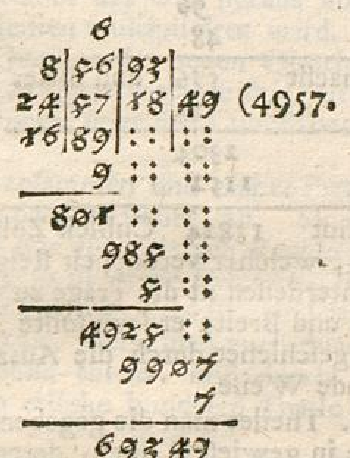
1. Schneidet zwey und zwey stets ab, das Quadrat, das sich gebühret,
Nehmet bey dem Ende weg, seine Wurzel aber führet
An des Quotienten Stelle. 2. Diesen sezt verdoppelt an
In der Reihe die da folget, daß man dividiren kan,
Zweymahl sezt den Quotienten, erstlich an den rechten Ort,
Dann nächst dem Divisor an, das Productum subtrahirt.
3. Endlich führt in jeder Reihe den Proceß auch also fort,
So ist jeder Quotient das, was ihr desideriret.

Folgen-

Folgende Exempel werden das übrige klar und verſtändlich genug machen.

Einfaches Wurzel - Täfelein.									
Wurzel	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrat	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Würffel	1	8	27	64	125	216	343	512	729





Wann der cörperliche Inhalt eines Würffels bekannt iſt und man ſeine Seite zu finden weiß, ſo heiſſt man es

Die Cubick - Wurzel ausziehen.

WIr wollen zum Exempel folgende Hiſtorie nehmen : Die alten Weltweiſen hatten dem Apollo einen vollkommen Würffel - mäſſigen Altar verfertiget : Da nun eine Peſt in demſelben Land eingeſchlichen war, baten ſie dieſen Gott ihnen ein Mittel um ihn zu befriedigen zu entdecken, damit er ſie von dieſem Ubel befreyen mögte. Der Apollo oder, wann man will, der Teufel, welcher in deſſen Bild wohnete, wuſte wohl, daß es nicht in ſeiner Macht ſtehe, die Peſt zu vertreiben ; um aber ſeinen Credit bey dieſem blinden Volck zu erhalten, versprach er ihnen, sie davon zu befreyen; wofern sie seinen Altar verdoppeln würden, doch so, daß er allezeit die Gestalt eines Würffels behielte, indem er wohl wuste, daß es ihnen unmöglich wäre, damit zu recht zu kommen, und daß er auf diese Weise seines Versprechens los wäre. Gesezt unterdessen der Altar hätte in die Höhe, Länge und Breite 24. Zolle gehabt, so findet man den cörperlichen Inhalt davon also:

	24	multipliciret
mit	24	
	96	
	48	
macht	576	und dieses wieder multipliciret
mit	24	
	2304	
	1152	
thut	13824	

thut 13824 Cubick Zolle für den Cörperlichen Inhalt des Altars, welcher verdoppelt steigen müste auf 27648. Cubick-Zolle; unterdessen ist die Frage zu wissen, von was für einer Höhe, Länge und Breite er seyn sollte, damit er diesen Inhalt hätte, und dieses geschiehet durch die Ausziehung der Cubick-Wurzel auf folgende Weise.

1. Theilet man die gegebene Zahl von der rechten gegen die lincke in gewiese Reihen, deren jede 3. Zahlen begreifft. Wann die gegebene Zahl Ruthen, Schuhe oder Zolle begreifft, und man nicht wohl versichert ist, daß es eine ganze Zahl ist (die sich nemlich völlig ausziehen lässet,) hänget man hinten eine oder zwey Reihen (0) an, so daß, wann die gegebene Zahl nichts als Ruthen in sich hält, man durch dieses Mittel noch Schuhe und Zolle bekommt, und wann sie nur Cubick-Schuhe in sich hält, ihr noch Zolle und Linien habet, und so fort.

2. Ziehet man aus der lezten Reihe gegen die lincke durch Vermittelung des beygesezten Täfeleins den kleinsten Cubum (oder Würffel) heraus und schreibet seine Wurzel hinten an die Stelle der Summe oder des Quotienten, und die Differenz (oder den Unterschied) des besagten Cubi und der Zahlen dieser lezten Reihe über eben dieselbige Zahlen. Diese Operation aber wird hernach nicht

mehr

mehr wiederholet, sondern die andern folgenden, so offt es eine neue Reihe von Zahlen oder (o) giebt.

3. Multipliciret den gefundenen Quotienten durch 3. und durch eben denselben noch einmahl das dreyfache, sezet dieses unter die nächste Ziffer zur lincken Hand der vorgegebenen Reihe und von dar weiter gegen die lincke Hand, wann mehr als eine Zahl ist und bedienet euch derselhen zum dividiren ; Man muß aber fast allezeit weniger nehmen, als man sonst bey der ordentlichen Division nehmen würde; endlich ziehet auch eine Linie unter den Divisorem.

4. Unter den Divisorem schreibet das was heraus kommt, wann es durch den neuen Quotienten multipliciret wird. Eine Zahl weiter hinten schreibet das Quadrat des neuen Quotienten, das mit dem dreyfachen des vorigen Quotienten multipliciret ist, darunter ; noch eine Zahl weiter hinter sezet den Cubum des neuen Quotienten.

5. Diese drey Zahlen addiret zusammen und ziehet ihre Summe von der Cubick-Zahl, welche darüber stehet, ab. Sind noch mehr Reihen übrig, so dörffet ihr nur die 3. lezten Regeln so offt wiederholen. Bleibet etwas über, so ist es ein Zeichen, daß die gegebene Zahl keine vollkommene Cubick-Zahl ist, und daß man die Wurzel niemahl genau finden kan, wenn man auch durch Anhängung dreyer (o) etliche zehende theile, und durch Beyfügung noch dreyer andern (o) noch etliche hunderte Theile finden könnte.

Damit man diese Regeln besser behalten möge, habe ich folgende Verse verfertiget, weil mir weder des Autoris des fortificirten Turenne, noch des Europäischen Ingenieurs seine, nach meiner Art zu arbeiten, recht anstehen; wiewohl auch hier nichts zierliches zu hoffen.

Schneidet 3. und 3. stets ab, nehmt den Cubum der gebühret
  Von dem Ende weg, die Wurzel sezt als Quotienten an.
Dieses Quoti sein Quadrat, so durch 3. multipliciret,
  Sezt an des Divisors Stelle; doch merckt, daß man noch nicht kan
Dieses Quoti sein Product in denselben gleich wegziehen,
  Sondern daß man sein Quadrat nächst vorher mit ihm verbindt,
  Wann man sein dreyfachs Product in den ersten Quotum findt:
Dann muß man den Würffel auch, den der Quotus euch verliehen,
  Weiter vor zu diesen zehlen und die Summa, die man kan,
  Von den obern Zahlen nehmen, so ist diese Sach gethan.

1. Exem-

1. Exempel.

1
17 486
44 361 864 (354
27 9 triplum quoti I.
27 novus divisor.

Prod. nov qu in div. 135.
Prod □ nov. quot. in quoti I triplum 225
Cubus novi quoti 125

15875
105 tripl. quot. I. & II.
3675 tertius div.

Prod quoti III. in div. 14700
Prod. □ quot III in tripl. quoti I. & II. 1680
Cubus quoti III. 64

1486864

9 triplum quoti I.
3 quotus I.
27 triplum quadrati
5 novus quotus
135 productum novi quoti in divisorem novum

5
5] novus quotus
25 quadratum novi quoti
9 quoti I. triplum
225 prod. quadr. novi quoti in triplum quoti I.
105 quoti I. & II triplum
35 quotus I. & II.
525
315
3675 tripl. quadr. quoti I. & II.
4 quotus III.
14700 prod. quoti III. in divis. III.

4
4] quotus III.
16
105 tripl. quoti I. & II.
630
105
1680 prod. quadr quoti III. in quotum I. & II.

2. Exem-

2. Exempel von dem Cubischen Altar.

```
                                22 226
27|648 (30              |104 392|833
27 9                 27 |643|000|000 (3023
27                   27 |9
                 27700
                   2
                 5400
                  3608
                543608
                273612
                820836
                  8154
                    27
              82165167
```

Dieses Exempel weiset uns, daß man die Wurzel eines doppelten Cubi vergeblich suche, weil allezeit etwas übrig bleiben wird. Und dieses ist genug von der Ausziehung der Cubick-Wurzel.

Das VI. Capitel.

Von der Proportion (oder Verhältnuss ähnlicher Grössen.)

WIr haben bißher die unterschiedlichen Arten die Zahlen zusammen zu sezen und von einander abzusondern gesehen, jezt ist noch übrig zu betrachten, wie man die Zahlen miteinander vergleichen kan; Diese Vergleichung zweyer Zahlen wird genennet

Ratio, Relatio oder Verhältnuß.

MAn findet diese Verhältnuß zweyer Zahlen entweder durch die Subtraction, so daß das, was übrig bleibet, die *Differenz* (der

Unterschied), und in Ansehung der kleinern Zahl der *Abgang*, in Ansehung der grössern aber der *Uberschuß* genennet wird.

Man nennet diese Verhältnuß *Rationem Arithmeticam*, eine *Arithmetische Verhältnuß*, und diese hat weiter keiner Erklärung vonnöthen, ist auch nicht so gebräuchlich als die

Ratio Geometrica, (oder *Geometrische Verhältnuß*,)

Welche man findet, wenn man eine Zahl durch die andere dividiret. Die Zahl, welche heraus kommt, wird *Nomen Rationis*, der *Exponent* oder *Name der Verhältnuß* genennet, weil er der Verhältnuß den Namen giebt und zeiget, um wie viel eine Zahl grösser ist, als die andere. Also, wann ich 6. durch 3. dividire, so giebt mir die Zahl, die heraus kommt, zu erkennen, daß man die Verhältnuß, welche zwischen 3. und 6. ist, eine doppelte Verhältnuß nennen muß, und sagt man, 6. und 3. seyen in ratione dupla (in einer doppelten Verhältnuß), weil 3. in 6. zweymahl enthalten sind. Weil aber dieses höchst veränderlich, so ist diese Lehr von der *Geometrischen Proportion* durch die fremden und düstern Redens-Arten, die sich dabey befinden, etwas schwer worden. Ich will aber doch die Sache etwas leichter zu machen suchen.

Wann man eine Zahl durch die andere dividiret, so bleibet entweder nichts übrig, oder es bleibet eines oder wohl mehr übrig. Bleibet nichts übrig, so ist es ordentlich *Ratio multiplex* (*eine vielfache Verhältnuß*) aber vornehmlich nach dem *Namen der Verhältnuß*.

2)
3—6 Heisst *ratio subdupla*, eine *halbtheilige Verhältnuß*, wann das kleine mit dem grossen verglichen wird.

½)
6—3. *Ratio dupla*, eine *doppelte Verhältnuß*, wann das grosse mit dem kleinen verglichen wird.

Eben so ist es auch mit den andern unterschiedenen Verhältnüssen beschaffen, als *tripla*, *dreyfachen*, *subtripla*, *dreytheiligen*, *quadrupla*, *vierfachen*, *subquadrupla*, *viertheiligen*. Es stehet auch einem jeden frey diese Namen Teutsch zu übersezen, wie *Behr* in seinem bevestigten Turenne und *Goldmann* in seiner vollkommenen Anweisung zur Bau-Kunst gethan. Die Franzosen aber werden besser thun, wann sie sich allezeit der Lateinischen Namen bedienen.

Erstlich giebt man durch das Wort *subdupla* die unterschiedliche Ver-

Verhältnuß zu erkennen, und darnach durch das Wort *sesqui*, daß noch ein Rest oder Uberschuß da ist, und endlich durch das Wort *tertia*, daß der kleinste *terminus* (das kleinste Glied) 3. der Nenner ist.

Also wenn man verlanget, ich solle *rationem subtriplam sesqui quintam* angeben, so erkenne ich erstlich durch das Wort *quinta*, daß das kleinste Glied 5. durch das Wort *sub*, daß die kleine Zahl oder das kleinere Glied zu erst gesezet werden muß; durch das Wort *tripla*, daß ich 5. durch 3. multipliciren muß; und durch das Wort *sesqui*, daß ich noch 1. zu dem, was heraus kommt, hinzusezen muß. Es kommt also dadurch heraus

eine Verhältnuß von 5. zu 16.

Wann mehr als 1. übrig bleibet, so heisst dieses *ratio submultiplex superpartiens*, eine *theilige übertheilende Verhältnuß*. Was hierbey vornehmlich in acht zu nehmen, wird dieses einige Exempel lehren können.

3—8. will sagen *ratio subdupla superbipartiens tertias*, so daß das Wort *tertias* mir das kleinste Glied zu erkennen giebt, das Wort *sub*, daß es das erste seyn muß, das Wort *dupla*, daß man es mit 2. multipliciren muß, und das Wort *superbipartiens*, daß ich noch 2. zu dem, was heraus gekommen, sezen muß.

Folgende Tabelle wird noch so viel Exempel geben, daß ihr euch derselben leicht werdet bedienen können, alle andere darüber zu machen.

Nota. Wir haben nur die Lateinischen Namen beybehalten, weil die Teutschen allzuweitläufftig umschrieben werden müßten, und doch kein grössers Licht geben wird, als die Betrachtung der Verhältnüsse in der Zahl selbst giebt, zumahl wenn man die kleinere würcklich in die grössere dividiret und also den Exponenten vor Augen siehet.

Verzeichnuſs und Benennung

der vornehmſten Verhåltnůſſe.

1-2. 2-4. 3-6.	Ratio ſubdupla. Eine halbtheilige Verhåltnuß.
3-1. 6-2. 9-3.	Ratio tripla. Eine dreyfache Verhåltnuß.
1-4. 2-8. 3-12.	Ratio ſubquadrupla. Eine viertheilige Verhåltnuß.
2-3.	Ratio ſubſesqui ſecunda ſ. ſubſesqui altera.
5-2.	Ratio dupla ſeſquì altera.
4-3.	Ratio ſeſqui tertia.
3-7.	Ratio ſubdupla ſeſqui tertia.
10-3.	Ratio tripla ſeſqui tertia.
4-5.	Ratio ſubſeſqui quarta.
9-4.	Ratio dupla ſeſqui quarta.
5-16.	Ratio ſubtripla ſeſqui quinta.
3-5.	Ratio ſub ſuper bipartiens tertias.
8-3.	Ratio dupla ſuper bipartiens tertias.
4-10.	Ratio ſubdupla ſuperbipartiens quartas.
18-5.	Ratio tripla ſuper tripartiens quintas.

Aber ich halte, es ſeye viel ſicherer, alle Verhåltnůſſe durch einen gemeinen Diviſorem zu der kleinſten unterſchiedenen Verhåltnuß zu bringen und zu ſagen, was noch übrig iſt. Saget alſo, 18. ſind zu 5. wie 3. zu 1. aber es bleiben 3. übrig. Wann man die *Rationes* oder *Verhåltnůſſe* auf dieſe Weiſe verſtehet, ſo wird nicht ſchwer zu begreiffen ſeyn, was da ſeye die

Proportion (oder ähnliche Verhältnuß.)

WAnn zwey oder mehr Verhältnüsse unter einander gleich sind, ob gleich die Zahlen ungleich, so nennet man es Proportion, so daß 4. eben diese Verhältnuß zu 8. haben, als 6. zu 12. das ist, daß sie beede rationem subduplam haben. Es trägt sich aber manchmahl zu, daß in einem fort die erste Zahl zu der andern ist, wie die andere zu der dritten, die dritte zu der vierten und so fort, als 2. zu 4. wie 4. zu 8. wie 8. zu 16. Dieses heisset *Proportio continua* (eine *stete Proportion.*) Es ist wahr, daß bißweilen die erste und andere Zahl unter einander sind, wie die dritte und vierte, aber es ist eine andere Verhältnuß zwischen der andern und dritten, als z. E. 5. ist zu 10 wie 6. zu 12. aber nicht wie 10. zu 6. Dieses heisst *proportio discreta* (eine *unterbrochene Proportion.*)

Was die Proportion anbetrifft, muß man folgende Regeln mercken:

Wann drey Glieder in einer steten Proportion gegeben worden, so wird das mittlere, wann es durch sich selbst multipliciret worden, eben diejenige Summe heraus bringen, als die zwey äussersten, wann eines in das andere multipliciret ist.

3 — 9 — 27
9
81
81

Daraus schliese ich, wann man zwey Zahlen durch einander multipliciret, daraus man hernach die Quadrat-Wurzel ziehet, daß man eine Zahl findet, welche zwischen den zweyen erstern vollkommen proportionirlich ist, und die um dieser Ursache willen *media proportionalis* (die *mittlere Proportional-Zahl*) heisset.

Von vier Proportional-Zahlen oder Gliedern, es seye nun in einer steten oder unterbrochenen Proportion, wird einerley Product heraus kommen, man mag sie untereinander multipliciren, wie man will, die erste durch die lezte, oder die zwey mittlern eine durch die andere.

2) 2) 2) 3) 3)
2 — 4 ——— 8 — 16 3 — 9 ——— 6 — 18
32 54
32 54

Daraus folget, daß, wann drey Zahlen nach Belieben gegeben worden, und man die leztern zwey durch einander multipliciret, das *Product* aber durch die erste Zahl dividiret, die vierte proportional-Zahl heraus kommt, welches die Regel de Tri ist, davon wir so gleich reden werden.

Wenn man vier in einer steten Proportion fortgehende Zahlen hat, und die lezte durch die erste dividiret, so kommt heraus der Cubus Nominis rationis (der Würffel des Exponenten); wenn man aber die Wurzel dieses Cubi durch die erste Zahl multipliciret, so kommt die andere Proportional-Zahl heraus.

3)
3 - 9 - 27 - 81   2 81 33 (27 Cubus dessen Wurzel
3 ist der Exponent
3 das erste Glied
9 Das andere Glied.

4)
2—8—32—128
128 22 (64 Cubus
4 Wurzel
4 Exponent
2 Das erste Glied
8 Das andere Glied.

Also, wenn mir nicht mehr als zwey Zahlen gegeben worden, und man zwischen diesen zweyen zwey andere proportional-Zahlen haben will, so dividire ich die grosse durch die kleine, ziehe aus dem Quotienten die Cubic-Wurzel und multiplicire diese Wurzel durch die kleine Zahl, so habe ich das andere Glied, und diese multiplicire ich ferner durch die Wurzel, so habe ich das dritte Glied.

Das VII. Capitel.

Von der Regel de Tri.

Diese wird also genennet, weil sie mit dreyen Zahlen oder Gliedern umgehet, und weiset, wie man in Handel und Wandel mit

mit gutem Vortheil bey drey gegebenen Gliedern das vierte proportionirliche finden kan.

Diese ist entweder recta oder inversa (gerad zu oder umgekehrt.)

Die regula recta oder die Regel gerad zu ist, wenn man zu dreyen Zahlen die dritte finden soll, welche auch in der Ordnung die vierte proportional-Zahl ist. Wir haben bereits die Regel davon oben gefunden, nemlich, daß man das hintere Glied mit dem mittlern multipliciren, und das, was heraus gekommen, durch das erste dividiren müsse. Hier aber muß man mercken

1) Daß das erste und dritte Glied allezeit von einer Sorte oder Gattung seyn müsse, um dadurch zu machen, daß auch das vierte von eben der Gattung seyn möge, als das andere.

2) Bißweilen wird ein Glied durch mehrere Gattungen ausgedrücket, als Pfund, Loth, Thaler, Groschen: Hier muß man also zuvörderst alle Gattungen in die kleinste verwandeln, damit nicht mehr als drey Glieder bleiben.

℔ Loth	kosten	Thl. Grl. ₰	wie kommen	Cl. ℔
8: 14	——	10: 16: 8	——	2: 48
durch		durch		durch
32 Loth		24 Groschen		110 Pfund
256		240 Groschen		220 Pfund
14 dazu addirt		16 addirt		48 addirt
270 Loth		256		268
		durch		durch
		12 Pfennige		32 Loth
		512		536
		256		804
		3072 Pfennige		8576 Loth
		8 addirt		
	kosten	3080	wie kommen	

Die

Die Frage wird demnach also vorgetragen

Loth	kosten	Pf.	wie kommen	Loth
270	—	3080	— —	8576

$$\begin{array}{r} 8576 \\ 3080 \\ \hline 686080 \\ 257280 \\ \hline 26414080 \end{array}$$

```
  2 22
 27648
 812865
264140800 (97829 Pfennige.
 2777770
  2222
```

```
           2(1
   1       35
 116(5  ( 293(6
97829   ( 8152  Grl.  (339. Thl. 16. Grl. 5. Pf.
12222   ( 2444
 111       22
```

3. Giebt es Brüche in einem oder mehrern Gliedern, so kan man die Brüche unter einen gemeinen Werth bringen, nach der 1. Regel des IV. Capitels, wo man alle Glieder in Brüche verwandeln muß, das ist, wann sich Ganze und Brüche beysammen befinden, so muß man aus dem ganzen einen Bruch von eben dieser Benennung machen; wo aber blos ganze sind, muß man 1. an die Stelle des Nenners untersezen, also:

℔		Thl.		℔
$\frac{3}{5}$	—	8	—	$12\frac{5}{8}$

Dieses stellet sich also vor.

$$\tfrac{3}{5} \;—\; \tfrac{8}{1} \;—\; \tfrac{77}{8}$$

Darnach kehret man den ersten Bruch um, und verrichtet die Regel de Tri durch die Zehler, um auch den von dem vierten Bruch zu finden, folglich verrichtet man sie auch durch die Nenner, damit man den Nenner des vierten Bruchs finden möge, das ist, man muß zu vörderst das andere Glied durch das dritte multiplitipliciren, und das, was heraus kommt, noch einmahl durch das erste.

$$\frac{5}{3} \qquad \frac{8}{1} \qquad \begin{array}{r}77\\8\\\hline 616\\\hline 6\end{array}$$

$$\frac{5 \text{ mult. durch}}{3 \text{ mult. durch}} \quad \frac{616}{6} \quad \text{thut} \quad \frac{3080}{18}$$

1~~5~~1
2222
~~3080~~ ($171\frac{2}{18}$ Thaler.
~~1888~~
~~11~~

So findet man auch daß $12\frac{5}{8}$ Pfund kosten 171. Thl. 2. Grl. 8. Pf.

Regula de Tri inversa (oder umgekehrte Regel de Tri.)

Hier suchet man gleichermassen zu dreyen gegebenen Zahlen die vierte, aber mit diesem Unterschied, daß die andere Zahl (oder das andere Glied) um so viel grösser seyn muß als das vierte, um so viel kleiner das erste ist als das dritte; und daß das andere, wann es umgewandt wird, um so viel kleiner seyn muß, als das erste an Grösse das dritte übertrifft.

Hier wird das erste Glied mit dem mittlern multipliciret und das Product durch das dritte dividiret. Als z. E.

Menschen machen einen Graben	in	Tagen	in wie viel Zeit machen ihn Menschen
40	———	6	——— 64

$$\begin{array}{r}40\\6\\\hline 240\end{array}$$

4
~~68~~
~~240~~ ($3\frac{48}{64}$ den Bruch in Stunden $\begin{array}{r}48\\12\\\hline\end{array}$
~~64~~

~~5~~
~~576~~ (9 Stunden $\begin{array}{r}96\\48\\\hline 576\end{array}$
~~64~~

Die Urſach, warum man ſich hier dieſer umgekehrten Regel de Tri bedienet, iſt leicht zu erſehen. Weil nemlich das erſte Glied kleiner war als das dritte, es muſte aber nothwendig die vierte Zahl kleiner ſeyn, als die andere, indem ein Graben, welchen 40. Menſchen in einer Zeit von 6. Tagen machen können, unumgänglich in einer wenigern Zeit durch 64. Menſchen gemachet werden muß.

Es ereignen ſich offt bey dieſen zweyen Regeln de Tri Exempel, wo man nebſt der Haupt-Sache noch gewieſe Umſtände bemercket, daraus faſt eine neue Regel de Tri entſtehet, welche Compoſita oder duplex (die zuſammen geſezte oder doppelte) genennet wird.

Regula de Tri compoſita, Regula de quinque ſeu duplex.

WEil die Glieder doppelt ſind, oder weil man ordentlich 5. Glieder hat, und bißweilen gar 7. Z. E.

Für 2500. Köpfe habe ich in einem Jahr und 6 Wochen um 36000. Thaler Proviſion (oder Lebens-Mittel) haben müſſen, wie viel müſte ich haben, damit ich 4800. Mann 3. Jahr lang unterhalten könnte. Hier finden ſich 5. Glieder, welche alſo geordnet werden

Menſchen	Jahr	Wochen	Thl.	Menſchen	Jahr
2500 ——	1 :	6 ——	36000 ——	4800 —	3
	52 Wochen				52
	6				156 Wochen
	58 Wochen				

Da ſich unter dieſen Gliedern eines findet, welches in mehrern Sorten beſtehet, ſo muß man zuvor die Jahre in Wochen verwandeln, damit ſich die fünff Glieder deutlich darſtellen. Man hat wohl kürzere Wege das Exempel ſelbſt zu machen; ich finde aber dieſen zur Unterweiſung bequemer. Ich löſe dieſes Exempel in andere ſchlechte nach der ordentlichen Regel de Tri auf, biß ich der vorgelegten Frage ein gänzliches Genügen leiſte.

Ich ſage demnach erſtlich: 2500. Menſchen verzehren 36000. Thaler nemlich in 58. Wochen, darum ich mich aber gegenwärtig nicht bekümmere, wie viel werden in eben dieſer Zeit 4800. Menſchen verzehren? ohne Zweifel werden ſie mehr verzehren. Deswegen bediene ich mich der ordentlichen Regel de Tri, vermittelſt deren ich 69120. Thaler finde. Alſobald ſchlieſe ich weiter: Wann

dieſe

diese 4800. Menschen in einer Zeit von 58. Wochen 69120. Thaler verzehren, wie viel werden sie in 3. Jahren d. i. in 156. Wochen vonnöthen haben? welches nothwendig auf eine noch grössere Summe steigen wird. Ich finde also durch die ordentliche Regel de Tri 185908. Thl. 23. Grl. 2. Pf.

Gleicher gestalt wann man mit 12. Canonen-Stücken von dem ersten Rang in 5. Stunden 51840. Pfund Pulver verschiesset, wie viel wird man mit 30. Stücken von 18. Pfündigen Kugeln in 12. Stunden verschiessen? Das Exempel stellet sich also vor:

Stücke	℔	Stunden	℔ Pulver	Stücke	℔	Stunden
12	à 48	— 10 —	51840. —	30	à 18	— 24

Saget erstlich 12. Stücke von 48. ℔ schiessen in 10. Stunden 51840. ℔, wie viel werden 30. Stücke von eben diesem Caliber, auch in 10. Stunden schiessen. Um das Exempel nach der ordentlichen Regel de Tri aufzulösen, muß man es in diese Ordnung stellen:

Stücke	℔	Stücke
12 ——	51840 ——	30

facit 129600. ℔.

Gesezt also, daß 30. Stücke von 48. ℔. in 10. Stunden 129600. Pfund verzehren, wie viel werden wohl 30. Stücke von 18. ℔. verschiessen? ohne Zweiffel weniger. Man muß sich demnach der ordentlichen Regel de Tri bedienen und das Exempel also einrichten:

Pfündige Stücke	℔	Pfündige Stücke
48 ——	129600 ——	18.

facit 48600. ℔.

Schliesset endlich: Ich verzehre in 10. Stunden mit 18. Pfündigen Stücken 48600. ℔. wie viel werde ich mit eben denselbigen in 24. Stunden verzehren? so werdet ihr durch die ordentliche Regel de Tri 116640. ℔. finden.

Also: 5. Bauern machen einen Graben, welcher 3. Ruthen lang, 1. Ruthe breit und 4. Schuh tief ist, in 9. Stunden; wie viel Zeit werden 120. Bauern vonnöthen haben, einen Graben zu machen, der 648. Ruthen lang, 4. Ruthen breit und 12. Schuh tief ist.

1. Multipliciret durch einander die Länge, Breite und Tiefe der 2. Gräben

10	Schuh breit	6480	Schuh lang
30	Schuh lang	40	Schuh breit
300	Quadrat-Schuhe	259200	Quadrat-Schuh
4	Schuh tief	12	Schuh tief
1200	Cubick-Schuhe	518400	
		2592	
		3110400	Cubick-Schuhe

2. Saget hernach: 5 Bauern machen ihren Graben in 9. Stunden oder 540. Minuten, wie lang werden 120. Mann daran arbeiten müssen? so findet ihr nach der umgekehrten Regel de Tri 22. Minuten und ½. d. i. 30. Secunden, welche zusammen 1350. Secunden sind; und fahret fort

	Cubick-Schuh		Secunden		Cubick-Schuh
Ein Graben von	1200	——	1350	——	3110400.

So werdet ihr nach der ordentlichen Regel de Tri 13. Wochen und 3. Täge finden, den Tag zu 12. Stunden und die Woche zu 6. Tägen gerechnet.

Das VIII. Capitel.

Von den Progressionen.

Eine Progression ist eine lange Reihe Zahlen, die entweder arithmetisch oder geometrisch proportionirt sind.

Arithmetisch { 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12.
{ 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25.

Geometrisch { 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. von doppelter Benennung.
{ 2. 6. 18. 54. 162. 486. 1458. von dreyfacher Benennung.

1. Regel. In den Arithmetischen Progressionen multipliciret man die Summe des ersten und lezten Glieds durch die halbe Zahl der Glieder, oder die Helffte der andern Summe durch diese ganz, oder beede ganz miteinander, doch mit dem Beding, daß das, was heraus kommet, mit zweyen dividiret werde: so habet ihr die Summe aller Glieder.

2. Regel. In den Geometrischen Progressionen dividiret man den Unterschied des ersten und lezten Glieds durch die Zahl der Benennung,

nennung, nachdem man ihn vorher um eines verringert. Das was heraus kommt, giebt die Summe aller Glieder, ausgenommen das lezte, welches man nur darzu addiren darff; so habet ihr die Summe aller Glieder.

NB. Diese 2. Regeln geben zu erkennen, daß man in allen Progressionen nur das erste und lezte Glied nebst der Zahl der Glieder, in Ansehung der Arithmetischen, und die Zahl der Benennung in Ansehung der Geometrischen Progression vonnöthen hat. Da es aber bißweilen gar zu lange Exempel giebt, wenn man sie schreiben und durch alle Glieder ausrechnen sollte: so ist es gut zu versuchen, wie man das lezte Glied finden möge, ohne daß man die andern suche; und dieses geschiehet so, wie ihr in den folgenden Exempel alsobald sehen werdet.

3. Regel. In den Arithmetischen Progressionen multipliciret man den gegebenen Unterschied durch die Zahl der Glieder, wenn man vorher eines von ihnen abgezogen hat. Sezet ihr das, was heraus kommet zu dem ersten Glied, so ist das lezte gefunden.

4. Regel. In den Geometrischen Progressionen muß man vor allen Dingen etliche Glieder finden, und ihre einfachen Zahlen in ihrer Arithmetischen Ordnung darüber sezen und mit (0) anfangen.

0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	4	8	16	32	64	128	256

Wenn ich derohalben oben 8. und 7. zusammen addire, so machet dieses 15. wenn ich aber die Zahlen, welche unter ihnen stehen, multiplicire und durch das erste Glied dividire, so kommet das 16de Glied heraus, welches ich auch unter die gefundene Zahl 15. seze. Wollet ihr auch das 24ste Glied haben, so saget: 15. und 8. sind 23. multipliciret ihr also die Zahlen, welche unter 8. und 15. stehen, und dividiret dieses durch das erste Glied, so habt ihr das 24ste Glied. Die obern Zahlen werden Exponenten oder Logarithmi genennet.

Exempel von der ersten Regel.

1. Ist die Frage zu wissen, wie viel die Uhr schlage von 1. Uhr nach Mittag, diese mit eingeschlossen, biß um Mitternacht, diese auch mit eingeschlossen.

Summe der ersten und lezten Zahl	13
Die Helffte der Zahl der Glieder	6
Die gesuchte Summe	78

2. SCHWENTER giebt in seinen Physicalischen und Mathematischen Ergözlichkeiten in dem 1. Theil in der 70. Anmerckung ein Exempel von einem Hundert Eyer, welche besonders eines nach dem andern aufgehaben und in einen Korb zusammen getragen werden sollen; es muß aber das erste 2. Schritte von dem Korb entfernet seyn, das andere 4. und also immer eines 2. Schritte weiter als das andere; auf diese Weise muß derjenige, welcher sie zusammen lieset, für das erste Ey 4. Schritte, für das andere 8. für das dritte 12. thun. Also ist das erste Glied der Progression 4. das lezte 400.

Summe der äussersten Glieder	404
Helffte der Summe der Glieder	50
Summe aller Schritte des Auflesers	20200

Exempel der 2. Regel.

EIn Pferd wird verkaufft nach seinen 32. eisernen Nägeln, mit dem Beding, daß man für den ersten 1. Pfen. für den andern 2. für den dritten 4. und so fort allezeit doppelt bezahle. Fraget sich, wie theuer wird das Pferd kommen? Das lezte Glied wird seyn 2144483678. davon ziehe ich also das erste ab, und dividire den Rest, welcher um 1. verringert worden, durch die Zahl der Benennung. So werden die andern Glieder zusammen machen

2147483648 Pfennige.
und also der ganze Preiß 4294967295

Exempel der 3. Regel.

WEnn die Benennung vierfach ist und es sind hundert Glieder, so multipliciret

99
durch 4

Diese sind 396, sezet darzu das erste Glied 4. so ist das lezte 400.

Exempel der 4. Regel.

0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	4	8	16	32	64	128	256

1. Suchet man das 15. Glied, davon der Logarithmus 14. ist.

Log.	7.		128
addirt Log.	7.	multipl.	128
	14		16384

2. Suchet man das 29. Glied, davon der Logarithmus 28. ist.

Log.	14		16384
addirt Log.	14	multipl.	16384
	28		268435456

3. Suchet man das 32. Glied, davon der Logarithmus 31. ist,

Log.	28		268435456
addirt Log.	3	multipl.	8
Das lezte Glied	31		2147483648

Das IX. Capitel.

Von den Logarithmis.

DIe Logarithmi sind nichts anders, als Zahlen, welche in arithmetischer Proportion auf einander folgen, und an statt der gemeinen Zahlen gesezet werden, die eine geometrische Proportion haben, wie wir in dem vorhergehenden Capitel gesehen.

Nach dem NEPER, als dem Erfinder dieser bequemen Rechnung, haben andere Mathematici an statt der Zahlen 1. 10 100. welche eine zehenfache Verhältnuß haben, die Logarithmos gesezet, für das erste Glied 0. 0000000, für das 4te 3. 0000000. &c. Nach diesem aber haben sie auch mit unglaublicher Mühe in der steten Proportion die Logarithmos von denjenigen Zahlen gefunden, welche zwischen 1. 10. und 100. sind; aber davon achte ich nicht für dienlich hier zu reden. Daher haben die Logarithmischen Tabellen ihren Ursprung genommen. Es giebt deren 2. Gattungen, die erstere ist gemacht für die gemeinen Zahlen von 1. biß auf 10000.

oder

oder 100000; Die andere gehöret für die Winckel. Ich will hier ihren Nuzen alsobald mit wenig Worten zeigen.

Von den Logarithmischen Tabellen.

1. Wenn man multipliciren will, so addiret man die Logarithmos der Zahlen, und, wenn man die Summe ihrer Addition in den Tabellen suchet, so findet man an dem Rand, oder oben und an dem Rande zugleich, was heraus kommen soll.

2. Wenn man dividiren will, so subtrahiret man die Logarithmos, und wenn man den Rest in den Tabellen suchet, so findet man dabey den gesuchten Quotienten.

Log. von	9785	39905608	addiret
Log. von	6962	38427340	
Summa der Logarithm.		78332948	
Log. von	7852	38949803	subtrahiret
Der Rest von	8676	39383145.	ist der Logarithmus so

dadurch verschaffet worden.

3. Daraus wird man leicht urtheilen, wie man in der Regel de Tri wird arbeiten müssen.

4. Will man aus einer Zahl die Quadrat-Wurzel ausziehen, so darff man nur ihren Logarithmum durch 2. dividiren und die Zahl suchen, welche dieser Helffte angehöret, und diese ist die gesuchte Wurzel.

Logarith. von	9801	39912704
Die Helffte davon		19956352

giebt die Wurzel 99.

5. Will man Cubick-Wurzeln ausziehen, so dividiret man den Logarithmum der gegebenen Zahl durch 3. Der Logarithmus, der daher entspringet, wird euch die gesuchte Cubick-Wurzel verschaffen.

Logarithmus von	9261	39666579
Sein dritter Theil		13222193 giebt

die gesuchte Cubick-Wurzel 21.

Ende der Arithmetick.

Welche ein fleissiger Schüler in zwey Monaten lernen kan.

II. Theil.