Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Lehrbuch des Rechnens mit imaginären und komplexen Zahlen

Krüger, Richard

Stuttgart, 1891

1) Ueber die komplexen Zahlen im allgemeinen

urn:nbn:de:bsz:31-101180

Visual Library

B. Ueber die komplexen Zahlen.

Anmerkung 5. Zum Verständnis der nachfolgenden Lösungen von Problemen sind die in der Anmerkung 3 erwähnten Vorkenntnisse ausreichend.

1) Ueber die komplexen Zahlen im allgemeinen.

Frage 19. Was versteht man unter einer komplexen oder lateralen Zahl und wie wird eine solche Zahl dargestellt?

Antwort. Unter einer komplexen oder lateralen Zahl versteht man einen, aus einem reellen und einem imaginären Gliede zusammengesetzten Ausdruck von der Form:

$$a + bi$$

in welchem a und b irgend welche, positiven oder negativen, reellen Zahlen bedeuten.

Erkl. 48. Das Wort „komplex" stammt aus dem Lateinischen und bedeutet „zusammengesetzt" oder „vereinigt".

Erkl. 49. Die zweigliederigen Ausdrücke von der Form $a + bi$ werden nach Cauchy (Anal. algébr. 1821) „komplexe Zahlen" oder auch kurz „Komplexe", nach Gauss (Theoria residuorum biquadraticorum, Comm. societ. Gotting. Vol. VII, 1828 bis 1832, pag. 96) „laterale Zahlen" oder kurz „Laterale" [d. h. „seitwärts liegende" vom Lat. latus (Seite); vergl. Abschnitt C.] und nach Mourey „nombres directives" (auf deutsch „Richtungszahlen") genannt. Am gebräuchlichsten ist jedoch die von Cauchy eingeführte Bezeichnung.

Erkl. 49a. Die beiden Glieder der komplexen Zahl können nicht miteinander verglichen werden, weil sie verschiedenen Zahlengebieten angehören. Das sie verbindende + Zeichen deutet nur einen Zusammenhang der beiden Glieder an und darf nicht als ein Additionszeichen angesehen werden, weil durch ein solches nur gleichartige Zahlen (reelle Zahlen mit reellen oder imaginäre Zahlen mit imaginären) verbunden werden können.

Frage 20. Wie viele komplexe Zahlen lassen sich mit Rücksicht auf die Zeichen bilden?

Antwort. Je nachdem die reellen Bestandteile a und b positiv oder negativ sind, erhält man folgende vier, nur durch die Zeichen von einander abweichende komplexe Zahlen:

$$+a + bi$$
$$-a + bi$$
$$+a - bi$$
$$-a - bi$$

Frage 21. Was versteht man unter zwei konjugierten komplexen Zahlen?

Antwort. Unter zwei konjugierten komplexen Zahlen versteht man Komplexe, die nur durch das Zeichen

Erkl. 50. Das Wort „konjugiert“ stammt vom lateinischen Worte conjugere und bedeutet „verbunden“ oder „zusammengehörig“.

Erkl. 50a. Die Bezeichnung „konjugierte komplexe Zahlen“ für zwei Komplexe von der Form $a+bi$ und $a-bi$ wurde zuerst von Cauchy (Anal. algébr. c. 7, 1821) gebraucht.

Erkl. 50b. Lejeune Dirichlet (Ueber die Theorie der komplexen Zahlen) nennt „zusammengehörig“ vier komplexe Zahlen:

$$a+bi;\quad -b+ai;\quad -a-bi;\quad b-ai$$

welche so von einander abhängen, dass irgend drei derselben aus der vierten entstehen, wenn man diese mit -1, $\pm i$ multipliziert.

des imaginären Gliedes von einander abweichen.

Hiernach ist das Konjugierte von $a+bi$ die Komplexe $a-bi$ und von $-a+bi$ die komplexe Zahl $-a-bi$ — und umgekehrt.

Frage 22. Wann nennt man zwei komplexe Zahlen associiert?

Erkl. 51. Das Wort „associiert“ (vom französischen Worte associer stammend) bedeutet „zugesellt“ oder „vereinigt“, auch „verbunden“.

Antwort. Zwei komplexe Zahlen heissen associiert, wenn sie gleiche Zahlenwerte, aber entgegengesetzte Zeichen besitzen.

Hiernach sind associierte komplexe Zahlen: $a+bi$ und $-a-bi$.

2) Ueber die komplexen Zahlen im besondern.

Frage 23. Was versteht man unter einer veränderlichen und was unter einer stetig veränderlichen komplexen Zahl?

Erkl. 52. Man unterscheidet unveränderliche oder konstante und veränderliche oder variable Grössen. „Unveränderliche“ oder „Konstante“ sind solche Grössen, die unveränderlich sind oder gedacht werden, „Veränderliche“ oder „Variable“ dagegen solche, die Veränderungen erleiden oder denen solche zugedacht werden können. Eine Zu- oder Abnahme einer Grösse kann nur dann eintreten, wenn diese Grösse selbst eine „Veränderliche“ ist.

Erkl. 52a. Die Wörter „variabel“ und „konstant“ stammen aus dem Lateinischen; ersteres von varius, d. h. „wechselnd“, letzteres von constans, d. h. „beständig“.

Antwort. Man erhält alle zu dem reellen Bestandteile a gehörigen komplexen Zahlen, wenn die Zahl b die reelle Zahlenreihe von $-\infty$ bis $+\infty$ durchläuft, und überhaupt alle komplexen Zahlen, wenn weiter a der Reihe nach alle zwischen $-\infty$ und $+\infty$ liegenden (reellen) Werte annimmt. — Verändern sich die beiden reellen Bestandteile a und b der Komplexen $a+bi$ sprungweise, d. h. haben die aufeinanderfolgenden Werte dieser Zahlen irgend welche Differenzen oder verändert sich nur eine von ihnen entweder sprungweise oder stetig (d. h. ununterbrochen, so dass die Differenz zweier aufeinanderfolgender Werte unendlich klein ist), so nennt man die komplexe Zahl eine „veränderliche Komplexe“. — Verändern sich dagegen die beiden reellen Bestandteile stetig, so dass einer unendlich kleinen Zunahme (bezw. Abnahme) von a eine