Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Lehrbuch des Rechnens mit imaginären und komplexen Zahlen

Krüger, Richard

Stuttgart, 1891

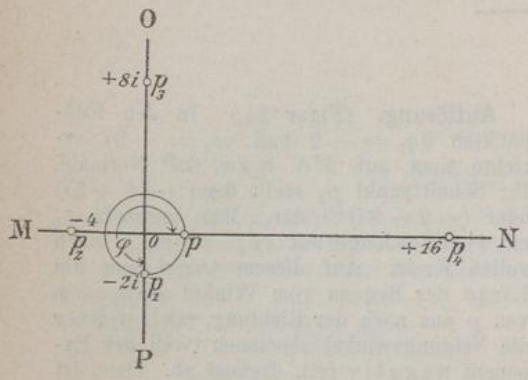
b) Ungelöste Aufgaben

urn:nbn:de:bsz:31-101180

Visual Library

Aufgabe 61. Es sind die ersten 4 Potenzen von $(-2i)$ graphisch und trigonometrisch darzustellen; der Exponent ist positiv.

Figur 25.



Auflösung. (Figur 25.) Der Punkt, welcher die Grundzahl der gegebenen Potenz darstellt, liegt auf der Achse der negativen imaginären Zahlen um 2 Einheiten vom Nullpunkte entfernt und ist p_1. Die Amplitude von $-2i$ ist $\varphi = 270^0$. Da der Exponent positiv ist, so ist von p aus auf dem mit dem Radius $op_1 = r$ beschriebenen Kreis nach der Richtung, nach welcher die Neigungswinkel zunehmen, der Bogen des Winkels von 270^0 4mal (oder von p_1 aus 3mal) abzutragen. Es liegt dann der Punkt des Quadrats von $(-2i)$ auf der Achse der negativen reellen Zahlen und zwar um r^2 Einheiten vom Nullpunkte entfernt, der Punkt von $(-2i)^3$ auf der Achse der positiven imaginären Zahlen und in einer Entfernung $= r^3$ von o, der Punkt von $(-2i)^4$ auf der Achse der positiven reellen Zahlen in einer Entfernung $= r^4$ vom Nullpunkte.

Trigonometrisch erhält man, da:

$$r = \sqrt{2^2} = 2$$

und

$$\varphi = 270^0$$

ist, für:

$$(-2i)^1 = 2\cdot(\cos 270^0 + i \sin 270^0), \text{ dargestellt durch } p_1;$$

$$(-2i)^2 = 2^2\cdot(\cos 2\cdot 270^0 + i \sin 2\cdot 270^0)$$
$$= 4\cdot(\cos 540^0 + i \sin 540^0)$$
oder: $$= 4\cdot(\cos 180^0 + i \sin 180^0) \text{ (nach Erkl. 131), dargestellt durch } p_2;$$

$$(-2i)^3 = 2^3\cdot(\cos 3\cdot 270^0 + i \sin 3\cdot 270^0)$$
$$= 8\cdot(\cos 810^0 + i \sin 810^0)$$
oder: $$= 8\cdot(\cos 90^0 + i \sin 90^0), \text{ dargestellt durch } p_3;$$

$$(-2i)^4 = 2^4\cdot(\cos 4\cdot 270^0 + i \sin 4\cdot 270^0)$$
$$= 16\cdot(\cos 1080^0 + i \sin 1080^0)$$
oder: $$= 16\cdot(\cos 0^0 + i \sin 0^0), \text{ dargestellt durch } p_4.$$

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 62. Es sind die ersten 5 Potenzen von $(2-i)$ graphisch und trigonometrisch darzustellen; der Exponent ist negativ.

Andeutung. Auflösung analog der Auflösung von Aufgabe 59.

Aufgabe 63. Es sind die ersten 4 Potenzen von $(+1{,}5i)$ graphisch und trigonometrisch darzustellen; der Exponent ist negativ.

Andeutung. Die Auflösung erfolgt nach der Antwort auf Frage 78 und mit Berücksichtigung der Aufgabe 60.

BLB BADISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Baden-Württemberg