Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Lehrbuch des Rechnens mit imaginären und komplexen Zahlen

Krüger, Richard

Stuttgart, 1891

b) Ungelöste Aufgaben

urn:nbn:de:bsz:31-101180

Visual Library

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 70. Von nachfolgenden Wurzelausdrücken sind die verschiedenen Werte zu berechnen:

a) $\sqrt[3]{35-23i}$

b) $\sqrt[4]{-15+\sqrt{-31}}$

c) $\sqrt[4]{+625}$

d) $\sqrt[5]{-243}$

e) $\sqrt[3]{+27i}$

f) $\sqrt{-81i}$

Andeutungen.

a) Die Auflösung hat nach der Formel:

$$\sqrt[n]{a+bi}=\sqrt[n]{r}\cdot\left[\cos\left(\frac{\varphi+2k\pi}{n}\right)+i\sin\left(\frac{\varphi+2k\pi}{n}\right)\right]$$

zu erfolgen.

b) Die Auflösung kann nach vorstehender Formel oder nach der Formel:

$$\sqrt[n]{-(a+bi)}=\sqrt[n]{r}\cdot\left\{\cos\left[\frac{\varphi+(2k+1)\pi}{n}\right]+i\sin\left[\frac{\varphi+(2k+1)\pi}{n}\right]\right\}$$

erfolgen; im ersteren Falle ist für $\operatorname{tg}\varphi=\frac{+\sqrt{31}}{-15}$, im letzteren $=\frac{-\sqrt{31}}{+15}$ zu setzen (siehe Aufgabe 65 und Erkl. 188).

c) Auflösung analog der Auflösung von Aufgabe 66.

d) Auflösung analog der Auflösung von Aufgabe 67.

e) Auflösung analog der Auflösung von Aufgabe 68.

f) Auflösung analog der Auflösung von Aufgabe 69.

---

b) Ueber das graphische Radizieren.

Anmerkung 10. Da sich die graphische Darstellung von Wurzeln aus komplexen Zahlen nicht ohne Berechnung einzelner Teile der Wurzeln ausführen lässt, so begnügen wir uns hier mit der graphischen Darstellung der Quadratwurzeln.

Frage 86. Wie findet man in der Zahlenebene durch Zeichnung den Punkt, welcher die Quadratwurzel einer komplexen Zahl $a+bi$ darstellt?

Antwort. (Fig. 26.) Man errichte in den Endpunkten der Strecken $oq=+a$ und $os=+bi$ auf MN bezw. OP Normale; ihr Schnittpunkt p_1 stellt dann den gegebenen Radikandus dar.

Man verbinde p_1 mit o, halbiere den Winkel $p_1oq=\varphi$, weil:

$$\sqrt[2]{a+bi}=\sqrt[2]{r}\cdot\left(\cos\frac{\varphi}{2}+i\sin\frac{\varphi}{2}\right)$$

ist (nach Antwort auf Frage 80), und trage von o aus auf dieser Halbierungslinie das Stück $\sqrt[2]{r}$ oder, da $r=\sqrt[2]{a^2+b^2}$ ist, das Stück $\sqrt[2]{\sqrt{a^2+b^2}}$ oder $\sqrt[4]{a^2+b^2}$