Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Lehrbuch des Rechnens mit imaginären und komplexen Zahlen

Krüger, Richard

Stuttgart, 1891

b) Ungelöste Aufgabe

urn:nbn:de:bsz:31-101180

Visual Library

3) $k = 2$.

$$x_3 = \sqrt[5]{-1} = \cos\frac{(2\cdot 2+1)\cdot 180^0}{5} + i\sin\frac{(2\cdot 2+1)\cdot 180^0}{5}$$
$$= \cos 180^0 + i\sin 180^0 = -1 + 0\cdot i = -1$$

4) $k = 3$.

$$x_4 = \sqrt[5]{-1} = \cos\frac{(2\cdot 3+1)\cdot 180^0}{5} + i\sin\frac{(2\cdot 3+1)\cdot 180^0}{5}$$
$$= \cos 252^0 + i\sin 252^0 = -\cos 72^0 - i\sin 72^0 \text{ (nach Erkl. 101)}$$
$$= -0{,}30902 - 0{,}95106\,i$$

5) $k = 4$.

$$x_5 = \sqrt[5]{-1} = \cos\frac{(2\cdot 4+1)\cdot 180^0}{5} + i\sin\frac{(2\cdot 4+1)\cdot 180^0}{5}$$
$$= \cos 324^0 + i\sin 324^0 = \cos 36^0 - i\sin 36^0$$
$$= 0{,}80902 - 0{,}58779\,i$$

(Probe: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = +0{,}80902 + 0{,}58779\,i - 0{,}30902 + 0{,}95106\,i - 1 - 0{,}30902 - 0{,}95106\,i + 0{,}80902 - 0{,}58779\,i = 0$; vergl. Erkl. 180.)

β) Ungelöste Aufgabe.

Aufgabe 74. Es sind die verschiedenen Werte der nachfolgenden binomischen Gleichungen zu berechnen:

a) $x^2 + 1 = 0$
b) $x^3 - 1 = 0$
c) $x^4 + 1 = 0$
d) $x^5 - 1 = 0$

Andeutung. Auflösung analog der Auflösung von Aufgabe 73, a) bis d).

E. Ueber die Beziehungen zwischen den Potenzen von Sinus und Cosinus eines Winkels und dem Sinus und Cosinus vom Vielfachen dieses Winkels.

Anmerkung 11. Zum Verständnis dieses Teiles unseres Lehrbuches sind diejenigen Kenntnisse der Goniometrie und der Logarithmenrechnung erforderlich, welche durch das Studium der in dieser Encyklopädie erschienenen Lehrbücher der Goniometrie und der Logarithmen von Dr. A. Kleyer erworben werden können.

a) Ueber die Darstellung der Potenzen von Sinus und Cosinus eines Winkels durch Sinus und Cosinus vom Vielfachen dieses Winkels.

Frage 90. Auf welche Weise lässt sich $\cos^n\varphi$ durch den Cosinus vom Vielfachen des Winkels φ ausdrücken?

Antwort. Setzt man für:

$$\cos\varphi + i\sin\varphi = a$$

und für:

$$\cos\varphi - i\sin\varphi = b$$

so gibt:

$$a + b = \cos\varphi + i\sin\varphi + \cos\varphi - i\sin\varphi = 2\cos\varphi$$

und demnach:

$$2^n\cos^n\varphi = (a+b)^n$$