Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Lehrbuch des Rechnens mit imaginären und komplexen Zahlen

Krüger, Richard

Stuttgart, 1891

A. Verzeichnis der Resultate der ungelösten Aufgaben

urn:nbn:de:bsz:31-101180

Visual Library

oder, weil sich die Faktoren 2 und i sämtlicher Glieder der Klammer gegen 2^n bezw. i^n im Nenner fortheben und

$$i^{n-1} = i^{2\cdot\left(\frac{n-1}{2}\right)} = (-1)^{\frac{n-1}{2}}$$

ist:

$$\sin^n \varphi = \frac{1}{2^{n-1}\cdot(-1)^{\frac{n-1}{2}}}\cdot\left[\sin n\varphi - n\cdot\sin(n-2)\varphi + \frac{n\cdot(n-1)}{1\cdot 2}\cdot\sin(n-4)\varphi - \cdots\right]$$

(vergl. Erkl. 221)

Anhang.

A. Verzeichnis der Resultate der ungelösten Aufgaben.

1) Imaginäre Zahlen.

Aufgabe 3. $\sqrt[2]{-121} = \pm 11\,i$; reeller Faktor rational

Aufgabe 4. $\sqrt[2]{-5} = \pm 2{,}236\cdots i$; reeller Faktor irrational

Aufgabe 6. a) $+1$, b) $+i$, c) -1, d) $-i$, e) $+1$, f) $-i$, g) -1, h) $+i$

Aufgabe 8. a) $-2i$, b) $-\frac{194x^2yi}{117z^2}$, c) $+59i\sqrt{5}$, d) $-\frac{ai}{3b}\cdot\sqrt{\frac{a}{b}}$, e) $+5i\sqrt{7}$, f) $+\frac{i}{x}\cdot\sqrt{\frac{y}{x}}$

Aufgabe 10. a) $+a^3$, b) $-\frac{x^4y^2}{z^2}$, c) $-10i$, d) $-6\cdot\left(3\sqrt{2}-4\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$, e) $y^2(z-x)$, f) $2\cdot(3\sqrt{10}-8)$, g) $+6$, h) $-(616{,}5+822\cdot\sqrt{2})\,i = 545{,}808\,i$

Aufgabe 13. a) -24, b) $+\frac{y}{x}i\sqrt{z}$, c) $-2{,}7$, d) $2\frac{1}{4}(1+i)$, e) $+3i$, f) $-3\frac{3}{20}+1\frac{1}{2}i$

Aufgabe 16. a) 64, b) $64i\sqrt{2}$, c) -128, d) $-128i\sqrt{2}$, e) $\frac{1}{36}$, f) $-\frac{i}{36\cdot\sqrt{6}}$, g) $-\frac{1}{216}$, h) $+\frac{i}{216\cdot\sqrt{6}}$

Aufgabe 17. a) $+\frac{a^2b}{c}$, b) $-32i\cdot\sqrt{\frac{1}{8}}$, c) $-a^{10}b^{10}\sqrt{ab}$, d) $-60\frac{3}{4}$, e) $+\frac{20}{2187}$

2) Komplexe Zahlen.

Aufgabe 19. a) $+5-33i$, b) $1+i$, c) 0; d) $+3{,}8i$, e) $-18+4\frac{3}{4}i$, f) $+24-57i$, g) $+\frac{14x}{y^2z^3}$

Aufgabe 23. a) $0{,}06i-0{,}03 = 0{,}03(2i-1)$, b) $8-i$, c) 25, d) $\frac{8}{9}$, e) $x\cdot(1-\sqrt{y}+y)+yi\sqrt{x}$, f) $a^2-b^2+c^2-2bci$,
g) $-41+i\left(30-42-28\sqrt{\frac{3}{2}}+30\sqrt{\frac{2}{3}}\right) = -41-22{,}82i = -(41+22{,}82i)$
h) $+\frac{4}{3}$

Aufgabe 24. Norm $= +225$, Modulus $= +15$

Aufgabe 25. Norm $= +2025$, Modulus $= +45$

Aufgabe 28. a) $-\frac{1}{29}\cdot(19+4i)$, b) $+\frac{1}{11}\cdot(5-4i\sqrt{6})$, c) $0{,}2299-0{,}9974i$, d) $+2i$,
e) $+1$, f) $2\cdot(3+i\sqrt{3})$, g) $3\frac{9}{13}+5\frac{7}{13}i$, h) $0{,}0414-0{,}5428i$,
i) $0{,}1824\cdots+0{,}06289\cdots i$

Aufgabe 29. Norm $=\frac{81}{100}$, Modulus $=\frac{9}{10}$

Aufgabe 35. a) $-164+3360i$, b) $8\cdot(1-i)$, c) $\frac{666-413i}{614125}$,
d) $-465-531i=-3\cdot(155+177i)$

Aufgabe 36. $+48i$

Aufgabe 37. Die erste Potenz gibt: $2\cdot\sqrt{\frac{1}{3}}-3\cdot\sqrt{-\frac{1}{3}}$, die zweite: $-1\frac{2}{3}-4i$,
die dritte: $-\sqrt{\frac{1}{3}}\cdot\left(15\frac{1}{3}+3i\right)$, die vierte: $-13\frac{2}{9}+13\frac{1}{3}i$,
die fünfte: $+\sqrt{\frac{1}{3}}\cdot\left(13\frac{5}{9}+66\frac{1}{3}i\right)$

Aufgabe 40. a) $\pm\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot(3+i)$, b) $\pm\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot(1-5i)$, c) $\pm\sqrt{\frac{11}{2}}\cdot(1+i)$,
d) $2(1-\sqrt{6})+i(4+\sqrt{6})=-2{,}898\cdots+6{,}449\cdots i$, e) $\frac{43-19i}{26}$,
f) $\frac{5x}{z}\cdot\sqrt{r}-2xi\cdot\sqrt{\frac{y}{r}}$, g) $\pm 2\cdot\sqrt{\frac{2+\sqrt{68}}{2}}=\pm 2\cdot\sqrt{1+\sqrt{17}}$

---

3) Graphische und trigonometrische Darstellung der imaginären und komplexen Zahlen.

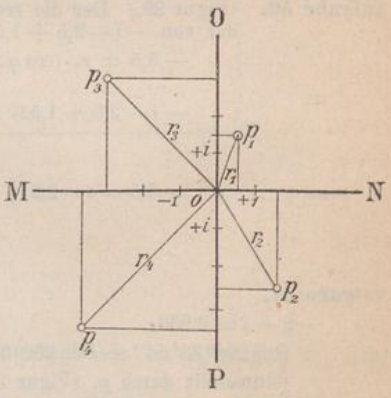
Aufgabe 42. a) Der Modulus ist:
$r_1=\sqrt{0{,}5^2+1{,}5^2}=\sqrt{2{,}5}=1{,}58\cdots$
der die Komplexe darstellende Punkt ist p_1 (Figur 28).

b) Der Modulus ist:
$r_2=\sqrt{1{,}5^2+2{,}5^2}=\sqrt{8{,}5}=2{,}9\cdots$
der die Komplexe darstellende Punkt ist p_2.

c) $r_3=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}=4{,}24\cdots$
der Punkt von $-3+\sqrt{-9}$ ist p_3.

d) $r_4=\sqrt{3{,}5^2+3{,}5^2}=\sqrt{24{,}5}=4{,}949\cdots$
der Punkt von:
$+i\cdot\sqrt{-12{,}25}-\sqrt{-12{,}25}$
ist p_4.

Figur 28.



Aufgabe 44. a) $r=\sqrt{25}=5$; $\varphi=36^0\,52'\,12''$; $4+3i=5\cdot(\cos 36^0\,52'\,12''+i\sin 36^0\,52'\,12'')$

b) $r=\sqrt{1754}=$ rund 48; $\varphi=180^0-33^0\,18'\,38''=146^0\,41'\,22''$;
$-35+23i=48\cdot(\cos 146^0\,41'\,22''+i\cdot\sin 146^0\,41'\,22'')$

c) $r=\sqrt{324}=18$; $\varphi=360^0-39^0\,31'\,10''=320^0\,28'\,50''$;
$13-\sqrt{-155}=18\cdot(\cos 320^0\,28'\,50''+i\sin 320^0\,28'\,50'')$

d) $r=\sqrt{121}=11$; $\varphi=180^0+65^0\,22'\,42''=245^0\,22'\,42''$;
$-\sqrt{21}-10i=11\cdot(\cos 245^0\,22'\,42''+i\sin 245^0\,22'\,42'')$

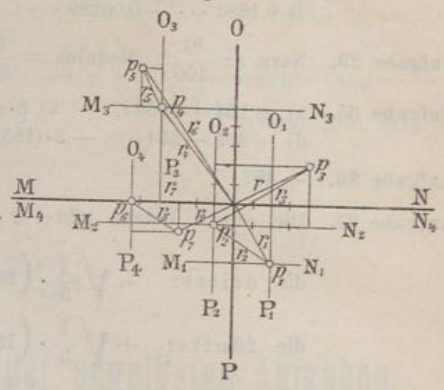
BLB BADISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Baden-Württemberg

4) Das graphische und trigonometrische Rechnen mit imaginären und komplexen Zahlen.

Aufgabe 48. Der die komplexe Zahl $+2-3i$ darstellende Punkt ist p_1, der von $-3+2i$: p_2, der von $+5+3i$: p_3, der von der Summe dieser Komplexen: p_6 (Figur 29).

$$2-3i = r_1\cdot(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)$$
$$= 3{,}6056\cdot(\cos 303^0 41' 23'' + i\sin 303^0 41' 23'')$$
oder:
$$= 3{,}6056\cdot(\cos 56^0 18' 37'' - i\sin 56^0 18' 37'')$$
$$-3+2i = r_2\cdot(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$$
$$= 3{,}6056\cdot(\cos 146^0 18' 36'' + i\sin 146^0 18' 36'')$$
oder:
$$= 3{,}6056\cdot(-\cos 33^0 41' 24'' + i\sin 33^0 41' 24'')$$
$$+5+3i = r_3\cdot(\cos\varphi_3 + i\sin\varphi_3)$$
$$= 5{,}831\cdot(\cos 30^0 57' 51'' + i\sin 30^0 57' 51'')$$
$$(+2-3i)+(-3+2i)+(+5+3i)$$
$$= +4+2i = r\cdot(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$
$$= 4{,}4721\cdot(\cos 26^0 33' 54'' + i\sin 26^0 33' 54'')$$

Figur 29.



Aufgabe 49. (Figur 29.) Der die komplexe Zahl $-4+5i$ darstellende Punkt ist p_4 (bezogen auf $MNOP$); der Punkt von $-(+1-2i)$ oder $-1+2i$ ist p_5 (bezogen auf $M_3N_3O_3P_3$); der Punkt der Differenz ist p_6 (bezogen auf $MNOP$).

$$-4+5i = r_4\cdot(\cos\varphi_4 + i\sin\varphi_4) = 6{,}403\cdot(\cos 128^0 39' 36'' + i\sin 128^0 39' 36'')$$
oder $= 6{,}403\cdot(-\cos 51^0 20' 24'' + i\sin 51^0 20' 24'')$
$$-(+1-2i) = -1+2i = r_5\cdot(\cos\varphi_5 + i\sin\varphi_5)$$
$$= 2{,}2361\cdot(\cos 116^0 33' 56'' + i\sin 116^0 33' 56'')$$
oder $= 2{,}2361\cdot(-\cos 63^0 26' 4'' + i\sin 63^0 26' 4'')$
$$(-4+5i)-(+1-2i) = r_6\cdot(\cos\varphi_6 + i\sin\varphi_6)$$
$$= 8{,}6023\cdot(\cos 125^0 32' 20'' + i\sin 125^0 32' 20'')$$
oder $= 8{,}6023\cdot(-\cos 54^0 27' 40'' + i\sin 54^0 27' 40'')$

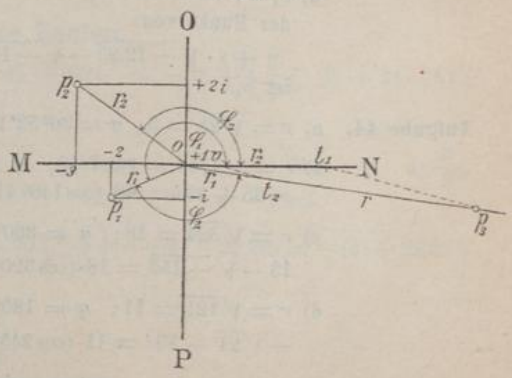
Aufgabe 50. (Figur 29.) Der die reelle Zahl darstellende Punkt ist p_6 (bezogen auf $MNOP$), der von $-(-2{,}5+1{,}5i) = +2{,}5-1{,}5i$ ist p_7 (bezogen auf $M_4N_4O_4P_4$).

$$-5{,}5 = r_7\cdot(\cos\varphi_7 + i\sin\varphi_7) = 5{,}5\cdot(\cos 180^0 + i\sin 180^0)$$
$$= 5{,}5\cdot(-\cos 0^0 + i\sin 0^0)$$
$$-(-2{,}5+1{,}5i) = +2{,}5-1{,}5i = r_8\cdot(\cos\varphi_8 + i\sin\varphi_8)$$
$$= 2{,}916\cdot(\cos 329^0 2' 9'' + i\sin 329^0 2' 9'')$$
oder $= 2{,}916\cdot(\cos 30^0 57' 51'' + i\sin 30^0 57' 51'')$
$$-5{,}5-(-2{,}5+1{,}5i) = -3-1{,}5i = r_9\cdot(\cos\varphi_9 + i\sin\varphi_9)$$
$$= 3{,}354\cdot(\cos 206^0 33' 54'' + i\sin 206^0 33' 54'')$$
oder $= 3{,}354\cdot(\cos 26^0 33' 54'' - i\sin 26^0 33' 54'')$

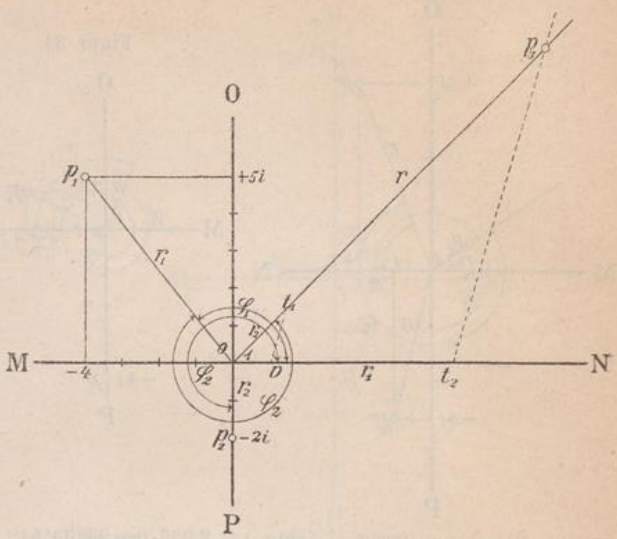
Aufgabe 54.

$$-2-i = 2{,}236\cdot(\cos 206^0 33' 54'' + i\sin 206^0 33' 54'')$$
dargestellt durch p_1 (Figur 30).
$$(-3+2i) = 3{,}6056\cdot(\cos 146^0 18' 36'' + i\sin 146^0 18' 36'')$$
dargestellt durch p_2.
$$(-2-i)\cdot(-3+2i) = 2{,}236\cdot 3{,}6056\cdot(\cos 352^0 52' 30'' + i\sin 352^0 52' 30'')$$
oder auch:
$$= 8{,}06\cdot(\cos 7^0 7' 30'' - i\cdot\sin 7^0 7' 30'')$$
dargestellt durch p_3.

Figur 30.



Figur 31.



Aufgabe 55.

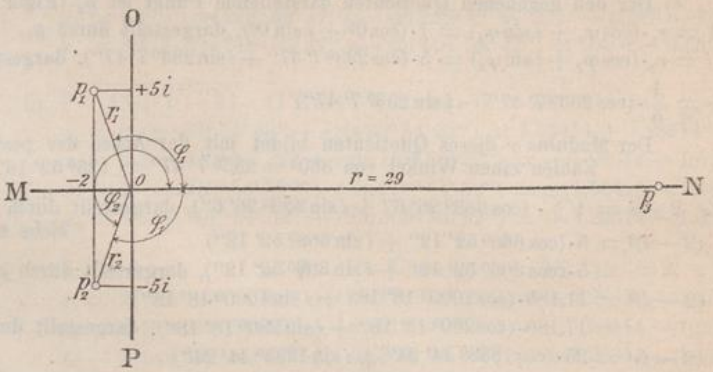
$-4+5i = 6{,}403\cdot$
$(\cos 128^0 39' 36'' + i \sin 128^0 39' 36'')$
dargestellt durch p_1 (Figur 31).

$-2i = 2\cdot(\cos 270^0 + i \sin 270^0)$
dargestellt durch p_2.

$(-4+5i)\cdot(-2i) = 12{,}806\cdot$
$(\cos 398^0 39' 36'' + i \sin 398^0 39' 36'')$
oder auch:
$= 12{,}806\cdot$
$(\cos 38^0 39' 36'' + i \sin 38^0 39'' 36'')$
dargestellt durch p_3.

Aufgabe 56. $-2+5i = 5{,}385\cdot(\cos 111^0 48' 7'' + i \sin 111^0 48' 7'')$, dargestellt durch p_1 (Fig. 32).
$-2-5i = 5{,}385\cdot(\cos 248^0 11' 53'' + i \sin 248^0 11' 53'')$, dargestellt durch p_2,
$(-2+5i)\cdot(-2-5i) = 5{,}385^2\cdot(\cos 360^0 + i \sin 360^0)$
$= 29$, dargestellt durch p_3.

Figur 32.



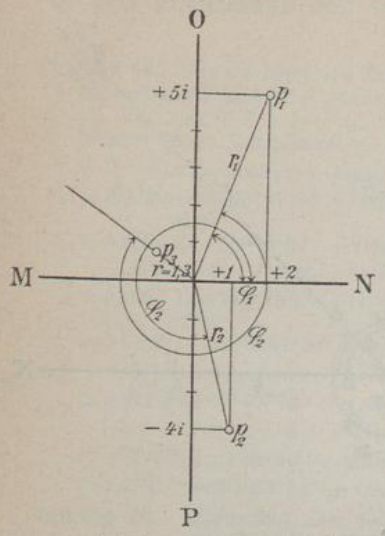
Aufgabe 58. a) Der den gegebenen Quotienten darstellende Punkt ist p_3 (Figur 33, siehe nächste Seite).

$$2+5i = r_1\cdot(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1) = 5{,}385\cdot(\cos 68^0 11' 53'' + i \sin 68^0 11' 53'')$$
$$1-4i = r_2\cdot(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2) = 4{,}123\cdot(\cos 284^0 2' 12'' + i \sin 284^0 2' 12'')$$
$$\frac{2+5i}{1-4i} = \frac{5{,}385}{4{,}123}\cdot[\cos(68^0 11' 53'' - 284^0 2' 12'') + i \sin(68^0 11' 53'' - 284^0 2' 12'')]$$
$$\text{oder} = 1{,}306\cdot(\cos 215^0 50' 19'' - i \sin 215^0 50' 19'')$$

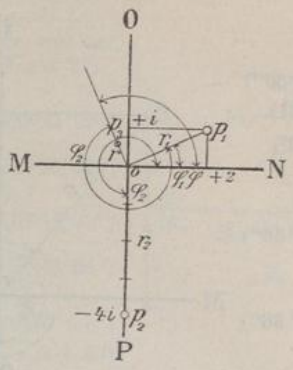
Der Modulus r des Quotienten schliesst mit der Achse der positiven reellen Zahlen einen Winkel von $360^0 - 215^0 50' 19'' = 144^0 9' 41''$ ein.

b) Der den gegebenen Quotienten $\frac{+2+i}{-4i}$ darstellende Punkt ist p_3 (Figur 34, siehe nächste Seite).

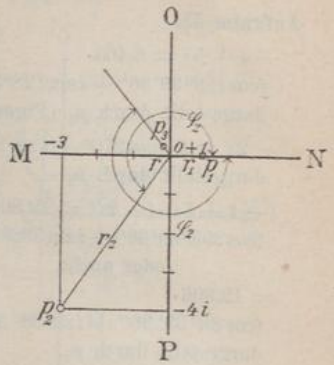
Figur 33.



Figur 34.



Figur 35.



$2+i = r_1 \cdot (\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1) = 2{,}236 \cdot (\cos 26^0\,33'\,54'' + i\sin 26^0\,33'\,54'')$, dargestellt durch p_1.

$-4i = r_2 \cdot (\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2) = 4 \cdot (\cos 270^0 + i\sin 270^0)$, dargestellt durch p_2.

$$\frac{2+i}{-4i} = \frac{2{,}236}{4} \cdot [\cos(26^0\,33'\,54'' - 270^0) + i\sin(26^0\,33'\,54'' - 270^0)]$$

$$= 0{,}559 \cdot (\cos 243^0\,26'\,6'' - i\sin 243^0\,26'\,6'')$$

Der Modulus r dieses Quotienten schliesst mit der Achse der positiven reellen Zahlen einen Winkel von $360^0 - 243^0\,26'\,6'' = 116^0\,33'\,54''$ ein.

c) Der den gegebenen Quotienten darstellende Punkt ist p_3 (Figur 35).

$1 = r_1 \cdot (\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1) = 1 \cdot (\cos 0^0 + i\sin 0^0)$, dargestellt durch p_1.

$-3-4i = r_2 \cdot (\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2) = 5 \cdot (\cos 233^0\,7'\,47'' + i\sin 233^0\,7'\,47'')$, dargestellt durch p_2.

$$\frac{1}{-3-4i} = \frac{1}{5} \cdot (\cos 233^0\,7'\,47'' - i\sin 233^0\,7'\,47'')$$

Der Modulus r dieses Quotienten bildet mit der Achse der positiven reellen Zahlen einen Winkel von $360^0 - 233^0\,7'\,47'' = 126^0\,52'\,13''$.

Aufgabe 62. $2-i = \sqrt{5} \cdot (\cos 333^0\,26'\,6'' + i\sin 333^0\,26'\,6'')$, dargestellt durch p_1 (Figur 36, siehe nebenstehend).

$(2-i)^2 = 5 \cdot (\cos 666^0\,52'\,12'' + i\sin 666^0\,52'\,12'')$
$= 5 \cdot (\cos 306^0\,52'\,12'' + i\sin 306^0\,52'\,12'')$, dargestellt durch p_2.

$(2-i)^3 = 11{,}180 \cdot (\cos 1000^0\,18'\,18'' + i\sin 1000^0\,18'\,18'')$
$= 11{,}180 \cdot (\cos 280^0\,18'\,18'' + i\sin 280^0\,18'\,18'')$, dargestellt durch p_3.

$(2-i)^4 = 25 \cdot (\cos 1333^0\,44'\,24'' + i\sin 1333^0\,44'\,24'')$
$= 25 \cdot (\cos 253^0\,44'\,24'' + i\sin 253^0\,44'\,24'')$, dargestellt durch p_4.

$(2-i)^5 = 55{,}9 \cdot (\cos 1667^0\,10'\,30'' + i\sin 1667^0\,10'\,30'')$
$= 55{,}9 \cdot (\cos 227^0\,10'\,30'' + i\sin 227^0\,10'\,30'')$, dargestellt durch p_5.

Aufgabe 63. $(+1{,}5\,i)^{-1} = \frac{1}{1{,}5} \cdot (\cos 90^0 - i\sin 90^0) = 0{,}667 \cdot (\cos 270^0 + i\sin 270^0)$ dargestellt durch p_2 (Figur 37, siehe nebenstehend).

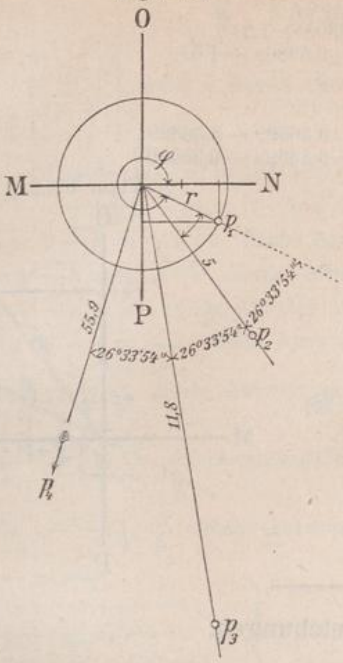
$(+1{,}5\,i)^{-2} = \frac{1}{1{,}5^2} \cdot (\cos 180^0 - i\sin 180^0) = 0{,}444 \cdot (\cos 180^0 + i\sin 180^0)$ dargestellt durch p_3.

$(+1{,}5\,i)^{-3} = \frac{1}{1{,}5^3} \cdot (\cos 270^0 - i\sin 270^0) = 0{,}296 \cdot (\cos 90^0 + i\sin 90^0)$ dargestellt durch p_4.

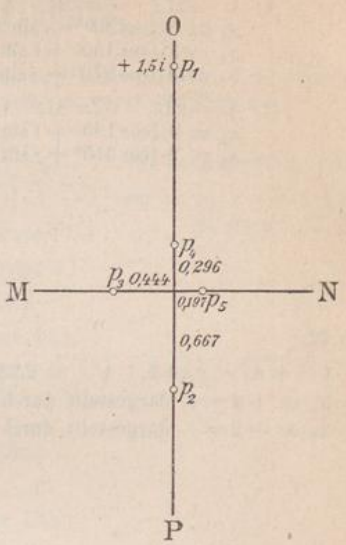
$(+1{,}5\,i)^{-4} = \frac{1}{1{,}5^4} \cdot (\cos 360^0 - i\sin 360^0) = 0{,}197 \cdot (\cos 0^0 + i\sin 0^0)$ dargestellt durch p_5.

BLB BADISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Baden-Württemberg

Figur 36.



Figur 37.



Aufgabe 70. a) $\sqrt[3]{35-23i}$, $r=1754$, $\sqrt[3]{r}=3{,}473$, $\varphi=326^0\,41'\,22''$

$x_1=3{,}473\cdot(\cos 108^0\,53'\,47''+i\sin 108^0\,53'\,47'')=-1{,}125+3{,}286\,i$

$x_2=3{,}473\cdot(\cos 228^0\,53'\,47''+i\sin 228^0\,53'\,47'')=-2{,}283-2{,}617\,i$

$x_3=3{,}473\cdot(\cos 348^0\,53'\,47''+i\sin 348^0\,53'\,47'')=3{,}408-0{,}669\,i$

b) $\sqrt[4]{-15+\sqrt{-31}}$ 1) Erste Lösung: $r=16$, $\sqrt[4]{r}=2$, $\varphi=159^0\,38'\,9''$

$x_1=2\cdot(\cos 39^0\,54'\,32''+i\sin 39^0\,54'\,32'')=1{,}53414+1{,}28314\,i$

$x_2=2\cdot(\cos 129^0\,54'\,32''+i\sin 129^0\,54'\,32'')=-1{,}28314+1{,}53414\,i$

$x_3=2\cdot(\cos 219^0\,54'\,32''+i\sin 219^0\,54'\,32'')=-1{,}53414-1{,}28314\,i$

$x_4=2\cdot(\cos 309^0\,54'\,32''+i\sin 309^0\,54'\,32'')=+1{,}28314-1{,}53414\,i$

2) Zweite Lösung: $r=16$, $\sqrt[4]{r}=2$, $\varphi=339^0\,38'\,9''$

$x_1=2\cdot(\cos 129^0\,54'\,32''+i\sin 129^0\,54'\,32'')=-1{,}28314+1{,}53414\,i$

$x_2=2\cdot(\cos 219^0\,54'\,32''+i\sin 219^0\,54'\,32'')=-1{,}53414-1{,}28314\,i$

$x_3=2\cdot(\cos 309^0\,54'\,32''+i\sin 309^0\,54'\,32'')=+1{,}28314-1{,}53414\,i$

$x_4=2\cdot(\cos 399^0\,54'\,32''+i\sin 399^0\,54'\,32'')$

$=2\cdot(\cos 39^0\,54'\,32''+i\sin 39^0\,54'\,32'')=1{,}53414+1{,}28314\,i$

c) $\sqrt[4]{625}$, $r=625$, $\sqrt[4]{r}=5$

$x_1=5\cdot(\cos 0^0+i\sin 0^0)=+5$, $x_2=5\cdot(\cos 90^0+i\sin 90^0)=+5\,i$

$x_3=5\cdot(\cos 180^0+i\sin 180^0)=-5$, $x_4=5\cdot(\cos 270^0+i\sin 270^0)=-5\,i$

d) $\sqrt[5]{-243}$, $r=243$, $\sqrt[5]{r}=3$

$x_1=3\cdot(\cos 36^0+i\sin 36^0)=2{,}42706+1{,}76337\,i$

$x_2=3\cdot(\cos 108^0+i\sin 108^0)=-0{,}92706+2{,}85318\,i$

$x_3=3\cdot(\cos 180^0+i\sin 180^0)=-3$

$x_4=3\cdot(\cos 252^0+i\sin 252^0)=-0{,}92706-2{,}85318\,i$

$x_5=5\cdot(\cos 324^0+i\sin 324^0)=+2{,}42706-1{,}76337\,i$

BLB BADISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Baden-Württemberg

e) $\sqrt[3]{-27i}$, $r = 27$, $\sqrt[3]{r} = 3$

$x_1 = 3\cdot(\cos 30^0 + i \sin 30^0) = 2{,}59809 + 1{,}5\,i$

$x_2 = 3\cdot(\cos 150^0 + i \sin 150^0) = -2{,}59809 + 1{,}5\,i$

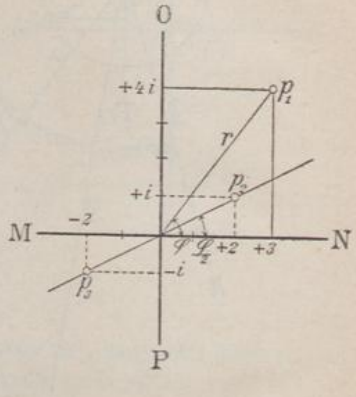
$x_3 = 3\cdot(\cos 270^0 + i \sin 270^0) = -3\,i$

f) $\sqrt{-81i}$, $r = 81$, $\sqrt{r} = 9$

$x_1 = 9\cdot(\cos 135^0 + i \sin 135^0) = -6{,}36399 + 6{,}36399\,i$

$x_2 = 9\cdot(\cos 315^0 + i \sin 315^0) = +6{,}36399 - 6{,}36399\,i$

Figur 38.



Aufgabe 72.

$\sqrt{3+4i}$, $r = 5$, $\sqrt{r} = 2{,}236$

$x_1 = +2 + i$, dargestellt durch p_2 (Figur 38).

$x_2 = -2 - i$, dargestellt durch p_3.

5) Binomische Gleichungen.

Aufgabe 74. a) $x_1 = +i$, $x_2 = -i$

b) $x_1 = +1$, $x_2 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} i\sqrt{3}$, $x_3 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} i\sqrt{3}$

c) $x_1 = \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2} i\sqrt{2}$, $x_2 = -\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2} i\sqrt{2}$

$x_3 = \frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2} i\sqrt{2}$, $x_4 = -\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2} i\sqrt{2}$

d) $x_1 = 1$, $x_2 = 0{,}30902 + 0{,}95106\,i$, $x_3 = -0{,}80902 + 0{,}58779\,i$

$x_4 = 0{,}30902 - 0{,}95106\,i$, $x_5 = -0{,}80902 - 0{,}58779\,i$

6) Darstellung von $\sin^n\varphi$ und $\cos^n\varphi$ durch $\sin n\varphi$ und $\cos n\varphi$.

Aufgabe 79. a) $\cos^3\varphi = \frac{1}{4}\cdot(\cos 3\varphi + 3\cos\varphi)$

b) $\cos^4\varphi = \frac{1}{8}\cdot(\cos 4\varphi + 4\cos 2\varphi + 3)$

c) $\sin^5\varphi = \frac{1}{16}\cdot(\sin 5\varphi + 5\sin 3\varphi + 10\sin\varphi)$

d) $\sin^6\varphi = \frac{1}{32}\cdot(-\cos 6\varphi + 6\cos 4\varphi - 15\cos 2\varphi + 10)$

Aufgabe 80. a) $\cos^3 40^0 = 0{,}44953$, b) $\cos^4 40^0 = 0{,}344364$, c) $\sin^5 20^0 = 0{,}0047$

d) $\sin^6 20^0 = 0{,}0016$

7) Darstellung von $\sin n\varphi$ und $\cos n\varphi$ durch $\sin^n\varphi$ und $\cos^n\varphi$.

Aufgabe 85. a) $\sin 3\varphi = 3\cdot\cos^2\varphi\cdot\sin\varphi - \sin^3\varphi$

b) $\sin 4\varphi = 4\cdot\cos^3\varphi\cdot\sin\varphi - 4\cdot\cos\varphi\cdot\sin^3\varphi$

c) $\cos 5\varphi = \cos^5\varphi - 10\cdot\cos^3\varphi\cdot\sin^2\varphi + 5\cdot\cos\varphi\cdot\sin^4\varphi$

d) $\cos 6\varphi = \cos^6\varphi - 15\cdot\cos^4\varphi\cdot\sin^2\varphi + 15\cdot\cos^2\varphi\cdot\sin^4\varphi - \sin^6\varphi$

Aufgabe 86. a) $\sin 3\varphi = \sin 60^0 = 0{,}86603$, b) $\sin 4\varphi = \sin 80^0 = 0{,}98441$

c) $\cos 5\varphi = \cos 275^0 = 0{,}08716$, d) $\cos 6\varphi = \cos 330^0 = 0{,}86603$

BLB BADISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Baden-Württemberg