

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Reine Mathematik

Lorenz, Johann Friedrich

Leipzig, 1811

6. Vom Kegel

[urn:nbn:de:bsz:31-101174](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-101174)

cher Höhe, wie das Rectangel der Röhre BEEC zu zu dem Quadrate, dessen Seite OM der Halbmesser der Grundfläche des Cylinders ist.

Bew. Da $BD : EG = KB^2 : KE^2$, §. 303, so ist $BD - EG : EG = KB^2 - KE^2 : KE^2$ (Ar. §. 373.). Nun ist $BD - EG = AEFD$, §. 508. und $KB^2 - KE^2 = BEEC$, §. 510. Folglich ist $AEFD : EG = BEEC : KE^2$. Nun ist $EG : MR = KE^2 : OM^2$, §. 507. Folglich ist $AEFD : MR = BEEC : OM^2$ (Ar. §. 380.).

6. Vom Kegel.

§. 512. Lehrs. (Fig. 192.) Ein Kegel *conus*, ist der körperliche Raum zwischen einem Kreise (der Grundfläche) und zwischen einer dergestalt gekrümmten Oberfläche, daß jede von einem außerhalb der Grundfläche befindlichen Punkte A (der Spitze) nach einem willkürlichen Punkte R im Umringe der Grundfläche gezogene gerade Linie AR (die Seite) ganz in dieselbe fällt.

Die von der Spitze nach der Grundfläche Mittelpunkt gezogene Linie AC heißt die Ase des Kegels. Die Höhe des Kegels ist der Abstand der Spitze von der Grundfläche.

§. 513. Erkl. Ein Kegel heißt senkrecht, wenn die Ase auf der Grundfläche senkrecht ist, sonst aber schief.

§. 514. Zus. 1. (Fig. 192.) Der Schnitt eines jeden Kegels durch die Ase AC ist ein Triangel, z. E. ABD, dessen Grundlinie der Durchmesser der Grundfläche, und dessen Schenkel zwei gegenüber stehende Seiten des Kegels sind.

§. 515. Zus. 2. Ein senkrechter Kegel hat lauter gleiche

die Seitenlinien, und heißt gleichseitig, alle andere heißen ungleichseitig.

§ 516. Anm. Nach dem Euklid entsteht der Kegel, wenn sich ein rechtwinkliger Triangel um seinen unverrückten Perpendikel rings umdrehet; dies giebt aber blos den senkrechten Kegel.

§ 517. Erkl. Zwey Kegel heißen ähnlich, wenn die Axen ähnliche Neigungen gegen die Grundflächen, und einerley Verhältniß gegen die Durchmesser der Grundflächen haben.

§ 518. Lehrs. (Fig. 192.) Ein Kegel wird bestimmt, wenn man außerhalb der Ebene eines Kreises um C einen Punkt A annimmt, daß die Linie AC einen gewissen Winkel mit solcher Ebene macht.

Bew. Geht durch A und des Kreises Umring eine gekrümmte Oberfläche, in welche jede Linie wie AR fällt, so ist der kegelförmige Raum nunmehr völlig eingeschlossen, und giebt einen bestimmten Kegel.

§ 519. Lehrs. (Fig. 192.) Jeder mit der Grundfläche des Kegels parallel geführte Schnitt ist ein Kreis, dessen Mittelpunkt E in der Axe AC ist.

Bew. Die Ebenen ACB, ACR u. s. w. schneiden die parallelen Ebenen des Durchschnits und der Grundfläche in den parallelen Linien EF, CB, und EK, CR, §. 406. Folglich ist $AC:AE=CB:EF=CR:EK$, §. 243. Nun ist $CB=CR$, folglich ist auch $EF=EK$, §. 229. Demnach sind F, K, und so auch alle übrige Punkte der Durchschnitsfigur im Umfange eines Kreises, der den Punkt der Axe E zum Mittelpunkte und $EF=EK$ zum Halbmesser hat. §. 153.

§ 520. Zus. Demnach verhält sich der Schnitt des Kegels zur parallelen Grundfläche wie $EF^2:CB^2$ §. 303. $= AF^2:AB^2 = AE^2:AC^2 = AN^2:AM^2$, wo ANM die Höhe bedeutet, wenn der Kegel schief wäre.

§. 521.

§. 521. Erkl. (Fig. 193.) In dem schiefen Ke gel $ABCD$ sey $\triangle ABD$ ein Schnitt durch die Ares. 514, und in dessen Ebene durch einen willkürlichen Punkt E der Seite AB die Linie EF so gezogen, daß $AEF = ADB$, folglich auch $AFE = ABD$ ist; auch auf dieser Linie EF eine Ebene senkrecht auf ABD gestellt, welche des Kegels Oberfläche in ELF schneidet, so heißt ein solcher Schnitt des schiefen Kegels sein Wechselschnitt, *lectio alterna* seu *subcontraria*.

§. 522. Lehrf. (Fig. 293.) Jeder Wechselschnitt des schiefen Kegels ist ein Kreis.

Bew. Durch einen willkürlichen Punkt G der Linie EF gehe ein Schnitt mit BCD parallel, und gebe daher einen Kreis HKL , §. 519, der den Wechselschnitt in GL schneidet, so ist GL auf EF sowohl als auf HK senkrecht, §. 415, folglich $HG : GL = GL : GK$, §. 283. Nun ist $KFG = EBD = EHG$, und bey G Scheitelwinkel. Folglich ist $GE : HG = GK : GF$, §. 257, folglich $GE : GL = GL : GF$, (Ar. §. 380.) folglich ELF ein Kreis, §. 264. 283.

§. 523. Lehrf. (Fig. 190.) Ein Ke gel und eine Pyramide von gleichen Höhen verhalten sich wie ihre Grundflächen.

Bew. Ist dem in §. 506. völlig ähnlich. Nämlich der Ke gel K habe zur Grundfläche den Kreis k die Pyramide P aber irgend eine geradlinige Figur p , so wird behauptet, daß $P : K = p : k$. Denn man setze $P : K = p : z$, so kann z weder $<$ noch $>$ k seyn, und ist folglich $= k$.

1. Es sey $z < k$. In den Kreis k beschreibe man ein reguläres Polygon q oder $abcde > z$, §. 300. Von der Spitze des Kegels ziehe man gerade Linien nach allen Win-

fel.

felpunkten des Polygons, so wird eine Pyramide Q in den Kegel beschrieben, deren Grundfläche q ist, da dann $Q:P=q:p$, §. 468. Nun ist angenommen $P:K=p:z$, folglich wäre $Q:K=q:z$ (Ar. §. 380) Nun ist $q > z$, folglich wäre $Q > K$, welches unmöglich ist.

2. Es sey $z > K$. Um den Kreis beschreibe man ein reguläres Polygon r oder ABCDE < z, §. 301. Von der Spitze des Kegels ziehe man gerade Linien nach allen Winkelpunkten des Polygons, so ist eine Pyramide R um den Kegel beschrieben, deren Grundfläche r ist, da dann $R:P=r:p$ §. 468. Nun ist angenommen $P:K=p:z$. Folglich wäre $R:K=r:z$ (Ar. §. 380) Nun ist $r < z$, folglich wäre $R < K$, welches unmöglich ist.

§. 524 Zus. Ein Kegel ist einer Pyramide gleich, die mit ihm gleiche Höhe und Grundfläche hat. Daher verhalten sich Kegel von gleichen Höhen wie ihre Grundflächen, §. 492, und sind gleich, wenn bey gleichen Höhen auch ihre Grundflächen gleich sind. Ueberhaupt gelten alle Verhältnisse, die von Pyramiden §. 456. bewiesen worden, auch von Kegeln. Als

1. Bey gleichen Kegeln sind die Grundflächen in umgekehrter Verhältniß der Höhen.

2. Kegel auf gleichen Grundflächen verhalten sich wie die Höhen.

3. Kegel sind in zusammengesetzter Verhältniß ihrer Grundflächen und Höhen.

4. Aehnliche Kegel verhalten sich wie die Würfel ihrer Höhen oder der Durchmesser ihrer Grundflächen.

5. Ein Cylinder ist drey mal so groß als ein Kegel, der mit ihm gleiche Grundfläche und Höhe hat, §. 507.

7. Von