

# **Badische Landesbibliothek Karlsruhe**

**Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe**

## **Reine Mathematik**

**Lorenz, Johann Friedrich**

**Leipzig, 1811**

6. Rectification der krummen Linien

[urn:nbn:de:bsz:31-101174](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-101174)

kann. Hiedurch ist  $\frac{y^2}{2a} = u$ , folglich  $y^2 = 2au$ , d. i. die gesuchte Linie einer Parabel, deren Parameter  $= 2a$  ist.

§. 387. Zus. Schon §. 331. ist gefunden, daß bey der Parabel die Subnormale unveränderlich sey. Aber hier zeigt es sich, daß blos die Parabel diese Eigenschaft haben könne, weil das gefundene allgemeine Integral allemal die Parabel giebt. Demnach kann man mittelst der umgekehrten Methode der Tangenten versuchen, welche von den durch die gerade Methode gefundenen Sätzen sich umkehren lassen.

## 6. Rectification der krummen Linien.

§. 388. Aufg. (Fig. 236.) Das Differential des Bogens CM einer krummen Linie zu finden.

Auflös. Der Bogen CM heiße  $s$ , und wachse um  $MN = \Delta s$ . Da nun offenbar der Bogen  $MN$  als die Sehne  $MN$ , aber diese Sehne  $MN = \sqrt{(MS^2 + NS^2)}$  ist: so ist  $\frac{\Delta s}{\sqrt{(MS^2 + NS^2)}} > 1$ . Setzt man diesen Quotienten  $= 1 + p$ : so kann  $NQ$  unendlich nahe an  $PM$  rücken, folglich  $p$  kleiner als jede endliche Größe werden, da dann  $\frac{ds}{\sqrt{(dx^2 + dy^2)}} = 1$ , folglich  $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$  wird. (Vergl. Bew. §. 349.)

§. 389. Aufg. Jede krumme Linie zu rectificiren, d. i. ihre Länge  $s$  zu finden.

Auflös. Aus der gegebenen Gleichung der krummen Linie drücke man  $\sqrt{(dx^2 + dy^2)}$  entweder durch  $x$ ,  $dx$ , oder durch  $y$ ,  $dy$  aus, und integrire: so erhält man  $s$ . §. 388.

Do 3

§. 390.

§. 390. Aufg. Die Neilische Parabel, für welche  $y^3 = ax^2$  ist, zu rectificiren.

Auflös. Setzt man  $a = 1$ : so ist  $y^{\frac{3}{2}} = x$ , folglich  $\frac{3}{2}y^{\frac{1}{2}}dy = dx$ , also  $\frac{2}{3}y dy^2 = dx^2$ ; folglich aus §. 388.  $ds = \sqrt{\frac{2}{3}y dy^2 + dy^2} = dy \cdot \sqrt{1 + \frac{2}{3}y}$ .

Dies zu integriren, setze man  $1 + \frac{2}{3}y = z$ , folglich  $\frac{2}{3}dy = dz$ , oder  $dy = \frac{3}{2}dz$ ; wodurch obige Gleichung sich verwandelt in  $ds = \frac{3}{2}z^{\frac{1}{2}}dz$ . Folglich ist  $s = \frac{4}{5}z^{\frac{5}{2}} : \frac{2}{3} + C = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot (1 + \frac{2}{3}y)^{\frac{5}{2}} + C$ .

Um  $C$  zu finden, setze man  $y = 0$ , wofür  $s = 0$  ist, folglich  $0 = \frac{8}{15} + C$ , oder  $C = -\frac{8}{15}$ . Hierdurch wird das vollständige Integral  $s = \frac{8}{15}(1 + \frac{2}{3}y)^{\frac{5}{2}} - \frac{8}{15}$ .

§. 391. Anm. Wegen der Integralrechnung ist hier §. 343 zu wiederholen, auch noch mit §. 347. Anm. 2. zu vergleichen.

Nach.