Jak. Frid. Malers weil. Hochfürstl. Markgräfl. Bad. Kirchenraths und Rectors des Gymnasii Jllustris Algebra zum Gebrauch hoher und niederer Schulen

Maler, Jakob Friedrich

Carlsruhe, 1821

Aufgabe 91

urn:nbn:de:bsz:31-266447

kommen; denn kein Stück Metall kann negativ eingeschmolzen werden.

Es sey im 1sten Klumpen n Gold, m Silber, r Kupfer;
im 2ten — a Gold, b Silber, c Kupfer;
im 3ten — v Gold, s Silber, k Kupfer;
im erst zu mischenden Klumpen soll seyn p Gold, q Silber, w Kupfer: so ist, wenn man in der Auflösung $bn - am = l$ und $cm - br = t$ setzt,

$$Z = \frac{(mw - qr)\, l - (nq - mp)\, t}{(mv - ns)\, t - (rs - km)\, l}$$

Diese Formel auf die Aufgabe des §. 302. angewendet, gibt $Z = \frac{-264}{-1320} = \frac{1}{5}$, indem ja — in — dividirt einen positiven Quotienten gibt. Dieser Werth von Z in der ersten für y gefundenen Formel, $y = \frac{nq - nsz - mp + mvz}{bn - am}$, substituirt, gibt $y = \frac{1}{3}$, und diese beyden Werthe von Z und y in $x = \frac{p - ay - vz}{n}$ gesetzt, gibt $x = \frac{1}{2}$

Aufgabe 91.

§. 304.

Es kauft jemand 10 Malter Kernen, 6 Malter Roggen und 4 Malter Gersten für 96 fl. Deßgleichen 12 Malter Kernen, 3 Malter Roggen, 7 Malter Gersten für 105 fl. und 13 Malter Kernen, 19 Malter Roggen, 2 Malter Gersten für 160 fl. Wie viel galt jedes Malter?

Auflösung.

Wenn das Malter Kernen galt $= x$; Roggen $= y$ und Gersten $= z$; so ist

$$10x + 6y + 4z = 96 \qquad\qquad 12x + 3y + 7z = 105$$

$$\text{I)}\ x = \frac{96 - 6y - 4z}{10} \qquad\qquad \text{II)}\ x = \frac{105 - 3y - 7z}{12}$$

$$13x + 19y + 2z = 160$$

$$\text{III)}\ x = \frac{160 - 19y - 2z}{13}$$

Folglich $\frac{96-6y-4z}{10} = \frac{105 - 3y - 7z}{12}$ (nach I. und II.)

$$1152 - 72y - 48z = 1050 - 30y - 70z$$

$$102 + 22z = 42y$$

$\frac{17}{7} + \frac{11z}{21} = y$. Und da ferner

$\frac{96 - 6y - 4z}{10} = \frac{160 - 19y - 2z}{13}$ (nach I. und III.)

$$1248 - 78y - 52z = 1600 - 190y - 20z$$

$$112y = 352 + 32z$$

$$14y = 44 + 4z$$

$$y = \frac{22}{7} + \frac{2z}{7}$$

Folglich $\frac{22}{7} + \frac{2z}{7} = \frac{17}{7} + \frac{11z}{21} \left(- \frac{17}{7}\right)$

$$\frac{5}{7} + \frac{2z}{7} = \frac{11z}{21} \left(- \frac{6z}{21}\right)$$

$$\frac{5}{7} = \frac{5z}{21}$$

$$\frac{1}{7} = \frac{z}{21}$$

$$3 = z$$

Der Werth von z in $y = \frac{2z}{7} + \frac{22}{7}$ substituirt gibt $= y = \frac{22}{7} + \frac{6}{7} = \frac{28}{7} = 4$; und der Werth von y und z in x $= \frac{96-6v-4z}{10}$ substituirt gibt $\frac{96-24-12}{10} = \frac{60}{10} = 6$, wovon die Prüfung leicht anzustellen ist.

1) 10 Malter Kernen zu 6 fl. = 60 fl.
6 — — Roggen zu 4 fl. = 24 —
4 — — Gersten zu 3 fl. = 12 —
96 fl.

2) 12 Malter Kernen zu 6 fl. = 72 fl.
3 — — Roggen zu 4 fl. = 12 —
7 — — Gersten zu 3 fl. = 21 —
105 fl.

3) 13 Malter Kernen zu 6 fl. = 78 fl.
19 — — Roggen zu 4 fl. = 76 —
2 — — Gersten zu 3 fl. = 6 —
160 fl.

§. 305.

Es werden gekauft

1) a Kernen + b Roggen + c Gersten für d;
2) e — — + f — — + g — — h;
3) i — — + k — — + l — — m;

so ist Z oder Preis von 1 Gersten

$$= \frac{(am - di)\,n - (ah - de)\,q}{(ec - ag)\,q - (ic - al)\,n}$$

in welcher Formel $n = af - eb$ und $q = ak - ib$. Auf die specielle Aufgabe des vorigen §. angewendet, gibt sie

$$Z = \frac{-3360}{-1120} = 3.$$

Dieser Werth von Z in der ersten, für y gefundenen Formel $y = \frac{ah - de + (ec - ag)Z}{af - eb}$, substituirt, gibt $y = 4$, und die beyden Werthe von z und y in $x = \frac{d - by - cz}{a}$ gesetzt, gibt $x = 6$. Es seye alles, wie in der Aufgabe des §. 304 nur d seye $= 100$, $h = 110$ und $m = 170$; so ist $z = y = x = 5$.

Anmerkung.

§. 306.

Nach allem bisher Vorgetragenen erwartet der Leser jetzo die Lehre von den unbestimmten Aufgaben und höhern Gleichungen. Wir geben, der Absicht dieses Werkchens gemäß, wenigstens etwas von den erstern.

Aufgabe 92.

§. 307.

Es sollen 6 Gulden in 7 und 17 Kreuzerstücken bezahlt werden, daß es gerade aufgeht. Wie viel muß man von jeder Sorte haben?

Auflösung.

Man nehme von den 7 Kreutzerstücken $= x$; von den 17 Kreutzerstücken $= y$; so ist

$$7x + 17y = 360$$

$$7x = 360 - 17y$$

$$x = 51\tfrac{3}{7} - 2\tfrac{3}{7}y$$

Folglich muß y so angenommen werden, daß, wenn es mit $\tfrac{3}{7}$ multiplicirt wird, entweder $\tfrac{3}{7}$ selbst, oder eine vermischte Zahl herauskomme, deren Bruch $\tfrac{3}{7}$ ist, es $\tfrac{3}{7}$ ausmache, damit das bey 51 stehende $\tfrac{3}{7}$ durch subtrahiren aufgehe, und folglich x eine ganze Zahl werde.

Nun sey $y = 1$, so ist $y \times \tfrac{3}{7}$ . . $= \tfrac{3}{7}$
$= 2$ . . . . $= \tfrac{6}{7}$
$= 3$ . . . . $= 1\tfrac{2}{7}$
$= 4$ . . . . $= 1\tfrac{5}{7}$
$= 5$ . . . . $= 2\tfrac{1}{7}$
$= 6$ . . . . $= 2\tfrac{4}{7}$
$= 7$ . . . . $= 3$
$= 8$ . . . . $= 3\tfrac{3}{7}$

Es kann also $y = 1$ oder $= 8$ seyn. Im ersten Fall ist $x = 51\tfrac{3}{7} - 2\tfrac{3}{7} = 49$. Im andern Fall ist $x = 51\tfrac{3}{7} - (2\tfrac{3}{7} \times 8) = 51\tfrac{3}{7} - 19\tfrac{3}{7} = 32$.