# Jak. Frid. Malers weil. Hochfürstl. Markgräfl. Bad. Kirchenraths und Rectors des Gymnasii Jllustris Algebra zum Gebrauch hoher und niederer Schulen

Maler, Jakob Friedrich

Carlsruhe, 1821

Aufgabe 84

urn:nbn:de:bsz:31-266447

sind zwey Punkte; auf der zweyten drey; rc. daher ist die Seiten-Zahl jederzeit um 1 mehr, als die Zahl der Glieder. Wenn daher die Seiten-Zahl = n, so ist die Zahl der Glieder von der Progression = n — 1.

### Zusatz 3.

§. 269.

Wenn man also diese Progression (§. 267. und 268.) summirt, und 1 addirt, so hat man die volle Polygonal-Zahl.

### Aufgabe 84.

§. 270.

**Aus der gegebenen Winkel- und Seiten-Zahl die Polygonal-Zahl mit dem Centrum zu finden.**

### Auflösung.

Es seye die Polygonal-Zahl $= x$

Die Zahl der Winkel $= a$

Die Zahl der Seite . $= n$

So ist das erste Glied . $= a$

Die Differenz . . . $= a$ (§. 267.)

Die Zahl der Glieder $= n - 1$ (§. 268.)

Das letzte Glied . . $= a + a(n - 1) - a =$
$a(n - 1) = an - a.$

Summe des ersten und letzten $= an$

Summe der Progression . $= \frac{an(n-1)}{2}$ (§. 187.)

Folglich die Polygonal-Zahl $= x = \frac{a(n^2-n)}{2} + 1$ (§. 269.)

Es seye
$a = 3$
$n = 5$; so ist $x = 31$.

Oder $a = 8$
$n = 6$; so ist $x = 121$.

### Zusatz 1.

§. 271.

Hieraus folgt die Formel für die volle

Tr. Z. (wenn $n = 3$) $= \frac{3(n-1)n}{2} + 1 = \frac{3(3-1)3}{2} + 1 = 10.$

$$\text{Q.Z. (wenn } n = 4) = \frac{4(n-1)n}{2} + 1 = \frac{4(4-1)4}{2} + 1 = 25.$$

$$\text{P.Z. (wenn } n = 5) = \frac{5(n-1)n}{2} + 1 = \frac{5(5-1)5}{2} + 1 = 51.$$

$$\text{H.Z. (wenn } n = 6) = \frac{6(n-1)n}{2} + 1 = \frac{6(6-1)6}{2} + 1 = 91.$$

$$\text{Hpt.Z. (wenn } n = 7) = \frac{7(n-1)n}{2} + 1 = \frac{7(7-1)7}{2} + 1 = 148.$$

$$\text{Oct.Z. (wenn } n = 8) = \frac{8(n-1)n}{2} + 1 = \frac{8(8-1)8}{2} + 1 = 225.$$

$$\text{E.Z. (wenn } n = 9) = \frac{9(n-1)9}{2} + 1 = \frac{9(9-1)9}{2} + 1 = 325.$$

$$\text{D.Z. (wenn } n = 10) = \frac{10(n-1)n}{2} + 1 = \frac{10(10-1)10}{2} + 1 = 451.$$

ꝛc. ꝛc.

## Zusatz 2.

§. 272.

Man setze die (§. 270.) x genannte Polygonal-Zahl hier $= p$, und die dort a genannte Winkel-Zahl hier $= x$; so ist, weil dort $x = \frac{an(n-1)}{2} + 1$ war, hier

$$p = \frac{nx(n-1)}{2} + 1$$

$$2p = nx(n-1) + 2$$

$$2p - 2 = nx(n-1)$$

$$\frac{2p-2}{n(n-1)} = x$$

Es seye $p = 51$; $n = 5$; so ist x, oder die Winkel-Zahl $= \frac{2 \cdot 51 - 2}{5 \cdot 4} = \frac{100}{20} = 5.$

## Zusatz 3.

§. 273.

Man setze die Seitenzahl, welche (§. 270.) n hieß, hier $= x$; so ist, nach dortiger Formel $x = \frac{an(n-1)}{2} + 1$, hier

$$p = ax \times \frac{x-1}{2} + 1$$

$$p - 1 = ax \times \frac{x-1}{2}$$

$$\frac{2(p-1)}{a} = x^2 - x$$

$$\frac{2(p-1)}{a} + \tfrac{1}{4} = x^2 - x + \tfrac{1}{4} \text{ (§. 151.)}$$

$$\pm\sqrt{\left(\frac{2(p-1)}{a} + \tfrac{1}{4}\right)} = x - \tfrac{1}{2}$$

$$\tfrac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2(p-1)}{a} + \tfrac{1}{4}\right)} = x$$

Ist nun $p = 91$

$a = 6$; so ist x, oder die Seitenzahl =

$= \tfrac{1}{2} + \sqrt{\left(\frac{2(91-1)}{6} + \tfrac{1}{4}\right)} = \tfrac{1}{2} + \sqrt{30\tfrac{1}{4}} =$

$= \tfrac{1}{2} + \sqrt{\frac{121}{4}} = \tfrac{1}{2} + {}^{11}\!/_{2} = {}^{12}\!/_{2} = 6$

## Zusatz 4.

§. 274.

Weil die Formel $\tfrac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2(p-1)}{a} + \right)\tfrac{1}{4}} = \tfrac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8p-8+a}{4a}\right)} = \tfrac{1}{2} \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{8p-8+a}{a}\right)}$; so ist

Die Seite der vollen Trigonal Z. $\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{8p-5}{3}\right)}$

. . . . . Quadr. Z. $\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{8p-4}{4}\right)} = \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{2p-1}$

. . . . . Pentag. Z. $\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{8p-3}{5}\right)}$

. . . . . Hexag. Z. $\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{8p-2}{6}\right)} = \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{4p-1}{3}\right)}$

. . . . . Heptag. Z. $\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{8p-1}{7}\right)}$

. . . . Oktag. Z. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{8p-0}{8}\right)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{p}$

. . . . Enneag. Z. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{8p+1}{9}\right)}$

. . . . Dekag. Z. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{8p+2}{10}\right)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{4p+1}{5}\right)}$

Es seye die Dekag. Z. $p = 451$; so ist $x$ oder die Seitenzahl $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{4\,.\,451 + 1}{5}\right)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1805}{5}\right)} =$
$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{361} = \frac{1}{2} + \frac{19}{2} = 10.$

## Zusatz 5.

§. 275.

Will man also von einer Zahl wissen, ob sie eine von den vollen Polygonal-Zahlen sey; so darf man sie nur nach und nach in diesen Formeln in die Stelle von $p$ setzen, und sehen, ob sich die Wurzel ohne Rest ausziehen lasse. Kann's geschehen, so gehört sie darunter; wo nicht, so ist sie auch keine volle Polygonal-Zahl. Man setze z. B. 61, in die Trigonal-Formel, wo unter dem Wurzelzeichen steht $\frac{8p - 5}{3}$, so käme $\frac{8 \times 61 - 5}{3} = \frac{483}{3} = 161$, welche Zahl kein vollkommenes Quadrat ist. Wird aber 61 in die Hexagonal-Formel gesetzt, so ist $\frac{4 \times 61 - 1}{3} = \frac{243}{3} = 81$, und hiervon ist die $\sqrt{}$ rational. Daher ist 61 zwar keine Trigonal- wohl aber eine Hexagonal-Zahl.

## Aufgabe 85.

§. 276.

Die Summe von Quadrat-, Kubik-Zahlen rc. zu finden, deren Wurzeln in natürlicher Ordnung der Zahlen fortgehen.

## Auflösung.

Es seye diejenige Zahl, wie weit von 1 an die Summirung geschehen soll $= n$.