Jak. Frid. Malers weil. Hochfürstl. Markgräfl. Bad. Kirchenraths und Rectors des Gymnasii Jllustris Algebra zum Gebrauch hoher und niederer Schulen

Maler, Jakob Friedrich

Carlsruhe, 1821

Aufgabe 81

urn:nbn:de:bsz:31-266447

Auflösung.

Das Kapital sey $= a$; der Zins $= \frac{n}{m}$, die Jahre $= r$.

Mit Verfluß des 1sten Jahres hat man $a + \frac{an}{m} = \frac{a[m+n]}{m}$. Sieht man dieß wieder als ein Kapital an, so wird nach der Regel de Tri geschlossen: a gibt $\frac{a(m+n)}{m}$, was gibt $\frac{a(m+n)}{m}$? welches $\frac{a(m+n)^2}{m^2}$ für's 3te Jahr gibt. Daher für r Jahre: $\frac{a(m+n)^r}{m^r}$ ꝛc.

Es seye z. B. $a = 6000$ fl; $\frac{n}{m} = 1/20$; $r = 4$; so ist: $\frac{6000 \times 21^4}{20^4} = \frac{6000 \times 194481}{160000} = \frac{6 \times 194481}{160} = \frac{3 \times 194481}{80} = \frac{583443}{80} = 7293$ fl. 2 ¼ kr. Praktische Erleichterungen dieser Berechnungen siehe in Wucherers Beyträgen zum allgemeinern Gebrauch der Decimal-Brüche. Carlsruhe 1795. 8vo.

Aufgabe 81.

§. 244.

Einer gibt jährlich von seinem Vermögen eine gewisse Summe aus, erwirbt mit dem übrigen jährlich einen gewissen Theil davon, z. B. ⅛; ¼; ⅗ ꝛc.; nach Verfluß gewisser Jahre hat er noch etlichemal so viel als anfänglich. Wie groß war sein Vermögen?

Auflösung.

Er soll anfänglich gehabt haben . . . $= x$
Gibt jährlich aus . . . . $= c$
Erwirbt mit dem Rest . . . . $= \frac{n}{m}$
Und zwar in . . . . $= r$ Jahren
Das Vermögen soll vermehrt worden seyn $= p$ mal

Wenn er gleich im Anfange des 1sten Jahres c ausgibt, so hat er noch x — c; und am Ende dieses Jahres x — c $+ \frac{n(x-c)}{m}$. Es soll also zu x — c ein Bruch hiervon, nämlich $\frac{n(x-c)}{m}$ addirt werden. Dieß ist eben so viel, als ob $x - c$ mit $1 + \frac{n}{m} = \frac{m+n}{m}$ multiplicirt würde, und gibt mithin $\frac{(x-c).(m+n)}{m} = \frac{(m+n)x}{m} - \frac{(m+n)c}{m}$. Im Anfange des 2ten Jahres gibt er wieder aus c; hat also noch $\frac{[m+n]x}{m} - \frac{[m+n]c}{m} - c$. Hiezu gewinnt er $\frac{n}{m}$ davon, welches, wie erst erwiesen wurde, eben so viel ist, als ob es mit $\frac{m+n}{m}$ multiplicirt würde; folglich $= \frac{x[m+n]^2}{m^2} - \frac{c[m+n]^2}{m^2} - \frac{c[m+n]}{m}$. Wird wieder c ausgegeben, so ists: $\frac{x[m+n]^2}{m^2} - \frac{c[m+n]^2}{m^2} - \frac{c[m+n]}{m} - c$; und wieder $\frac{n}{m}$ davon addirt, oder, wie erwiesen wurde, mit $\frac{m+n}{m}$ multiplicirt, so ist's $\frac{x[m+n]^3}{m^3} - \frac{c[m+n]^3}{m^3} - \frac{c[m+n]^2}{m^2} - \frac{c[m+n]}{m}$. Daher ist's endlich in r Jahren $= \frac{x(m+n)^r}{m^r} - \frac{c(m+n)^r}{m^r} - \frac{c(m+n)^{r-1}}{m^{r-1}} - \frac{c(m+n)^{r-2}}{m^{r-2}}$ ꝛc. $- \frac{c(m+n)}{m} = px$; Oder $\frac{x(m+n)^r}{m^r} - px = c\left(\frac{(m+n)^r}{m^r} + \frac{(m+n)^{r-1}}{m^{r-1}} + \frac{(m+n)^{r-2}}{m^{r-2}} \text{ ꝛc. } + \frac{m+n}{m}\right)$. Wird diese Progression summirt (§. 193.), so ist sie

$$\frac{(m+n)^{r+1} - (m+n)m^r}{m^{r+1}} : \frac{n}{m} =$$

$$\frac{(m+n)^{r+1} - (m+n)m_r}{nm^r} = \Big(\frac{(m+n)^r - m^r).(m+n)}{nm^r}$$

folglich

$$\frac{c[((m+n)^r - m^r).(m+n)]}{nm^r} = \frac{x(m+n)^r}{m^r} - px \text{ oder } (X\ nm_r)$$

$$c[((m+n)^r - m^r).(m+n)] = nx(m+n)^r - nm^r px$$

$$\frac{c[((m+n)^r - m^r).(m+n)]}{n((m+n)^r - pm^r)} = x.$$

Nun war §. 70. und 71.

$c = 1000$ fl.

$\frac{n}{m} = \frac{1}{3}$

$r = 3$

$p = 2$

mithin $x = \frac{1000[(64 - 27) . 4]}{64 - 5}$

$x = \frac{1000 . 37 . 4}{10}$

$x = 100 . 37 . 4$

$x = 14800$ fl.

Zusatz 1.

§. 245.

Wäre $p = 1$, das ist, er hätte nach Verlauf dieser Jahre noch gerade so viel als anfänglich, so wäre

$$\frac{c[((m+n)^r - m^r) . (m+n)]}{n((m+n)^r - m^r)} = x$$

$$\frac{c(m+n)}{n} = x.$$

Folglich nach §. 70. und 71.

$$x = \frac{1000 . 4}{1} = 4000 \text{ fl.}$$

Weil nun hier r wegfällt, so erhellt, daß er nach Verfluß eines jeden Jahres eben so viel haben werde, als er anfänglich hatte.

Zusatz 2.

§. 246.

Wäre $p = 0$; so würde das Kapital nach r Jahren aufgezehrt, und vorige Gleichung würde