Jak. Frid. Malers weil. Hochfürstl. Markgräfl. Bad. Kirchenraths und Rectors des Gymnasii Jllustris Algebra zum Gebrauch hoher und niederer Schulen

Maler, Jakob Friedrich

Carlsruhe, 1821

Aufgabe 76

zen Kapital wird mit $(m+n)^v$ multiplicirt, und mit $(m+n)^v - m^{v+1}$ dividirt.

Nun seye wie vor

$a = 68962$

$\frac{n}{m} = \frac{1}{20}$.

$v = 4$, so wäre die jährliche Zahlung $= \frac{194481 \,.\, 68962}{689620} =$

$$= \frac{194481 \,.\, 1}{10} = 19448 \tfrac{1}{10} \text{ fl.}$$

$$= 19448 \text{ fl. } 6 \text{ kr.}$$

Zusatz 3.

§. 223.

Müßte einer ein Kapital baar bezahlen, und es wäre sowohl dem Gläubiger als Schuldner bequem, wenn es in etlichen Terminen geschähe, und zwar jedesmal mit gleicher Summe sammt dem Zins; so würde die Formel (§. 222.) die Summe bestimmen.

Aufgabe 76.

§. 224.

Eine Regel zur Rabbat-Rechnung zu finden, das ist: Wenn ein Kapital erst nach einigen Jahren ohne Zins zu bezahlen wäre, wie viel jetzt baar bezahlt werden müßte.

Auflösung.

Das Kapital sey $= a$; der Zins ein Bruch vom Kapital $= \frac{n}{m}$; die Zahl der Jahre $= r$; die baar zu bezahlende Summe $= x$; so würde, weil $\frac{n}{m}$ ein Bruch vom ganzen Kapital ist, das Kapital nach Verlauf Eines Jahres, wenn es 1 wäre, seyn $= 1 + \frac{n}{m} = \frac{m+n}{m}$. Ist aber das Kapital $= x$; so wird man, nach der Regel de Tri, mit Verfluß des Jahres davon haben $x \times \frac{m+n}{m}$; denn man würde sprechen müssen: 1 gibt $\frac{m+n}{m}$, was gibt x?

Legt man nun $x \times \frac{m+n}{m}$ wieder zu Kapital an, so hat man nach Verlauf des 2ten Jahres $x \times \frac{(m+n)^2}{m^2}$. Denn 1 gibt $\frac{m+n}{m}$, was $x \times \frac{m+n}{m}$? Auf gleiche Art würde man am Ende des 3ten Jahres erhalten: $x \times \frac{(m+n)^3}{m^3}$, und überhaupt: So viel es Jahre sind, so hoch steigt der Exponent der Dignität von $\frac{m+n}{m}$. Nach r Jahren wird's demnach seyn $x \times \frac{(m+n)^r}{m^r}$. Nun muß dieß dem schuldigen Kapital gleich seyn, weil der Gläubiger auf diese Zeit so viel haben soll, folglich ist

$$x \times \frac{(m+n)^r}{m^r} = a$$

$$x\,(m+n)^r = am^r$$

$$x = \frac{am^r}{(m+n)^r}$$

Die Regel ist also:

1) Multiplicirt den Nenner des Bruchs, der den Zins, als den Theil des Ganzen anzeigt, so vielmal in sich selbst, als Jahre gegeben sind, und dann das Produkt mit dem gegebenen Kapital.

2) Eben so oft multiplicirt die Summe des Zählers und Nenners des Zins-Bruchs in sich selbst, und dividirt das heraus gekommene in's erste Produkt.

Es seye, z. B. das Kapital 1000 fl., die Jahre 4 der Zins 5 vom Hundert, daher der Zins-Bruch = 1/20.

20	21	160000 × 1000	
20	21	160000000	191481
400	21	1555848	822 136618/194481
20	42	441520	
8000	441	388962	
20	21	525580	
160000	441	288962	
	882	136618	
	9261		
	21		
	9261		
	18522		
	194481		

Zusatz 1.

§. 225.

Mit Logarithmen gehts leichter, und obige Gleichung kommt also zu stehen:

$$lx = la + rlm - rl(m + n) \text{ oder}$$

$$lx = la - r(l(m + n) - lm)$$

Vorige Aufgabe wird demnach also aufgelößt:

$$\begin{array}{rcl} la & = l\,1000 & = 3{,}0000000 \\ rlm & = l\,20 \times 4 = & 5{,}2041200 \\ \hline & & 8{,}2041200 \\ rl(m+n) & = l\,21 \times 4 = & 5{,}2888772 \\ \hline & & 2{,}9152428 \end{array}$$

dem in den Tafeln am nächsten kommt $822\frac{7}{10} = 822{,}7$.

Zusatz 2.

§. 226.

Wäre ein Kapital zielerweise ohne Zins zu bezahlen, und zwar das erstemal gleich baar $= a$; das folgende Jahr wieder $= a$ ꝛc. so würde, statt des 2ten Termins zu zahlen seyn $\frac{am}{m+n}$ $\left(\text{indem } \frac{(m+n)x}{m} = a, \text{ also } x = \frac{am}{m+n}\right)$; statt des 3ten $\frac{am^2}{(m+n)^2}$ ꝛc. folglich für den letzten, wenn die Zieler $= r$ sind, $\frac{am^{r-1}}{(m+n)^{r-1}}$, woraus eine geometrische Progression entsteht, deren größtes Glied $= a$ und das kleinste $= \frac{am^{r-1}}{(m+n)^{r-1}}$; der Exponent (wenn man die Progression als eine steigende betrachtet) $\frac{m+n}{m}$; daher ein Glied weiter als das größte $= \frac{a(m+n)}{m}$; beyder Differenz $\frac{a(m+n)}{m} - \frac{am^{r-1}}{(m+n)^{r-1}} = \frac{a[(m+n)^r - m^r]}{m(m+n)^{r-1}}$; dieß mit dem Exponenten weniger 1 d. i. mit $\frac{n}{m}$ dividirt gibt $\frac{a[(m+n)^r - m^r]}{n(m+n)^{r-1}}$ und dieß drückt den