# Jak. Frid. Malers weil. Hochfürstl. Markgräfl. Bad. Kirchenraths und Rectors des Gymnasii Jllustris Algebra zum Gebrauch hoher und niederer Schulen

Maler, Jakob Friedrich

Carlsruhe, 1821

Aufgabe 71

urn:nbn:de:bsz:31-266447

## Zusatz 4.

§. 206.

Hieraus erhellt, daß, wenn b nicht größer als c angenommen wird, dieser Ausdruck durchaus unnütz werde. Denn man setze $b = c$; so werden alle Glieder $\frac{a}{c}$ und es würde eben das erfolgen, was in §. 204 erfolgt. Setzt man $b < c$ und das, um wie vielmal c größer ist, $= m$; so ist $bm = c$. Wird nun dieß in die Reihe gesetzt, so kommt $\frac{a}{b} - \frac{am}{b} + \frac{am^2}{b} - \frac{am^3}{b}$ rc. welches anzeigt, daß der Fehler immer größer werde, und daher die Reihe von der wahren Zahl immer weiter abweiche, wie in §. 205.

# Logarithmen-Lehre.

## Zehnte Erklärung.

§. 207.

Wenn eine geometrische Progression von 1 anfängt, und eine arithmetische von 0; so werden der letztern Glieder die Logarithmen der Glieder in der ersten, mit denen sie übereinstimmen, genannt.

## Anmerkung.

§. 208.

Die beyden Reihen seyen:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 2. | 4. | 8. | 16. | 32. | 64. | 128. | rc. |
| 0. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | rc. |

Hier ist 0 Logarithme von 1; 1 Logarithme von 2; 3 Logarithme von 8; 6 Logarithme von 64 rc. Aus der Erklärung erhellt, daß es einerley sey, was für ein Exponent und Differenz in beyden Progressionen angenommen wird; sie sind nicht nothwendig 2 und 1.

## Aufgabe 71.

§. 209.

Die Eigenschaften der Logarithmen zu untersuchen.

## Auflösung.

Der Exponent seye = m; die Differenz = d so ist

$$\begin{array}{cccccccccc} 1 & m^1 & m^2 & m^3 & m^4 & m^5 & m^6 & m^7 & m^8 & \text{ꝛc.} \\ 0 & d & 2d & 3d & 4d & 5d & 6d & 7d & 8d & \text{ꝛc.} \end{array}$$

Wenn man diese beyden Progressionen mit Aufmerksamkeit betrachtet, so nimmt man wahr:

1) Daß die Exponenten der Dignitäten in den Gliedern der geometrischen Progression selbst die Logarithmen der Glieder sind. Denn von 1 ist der Exponent 0 (§. 60.) Es stehen also die Exponenten in folgender arithmetischen Progression: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 ꝛc.

2) Daß die Summe der Logarithmen von zwey Zahlen gleich ist dem Logarithmen des Produkts der nämlichen Zahlen. Z. B. 3d + 5d = 8d = dem Logarithmen von $m^8$, oder dem Produkt aus $m^3 \times m^5$; welches schon daraus leicht zu begreifen ist, weil Dignitäten durch Addiren der Exponenten multiplicirt werden (§. 58.) und die Exponenten Logarithmen der Dignitäten sind.

3) Eben so gibt die Differenz der Logarithmen zweyer Zahlen den Logarithmen ihres Quotienten (§. 59.) Z. B. 7d — 3d = 4d = dem Logarithmen von $m^4$ als dem Quotienten von $m^7$ und $m^3$.

4) Wenn der Logarithme einer Zahl mit 2, 3, 4 ꝛc. dividirt wird, so bekommt man den Logarithmen von der 2, 3, 4ten ꝛc. Wurzel dieser Zahl. Z. B. 6d ist Logarithme von $m^6$. Wird nun 6d mit 3 dividirt, so gibts 2d, den Logarithmen von $m^2$, welches die 3te oder Kubik-Wurzel vom $m^6$ ist. (§. 63.)

5) Auf gleiche Art kommt durch die Multiplikation des Logarithmen der Logarithme der Dignität heraus, (§. 62.) z. B. 2d = dem Logarithmen von $m^2$ mit 4 multiplicirt, gibt 8d, = dem Logarithmen von $m^8$ oder der 4ten Dignität von $m^2$.

6) Wenn man von einer Dignität den Logarithmen haben will, so darf man nur den Logarithmen der Wurzel mit dem Exponenten multipliciren. Z. B. man wollte von $m^7$ den Lo-

garithmen haben, so nimmt man den Logarithmen von m = d und multiplicirt ihn mit dem Exponenten 7, so hat man den verlangten Logarithmen 7d.

## Zusatz 1.

§. 210.

Jeder Bruch ist eigentlich ein Quotient des Nenners in den Zähler. Da nun der Nenner in eigentlichen Brüchen größer als der Zähler ist, so wird der Logarithme eines eigentlichen Bruchs, negativ. Z. B. von $\frac{m^3}{m^5}$ ist der Logarithme $3d - 5d, = -2d$. (§. 61.)

## Zusatz 2.

§. 211.

Will man zwischen zwey Zahlen die mittlere Proportional-Zahl suchen, so müssen sie multiplicirt, und aus dem Produkt die Quadrat-Wurzel gezogen werden; daher auch ihre Logarithmen addirt, und die Summe halbirt werden muß, um den Logarithmen von der mittlern Proportional-Zahl zu erhalten.

## Neunter willkührlicher Satz.

§. 212.

**Man benennt den Logarithmen einer Zahl mit L oder l. Will man aber die Zahl selbst wieder anzeigen, so setzt man ein N vor das l.**

## Zusatz 1.

§. 213.

Daher ist Logarithme von $a = la$; von $ab = la + lb$; von $\frac{a}{b} = la - lb$; von $a^x = xla$; von $\sqrt[3]{a^2} = \frac{2}{3}la$ weil $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$; von $\sqrt[3]{a^2b^4} = \frac{2}{3}la + \frac{4}{3}lb$; von $\sqrt{ab} = \frac{1}{2}la + \frac{1}{2}lb$ ꝛc. Deßgleichen $Nla = a$ ꝛc.

## Zusatz 2.

§. 214.

Weil das letzte Glied in einer geometrischen Progression $= am^{n-1}$, so ist dessen Logarithme $= la + (n-1)\,lm$;

wodurch man der Beschwerlichkeit des Multiplicirens überhoben wird.

## Aufgabe 72.

§. 215.

Aus dem gegebenen 1sten Gliede, dem Exponenten und der Summe einer geometrischen Progression, die Zahl der Glieder zu suchen.

## Auflösung.

Das erste Glied sey $= a$; der Exponent $= m$; die Zahl der Glieder $= n$; so ist das letzte Glied $= am^{n-1}$ und die Summe $= s$. Also

$$\frac{am^n - a}{m - 1} = s \text{ (§. 193.)}$$

$$am^n - a = s\,(m - 1)$$

$$am^n = s\,(m - 1) + a$$

$$la + nlm = l\,(s\,(m - 1) + a) \text{ (§. 213.)}$$

$$nlm = l\,(s\,(m - 1) + a) - la$$

$$n = \frac{l\,(s\,(m - 1) + a) - la}{lm}$$

## Anmerkung. 1.

§. 216.

Anfänger merken hier: Wenn der Logarithme von addirten oder subtrahirten Größen zu nehmen ist, z. B. von $s\,(m - 1) + a$, man ja nicht setze: $l\,(s\,(m - 1) + la$. Denn das Addiren der Logarithmen setzt voraus, daß die Größen vorher multiplicirt waren. (§. 209.) Daher müssen dergleichen Größen eingeschlossen, zusammen genommen, und dann erst l davor gesetzt, oder von ihnen der Logarithme genommen werden.

## Anmerkung. 2.

§. 217.

Damit man die logarithmische Formel

$n = \frac{l\,(s\,(m - 1) + a) - la}{lm}$ desto deutlicher verstehen möge, wollen wir solche mit einem Beyspiel erläutern. Es sey