Jak. Frid. Malers weil. Hochfürstl. Markgräfl. Bad. Kirchenraths und Rectors des Gymnasii Jllustris Algebra zum Gebrauch hoher und niederer Schulen

Maler, Jakob Friedrich

Carlsruhe, 1821

Aufgabe 65

urn:nbn:de:bsz:31-266447

§. 189. c.

Es sey s, d und a gegeben; man finde n.

Auflösung.

Da $\frac{2s}{n} - a = a + (n - 1)\, d$ (§. 189. II, und §. 184.)

so ist $2s - an = an + dn^2 - dn$

$$2s = 2an + dn^2 - dn$$

$$dn^2 + \underbrace{2an - dn}_{\|} = 2s \text{ (und: d)}$$

$$n^2 + \frac{(2a - d)\,n}{d} = \frac{2s}{d}$$ Nun setze man $\frac{2a - d}{d} = m$

$$n^2 + mn = \frac{2s}{d} \text{ und}$$

$$n + \frac{m}{2} = \pm \sqrt{\left(\frac{2s}{d} + \frac{m^2}{4}\right)} \text{ (§. 151.)}$$

$$n = \pm \sqrt{\left(\frac{2s}{d} + \frac{m^2}{4}\right)} - \frac{m}{2}$$

Folglich $n = \pm \sqrt{\left(\frac{2s}{d} + \frac{4a^2 - 4ad + d^2}{4d^2}\right)} - \frac{2a - d}{2d}$

Es seye die Progression wieder 1. 2. 3. 4; so ist

$$\begin{array}{l} s = 10 \\ d = 1 \\ a = 1 \end{array} \qquad n = \pm\, 9/2 - 1/2 = \begin{cases} 8/2 = 4 \\ -\, 10/2 = -\,5, \end{cases}$$

wo abermals der Werth $-\,5$ für die Progression 0. 1. 2. 3. 4 zu nehmen ist.

Aufgaben zur Uebung dieser bisher vorgetragenen Formeln siehe (§. 314.)

Aufgabe 65.

§. 190.

Die Eigenschaften der geometrischen Progression zu untersuchen.

Das erste Glied sey $= a$, der Exponent $= m$; so ist

I. II. III. IV. V. VI. VII. VIII.

Die steigende: $a \; am \; am^2 \; am^3 \; am^4 \; am^5 \; am^6 \; am^7$ ꝛc.

Die fallende: $a \; \frac{a}{m} \; \frac{a}{m^2} \; \frac{a}{m^3} \; \frac{a}{m^4} \; \frac{a}{m^5} \; \frac{a}{m^6} \; \frac{a}{m^7}$ ꝛc.

Hieraus erhellt, daß in jedem Gliede a mit derjenigen Potenz von m, deren Exponent um 1 weniger als die Zahl des bestimmten Gliedes ist, bey der steigenden Progression multiplicirt, bey der fallenden aber dividirt sey.

Zusatz.

§. 191.

Wäre demnach die Zahl der Glieder $= n$; so wäre das letzte Glied $u = am^{n-1}$ für die steigende; hingegen $\frac{a}{m^{n-1}}$ für die fallende Progression. Oder auch $\omega = am^{n-1}$ und $\omega = \frac{a}{m^{n-1}}$ (§. 182. a.)

Aufgabe 66.

§. 192.

Das Produkt aus der Summe einer geometrischen Progression in den um 1 verringerten Exponenten zu finden, oder $s \times (m - 1)$.

Auflösung.

Es sey Alles wie im §. 190. so ist:

$$
\begin{array}{rl}
s = & a + am + am^2 + am^3 + am^4 + am^5 \text{ ꝛc.} \\
m - 1 = & m - 1 \\
\hline
& am + am^2 + am^3 + am^4 + am^5 + am^6 \text{ ꝛc.} \\
& - a - am - am^2 - am^3 - am^4 - am^5 \text{ ꝛc.} \\
\hline
s \times (m - 1) = & am^6 - a
\end{array}
$$

Also ist das Produkt aus der Summe einer geometrischen Progression in den um 1 verringerten Exponenten gleich der Differenz des ersten Gliedes und eines Gliedes weiter als das letzte.