Jak. Frid. Malers weil. Hochfürstl. Markgräfl. Bad. Kirchenraths und Rectors des Gymnasii Jllustris Algebra zum Gebrauch hoher und niederer Schulen

Maler, Jakob Friedrich

Carlsruhe, 1821

Aufgabe 60

urn:nbn:de:bsz:31-266447

Auflösung.

Die kleinere Wurzel seye $= n$
So ist die um 1 größere $= n + 1$
Das Quadrat der 2ten . $= n^2 + 2n + 1$ (§. 147.)
. . . . . . 1sten $= n^2$

Und ihr Unterschied . . $= 2n + 1$ oder n und $n + 1$.

Also ist der Unterschied zweyer Quadrate, deren Wurzeln um 1 unterschieden sind, der Summe der Wurzeln gleich.

Zusatz 1.

§. 174.

Hat man daher von einer Zahl das Quadrat, und will das Quadrat von einer anderen Zahl, die um 1 größer ist, haben, so addire man zum Quadrat nur beyde Wurzeln, so hat man das verlangte.

Zusatz 2.

§. 175.

Ist $n = 1$: so ist $2n + 1 = 3$; ist $n = 2$; so ist $2n + 1 = 5$; ist $n = 3$; so ist $2n + 1 = 7$; ist $n = 4$; so ist $2n + 1 = 9$ &c., woraus erhellet, daß, wenn man die Quadrate von 1 an haben will, man nur die in natürlicher Ordnung auf einander folgenden ungeraden Zahlen zusammen addiren dürfe.

Aufgabe 60.

§. 176.

Die Eigenschaften der Kubik-Zahl zu finden, wenn die Wurzel zwey Theile hat.

Auflösung.

Die zwey Theile seyen $a + b$; so ist ist ihr Quadrat $= a^2 + 2ab + b^2$ (§. 147.) und dieß noch einmal mit der Wurzel $a + b$ multiplicirt, gibt den Kubus $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. (§. 53.) Würde dieser Kubus wieder mit seiner Wurzel $(a + b)$ multiplicirt, das ist $(a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) \times (a + b)$ so fände man das Biquadrat oder die 4te Potenz, und so alle höhere. Hieraus ist klar: Wenn die Wurzel zwey Theile hat, so hat die Kubik-Zahl 4 Theile. 1) Die Kubik-Zahl des 1sten Theils; 2) das 3fache Produkt des Quadrats des ersten Theils in den andern: 3) das 3fache Produkt aus dem ersten Theil ins Quadrat des 2ten; 4) die Kubik-Zahl des zweyten Theils. Oder kurz: Die Kubik-Zahlen eines jeden Theils, und das dreyfache Produkt eines jeden Theils in das Quadrat des andern.

Zusatz 1.

§. 177.

Hätte die Wurzel 3 Theile: Z. B. $a + c + d$; so würde statt b stehen $c + d$. Daher bestände die Kubik-Zahl von $a + c + d$. 1) Aus der Kubik-Zahl von $a = a^3$; 2) aus dem 3fachen Produkt von a^2 in $c + d = 3a^2 c + 3a^2 d$; 3) aus dem 3fachen Produkte vom Quadrate $c + d = c^2 + 2cd + d_2$ in $a = 3ac^2 + 6acd + 3ad^2$; 4) aus der Kubik-Zahl von $c + d = c^3 + 3c^2 d + 3cd^2 + d^3$. Folglich besteht die Kubik-Zahl einer dreytheiligen Wurzel: Aus den Kubik-Zahlen eines jeden Theiles; dem 3fachen Produkt eines jeden Theiles ins Quadrat eines jeden andern Theiles; und überdieß aus dem 6fachen Produkte aller Theile.

Zusatz 2.

§. 178.

Auf eine ähnliche Art findet man, daß bey 4 und mehrtheiligen Wurzeln die Kubik-Zahl bestehe: 1) Aus den Kubis eines jeden Theils; 2) aus dem 3fachen Produkt eines jeden Theils ins Quadrat eines jeden andern Theils; 3) aus dem 6fachen Produkt eines jeden Theiles in jede zwey von den übrigen. Und so können auch alle Formeln für die höhere Potenzen, wenn's nöthig ist, mit Worten ausgedrückt werden.

Aufgabe 61.

§. 179.

Den Unterschied zweyer Kubik-Zahlen zu finden, deren Wurzeln um Eins verschieden sind.

Auflösung.

Die Wurzeln seyen . . .	=	n und $n + 1$
So ist die größere Kubik-Zahl	=	$n^3 + 3n^2 + 3n + 1$ (§. 176.)
Und die kleinere . . .	=	n^3
Ihr Unterschied . . .	=	$3n^2 + 3n + 1$
Das ist	=	$(n + 1)^2 + 2n^2 + n$