Jak. Frid. Malers weil. Hochfürstl. Markgräfl. Bad. Kirchenraths und Rectors des Gymnasii Jllustris Algebra zum Gebrauch hoher und niederer Schulen

Maler, Jakob Friedrich

Carlsruhe, 1821

Aufgabe 59

urn:nbn:de:bsz:31-266447

Nun substituire man für r seinen vorigen Werth $\sqrt{\left(\frac{b}{4}-\frac{s^2}{4}+\frac{as}{2}-\frac{a^2}{4}\right)}$ und für q das vorige $\sqrt{\left(\frac{b}{4}-\frac{s^2}{4}\right)}$; so ist $s\sqrt{\left(\frac{b}{4}-\frac{s^2}{4}\right)}=(a+s)\times\sqrt{\left(\frac{b}{4}-\frac{s^2}{4}+\frac{as}{2}-\frac{a^2}{4}\right)}$; welches zum Quadrate erhoben $s^2=-\frac{bs}{a}+\frac{a^2}{2}=\frac{b}{2}$ oder $s=-\frac{b}{2a}+\sqrt{\left(\frac{b^2}{4a^2}+\frac{a^2}{2}-\frac{b}{2}\right)}$ gibt. Da nun dieß gefunden ist, so sind auch, vermöge des Vorhergehenden, die 4 gesuchten Zahlen gefunden.

Hier wurde vorsetzlich Newtons Auflösung, einige wenigen Erleichterungen abgerechnet, ganz unverändert eingerückt, um Anfängern Gelegenheit zu geben, den Geistes-Gang dieses Mannes in etwas kennen zu lernen, und ihn mit den neuern, ihnen zu Gefallen erleichterten Beyspielen zu vergleichen.

Es seye nun

$a = 30$

$b = 340$, so ist

$\frac{b}{2a}=\frac{17}{3}$	$\frac{b}{2}=170$	$\frac{as}{2}=180$
$\frac{b}{4a^2}=\frac{289}{9}$	$\frac{b}{4}=85$	$\frac{a-s}{2}=9$
$\frac{a^2}{2}=450$	$s=12$	die erste und 4te Zahl =
$\frac{a^2}{4}=225$	$\frac{s}{2}=6$	$=9\pm 7=16$ und 2
	$\frac{s^2}{4}=36$	die 2te und 3te Zahl =
		$=6\pm 2=8$ und 4;

aber auch

1) $2 : 4 = 4 : 8$ und $4 : 8 = 8 : 16$.

2) $2 + 4 + 8 + 16 = 30 = a$.

3) $4 + 16 + 64 + 256 = 340 = b$.

Aufgabe 59.

§. 173.

Den Unterschied zweyer Quadrate zu finden, deren Wurzeln um Eins verschieden sind.

Auflösung.

Die kleinere Wurzel seye $= n$

So ist die um 1 größere $= n + 1$

Das Quadrat der 2ten - $= n^2 + 2n + 1$ (§. 147.)

- - - - - - 1sten $= n^2$

Und ihr Unterschied - - $= 2n + 1$ oder n und $n + 1$.

Also ist der Unterschied zweyer Quadrate, deren Wurzeln um 1 unterschieden sind, der Summe der Wurzeln gleich.

Zusatz 1.

§. 174.

Hat man daher von einer Zahl das Quadrat, und will das Quadrat von einer anderen Zahl, die um 1 größer ist, haben, so addire man zum Quadrat nur beyde Wurzeln, so hat man das verlangte.

Zusatz 2.

§. 175.

Ist $n = 1$: so ist $2n + 1 = 3$; ist $n = 2$; so ist $2n + 1 = 5$; ist $n = 3$; so ist $2n + 1 = 7$; ist $n = 4$; so ist $2n + 1 = 9$ rc., woraus erhellet, daß, wenn man die Quadrate von 1 an haben will, man nur die in natürlicher Ordnung auf einander folgenden ungeraden Zahlen zusammen addiren dürfe.

Aufgabe 60.

§. 176.

Die Eigenschaften der Kubik-Zahl zu finden, wenn die Wurzel zwey Theile hat.

Auflösung.

Die zwey Theile seyen $a + b$; so ist ist ihr Quadrat $= a^2 + 2ab + b^2$ (§. 147.) und dieß noch einmal mit der Wurzel $a + b$ multiplicirt, gibt den Kubus $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. (§. 53.) Würde dieser Kubus wieder mit seiner Wurzel $(a + b)$ multiplicirt, das ist $(a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) \times (a + b)$ so fände man das Biquadrat oder die 4te Potenz, und so alle höhere. Hieraus ist klar: Wenn die Wurzel zwey Theile hat, so hat die Kubik-Zahl 4 Theile. 1) Die Kubik-Zahl des 1sten Theils; 2) das 3fache Produkt des Quadrats des ersten Theils