Jak. Frid. Malers weil. Hochfürstl. Markgräfl. Bad. Kirchenraths und Rectors des Gymnasii Jllustris Algebra zum Gebrauch hoher und niederer Schulen

Maler, Jakob Friedrich

Carlsruhe, 1821

Aufgabe 55

urn:nbn:de:bsz:31-266447

den, insofern sie zur halben Summe addirt, oder davon abgezogen wird. Daher ist sie entweder positiv oder negativ; ihre Größe aber beydemal einerley, nur das Zeichen unterschieden. Deßwegen fand man sie durch eine reine quadratische Gleichung. (§. 151. III.) Hier aber sind x und y nicht gleich, und doch findet man y aus keiner andern Betrachtung, als aus der man x finden würde. Daher wird die quadratische Gleichung unrein, damit y zwey unterschiedene Werthe bekommen kann, wovon einer x ist. Hätte man x gesucht, so hätte die Gleichung eben so zwey Werthe gegeben, davon einer y wäre.

Aufgabe 55.

§. 158.

Zwey Zahlen zu finden, deren Summe, Produkt und Differenz der Quadrate gleich sind.

Auflösung.

Die Größere seye $= x$; die kleinere $= y$; so ist I. $xy = x + y$ II. $x + y = x^2 - y^2$. Da aber $x^2 - y^2 = (x + y) \times (x - y)$ wie man sich leicht durch (§. 47.) überzeugen kann; so verwandelt sich die Gleichung II. in $x + y = (x + y) \times (x - y)$ (daher: $x + y$)

$$1 = x - y$$
$$+ y \qquad + y$$
$$1 + y = x$$ Dieß in I substituirt,

gibt $1 + y \times y = 1 + y + y$ oder

$$y + y^2 = 1 + 2y$$
$$- y \qquad - y$$
$$y^2 = y + 1$$

oder $y^2 - y = 1$ (wo $\frac{p}{2} = \frac{1}{2}$)

$$y^2 - y + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4} \qquad \sqrt{\ }$$
$$y - \frac{1}{2} = \pm \sqrt{\frac{5}{4}}$$
$$y = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{5}{4}}$$

Nun war $1 + y = x$; daher

$$\begin{array}{l} \| \\ \hline 1 + \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{5}{4}} = x \\ \hline \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{5}{4}} = x \end{array}$$

Anmerkung 1.

§. 159.

Um die Probe hievon zu machen, muß man mit Wurzel-Größen zu rechnen wissen, wie sogleich gezeigt werden soll.

Anmerkung 2.

§. 160.

Nach §. 67. ist $\sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Weil nun $5 > 4$, so ist $\sqrt{5} > \sqrt{4}$ oder > 2 und $\frac{\sqrt{5}}{2} > \frac{2}{2}$ oder > 1. Daher ist $\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}}$ verneint. Es ist aber auch $\sqrt{5} < 3$, weil $\sqrt{9} = 3$; folglich $\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}$ bejaht. Wenn man also in den Werthen von y und x das Minus-Zeichen braucht, so ist der erste verneint, der andere bejaht, und zwar ist, an sich, jener größer als dieser. Dennoch aber bleibt es wahr, daß y die kleinere Größe ist, denn man sieht ja jede verneinte Größe für kleiner an, als jede bejahte. (§. 151. IV.) Wenn daher $y = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}$ verneint; $x = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}$ aber bejaht ist, so geben sie ein verneintes Produkt xy (§. 41.), folglich muß auch ihre Summe $x + y$, die dem Produkt gleich seyn soll, verneint seyn. Auch ist ja zum bejahten x das verneinte größere y addiren, so viel als, vom bejahten x etwas positives Größeres abziehen. (§. 31.) Ein Weiteres hierüber wird im §. 169. vorkommen.

Aufgabe 56.

§. 161.

Eine Zahl, die mit einer Wurzelgröße multiplicirt ist, mit unter das Wurzelzeichen zu bringen.

Auflösung.

Es seye a, bey $a \sqrt[n]{b}$ unter das Wurzelzeichen zu bringen. Man setze einstweilen