Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Jak. Frid. Malers weil. Hochfürstl. Markgräfl. Bad. Kirchenraths und Rectors des Gymnasii Jllustris Algebra zum Gebrauch hoher und niederer Schulen

Maler, Jakob Friedrich

Carlsruhe, 1821

Aufgabe 52

urn:nbn:de:bsz:31-266447

Visual Library

$\frac{p^2}{4}$, als das Quadrat der Hälfte des Coefficienten von x, immer bejaht, der Coefficient selbst mag bejaht oder verneint seyn. (§. 151. V.) Ist also die bekannte Zahl q bejaht, (wie in B) so sind immer beyde Wurzeln möglich. Ist aber die gegebene Zahl etwas verneintes (wie in A) so muß sie kleiner als das Quadrat des halben Coefficienten seyn, wenn beyde Werthe von x möglich und unterschieden seyn sollen. Ist sie gerade so groß, so sind beyde Werthe gleich; ist sie größer, so sind beyde Werthe unmöglich.

Beyspiel für gleiche Werthe.

$$x^2 = 6x - 9 \text{ oder}$$

$$x^2 - 6x = -9, \text{ wo } \frac{p}{2} = -3; \text{ daher}$$

$$x^2 - 6x + 9 = -9 + 9$$

$$x - 3 = \pm\sqrt{-9+9}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{0} = 3$$

Beyspiel für unmögliche Werthe.

$$x^2 = 8x - 20 \text{ oder}$$

$$x^2 - 8x = -20, \text{ wo } \frac{p}{2} = -4; \text{ daher}$$

$$x^2 - 8x + 16 = 16 - 20$$

$$x - 4 = \pm\sqrt{16-20}$$

$$x = 4 \pm \sqrt{-4}$$

Es gibt also keine Zahl, deren Quadrat herauskäme, wenn man 20 von ihrem 8fachen abzieht.

Aufgabe 52.

§. 153.

Ein Hauptmann theilt 1200 fl. unter seine Soldaten, und ein anderer eben so viel unter die seinigen aus. Der letztere hatte 40 Mann weniger als der erstere, daher erhält jeder von den letztern 5 fl. mehr, als einer von den erstern.

Wie viel Mann hatte der erste? Wie viel der andere? Wie viel bekam jeder Soldat?

Auflösung.

Gesetzt der 2te hatte x Mann, so hatte der 1ste $x + 40$.

Jeder von des 2ten Leuten bekam $\frac{1200}{x}$

Jeder von des 1sten - - - - $\frac{1200}{x + 40}$

Was jeder von des 2ten erhielt, ist um 5 mehr, als was jeder von des 1sten bekam, also

$$\frac{1200}{x} = \frac{1200}{x + 40} + 5$$

$$1200 = \frac{1200x}{x + 40} + 5x$$

$$1200 \times (x + 40) = 1200x + 5x \times (x + 40)$$

$$1200x + 1200 \times 40 = 1200x + 5x^2 + 5x \times 40$$
$$- 1200x \qquad - 1200x$$

$$48000 = 5x^2 + 200x$$
$$- 200x \qquad - 200x$$

$$48000 - 200x = 5x^2 \text{ oder}$$

$$5x^2 = - 200x + 48000$$

$$x^2 = - 40x + 9600$$

$$\text{oder } x^2 + 40x = 9600 \left(\text{wo } \frac{p}{2} = 20\right)$$

$$\text{daher } x^2 + 40x + 400 = 9600 + 400 \quad \sqrt{}$$

$$x + 20 = \pm \sqrt{10000}$$

$$x = - 20 \pm 100$$

Wird das obere Zeichen gebraucht, so ist $x = 80 =$ der Mannschaft des zweyten; und der erste hatte $x + 40 = 80 + 40 = 120$.

Jeder von des 2ten Leuten erhielt $1200/80 = 15$; und jeder von des 1sten $1200/120 = 10$.

Die Menge der Soldaten kann nicht verneint seyn. Daher braucht man bey der Quadrat-Wurzel das obere Zeichen. Das untere gäbe: $x = -120$ und $x + 40 = -80$, also die beyden vorigen Zahlen aber verneint.

Aus diesem Beyspiel wird man sehen, wie mit der Gleichung zu verfahren ist, wenn das Quadrat einer unbekannten Größe einen andern Coefficienten als 1 hat, wie hier 5 der Coefficient war. Man dividirt nämlich mit diesem Coefficienten alle Glieder der Gleichung. Und so läßt sich jede Gleichung dergestalt einrichten, daß die höchste Potenz der unbekannten Größe nur 1 zum Coefficienten hat. Dieß ist eine Ergänzung zum §. 150, wo angenommen wird, daß sich jede quadratische Gleichung auf die Form C bringen lasse.

Die Größe a wird getheilt, einmal in b, dann in b + c gleiche Theile. Im ersten Falle ist der Theil um d größer, als im zweyten. Wie groß ist b? Wie groß b + c? Wie groß der Theil im ersten und zweyten Falle?

Antwort: $b = -\frac{c}{2} \pm \sqrt{\left(+\frac{ac}{d} + \frac{c^2}{4}\right)}$

$$b + c = -\frac{c}{2} \pm \sqrt{\left(+\frac{ac}{d} + \frac{c^2}{4}\right)} + c.$$

der Theil im ersten Fall $= \dfrac{a}{-\frac{c}{2} \pm \sqrt{\left(+\frac{ac}{d} + \frac{c^2}{4}\right)}}$

der Theil im 2ten Falle $= \dfrac{a}{-\frac{c}{2} \pm \sqrt{\left(+\frac{ac}{d} + \frac{c^2}{4}\right)} + c}$

Ein Vater stirbt, und hinterläßt ein Vermögen von 70000 fl. und eine gewisse Anzahl Kinder. Gleich nach des Vaters Tode sterben 2 Kinder davon, wodurch jedes der übrigen 4000 fl. mehr bekam. Wie viel waren anfänglich Kinder vorhanden? Antw. 7.

Hier ist $a = 70000$, $c = 2$, $d = 4000$ und b + c soll gefunden werden; daher

$$b + c = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{140000}{4000} + \frac{4}{4}\right)} + 2$$

$$b + c = -1 \pm \sqrt{36} + 2$$

$$b + c = -1 + 6 + 2 = 7$$