Jak. Frid. Malers weil. Hochfürstl. Markgräfl. Bad. Kirchenraths und Rectors des Gymnasii Jllustris Algebra zum Gebrauch hoher und niederer Schulen

Maler, Jakob Friedrich

Carlsruhe, 1821

Aufgabe 50

urn:nbn:de:bsz:31-266447

Nun ist 1) $x + y = d$ und 2) $\frac{ax + by}{d} = c$

$$x = d - y \qquad ax + by = cd$$

$$ax = cd - by$$

$$x = \frac{cd - by}{a}$$

$$\|$$

$$d - y = \frac{cd - by}{a}$$

$$ad - ay = cd - by$$

$$by - ay = cd - ad$$

$$y = \frac{(c - a)d}{b - a}$$

Folglich $x = d - \frac{(c - a)d}{b - a}$

$$x = bd - ad - cd + ad$$

$$x = \frac{(b - c)d}{b - a}$$

Aufgabe 50.

§. 147.

Die Eigenschaften des Quadrats zu finden, wenn die Wurzel zwey Theile hat.

Auflösung.

Die 2 Theile seyen a und b, so ist die Wurzel $= a + b$; folglich $(a + b) \times (a + b) =$ ihrem Quadrat oder $a^2 + 2ab + b^2$. Hieraus ist klar, daß das Quadrat drey Theile habe, wenn die Wurzel zwey hat, nämlich:

1) das Quadrat des ersten Theils a^2,
2) das doppelte Produkt des ersten a in den andern $b = 2ab$,
3) das Quadrat des zweyten Theils b^2.

Anmerkung.

§. 148.

Wie daraus die Regeln, aus einer jeden Zahl die Quadrat-Wurzel zu ziehen, gefunden werden, wird in der gemeinen Rechenkunst gelehrt.

Zusatz.

§. 149.

Hätte die Wurzel 3 Theile, z. B. $a + c + d$, so würde, statt b, stehen $c + d$. Daher müßte das Quadrat von $a + c + d$ bestehen: 1) Aus dem Quadrat von $a = a^2$. 2) Aus dem Produkt von $2a$ in $c + d = 2ac + 2ad$. 3) Aus dem Quadrat von $c + d = c^2 + 2cd + d^2$. Folglich besteht das Quadrat einer dreytheiligen Wurzel aus den Quadraten eines jeden Theils und den doppelten Produkten eines jeden Theils in den andern, welche Regel von allen vieltheiligen Wurzeln gilt, wie eben so leicht gezeigt werden kann.

Behandlung unreiner quadratischer Gleichungen.

§. 150.

Eine unreine quadratische Gleichung ist, in welcher die unbekannte Größe sowohl in der 2ten als auch in der 1sten Potenz vorkommt. Dergleichen sind:

A) $x^2 - 16x + 55 = 0$

B) $x^2 = 4x + 21$

C) $x^2 + px = q$

Man könnte solche Gleichungen bekommen, wenn man von einer willkührlichen Zahl, z. B. 7, das Quadrat 49 machte, sie aber auch mit einer willkührlichen Zahl, z. B. 4, multiplicirte, und nun suchte, um wie viel das Quadrat größer ist, als jenes vierfache. Man würde auf diese Art finden, daß $7 \times 7 = 4 \times 7 + 21$. Man könnte also einem andern das arithmetische Räthsel aufgeben: Eine Zahl zu finden, deren Quadrat heraus kommt, wenn man 21 zu ihrem Vierfachen addirt. Dieß Räthsel, in der algebraischen Sprache ausgedrückt, ist die Gleichung B.

Eben so könnte man durch einen Versuch gefunden haben, daß das Quadrat der Zahl 5 übrig bleibt, wenn man 55 von ihrem 16fachen abzieht, das ist, daß $5 \times 5 = 16 \times 5 - 55$; oder auf beyden Seiten 55 addirt $= 5 \times 5 + 55 = 16 \times 5$, und auf beyden Seiten 16×5 abgezogen $5 \times 5 - 16 \times 5 + 55 = 0$; welches algebraisches Räthsel durch die Gleichung A ausgedrückt ist.

Weil man durch Addiren und Subtrahiren immer, welche Glieder der Gleichung man will, auf eine oder die andere Seite des Gleichheits-Zeichens bringt, so läßt sich jede unreine quadratische Gleichung auf die Art, wie C, ausdrücken. Nun können p, q, was für Zahlen man will, bejahte oder verneinte, bedeuten, und so stellt C jede unreine quadratische Gleichung vor.

Mit der Gleichung A z. B. muß man, um sie auf die Form von C zu bringen, folgende Vorbereitung machen:

$$\frac{x^2 - 16x + 55 = 0}{x^2 - 16x = \quad -55}$$

Eine bekannte Größe, welche mit irgend einer Potenz der unbekannten multiplicirt ist, heißt der Coefficient jener Potenz. In A sind die Coefficienten: 1 beym Quadrat; -16 bey der ersten Potenz und $+55$ bey x^0 (§. 60). In B sind sie: 1 beym Quadrat, 4 bey der ersten Potenz und 21 bey der, deren Exponent $= 0$. In C sind sie: 1 bey der zweyten; p bey der ersten und q bey der, deren Exponent $= 0$.

Aufgabe 51.

§. 151.

Eine unreine quadratische Gleichung aufzulösen.

Auflösung.

I. Zur Vorbereitung ist zu zeigen nöthig, wie reine quadratische Gleichungen aufgelöset werden, worin nämlich allein das Quadrat der unbekannten Größe, und nicht