Jak. Frid. Malers weil. Hochfürstl. Markgräfl. Bad. Kirchenraths und Rectors des Gymnasii Jllustris Algebra zum Gebrauch hoher und niederer Schulen

Maler, Jakob Friedrich

Carlsruhe, 1821

Aufgabe 45

urn:nbn:de:bsz:31-266447

ersten Tagreise, die Zeit da er hinweg ist, und die Zeit, da er eingeholt werden soll, gegeben: so dürfte, um die Tagreise des andern zu bestimmen, nur b als unbekannt angesehen, und auf eine Seite gebracht werden.

$$bx = ac + ax$$

$$b = \frac{ac + ax}{x} = \frac{a(c+x)}{x} = \frac{ac}{x} + a$$

Wird a gesucht, so ist $bx = ac + ax$

$$\frac{bx}{c + x} = a$$

Sucht man c, so ist $bx = ac + ax$

$$bx - ax = ac\ (:a)$$

$$\frac{bx - ax}{a} = c = \frac{x(b-a)}{a} = \frac{bx}{a} - x$$

Anmerkung 3.

§. 123.

Es gibt noch mehr hieher gehörige Aufgaben, die aber wegen vielen dabey vorkommenden Umständen etwas schwierig scheinen. Ehe wir zu diesen schreiten, wollen wir nur bemerken, daß, wenn Geschwindigkeiten als bekannt gegeben werden, solches so viel heiße: Es ist bekannt, wie einen großen Raum ein jeder Körper in der nämlichen Zeit durchlauft. Denn, wenn die Zeiten gleich sind, verhalten sich die Geschwindigkeiten wie die durchlaufene Räume. Das ist: Wenn ein Körper in einer Minute 2, 3 rc. mal so weit kommt, als ein anderer in gleicher Zeit, so ist auch seine Geschwindigkeit 2, 3 rc. mal rc. so groß als die des andern.

Aufgabe 45.

§. 124.

Aus der gegebenen Geschwindigkeit zweyer Körper, die sich gegen einerley Gegend bewegen, und ihrer Weite von einander den Raum zu finden, den der langsamere noch durchzulaufen hat, bis er vom schnellern eingeholt wird.

Auflösung.

Die Weite seye . . . . $= a$
Die Geschwindigkeit des langsamern verhalte sich zur Geschwindigkeit des schnellern wie . . . . $b : c$
Der gesuchte Raum seye . . . . . . $= x$
Daher hat der schnellere zu durchlaufen $= a + x$
Der langsamere aber . . . . $= x$
Weil nun dieß in gleicher Zeit geschehen soll, so ist nach (§. 123.)

$$\begin{array}{rcl} b : c & = & x : a + x \\ \hline cx & = & ab + bx \\ -bx & & -bx \\ \hline cx - bx & = & ab \\ \hline x & = & \dfrac{ab}{c - b} \end{array}$$

Es seye 150 Fuß $= a$; und $b : c$ wie 4 zu 7; so ist der gesuchte Raum $\frac{150 \times 4}{7 - 4} = \frac{600}{3} = 200.$

Zusatz 1.

§. 125.

Die Gleichung $x = \frac{ab}{c - b}$ gibt folgende Proportion: $c - b : b = a : x$; das ist: Wie sich die Differenz der Geschwindigkeiten zur kleinern Geschwindigkeit verhält, so verhält sich die Entfernung zum gesuchten Raum.

Zusatz 2.

§. 126.

Weil der schnellere Körper $a + x$ durchlaufen muß, so muß er auch, wenn der im §. 124. gefundene Werth von x substituirt wird, durchlaufen $a + \frac{ab}{c - b}$ oder $\frac{ac - ab + ab}{c - b}$ oder $\frac{ac}{c - b}$; welches auch in eine Proportion verwandelt werden kann; nämlich $c - b : c = a : a + x$

das ist: Wie sich die Differenz der Geschwindigkeiten zur größern Geschwindigkeit verhält, so die Entfernung zum Raume, den der schnellere Körper durchlaufen muß.

Anmerkung.

§. 127.

Niemand wird's befremden, daß die Proportion (§. 124) $b : c = x : a + x$ in die Gleichung $cx = ab + bx$ verwandelt wurde. Ist doch aus den Anfangsgründen der Arithmethik bekannt, daß in jeder Proportion das Produkt der beyden äußern Glieder dem Produkt der beyden mittlern gleich seye.

Aufgabe 46.

§. 128.

Ein Haas hat 780 Sprünge vor einem Hund voraus. Der ihn verfolgende Hund thut 4 Sprünge, bis der Haas 3 thut; und 7 Haasen-Sprünge betragen 5 Hunds-Sprünge. Wie viel Sprünge kann der Haas noch thun, bis ihn der Hund einholt?

Auflösung.

Könnte man die Geschwindigkeiten des Haasens und Hundes miteinander vergleichen, so ließe sich diese Aufgabe, wie die vorige auflösen. Diese Vergleichung geschieht folgendermaßen. Der Hund legt durch 5 Sprünge so viel Raum zurück, als der Haase durch 7. In dieser Bedeutung gleichen 5 Hundssprünge 7 Haasensprüngen, oder 1 Hundssprung = $7/5$ Haasensprüngen. Nun thut der Hund 4 Sprünge in der Zeit, da der Haase 3 thut. Der Hund legt also einen Raum von $4 \times 7/5$ Haasensprüngen in der Zeit zurück, in welcher der Haase einen Raum von 3 seiner Sprünge zurück legt. Also verhalten sich die Geschwindigkriten des Hundes und des Haasens $= \frac{4 \times 7}{5} : 3$. Der Haase ist also der langsamere unter beyden (§. 124). Nun setze man in dasiger Gleichung, wo x gefunden wird, $b = 3$; $c = \frac{4 \times 7}{5}$; $a = 780$; so ist $c - b = \frac{4 \times 7}{5} - 3$ und $x =$