Jak. Frid. Malers weil. Hochfürstl. Markgräfl. Bad. Kirchenraths und Rectors des Gymnasii Jllustris Algebra zum Gebrauch hoher und niederer Schulen

Maler, Jakob Friedrich

Carlsruhe, 1821

Aufgabe 41

urn:nbn:de:bsz:31-266447

$$\begin{array}{c}
xy = a \qquad \frac{x}{y} = b \\
\hline
y = \frac{a}{x} \qquad x = by \\
\hline
\frac{x}{b} = y \\
\hline
\frac{a}{x} = \frac{x}{b} \\
\hline
a = \frac{x^2}{b} \\
\hline
ab = x^2 \\
\hline
\sqrt{ab} = x
\end{array}$$

Es seye $a = 63$; $b = 7$, so ist $y = \sqrt{9} = 3$ und $x = \sqrt{441} = 21$.

Zusatz.

§. 115.

Da $xy \times \frac{x}{y} = x^2$ und $xy : \frac{x}{y} = xy \times \frac{y}{x} = y^2$, so erhellt folgendes: Das Produkt von ein Paar Zahlen mit ihrem Quotienten multiplicirt gibt das Quadrat der Zahl, die im Quotienten Dividende war; und das Produkt von ein Paar Zahlen mit ihrem Quotienten dividirt gibt das Quadrat der Zahl, die im Quotienten Divisor war. Diese Multiplication und Division geben also Quadrate, welche rationale Wurzeln haben.

Es sey $x = 7$; $y = 3$; so ist $xy = 21$ und

$$\frac{x}{y} = 7/3.$$

$$21 \times 7/3 = 49 = 7 \times 7 \text{ und}$$

$$\frac{21}{\frac{7}{3}} = \frac{63}{7} = 9 = 3 \times 3.$$

Aufgabe 41.

§. 116.

Aus der gegebenen Summe zweyer Zahlen und der Differenz ihrer Quadrate die Zahlen selbst zu finden.

Auflösung.

Die Summe sey = a; die Differenz = b; die halbe Differenz der Zahlen = x; so ist die große Zahl =

$$\frac{a}{2} + x$$
$$\frac{a}{2} + x$$
$$\frac{a^2}{4} + \frac{ax}{2}$$
$$+ \frac{ax}{2} + x^2$$

Das Quadrat derselbigen = $\frac{a^2}{4} + ax + x^2$

Und die kleine Zahl = $\frac{a}{2} - x$
$$\frac{a}{2} - x$$
$$\frac{a^2}{4} - \frac{ax}{2}$$
$$- \frac{ax}{2} + x^2$$

Ihr Quadrat = $\frac{a^2}{4} - ax + x^2$

Nun war $\frac{a^2}{4} + ax + x^2$

und $\frac{a^2}{4} - ax + x^2$, folglich

die Differenz der Quadrate = $2ax = b$ daher

$$x = \frac{b}{2a}$$

Es seye a = 11; b = 33: so ist $x = 33/22 = 1\frac{1}{2}$. Daher ist die große Zahl $5\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 7$, und die kleine $5\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} = 4$.

§. 116. a.

Nennt man die größere Zahl x und die kleinere y; so ist

1) $x + y = a$

$y = a - x$

2) $x^2 - y^2 = b$

$x^2 = y^2 + b$

$x^2 - b = y^2$

$\sqrt{x^2 - b} = y$

3) $a - x = \sqrt{x^2 - b}$

$a^2 - 2ax + x^2 = x^2 - b$

$a^2 - 2ax = b$

$a^2 + b = 2ax$

$\frac{a^2}{2a} + \frac{b}{2a} = x$

$\frac{a}{2} + \frac{b}{2a} = x$

ferner:

1) $x + y = a$

$x = a - y$

2) $x^2 - y^2 = b$

$x^2 = b + y^2$

$x = \sqrt{b + y^2}$

3) $a - y = \sqrt{b + y^2}$

$a^2 - 2ay + y^2 = b + y^2$

$a^2 - 2ay = b$

$a^2 - b = 2ay$

$\frac{a^2}{2a} - \frac{b}{2a} = y$

$\frac{a}{2} - \frac{b}{2a} = y$

Aufgabe 42.

§. 117.

Aus der gegebenen Differenz zweyer Zahlen und der Summe ihrer Quadrate die Zahlen selbst zu finden.

Auflösung.

Die Differenz seye $= a$; die Summe der Quadrate $= b$; die halbe Summe $= x$; so ist: