Jak. Frid. Malers weil. Hochfürstl. Markgräfl. Bad. Kirchenraths und Rectors des Gymnasii Jllustris Algebra zum Gebrauch hoher und niederer Schulen

Maler, Jakob Friedrich

Carlsruhe, 1821

Aufgabe 28

urn:nbn:de:bsz:31-266447

Wie viel die übrigen gehalten haben, und wie die Prüfung anzustellen seye, sieht jeder leicht ein.

Es seye der 1ste Rest $= \frac{xa}{b}$; der 2te Rest $= \frac{xc}{d}$; das Fehlende $= p$; wie heißt die allgemeine Formel?

Antwort: $x = \frac{pbd}{bc + (a-b)\,d}$

Aufgabe 28.

§. 100.

Ein Vater vermacht seinem ältesten Sohn zum voraus 1000 fl. und dann den 5tel von seinem übrigen Vermögen. Dem 2ten 2000 fl. und auch den 5tel vom übrigen. Dem 3ten 3000 fl. und des Restes 5tel ꝛc. bis das ganze Vermögen alle ist. Beym Theilen bekam einer so viel als der andere. Wie groß war das Vermögen und wie viel Söhne?

Auflösung.

Das Vermögen seye gewesen $= x$.

Der erste Sohn erhielt 1000, und weil dann noch $x - 1000$ übrig blieb, hievon ⅕, das ist $\frac{x}{5} - 200$, folglich überhaupt $1000 + \frac{x}{5} - 200$, oder $800 + \frac{x}{5}$.

Der 2te erhielt 2000; hier war also der Rest $x - 800 - \frac{x}{5} - 2000$ oder $\frac{4x}{5} - 2800$. Von diesem beträgt der 5tel $= \frac{4x}{25} - 560$, also zusammen $2000 + \frac{4x}{25} - 560$; das ist $1440 + \frac{4x}{25}$. Da nun einer so viel bekam als der andere, so ist

$$800 + \frac{x}{5} = 1440 + \frac{4x}{25}$$
$$-800 \qquad -800$$
$$\frac{x}{5} = 640 + \frac{4x}{25}$$
$$5x = 16000 + 4x$$
$$-4x \qquad -4x$$
$$x = 16000$$

Wenn von diesen 16000 fl. der der 1ste 1000 erhält, und von den übrigen 15000 den 5tel, so hat er 4000. Da aber einer so viel erhält als der andere, so warens 4 Söhne, da 4000 in 16000 viermal enthalten ist.

Aufgabe 29.

§. 101.

Allgemeine Auflösung der vorigen Aufgabe.

Auflösung.

Das Vermögen seye, wie vor $= x$; der erste erhalte a; der 2te $2a$ ꝛc. Der Theil, den ein jeder noch vom Rest bekommen soll, seye $= \frac{1}{n}$. Daher erhält

Der 1ste a und $\frac{1}{n}$ von $x - a$; das ist $a + \frac{x}{n} - \frac{a}{n}$

. . 2te $2a$ und $\frac{1}{n}$ von $x - 3a - \frac{x}{n} + \frac{a}{n}$ oder

$$2a + \frac{x}{n} - \frac{3a}{n} - \frac{x}{n^2} + \frac{a}{n^2}; \text{ daher ist}$$

$$a + \frac{x}{n} - \frac{a}{n} = 2a + \frac{x}{n} - \frac{3a}{n} - \frac{x}{n^2} + \frac{a}{n^2}$$

$$(-)\ a + \frac{x}{n} - \frac{a}{n} = a + \frac{x}{n} - \frac{a}{n}$$

$$0 = a - \frac{2a}{n} - \frac{x}{n^2} + \frac{a}{n^2}$$

$$\times n^2)$$

$$0 = an^2 - 2an - x + a$$

$$+x \qquad\qquad +x$$

$$x = an^2 - 2an + a \text{ oder}$$

$$x = (n-1)^2 \times a$$

Da nun der 1ste oder ein jeder bekommt $a + \frac{x}{n} - \frac{a}{n}$; so ists, wenn der Werth von x, das ist $an^2 - 2an + a$ dafür substituirt wird $a + an - 2a + \frac{a}{n} - \frac{a}{n}$, das ist $an - a$ oder $(n - 1)\, a$.