Jak. Frid. Malers weil. Hochfürstl. Markgräfl. Bad. Kirchenraths und Rectors des Gymnasii Jllustris Algebra zum Gebrauch hoher und niederer Schulen

Maler, Jakob Friedrich

Carlsruhe, 1821

Aufgabe 22

urn:nbn:de:bsz:31-266447

Die Prüfung kann jeder leicht anstellen.

Man nenne den Becher, wie vorhin, x; $9 = a$; $36 = b$; $2 = c$; $6 = d$; so gibt sich die allgemeine Formel $\frac{bc + ad}{a - c} = x$. Man wende diese Formel auf folgende Aufgabe an. Ein Mechanikus soll für 6 Maschinen 50 fl., und eine goldene Medaille erhalten. Allein er liefert nur 4, reist ab, behält die Medaille, gibt aber 20 fl. heraus. Wie hoch schätzt er die Medaille und wie hoch Eine Maschine?

Hier ist $a = 6$, $b = 50$, $c = 4$, $d = 20$ und x, oder der Werth der Medaille = 160 fl. Mithin der Preis Einer Maschine = 35 fl.

Aufgabe 22.

§. 94.

Zwey Kanoniere unterreden sich über ihren Kugel-Vorrath. Der Erste versichert, wenn ihm der andere ⅓ von den seinigen und noch 3 Stücke abgäbe, so hätte er 3mal so viel, als jenem übrig blieben. Der andere erwiedert: Und wenn ich die Hälfte von den deinigen und noch 2 Stücke bekäme, so würde ich 9 mal so viel als du haben. Wie viel Kugeln hatte jeder?

Auflösung.

Es habe der Iste = x, der IIte = y. Nun suche man für y einen doppelten Werth, aus diesem aber durch Substituiren x (§. 75. a). Bekommt der Erste vom Zweyten ⅓ und 3, so hat I $= x + \frac{y}{3} + 3$ und der IIte $= \frac{2y}{3} - 3$.

Dieß $\frac{2y}{3} - 3$ dreymal genommen ist $= 2y - 9$, und dieß ist so viel, als der Ite alsdann hat; daher

$$A)\quad x + \frac{y}{3} + 3 = 2y - 9.$$

Bekommt der IIte vom Iten die Hälfte und noch 2 Stück, so hat er

$$y + \frac{x}{2} + 2, \text{ der Ite aber } \frac{x}{2} - 2.$$

Dieß $\frac{x}{2} - 2$ neunmal genommen ist $= \frac{9x}{2} - 18$, und dieß ist so viel, als der IIte alsdann hat; daher

$$\text{B)}\quad y + \frac{x}{2} + 2 = \frac{9x}{2} - 18$$

Man reducire nunmehr y sowohl in der Gleichung A als in der Gleichung B.

$$x + \frac{y}{3} + 3 = 2y - 9 \text{ und } y + \frac{x}{2} + 2 = \frac{9x}{2} - 18$$

$$\times\ 3 \qquad\qquad \times\ 2$$

$$3x + y + 9 = 6y - 27 \qquad 2y + x + 4 = 9x - 36$$

$$- y + 27 - y + 27 \qquad - x - 4 - x - 4$$

$$3x + 36 = 5y \qquad 2y = 8x - 40$$

$$\frac{3x + 36}{5} = y \text{ oder dem} \qquad y = 4x - 20$$

oder

ersten Werth von y. dem zweyten Werth von y.

Also: $\frac{3x + 36}{5} = 4x - 20$

$$3x + 36 = 20x - 100$$

$$- 3x + 100 - 3x + 100$$

$$136 = 17x$$

$$8 = x$$

Nun war $y = 4x - 20$, folglich für x substituirt

$$y = 4 \times 8 - 20 \text{ das ist}$$

$$y = 32 - 20 \text{ oder}$$

$$y = 12$$

Prüfung.

Hatte I = 8 und II = 12; so ist $8 + {}^{12}\!/_3 + 3 = 8 + 4 + 3 = 15$. Da nun II 5 übrig behält, so ist ja $15 = 3 \times 5$. Da ferner $12 + {}^{8}\!/_2 + 2 = 12 + 4 + 2 = 18$; und dem Iten 2 übrig blieben, so ist auch $18 = 9 \times 2$.

Es seye $\frac{1}{3} = \frac{m}{n}$; $3 = a$; 3mal = rmal; $\frac{1}{2} = \frac{c}{d}$; $2 = b$; 9mal = pmal (und $(n - m)\, r - 1 = q$) so heißt die allgemeine Formel:

$$x = \frac{(r + 1)\, and + (p + 1)\, bdq}{(dp - cp - c)\, q - dn}$$

Wendet man diese allgemeine Formel auf die bestimmte Aufgabe des §. an, so ist

$$x = \frac{4 \,.\, 18 + 10 \,.\, 20}{8 \,.\, 5 - 6}$$

$$x = \frac{272}{34} = 8.$$

Aufgabe 23.

§. 95.

Eine Stadt, die drey Gassen hat, will 3000 fl. zur Erbauung eines neuen Schulhauses verwenden. Daran soll die 2te Gasse noch einmal so viel bezahlen, als die erste, weniger 17 fl. Die dritte $\frac{2}{3}$ der ersten und noch 11 fl. Wie viel mußte jede derselben bezahlen?

Auflösung.

Die erste bezahlt . . . $= x$
Die 2te . . . . . . $= 2x - 17$
Die 3te . . . . . . $= \frac{2x}{3} + 11$, folglich

alle $3000 = \frac{11x}{3} - 6$

$$\begin{array}{rcl} 9000 & = & 11x - 18 \\ +\ 18 & & +\ 18 \\ \hline 9018 & = & 11x \end{array}$$

Also

Die 1te $819\,{}^{9}\!/_{11} = x$
2te $1622\,{}^{7}\!/_{11}$
3te $557\,{}^{6}\!/_{11}$ und

Alle zusammen = 3000 fl.