Das Dynamiden-System

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1857

Abhängigkeit zwischen Wellenlänge, Fortpflanzungsgescwindigkeit und Schwingungsgeschwindigkeit [...]

urn:nbn:de:bsz:31-266496

die Wellenlängen in beiden Medien gleich gross, allein die Schwingungszeiten sind ungleich.

7. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten sind in den drei Wellensystemen ungleich, und diese Fortpflanzungsgeschwindigkeiten hängen auch von der Natur des Mediums ab.
8. Die Schwingungsgeschwindigkeiten, so wie auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, stehen in einem Zusammenhang mit der Wellenlänge und mit der Natur des Mediums.

Hiermit ist nun der gesammte Gehalt eines partikulären Integrales ausgesprochen. Nun besteht aber das totale Integral aus unendlich vielen partikulären Integralen, die sich ergeben, wenn man für $\alpha\ \beta\ \gamma$ alle möglichen Werthe annimmt. Die ganze Bewegung besteht also aus unendlich vielen dreifachen Wellensystemen und die Bewegungsrichtungen der Wellensysteme sind im Allgemeinen verschieden, weil sie mit der Richtung $A\,O$ zusammenfallen.

Um nun diese Ergebnisse der Rechnung mit den Beobachtungen in Zusammenhang zu bringen, müssen insbesondere folgende Fragen beantwortet werden:

1. Wodurch wird die Farbe bestimmt?
2. Wodurch wird ein Lichtstrahl bestimmt?

Um diese Fragen zu beantworten, ist es nothwendig, die Beziehung, welche zwischen der Schwingungsgeschwindigkeit und Wellenlänge besteht, ausfindig zu machen, was wir im Folgenden wenigstens für ein einfach brechendes Medium thun werden.

ABHÄNGIGKEIT ZWISCHEN WELLENLÄNGE, FORTPFLANZUNGSGESCHWINDIGKEIT UND SCHWINGUNGSGESCHWINDIGKEIT IN EINEM EINFACH BRECHENDEN MEDIUM.

In einem einfach brechenden Medium, in welchem also die Elastizität nach allen Richtungen um jeden Punkt herum gleich ist, regen alle von dem Anfangspunkt der Coordinaten gleich weit entfernten Atome identische Elementarwellen an, es ist also in diesem Falle genügend, die Bewegungsverhältnisse irgend einer dieser Elementarwellen zu untersuchen, und wir nehmen deshalb den Erregungspunkt in der Axe $O\,x$ an, d. h. wir setzen:

$$\beta = 0 \qquad \gamma = 0 \qquad \text{demnach } \Delta u = \alpha\, \Delta x$$

Für ein Medium, das nach allen Richtungen einerlei Elastizität hat, ist vermöge der Ausdrücke (8) und (9), Seite 116:

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{B} = \mathfrak{C} \qquad \mathfrak{F} = \mathfrak{G} = \mathfrak{D} = 0$$

$$\mathfrak{A}_1 = \frac{\mu_1}{r}\left[J(r) + \frac{d\left(\frac{1}{r}J(r)\right)}{dr}\Delta x^2\right]$$

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{\mu_1}{r}\left[J(r) + \frac{d\left(\frac{1}{r}J(r)\right)}{dr}\Delta y^2\right]$$

$$\mathfrak{C}_1 = \frac{\mu_1}{r}\left[J(r) + \frac{d\left(\frac{1}{r}J(r)\right)}{dr}\Delta z^2\right]$$

$$\mathfrak{F}_1 = 0 \qquad \mathfrak{G}_1 = 0 \qquad \mathfrak{D}_1 = 0$$

und daher werden die Ausdrücke (22), Seite 121 :

$$\left.\begin{aligned}
l &= \frac{1}{2}(\mathfrak{A}+\varepsilon) - S\,\frac{\mu_1}{r}\left[J(r) + \frac{d\left(\frac{1}{r}J(r)\right)}{dr}\Delta x^2\right]\left(\sin.\frac{1}{2}\alpha\,\Delta x\right)^2\\
m &= \frac{1}{2}(\mathfrak{A}+\varepsilon) - S\,\frac{\mu_1}{r}\left[J(r) + \frac{d\left(\frac{1}{r}J(r)\right)}{dr}\Delta y^2\right]\left(\sin.\frac{1}{2}\alpha\,\Delta x\right)^2\\
n &= \frac{1}{2}(\mathfrak{A}+\varepsilon) - S\,\frac{\mu_1}{r}\left[J(r) + \frac{d\left(\frac{1}{r}J(r)\right)}{dr}\Delta z^2\right]\left(\sin.\frac{1}{2}\alpha\,\Delta x\right)^2
\end{aligned}\right\} \quad . \; . \quad (38)$$

$$p = 0 \qquad q = 0 \qquad r = 0$$

Vermöge $p = q = r = 0$ wird die kubische Gleichung (29), Seite 122 :

$$(l - \vartheta^2)\,(m - \vartheta^2)\,(n - \vartheta^2) = 0$$

Demnach hat man :

$$\vartheta_1^2 = l \qquad \vartheta_2^2 = m \qquad \vartheta_3^2 = n \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (39)$$

oder weil vermöge des Ausdrucks (38) $m = n$ ist :

$$\left.\begin{aligned}
\vartheta_1^2 &= \frac{1}{2}(\mathfrak{A}+\varepsilon) - S\,\frac{\mu_1}{r}\left[J(r) + \frac{d\left(\frac{1}{r}J(r)\right)}{dr}\Delta x^2\right]\left(\sin.\frac{1}{2}\alpha\,\Delta x\right)^2\\
\vartheta_2^2 = \vartheta_3^2 &= \frac{1}{2}(\mathfrak{A}+\varepsilon) - S\,\frac{\mu_1}{r}\left[J(r) + \frac{d\left(\frac{1}{r}J(r)\right)}{dr}\Delta y^2\right]\left(\sin.\frac{1}{2}\alpha\,\Delta x\right)^2
\end{aligned}\right\} \quad (40)$$

In diesen Summen haben nur diejenigen Glieder einen ansehnlichen Werth, für welche Δx und r klein ist, denn wie auch α angenommen werden mag, so bleibt $\left(\sin.\frac{1}{2}\alpha\,\Delta x\right)^2$

stets kleiner als die Einheit, und die Funktionen $J(r)$ und $\frac{d\left(\frac{1}{r}J(r)\right)}{dr}$ haben nur für sehr kleine Werthe von r einen beträchtlicheren Werth. Nun ist:

$$\left(\sin.\frac{1}{2}\alpha\Delta x\right)^2 = \frac{1}{2}(1-\cos.\alpha\Delta x) = \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha^2\Delta x^2}{1.2} - \frac{\alpha^4\Delta x^4}{1..4} + \frac{\alpha^6\Delta x^6}{1....6} - \dots\dots\right)$$

Daher wird:

$$\vartheta_2^2 = \frac{1}{2}(\mathfrak{A}+\varepsilon) - S\frac{\mu_1}{r}\left[J(r) + \frac{d\left(\frac{1}{r}J(r)\right)}{dr}\Delta y^2\right]\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha^2\Delta x^2}{1.2} - \frac{\alpha^4\Delta x^4}{1..4} + \frac{\alpha^6\Delta x^6}{1....6} - \dots\dots\right)$$

oder:

$$\left.\begin{aligned}\vartheta_2^2 = \frac{1}{2}(\mathfrak{A}+\varepsilon) &- \frac{1}{2}\alpha^2 S\frac{\mu_1}{r}\left[J(r) + \frac{d\left(\frac{1}{r}J(r)\right)}{dr}\Delta y^2\right]\frac{\Delta x^2}{1.2}\\ &+ \frac{1}{2}\alpha^4 S\frac{\mu_1}{r}\left[J(r) + \frac{d\left(\frac{1}{r}J(r)\right)}{dr}\Delta y^2\right]\frac{\Delta x^4}{1..4}\\ &- \frac{1}{2}\alpha^6 S\frac{\mu_1}{r}\left[J(r) + \frac{d\left(\frac{1}{r}J(r)\right)}{dr}\Delta y^2\right]\frac{\Delta x^6}{1....6}\\ &+ \dots\dots\dots\dots\end{aligned}\right\} \quad (41)\,^{*)}$$

Man erhält demnach für ϑ_2^2 einen Ausdruck von der Form:

$$\vartheta_2^2 = A_0 + A_2\alpha^2 + A_4\alpha^4 + A_6\alpha^6 + \dots.$$

wobei $A_0\, A_2\, A_4\, A_6$ Grössen sind, die von der Beschaffenheit des Mediums abhängen. Allein A_0 hängt nur allein von den Körperatomen ab und $A_2\, A_4\, A_6$ vom Aether.

Es ist klar, dass die Coeffizienten $A_2\, A_4\, A_6$ sehr kleine Grössen sind, denn entweder sind die Funktionen $J(r)$, $\frac{d\left(\frac{1}{r}J(r)\right)}{dr}$, oder es sind die Werthe von Δx sehr klein; wir dürfen uns daher wohl erlauben, nur die drei ersten Glieder der letzten Gleichung in Rechnung zu bringen, setzen also:

$$\vartheta_2^2 = A_0 + A_2\alpha^2 + A_4\alpha^4 \quad \dots\dots\dots\dots \quad (42)$$

---

*) Es wäre sehr wichtig, wenn man die in (41) vorkommende Summe berechnen, oder wenigstens die analytische Natur dieser Funktion angeben könnte. Wenn sich beweisen liesse, dass sie eine periodische Funktion wäre, so würde vielleicht darin der Grund zu den dunkeln Linien des Spektrums zu suchen sein.

Hiermit ist nun eine Abhängigkeit zwischen ϑ_2 und α aufgefunden, welche, wie wir bald sehen werden, die Farbenzerstreuung des Lichtes bei Brechungen erklärt. Bevor wir jedoch zur Erklärung der Dispersion schreiten, wollen wir vorerst noch die Schwingungsrichtungen in den drei Elementarwellen untersuchen.

Setzen wir in den Gleichungen (28), S. 122, $p = q = r = o$, $m = n$, so werden dieselben:

$$(1 - \vartheta^2)\,\mathfrak{M} = o \qquad (m - \vartheta^2)\,\mathfrak{N} = o \qquad (m - \vartheta^2)\,\mathfrak{P} = o$$

Demnach erhalten wir:

$$\left.\begin{array}{lll} (1 - \vartheta_1^2)\,\mathfrak{M}_1 = o & (m - \vartheta_1^2)\,\mathfrak{N}_1 = o & (m - \vartheta_1^2)\,\mathfrak{P}_1 = o \\ (1 - \vartheta_2^2)\,\mathfrak{M}_2 = o & (m - \vartheta_2^2)\,\mathfrak{N}_2 = o & (m - \vartheta_2^2)\,\mathfrak{P}_2 = o \\ (1 - \vartheta_3^2)\,\mathfrak{M}_3 = o & (m - \vartheta_3^2)\,\mathfrak{N}_3 = o & (m - \vartheta_3^2)\,\mathfrak{P}_3 = o \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad (43)$$

Allein es ist:

$$\vartheta_1 - 1 = o \qquad \vartheta_2^2 - m = o \qquad \vartheta_3^2 - m = o$$

Den Gleichungen (43) kann also entsprochen werden durch:

$$\begin{array}{lll} \mathfrak{M}_1 \text{ unbestimmt} & \mathfrak{N}_1 = o & \mathfrak{P}_1 = o \\ \mathfrak{M}_2 = o & \mathfrak{N}_2 \text{ unbestimmt} & \mathfrak{P}_2 \text{ unbestimmt} \\ \mathfrak{M}_3 = o & \mathfrak{N}_3 \text{ unbestimmt} & \mathfrak{P}_3 \text{ unbestimmt} \end{array}$$

Berücksichtigt man noch, dass $\mathfrak{M}_1^2 + \mathfrak{N}_1^2 + \mathfrak{P}_1^2 = 1$ ist, so folgt wegen $\mathfrak{N}_1 = \mathfrak{P}_1 = o$ $\mathfrak{M}_1 = 1$.

Die Schwingungsrichtung der Elementarwelle, welcher ϑ_1^2 entspricht, ist daher parallel mit der Axe der x oder senkrecht auf der Wellenebene, und die Schwingungsrichtung in den beiden andern zusammenfallenden Wellenebenen fällt daher in die Wellenebene selbst oder steht senkrecht auf der Fortpflanzungsrichtung der Welle. Nur diese letztere gibt Lichtwirkungen, daher wir auch nur die Beziehung zwischen α und ϑ_2^2 gesucht haben. Die physikalische Bedeutung der Welle, in welcher die Schwingungsrichtung mit der Fortpflanzungsrichtung zusammenfällt, ist vorläufig noch nicht enträthselt, ich vermuthe aber, dass sie Wärmewirkungen hervorbringt, obgleich ich wohl weiss, dass die Physiker gefunden haben wollen, dass auch die strahlende Wärme auf Transversalschwingungen beruhe.

DIE FARBE.

Bei dem Uebergang eines farbigen Lichtstrahles aus einem Medium in ein anderes tritt im Allgemeinen (wenn nämlich die Richtung des einfallenden Strahles auf der Trennungsfläche der Medien nicht senkrecht steht) eine Ablenkung der Richtung, aber keine