Das Dynamiden-System

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1857

Interpretation der Integrale

urn:nbn:de:bsz:31-266496

$$16\,\pi^2\,\Pi = \mathrm{F}\,(\varrho\,\mathrm{p} - \vartheta\,\mathrm{t}) + \int_0^{\mathrm{t}} \mathrm{F}^{1}\,(\varrho\,\mathrm{p} - \vartheta\,\mathrm{t})\,d\,\mathrm{t} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;\; (37)$$

Es ist offenbar $\mathrm{F}\,(\varrho\,\mathrm{p})$ der initiale Werth der Verschiebung $\mathfrak{M}\,\xi + \mathfrak{N}\,\upsilon + \mathfrak{P}\,\zeta$, und $\mathrm{F}^{1}\,(\varrho\,\mathrm{p})$ die anfängliche Geschwindigkeit.

Wenn wir annehmen, dass am Anfang der Zeit eine Bewegung nur allein in einer unendlich kleinen Entfernung vom Anfangspunkt der Coordinaten erregt worden ist, haben die Funktionen F und F^{1} nur dann endliche Werthe, wenn für die Veränderliche ein sehr kleiner Werth gesetzt wird. Daraus sieht man, dass bei einem solchen Initial-Zustand Π nur dann einen Werth hat, wenn $\varrho\,\mathrm{p} - \vartheta\,\mathrm{t}$ sehr klein oder nahe gleich Null ist, d. h. es ist nach Verlauf der Zeit t nur an den Orten Bewegung vorhanden, für welche $\varrho\,\mathrm{p} - \vartheta\,\mathrm{t} = 0$, oder

$$\mathrm{p} = \frac{\vartheta}{\varrho}\,\mathrm{t}$$

ist; der ganze übrige Raum ist ruhig.

INTERPRETATION DER INTEGRALE.

Betrachten wir die Methode, welche uns zur Integration der Gleichungen (14), Seite 118, geführt hat, genauer, so ersieht man, dass

$$\cos\,\mathrm{u}\,.\,\varphi \qquad\qquad \cos\,\mathrm{u}\,.\,\psi \qquad\qquad \cos\,\mathrm{u}\,.\,\omega$$

partikuläre Integralien der genannten Gleichungen darstellen, denn die in den Klammern stehenden Ausdrücke der Gleichungen (21) wurden Null gesetzt, und daraus $\varphi\;\psi\;\omega$ bestimmt. Daraus folgt, dass $\mathfrak{M}\,\Pi\;\;\mathfrak{N}\,\Pi\;\;\mathfrak{P}\,\Pi$ ebenfalls partikuläre Werthe von $\xi\;\upsilon\;\zeta$ sind, und dass die totalen Werthe dieser Grössen aus unendlich vielen partikulären Werthen zusammengesetzt sind. Die Bewegung eines Punktes $\mathrm{x\;y\;z}$ besteht daher aus unendlich vielen Elementarbewegungen, von denen jede möglicher Weise isolirt auftreten könnte.

Wir wollen nun eine solche Elementarbewegung

$$\mathfrak{M}\,\Pi \qquad \mathfrak{N}\,\Pi \qquad \mathfrak{P}\,\Pi$$

näher betrachten.

Betrachten wir zunächst die Bewegungen aller Punkte, welche in einer in m auf OA senkrechten Ebene liegen, so hat für alle Punkte dieser Ebene p den gleichen Werth. Demnach machen alle Punkte dieser Ebene identische Elementarbewegungen, denn der Grösse nach stimmen diese Bewegungen überein, weil Π nur von p abhängt, und der Richtung nach stimmen diese Bewegungen überein, weil $\mathfrak{M}\;\mathfrak{N}\;\mathfrak{P}$ nur allein von $\alpha\;\beta\;\gamma$ abhängen. Für eine zweite auf OA senkrechte Ebene hat p einen andern Werth, mithin auch Π; allein $\mathfrak{M}\ \mathfrak{N}\ \mathfrak{P}$ (die, wie gesagt, nur von $\alpha\ \beta\ \gamma$ abhängen, sich also nur ändern, wenn die Lage des Punktes A verändert wird) haben die gleichen Werthe wie in der ersten Ebene. Die Schwingungsrichtungen (Polarisationsrichtungen) in allen auf AO senkrechten Ebenen stimmen also überein.

Aendert sich p um $\frac{2\pi}{\varrho}$, so erhält Π wiederum den gleichen Werth. Denkt man sich also den ganzen unendlichen Raum durch Ebenen getheilt, die auf OA senkrecht stehen, und von denen je zwei unmittelbar auf einander folgende um $\frac{2\pi}{\varrho}$ abstehen, so sind für einen bestimmten Zeitmoment (für ein bestimmtes t) die Bewegungszustände in allen Schichten von der Dicke $\frac{2\pi}{\varrho}$ gleich gross. Wir wollen die im schwingenden Zustand befindliche Aethermasse einer Schichte eine elementare Lichtwelle nennen, und die Dicke dieser Schichte Wellenlänge. Nennen wir diese λ, setzen also:

$$\frac{2\pi}{\varrho} = \lambda \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Aendert sich t um $\frac{2\pi}{\vartheta}$, so erhält Π für einen und denselben Werth von p wiederum den gleichen Werth, d. h. der Schwingungszustand in einer bestimmten, auf OA senkrechten Ebene ist ein periodischer nach Verlauf einer Zeit $\frac{2\pi}{\vartheta}$ wiederkehrender. $\frac{2\pi}{\vartheta}$ drückt also in einer Elementarbewegung die Schwingungszeit des Massenmittelpunktes einer Aetherhülle aus. Nennen wir diese Schwingungszeit T, setzen also:

$$T = \frac{2\pi}{\vartheta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Während der Zeit T einer Schwingung rückt die ganze wandelbare Form der Welle um $\frac{2\pi}{\varrho} = \lambda$ vorwärts. Die Geschwindigkeit v der Fortpflanzung dieser Bewegung ist demnach gleich dem Quotienten aus der Wellenlänge und der Schwingungszeit. Setzt man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v, so hat man:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{2\pi}{\varrho}}{\frac{2\pi}{\vartheta}} = \frac{\vartheta}{\varrho}$$

Jeder bestimmte Punkt des ganzen unbegränzten Mediums veranlasst also in dem ganzen Medium einen Bewegungszustand, dem folgende Eigenschaften zukommen.

Für einen bestimmten Punkt haben $\alpha\ \beta\ \gamma$ bestimmte Werthe. Nun sind $l\ m\ n\ p\ q\ r$ (Ausdrücke 22, S. 121) reine Funktionen von $\alpha\beta\gamma$, daher gibt die kubische Gleichung (29) für jeden bestimmten Punkt $(\alpha\ \beta\ \gamma)$ drei Werthe $\vartheta_1^2\ \vartheta_2^2\ \vartheta_3^2$ für ϑ^2, und diese Werthe in die Gleichungen (28) gesetzt, so erhält man für $\mathfrak{M}\ \mathfrak{N}\ \mathfrak{P}$ die drei Systeme von Werthen:

$$\begin{array}{ccc} \mathfrak{M}_1 & \mathfrak{N}_1 & \mathfrak{P}_1 \\ \mathfrak{M}_2 & \mathfrak{N}_2 & \mathfrak{P}_2 \\ \mathfrak{M}_3 & \mathfrak{N}_3 & \mathfrak{P}_3 \end{array}$$

Betrachten wir zunächst die Bewegung, welche einem solchen System, z. B. dem System

$$\vartheta_1 \quad \mathfrak{M}_1 \quad \mathfrak{N}_1 \quad \mathfrak{P}_1$$

entspricht, so besteht diese Bewegung aus einer Reihenfolge von auf OA senkrechten Wellen von der Länge $\lambda = \frac{2\pi}{\varrho}$. Die Schwingungszeit jedes Aethertheilchens sämmtlicher Wellen ist gleich $T = \frac{2\pi}{\vartheta_1}$, und diese Wellen bewegen sich längs der Linie OA fort mit einer Geschwindigkeit $v = \frac{\vartheta}{\varrho}$. Die Schwingungsrichtungen stimmen für alle Aethertheilchen überein und werden durch die Werthe von $\mathfrak{M}_1$ $\mathfrak{N}_1$ $\mathfrak{P}_1$ bestimmt.

Aehnliche Wellensysteme liefern die beiden andern Wurzeln ϑ_2 ϑ_3. Wir erhalten daher drei Wellensysteme, deren Zustand durch folgendes Schema anschaulich wird.

	Wellensystem für ein bestimmtes $\alpha\,\beta\,\gamma$. I.	II.	III.
Wellenlänge	$\lambda = \frac{2\pi}{\varrho}$	$\lambda = \frac{2\pi}{\varrho}$	$\lambda = \frac{2\pi}{\varrho}$
Schwingungszeit.	$T_1 = \frac{2\pi}{\vartheta_1}$	$T_2 = \frac{2\pi}{\vartheta_2}$	$T_3 = \frac{2\pi}{\vartheta_3}$
Fortpflanzungsgeschwindigkeit .	$v_1 = \frac{\vartheta_1}{\varrho}$	$v_2 = \frac{\vartheta_2}{\varrho}$	$v_3 = \frac{\vartheta_3}{\varrho}$
Polarisationsrichtungen . . .	$\mathfrak{M}_1\,\mathfrak{N}_1\,\mathfrak{P}_1$	$\mathfrak{M}_2\,\mathfrak{N}_2\,\mathfrak{P}_2$	$\mathfrak{M}_3\,\mathfrak{N}_3\,\mathfrak{P}_3$

Es ist von grösster Wichtigkeit, zu bemerken, dass zwischen ϑ und ϱ oder zwischen ϑ und λ eine gewisse Abhängigkeit besteht. Denn ϑ wird durch l m n p q r bestimmt, diese Grössen hängen aber von $\alpha\,\beta\,\gamma$ oder von ϱ ab. Jedes individuelle ϱ liefert demnach drei individuelle Werthe für ϑ^2. Auch muss noch bemerkt werden, dass l m n p q r von der Constitution des Mediums abhängt, dass mithin ϑ^2 eine Funktion nicht nur von $\alpha\,\beta\,\gamma$ oder von ϱ, sondern auch von der Natur des Mediums ist. Endlich ist noch in Erinnerung zu bringen, dass die drei Polarisationsrichtungen, welche durch $\mathfrak{M}_1\,\mathfrak{N}_1\,\mathfrak{P}_1$ $\mathfrak{M}_2\,\mathfrak{N}_2\,\mathfrak{P}_2$ $\mathfrak{M}_3\,\mathfrak{N}_3\,\mathfrak{P}_3$ bestimmt werden, auf einander senkrecht stehen.

Mit Worten ausgesprochen, ist der Sinn des aufgestellten Schemas folgender:

1. Jeder individuelle Punkt A des Mediums veranlasst drei Systeme von Wellen.
2. Diese drei Wellensysteme stehen senkrecht auf OA, sind also zu einander parallel.
3. In jedem einzelnen der drei Wellensysteme sind die Bewegungsrichtungen (Polarisationsrichtungen) parallel.
4. Die Polarisationsrichtungen in den drei Wellensystemen stehen auf einander senkrecht.
5. Die Wellenlängen stimmen in den drei Systemen überein, und hängen nur allein von der Wahl des Punktes A ab.
6. Die Schwingungszeiten sind in den drei Wellensystemen nicht gleich gross, und hängen auch von der Natur des Mediums ab; wenn also in zwei verschiedenen Medien durch gleich grosse Werthe von ϱ Wellen erregt werden, so sind zwar

die Wellenlängen in beiden Medien gleich gross, allein die Schwingungszeiten sind ungleich.

7. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten sind in den drei Wellensystemen ungleich, und diese Fortpflanzungsgeschwindigkeiten hängen auch von der Natur des Mediums ab.
8. Die Schwingungsgeschwindigkeiten, so wie auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, stehen in einem Zusammenhang mit der Wellenlänge und mit der Natur des Mediums.

Hiermit ist nun der gesammte Gehalt eines partikulären Integrales ausgesprochen. Nun besteht aber das totale Integral aus unendlich vielen partikulären Integralen, die sich ergeben, wenn man für $\alpha \beta \gamma$ alle möglichen Werthe annimmt. Die ganze Bewegung besteht also aus unendlich vielen dreifachen Wellensystemen und die Bewegungsrichtungen der Wellensysteme sind im Allgemeinen verschieden, weil sie mit der Richtung AO zusammenfallen.

Um nun diese Ergebnisse der Rechnung mit den Beobachtungen in Zusammenhang zu bringen, müssen insbesondere folgende Fragen beantwortet werden:

1. Wodurch wird die Farbe bestimmt?
2. Wodurch wird ein Lichtstrahl bestimmt?

Um diese Fragen zu beantworten, ist es nothwendig, die Beziehung, welche zwischen der Schwingungsgeschwindigkeit und Wellenlänge besteht, ausfindig zu machen, was wir im Folgenden wenigstens für ein einfach brechendes Medium thun werden.

ABHÄNGIGKEIT ZWISCHEN WELLENLÄNGE, FORTPFLANZUNGSGESCHWINDIGKEIT UND SCHWINGUNGSGESCHWINDIGKEIT IN EINEM EINFACH BRECHENDEN MEDIUM.

In einem einfach brechenden Medium, in welchem also die Elastizität nach allen Richtungen um jeden Punkt herum gleich ist, regen alle von dem Anfangspunkt der Coordinaten gleich weit entfernten Atome identische Elementarwellen an, es ist also in diesem Falle genügend, die Bewegungsverhältnisse irgend einer dieser Elementarwellen zu untersuchen, und wir nehmen deshalb den Erregungspunkt in der Axe Ox an, d. h. wir setzen:

$$\beta = 0 \qquad \gamma = 0 \qquad \text{demnach } \Delta u = \alpha \Delta x$$

Für ein Medium, das nach allen Richtungen einerlei Elastizität hat, ist vermöge der Ausdrücke (8) und (9), Seite 116: