Das Dynamiden-System

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1857

Das Compressionsgesetz für Gase oder das wahre mariott'sche Gesetz

urn:nbn:de:bsz:31-266496

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{A} &= \frac{m}{6}\left(\frac{1}{2\,g\,m}\right)^{\frac{\alpha+2}{3}} s\ \frac{4\,\pi\, m\, a}{n^{\alpha-3}} \\
\mathfrak{B} &= \frac{m}{3}\left(\frac{1}{2\,g\,m}\right)^{\frac{\beta+2}{3}} s\ \frac{4\,\pi\, m\, b}{n^{\beta-3}} \\
\mathfrak{C} &= \frac{m}{6}\left(\frac{1}{2\,g\,m}\right)^{\frac{\gamma+2}{3}} s\ \frac{4\,\pi\, m\, c}{n^{\gamma-3}} \\
\mathfrak{D} &= \frac{m}{72}\left(\frac{1}{2\,g\,m}\right)^{\frac{\alpha+4}{3}} s\ \frac{4\,\pi\, a\, \alpha\,(\alpha+1)\, m}{n^{\alpha-1}} \\
\mathfrak{E} &= \frac{m}{72}\left(\frac{1}{2\,g\,m}\right)^{\frac{\beta+4}{3}} s\ \frac{4\,\pi\, b\, \beta\,(\beta+1)\, m}{n^{\beta-1}}
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

$$N = \mathfrak{A}\, C^2 s^{\frac{\alpha+2}{3}} - \mathfrak{B}\, C\, s^{\frac{\beta+2}{3}} - \mathfrak{C}\, s^{\frac{\gamma+2}{3}} + \left[\mathfrak{D}\, C^2 s^{\frac{\alpha+4}{3}} - \mathfrak{E}\, C\, s^{\frac{\beta+4}{3}}\right] D^2 \quad .\ . \quad (11)$$

Bevor wir uns spezieller mit diesem merkwürdigen Ausdruck beschäftigen, will ich die Bedeutung der darin erscheinenden Grössen in Erinnerung bringen.

Es ist:

N der auf die Flächeneinheit der Oberfläche des Körpers comprimirend wirkende äussere Druck;

C die Wärmecapazität des Körpers, d. h. die in der Gewichtseinheit enthaltene Aethermenge;

s das spezifische Gewicht des Körpers;

$\alpha\ \beta\ \gamma$ sind Zahlen, welche ausdrücken, den wievielten Potenzen ihrer Entfernung die Atomkräfte verkehrt proportional sind;

D der Durchmesser einer Aetherhülle.

Wir wollen nun diesen Ausdruck (11) auf Gase und feste Substanzen anwenden.

DAS COMPRESSIONSGESETZ FÜR GASE ODER DAS WAHRE MARIOTT'SCHE GESETZ.

Setzen wir eine gewisse Gasmenge zuerst einem äusseren Druck N, hierauf einem äusseren Druck N_1 aus, so wird dieses Gas im ersteren Falle ein gewisses spezifisches Gewicht s, im letzteren ein spezifisches Gewicht s_1 zeigen, und vermöge der Gleichung (11) dürfen wir schreiben:

$$N = \mathfrak{A}\, C^2 s^{\frac{\alpha+2}{3}} - \mathfrak{B}\, C s^{\frac{\beta+2}{3}} - \mathfrak{G}\, s^{\frac{\gamma+2}{3}} + \left(\mathfrak{D}\, C^2 s^{\frac{\alpha+4}{3}} - \mathfrak{E}\, C s^{\frac{\beta+4}{3}}\right) D^2$$

$$N_1 = \mathfrak{A}\, C^2 s_1^{\frac{\alpha+2}{3}} - \mathfrak{B}\, C s_1^{\frac{\beta+2}{3}} - \mathfrak{G}\, s_1^{\frac{\gamma+2}{3}} + \left(\mathfrak{D}\, C^2 s_1^{\frac{\alpha+4}{3}} - \mathfrak{E}\, C s_1^{\frac{\beta+4}{3}}\right) D_1^2$$

Durch Division dieser Ausdrücke findet man:

$$\frac{N}{N_1} = \left(\frac{s}{s_1}\right)^{\frac{\alpha+2}{3}} \frac{1 - \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}C} s^{\frac{\beta-\alpha}{3}} - \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{A}C^2} s^{\frac{\gamma-\alpha}{3}} + \left(\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{A}} s^{\frac{2}{3}} - \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{A}C} s^{\beta-\alpha+2}\right) D^2}{1 - \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}C} s_1^{\frac{\beta-\alpha}{3}} - \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{A}C^2} s_1^{\frac{\gamma-\alpha}{3}} + \left(\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{A}} s_1^{\frac{2}{3}} - \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{A}C} s_1^{\beta-\alpha+2}\right) D_1^2} \qquad (12)$$

und diese Gleichung gilt für schwache wie für starke Compressionen. Wenden wir sie zunächst auf schwache Compressionen an, so müsste dieselbe annähernd das gewöhnliche Mariott'sche Gesetz ausdrücken, d. h. diese Gleichung müsste, wenn wir in derselben $D = D_1$ setzen, also einerlei Temperatur voraussetzen:

$$\frac{N}{N_1} = \frac{s}{s_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

geben, denn in diesem Fall, d. h. für schwache Pressungen und bei gleicher Temperatur verhalten sich die Pressungen beinahe ganz genau wie die Dichten oder wie die spezifischen Gewichte. Damit aber unter diesen Umständen die Gleichung (12) mit (13) übereinstimmt, muss erstens $\frac{\alpha+2}{3} = 1$ oder $\alpha = 1$ sein und müssen ferner zweitens die Quotienten $\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}C}\ \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{A}C^2}\ \frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{A}}\ \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{A}C}$ verschiedene kleine Grössen sein, muss also $\mathfrak{A}$ im Vergleich zu $\mathfrak{B}\ \mathfrak{G}\ \mathfrak{D}\ \mathfrak{E}$ ausserordentlich gross sein, d. h. die Gleichung (12) stimmt mit den für Gase geltenden Thatsachen nur dann überein, wenn der Aether eine solche Beschaffenheit hat, dass die Abstossung zweier Aetheratome nur der ersten Potenz der Entfernung der Aethertheilchen verkehrt proportional ist, und wenn ferner die Abstossung der Aethertheilchen im Verhältniss zur Anziehung der Körperatome gegen einander und der Anziehung der Körper und Aetheratome sehr gross ist. Es stellt sich demnach das merkwürdige Resultat heraus, dass die Abstossungskraft zweier Aetheratome eine sehr energische und fern hin wirkende Kraft ist.

Setzen wir in der Gleichung (12) $\alpha = 1$, so wird dieselbe:

$$\frac{N}{N_1} = \frac{s}{s_1} \frac{1 - \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}C} s^{\frac{\beta-1}{3}} - \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{A}C^2} s^{\frac{\gamma-1}{3}} + \left(\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{A}} s^{\frac{2}{3}} - \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{A}C} s^{\frac{\beta+1}{3}}\right) D^2}{1 - \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}C} s_1^{\frac{\beta-1}{3}} - \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{A}C^2} s_1^{\frac{\gamma-1}{3}} + \left(\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{A}} s_1^{\frac{2}{3}} - \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{A}C} s_1^{\frac{\beta+1}{3}}\right) D_1^2} \quad . \; . \quad (14)$$

und dies ist nun die wahre Beziehung, welche zwischen den Pressungen und Dichten oder spezifischen Gewichten eines Gases besteht, d. h. das wahre Mariott'sche Gesetz. Leider können die Zahlen, welche *Regnault* zum Behufe der Prüfung des gewöhnlichen Mariott'schen Gesetzes gesucht und gefunden hat, nicht gebraucht werden, um damit die Formel (14) zu prüfen, denn *Regnault* gibt in seinen Relations expérimentales etc. nur die Werthe von $\frac{N s_1}{N_1 s}$ und von $\frac{s_1}{s}$ an, nicht aber die absoluten Werthe der spezifischen Gewichte $s\,s_1$ des Gases, und es wird überhaupt sehr schwer halten, die Gleichung (14) durch Versuche ganz scharf zu prüfen, denn die Zahl der zu bestimmenden Constanten ist sehr gross, und ihr Betrag ist dagegen verschwindend klein, denn nach der Thatsache gilt doch das gewöhnliche Mariott'sche Gesetz sehr nahe auch für sehr starke Compressionen.

In den Relations findet man z. B. Seite 421 angegeben, dass für atmosphärische Luft die Werthe des Quotienten $\frac{N s_1}{N s}$ gleich 0·996490 und 0·987780 sind, wenn die Volumsverhältnisse im ersteren Falle 2, im letzteren 16 betragen. Das Mariott'sche Gesetz ist demnach noch bei einer 16fachen Verdichtung ziemlich genau.

Unsere Formel enthält noch eine Hauptschwierigkeit, die ich nicht zu bewältigen im Stande bin; das ist die Bestimmung von D^2, d. h. die Bestimmung von dem Durchmesser einer Aetherhülle. Ich unterlasse es, die vielen weitläufigen aber vergeblichen Rechnungen hierher zu setzen, welche ich unternommen habe, um die Abhängigkeit zwischen D, s und t ausfindig zu machen.

Schon Seite 58, Gleichung (7), habe ich eine hypothetische Annäherungsformel für D^2 aufgestellt, allein mit derlei Formeln ist der Wissenschaft wenig gedient, denn wenn auch die Resultate ganz genau stimmen, so weiss man denn doch die Ursache nicht, und auf die Kenntniss der Ursachen kommt es vorzugsweise an.

Aus der Gleichung (14) ersieht man, dass *Regnault* wohl mit Recht gesagt hat: La vraie loi qui exprime les relations entre les volumes d'une même masse de gaz et les pressions qu'elle supporte, est évidemment trop complexe pour qu'on puisse espérer de la trouver uniquement par la méthode expérimentale.

BESTIMMUNG DES MODULUS DER ELASTIZITÄT FÜR FESTE KÖRPER.

Unsere Gleichung (11) gilt selbstverständlich auch für feste Körper, insofern man dieselben als Dynamidensysteme betrachten darf; wir können daher diese Gleichung zur Bestimmung des sogenannten Modulus der Elastizität benützen.

Nehmen wir an, ein fester Körper sei zuerst der Pressung N der atmosphärischen Luft ausgesetzt, und werde hierauf einem höheren äusseren Druck N_1 unterworfen, so wird seine Dichte zunehmen und von s in s_1 übergeben. Allein bei festen Körpern ist die Aenderung der Dichte stets äusserst klein, daher werden wir keinen merklichen Fehler begehen, wenn wir setzen:

9.