

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Das Dynamiden-System

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1857

Allgemeines Compressionsgesetz, von welchem das mariott'sche Gesetz
ein spezieller Fall ist

[urn:nbn:de:bsz:31-266496](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-266496)

Die absolute Nulltemperatur wäre demnach 272.5° unter dem Gefrierpunkt des Wassers.

Aus der Gleichung (14) folgt auch, ganz in Uebereinstimmung mit den Ergebnissen der Regnault'schen Versuche, dass der Wärmeausdehnungscoefficient für Gase sowohl mit der Natur des Gases, als auch mit seiner Dichte etwas veränderlich ist.

In der Gleichung (14) kommen die Grössen λ, λ_2 vor, welche von der Compression des Gases abhängen, und die Grössen a_0 und b_0 sind mit der Natur des Gases etwas veränderlich.

Ich könnte nun die Gleichung (14) mit den von *Regnault* aufgefundenen Zahlen einer Prüfung unterwerfen, und könnte zeigen, dass diese Gleichung in der That mit den Erfahrungszahlen recht gut stimmt. Allein damit ist nicht viel gethan, denn die Gleichung (14) ist durch gar zu viele Vernachlässigungen gewonnen worden, und wenn sie auch mit den Zahlen ganz genau stimmt, so wüsste man doch den Grund nicht. Daher ziehe ich es vor, den in dieser Nummer eingeschlagenen Weg nicht weiter zu verfolgen, sondern einen andern naturgemässeren einzuschlagen, der uns zu genaueren und wichtigeren Resultaten führen wird.

ALLGEMEINES COMPRESSIONSGESETZ, VON WELCHEM DAS MARIOTTSCHE GESETZ EIN SPEZIELLER FALL IST.

Wir haben früher Seite 58 die Gleichung gefunden:

$$N V = \frac{1}{6} M [\varphi(r) + \psi(r) D^2] \dots \dots \dots (1)$$

dabei ist:

$$\left. \begin{aligned} \varphi(r) &= C^2 S m r J(r) - 2 C S m r G(r) - S m r F(r) \\ \psi(r) &= \frac{C}{12} \left[C S m r \frac{d^2 J(r)}{d r^2} - S m r \frac{d^2 G(r)}{d r^2} \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

Diese Gleichungen sind noch sehr genau, denn es ist bei ihrer Herleitung nur sehr Unwesentliches vernachlässigt worden.

Gewiss werden die Physiker ihre Zustimmung geben, wenn wir nun die Annahme machen, dass die Wechselwirkung je zweier Atome irgend einer Potenz ihrer Entfernung verkehrt proportional ist. Ich setze daher:

$$\left. \begin{aligned} J(r) &= \frac{a}{r^\alpha} \\ G(r) &= \frac{b}{r^\beta} \\ F(r) &= \frac{c}{r^\gamma} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

wobei $a b c \alpha \beta \gamma$ gewisse noch nicht bekannte constante Grössen bezeichnen. Um nun die in den Gleichungen (2) vorkommenden Summen zu berechnen, werden wir uns erlauben dürfen, die Rechnung so durchzuführen, wie wenn die Dynamiden um jede einzelne Dynamide in concentrischen kugelförmigen Schichten herumgelagert wären, wie Fig. 9 andeutet.

Nennen wir e die Entfernung der Schwerpunkte der Kerne zweier unmittelbar neben einander befindlichen Dynamiden, so sind:

$$\begin{array}{ll} e & 2e & 3e & 4e \dots \text{ die Halbmesser und} \\ 4\pi e^2 & 4.4\pi e^2 & 9.4\pi e^2 & 16.4\pi e^2 \dots \text{ die Kugel-Oberflächen,} \end{array}$$

in welchen die Atome um ein Centralatom herumgelagert sind, und $4\pi, 4.4\pi, 9.4\pi, 16.4\pi$, sind die Anzahlen der Atome oder Dynamiden in diesen Kugelschichten. Für die n^{te} Schichte ist:

$$\left. \begin{array}{l} \text{der Halbmesser} \dots \dots \dots ne \\ \text{die Kugelfläche} \dots \dots \dots 4\pi e^2 n^2 \\ \text{die Anzahl der Dynamiden} \dots \dots 4\pi n^2 \end{array} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

Nennen wir nun r die Entfernung einer Dynamide in der n^{ten} Schichte von dem Centralatom, setzen also:

$$r = ne \dots \dots \dots (5)$$

so ist vermöge (3):

$$J(r) = \frac{a}{(ne)^\alpha} \quad G(r) = \frac{b}{(ne)^\beta} \quad F(r) = \frac{c}{(ne)^\gamma}$$

demnach:

$$rJ(r) = \frac{a}{(ne)^{\alpha-1}} \quad rG(r) = \frac{b}{(ne)^{\beta-1}} \quad rF(r) = \frac{c}{(ne)^{\gamma-1}}$$

und wir erhalten nun mit Berücksichtigung, dass $4\pi n^2$ die Anzahl der Dynamiden in der n^{ten} Schichte bezeichnet:

$$\left. \begin{array}{l} S_{nr} J(r) = \frac{1}{e^{\alpha-1}} S \frac{4\pi m a}{n^{\alpha-3}} \\ S_{nr} G(r) = \frac{1}{e^{\beta-1}} S \frac{4\pi m b}{n^{\beta-3}} \\ S_{nr} F(r) = \frac{1}{e^{\gamma-1}} S \frac{4\pi m c}{n^{\gamma-3}} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

und diese rechter Hand der Gleichheitszeichen stehenden Summen sind für ein bestimmtes Medium constante Zahlen, denn es sind diese Summen zu nehmen, von $n = 1$ bis zu $n = \infty$.

Nun hat man ferner:

$$\left. \begin{aligned} r \frac{d^2 J(r)}{dr^2} &= \frac{a \alpha (\alpha + 1)}{e^{\alpha+1} n^{\alpha+1}} \\ r \frac{d^2 G(r)}{dr^2} &= \frac{b \beta (\beta + 1)}{e^{\beta+1} n^{\beta+1}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

und daher findet man nun:

$$\left. \begin{aligned} S_{m r} \frac{d^2 J(r)}{dr^2} &= \frac{1}{e^{\alpha+1}} S \frac{4 \pi a \alpha (\alpha + 1) m}{n^{\alpha-1}} \\ S_{m r} \frac{d^2 G(r)}{dr^2} &= \frac{1}{e^{\beta+1}} S \frac{4 \pi b \beta (\beta + 1) m}{n^{\beta-1}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

Substituiert man diese Summenwerthe (5) und (7) in die Gleichung (2) und setzt sodann die Resultate in die Gleichung (1), so erhält man:

$$N V = \frac{1}{6} M \left\{ \begin{aligned} &\frac{C^2}{e^{\alpha-1}} S \frac{4 \pi m a}{n^{\alpha-3}} - \frac{2 C}{e^{\beta-1}} S \frac{4 \pi m b}{n^{\beta-3}} - \frac{1}{e^{\gamma-1}} S \frac{4 \pi m c}{n^{\gamma-3}} \\ &+ \left[\frac{C^2}{e^{\alpha+1}} \frac{1}{12} S \frac{4 \pi a \alpha (\alpha + 1) m}{n^{\alpha-1}} - \frac{C}{e^{\beta+1}} \frac{1}{12} S \frac{4 \pi b \beta (\beta + 1) m}{n^{\beta-1}} \right] D^2 \end{aligned} \right\} (8)$$

Nun ist aber $\frac{M}{m} e^3 = v$. Führt man diesen Werth von v ein, so folgt:

$$N = \frac{m}{6} \left\{ \begin{aligned} &\frac{C^2}{e^{\alpha+2}} S \frac{4 \pi m a}{n^{\alpha-3}} - \frac{2 C}{e^{\beta+2}} S \frac{4 \pi m b}{n^{\beta-3}} - \frac{1}{e^{\gamma+2}} S \frac{4 \pi m c}{n^{\gamma-3}} \\ &+ \left[\frac{C^2}{e^{\alpha+4}} \frac{1}{12} S \frac{4 \pi a \alpha (\alpha + 1) m}{n^{\alpha-1}} - \frac{C}{e^{\beta+4}} \frac{1}{12} S \frac{4 \pi b \beta (\beta + 1) m}{n^{\beta-1}} \right] D^2 \end{aligned} \right\} (9)$$

Berücksichtigt man endlich, dass

$$\frac{1}{e} = \left(\frac{M}{V} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{m} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{Q}{2 g V} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{m} \right)^{\frac{1}{3}} = s^{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{2 g m} \right)^{\frac{1}{3}}$$

wobei Q das totale Gewicht des Körpers, s das spezifische Gewicht desselben unter dem Druck N , und g die Beschleunigung durch die Schwere bezeichnet, so findet man endlich, wenn man zur Abkürzung setzt:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{A} &= \frac{m}{6} \left(\frac{1}{2gm} \right)^{\frac{\alpha+2}{3}} s \frac{4\pi ma}{n^{\alpha-3}} \\ \mathfrak{B} &= \frac{m}{3} \left(\frac{1}{2gm} \right)^{\frac{\beta+2}{3}} s \frac{4\pi mb}{n^{\beta-3}} \\ \mathfrak{C} &= \frac{m}{6} \left(\frac{1}{2gm} \right)^{\frac{\gamma+2}{3}} s \frac{4\pi mc}{n^{\gamma-3}} \\ \mathfrak{D} &= \frac{m}{72} \left(\frac{1}{2gm} \right)^{\frac{\alpha+4}{3}} s \frac{4\pi a \alpha (\alpha+1) m}{n^{\alpha-1}} \\ \mathfrak{E} &= \frac{m}{72} \left(\frac{1}{2gm} \right)^{\frac{\beta+4}{3}} s \frac{4\pi b \beta (\beta+1) m}{n^{\beta-1}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

$$N = \mathfrak{A} C^2 s^{\frac{\alpha+2}{3}} - \mathfrak{B} C s^{\frac{\beta+2}{3}} - \mathfrak{C} s^{\frac{\gamma+2}{3}} + \left[\mathfrak{D} C^2 s^{\frac{\alpha+4}{3}} - \mathfrak{E} C s^{\frac{\beta+4}{3}} \right] D^3 \dots (11)$$

Bevor wir uns spezieller mit diesem merkwürdigen Ausdruck beschäftigen, will ich die Bedeutung der darin erscheinenden Grössen in Erinnerung bringen.

Es ist :

- N der auf die Flächeneinheit der Oberfläche des Körpers comprimirend wirkende äussere Druck ;
- C die Wärmecapazität des Körpers, d. h. die in der Gewichtseinheit enthaltene Aethermenge ;
- s das spezifische Gewicht des Körpers ;
- $\alpha \beta \gamma$ sind Zahlen, welche ausdrücken, den wievielten Potenzen ihrer Entfernung die Atomkräfte verkehrt proportional sind ;
- D der Durchmesser einer Aetherhülle.

Wir wollen nun diesen Ausdruck (11) auf Gase und feste Substanzen anwenden.

DAS COMPRESSIONSGESETZ FÜR GASE ODER DAS WAHRE MARIOTTSCHE GESETZ.

Setzen wir eine gewisse Gasmenge zuerst einem äusseren Druck N, hierauf einem äusseren Druck N₁, aus, so wird dieses Gas im ersteren Falle ein gewisses spezifisches Gewicht s, im letzteren ein spezifisches Gewicht s₁, zeigen, und vermöge der Gleichung (11) dürfen wir schreiben :