

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Das Dynamiden-System

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1857

Das mariott'sche Gesetz

[urn:nbn:de:bsz:31-266496](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-266496)

oder auch, wenn wir $\frac{q}{2g} = m$ in die Summenzeichen nehmen und die Masse aller Körperatome mit M bezeichnen, also $M = \frac{Q}{2g}$ setzen:

$$NV = \frac{1}{6} M \left\{ C^2 S_{mr} J(r) - 2 C S_{mr} G(r) - S_{mr} F(r) \right. \\ \left. + \frac{C}{12} \left[C S_{mr} \frac{d^2 J(r)}{dr^2} - S_{mr} \frac{d^2 G(r)}{dr^2} \right] D^2 \right\}$$

Oder endlich, wenn wir zur Abkürzung setzen:

$$\left. \begin{aligned} \varphi(r) &= C^2 S_{mr} J(r) - 2 C S_{mr} G(r) - S_{mr} F(r) \\ \psi(r) &= \frac{C}{12} \left[C S_{mr} \frac{d^2 J(r)}{dr^2} - S_{mr} \frac{d^2 G(r)}{dr^2} \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

$$NV = \frac{1}{6} M [\varphi(r) + \psi(r) D^2] \dots \dots \dots (6)$$

DAS MARIOTTSCHE GESETZ.

Wir wollen nun verschiedene Gleichgewichtszustände, in welche ein Körper gebracht werden kann, mit einander vergleichen, und um von diesen Zuständen bequem sprechen zu können, nenne ich denjenigen Zustand, der in den Körper eintritt, wenn kein äusserer Druck wirkt und der Aether in den Hüllen absolut ruhig ist, also die rationelle Nulltemperatur vorhanden ist: den Nullzustand. Andere Zustände, bei welchen Aetherschwingungen (Temperaturen) vorhanden und äussere Pressungen wirksam sind, bezeichne ich mit I II... und versehe die Grössen, welche sich auf diese Zustände beziehen, mit Zahlen 1 2....

Da die Grösse D , d. h. der Durchmesser einer Aetherhülle sowohl von dem äussern Druck als auch von dem Schwingungszustand, folglich von der Temperatur abhängt, so ändert sich dieselbe bei dem Uebergang von einem Zustand in einen andern; allein ich bin nicht im Stande, diese Abhängigkeit auf rationellem Wege durch Rechnung zu bestimmen, und sehe mich gezwungen, hinsichtlich des Werthes von D oder von D^2 eine naturgemäss scheinende Annahme oder Hypothese zu machen. Ich setze für irgend einen Zustand I

$$D_1^2 = D_0^2 (1 - f \lambda_1 + h T_1) \dots \dots \dots (7)$$

wobei die in diesem Ausdruck erscheinenden Grössen folgende Bedeutung haben:

- D_0 , der Durchmesser einer Aetherhülle, wenn der Aether in absoluter Ruhe ist, und auf den Körper kein äusserer Druck wirkt, d. h. D_0 ist der Durchmesser einer Hülle im Nullzustand des Körpers;
- T_1 , die rationelle Temperatur, welche der im Zustande I vorhandenen Aetherschwingung entspricht;

λ_i die lineare Zusammendrückung des Körpers, welche dem Uebergang aus dem Nullzustand in den Zustand I entspricht;

f und h zwei von der Natur aber nicht von den Zuständen des Körpers abhängige Grössen.

Diese Hypothese scheint der Natur der Sache annähernd zu entsprechen, denn es ist klar, dass der Durchmesser einer Aetherhülle mit der Temperatur wächst, dagegen mit der Zusammendrückung des Körpers abnimmt, was bei dem Ausdruck (7) auch der Fall ist.

Dies vorausgesetzt, gibt uns die Gleichung (6) für den Nullzustand und für zwei Zustände I und II

$$\left. \begin{aligned} 0 &= N_0 V_0 = \frac{1}{6} M [\varphi(r_0) + \psi(r_0) D_0^2] \\ N_1 V_1 &= \frac{1}{6} M [\varphi(r_1) + \psi(r_1) D_0^2 (1 - f \lambda_1 + h T_1)] \\ N_2 V_2 &= \frac{1}{6} M [\varphi(r_2) + \psi(r_2) D_0^2 (1 - f \lambda_2 + h T_2)] \end{aligned} \right\} \dots \dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= r_0 (1 - \lambda_1) \\ r_2 &= r_0 (1 - \lambda_2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

Sind die Zustände I und II von dem Nullzustande nicht viel verschieden, so kann man nach dem Taylor'schen Satz schreiben:

$$\left. \begin{aligned} \varphi(r_1) &= \varphi(r_0 - \lambda_1 r_0) = \varphi(r_0) - r_0 \frac{d\varphi(r_0)}{dr_0} \lambda_1 \\ \psi(r_1) &= \psi(r_0 - \lambda_1 r_0) = \psi(r_0) - r_0 \frac{d\psi(r_0)}{dr_0} \lambda_1 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

Führt man diese Werthe in (8) ein, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} 0 &= N_0 V_0 = \frac{1}{6} M [\varphi(r_0) + \psi(r_0) D_0^2] \\ N_1 V_1 &= \frac{1}{6} M \left[\varphi(r_0) - r_0 \frac{d\varphi(r_0)}{dr_0} \lambda_1 + \left(\psi(r_0) - r_0 \frac{d\psi(r_0)}{dr_0} \lambda_1 \right) (1 - f \lambda_1 + h T_1) D_0^2 \right] \\ N_2 V_2 &= \frac{1}{6} M \left[\varphi(r_0) - r_0 \frac{d\varphi(r_0)}{dr_0} \lambda_2 + \left(\psi(r_0) - r_0 \frac{d\psi(r_0)}{dr_0} \lambda_2 \right) (1 - f \lambda_2 + h T_2) D_0^2 \right] \end{aligned}$$

Da wir annehmen, dass λ_1 λ_2 $f \lambda_i$ $h T_i$ sehr kleine Grössen sind, so dürfen wir die Cylinder, welche Produkte dieser Grössen enthalten, vernachlässigen, und dann erhalten wir:

$$0 = N_0 V_0 = \frac{1}{6} M \left[\varphi(r_0) + \psi(r_0) D_0^2 \right]$$

$$N_1 V_1 = \frac{1}{6} M \left[\varphi(r_0) + \psi(r_0) D_0^2 \right] - \frac{1}{6} M \left[r_0 \frac{d\varphi(r_0)}{dr_0} + \left(r_0 \frac{d\psi(r_0)}{dr_0} + f\psi(r_0) \right) D_0^2 \right] \lambda_1 + \frac{1}{6} M h \psi(r_0) T_1$$

$$N_2 V_2 = \frac{1}{6} M \left[\varphi(r_0) + \psi(r_0) D_0^2 \right] - \frac{1}{6} M \left[r_0 \frac{d\varphi(r_0)}{dr_0} + \left(r_0 \frac{d\psi(r_0)}{dr_0} + f\psi(r_0) \right) D_0^2 \right] \lambda_2 + \frac{1}{6} M h \psi(r_0) T_2$$

Setzt man:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{6} \left[r_0 \frac{d\varphi(r_0)}{dr_0} + \left(r_0 \frac{d\psi(r_0)}{dr_0} + f\psi(r_0) \right) D_0^2 \right] &= a_0 \\ \frac{1}{6} h \psi(r_0) &= b_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

so folgt aus den letzten drei Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} N_1 V_1 &= M (-a_0 \lambda_1 + b_0 T_1) \\ N_2 V_2 &= M (-a_0 \lambda_2 + b_0 T_2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (12)$$

In diesen Ausdrücken sind a_0 und b_0 von der Natur des Stoffes abhängige Grössen, die durch Versuche bestimmt werden können; sind ferner T_1 und T_2 die rationellen Temperaturen. Nennt man t_1 und t_2 die mit dem hunderttheiligen Thermometer gemessenen Temperaturen und \mathcal{A} die rationale Temperatur, welche dem Nullpunkt der Thermometerscala entspricht, so hat man:

$$\begin{aligned} T_1 &= \mathcal{A} + t_1 \\ T_2 &= \mathcal{A} + t_2 \end{aligned}$$

daher erhält man auch statt der Gleichung (12):

$$\left. \begin{aligned} N_1 V_1 &= M (b_0 \mathcal{A} - a_0 \lambda_1 + b_0 t_1) \\ N_2 V_2 &= M (b_0 \mathcal{A} - a_0 \lambda_2 + b_0 t_2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

Durch Division dieser Ausdrücke folgt:

$$\frac{N_1 V_1}{N_2 V_2} = \frac{1 - \frac{a_0}{b_0 \mathcal{A}} \lambda_1 + \frac{1}{\mathcal{A}} t_1}{1 - \frac{a_0}{b_0 \mathcal{A}} \lambda_2 + \frac{1}{\mathcal{A}} t_2} \dots \dots \dots (14)$$

Ogleich diese Resultate (13) und (14) unserer Untersuchung nur für Zustände gelten, welche von dem Nullzustande nur wenig verschieden sind, so wollen wir uns

doch erlauben, sie auf Zustände anzuwenden, die von dem Nullzustand beträchtlich abweichen.

Vergleichen wir zunächst das Resultat (14) mit dem combinirten Mariott'schen und Gay-Lussac'schen Gesetz, welches nach dem Versuch von *Regnault* zwar nicht genau aber doch sehr nahe richtig ist. Nach diesem Annäherungsgesetz ist für Gase aller Art:

$$\frac{N_1 V_1}{N_2 V_2} = \frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t_2} \dots \dots \dots (15)$$

wobei α den Wärmeausdehnungscoefficienten bedeutet.

Man sieht, dass die Ausdrücke (14) und (15) der Form nach vollkommen übereinstimmen, wenn a_0 gleich Null, und nahe übereinstimmen, wenn a_0 eine sehr kleine Grösse ist. Das Letztere ist in der That der Fall, denn diese Grösse a_0 bezieht sich auf den Nullzustand des Gases, also auf einen Zustand, in welchem die Entfernung r_0 der Dynamiden sehr gross und die Wechselwirkungen der Atome zweier Dynamiden sehr klein sind; es folgt also in der That aus den Gleichungen (5) und (11), dass sowohl a_0 als auch b_0 nur einen sehr kleinen Werth haben kann. Da es ferner wahrscheinlich ist, dass die Anziehung zwischen Aether und Körperatome $G(r)$ mit dem Wachsen von r in einem noch rascheren Verhältniss abnimmt, als die Abstossung $J(r)$ der Aetheratome, so folgt daraus, dass diese kleinen Werthe von a_0 und b_0 noch überdies für alle Gase sehr nahe übereinstimmen werden, dass also das Verhältniss $\frac{a_0}{b_0}$ für alle Gase sehr nahe einerlei Werthe haben wird.

Erlauben wir uns, in der Gleichung (14) die mit a_0 multiplizirten Glieder ganz zu vernachlässigen, so werden die Gleichungen (14) und (15) identisch, wenn man nimmt:

$$\frac{1}{A} = \alpha$$

oder :

$$A = \frac{1}{\alpha} \dots \dots \dots (16)$$

es ergibt sich also aus unserer Theorie das interessante Resultat, dass der reziproke Werth des Wärmeausdehnungscoefficienten für Gase gleich ist der wahren Temperatur, welche dem Nullpunkt der Thermometerscala entspricht. Nach *Regnault's* Verfahren ist:

für atmosphärische Luft	$\alpha = 0.003670$
„ Wasserstoffgas	$= 0.003661$
„ Stickstoffgas	$= 0.003676$
„ Kohlenoxydgas	$= 0.003669$
„ Kohlensäure	$= 0.003710$

Der Coefficient für atmosphärische Luft gibt:

$$A = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{0.00367} = 272.5^\circ$$

Die absolute Nulltemperatur wäre demnach 272.5° unter dem Gefrierpunkt des Wassers.

Aus der Gleichung (14) folgt auch, ganz in Uebereinstimmung mit den Ergebnissen der Regnault'schen Versuche, dass der Wärmeausdehnungscoefficient für Gase sowohl mit der Natur des Gases, als auch mit seiner Dichte etwas veränderlich ist.

In der Gleichung (14) kommen die Grössen λ, λ_2 vor, welche von der Compression des Gases abhängen, und die Grössen a_0 und b_0 sind mit der Natur des Gases etwas veränderlich.

Ich könnte nun die Gleichung (14) mit den von *Regnault* aufgefundenen Zahlen einer Prüfung unterwerfen, und könnte zeigen, dass diese Gleichung in der That mit den Erfahrungszahlen recht gut stimmt. Allein damit ist nicht viel gethan, denn die Gleichung (14) ist durch gar zu viele Vernachlässigungen gewonnen worden, und wenn sie auch mit den Zahlen ganz genau stimmt, so wüsste man doch den Grund nicht. Daher ziehe ich es vor, den in dieser Nummer eingeschlagenen Weg nicht weiter zu verfolgen, sondern einen andern naturgemässeren einzuschlagen, der uns zu genaueren und wichtigeren Resultaten führen wird.

ALLGEMEINES COMPRESSIONSGESETZ, VON WELCHEM DAS MARIOTTSCHE GESETZ EIN SPEZIELLER FALL IST.

Wir haben früher Seite 58 die Gleichung gefunden:

$$N V = \frac{1}{6} M [\varphi(r) + \psi(r) D^2] \dots \dots \dots (1)$$

dabei ist:

$$\left. \begin{aligned} \varphi(r) &= C^2 S m r J(r) - 2 C S m r G(r) - S m r F(r) \\ \psi(r) &= \frac{C}{12} \left[C S m r \frac{d^2 J(r)}{d r^2} - S m r \frac{d^2 G(r)}{d r^2} \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

Diese Gleichungen sind noch sehr genau, denn es ist bei ihrer Herleitung nur sehr Unwesentliches vernachlässigt worden.

Gewiss werden die Physiker ihre Zustimmung geben, wenn wir nun die Annahme machen, dass die Wechselwirkung je zweier Atome irgend einer Potenz ihrer Entfernung verkehrt proportional ist. Ich setze daher:

$$\left. \begin{aligned} J(r) &= \frac{a}{r^\alpha} \\ G(r) &= \frac{b}{r^\beta} \\ F(r) &= \frac{c}{r^\gamma} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$