Das Dynamiden-System

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1857

Gleichgewicht eines nach allen Richtungen gleich elastischen (isotropen) Dynamiden-Systems

Ist $f(r)$ positiv, so ist die Wechselwirkung der Dynamiden eine Abstossung; ist $f(r)$ negativ, so ist diese Wechselwirkung eine Anziehung.

Diese Wechselwirkung hängt nicht blos von der Entfernung r der Dynamidenkerne, sondern auch von der in der Gewichtseinheit des Stoffes enthaltenen Aethermasse oder von der Wärmecapazität des Stoffes, und endlich auch noch von der Temperatur des Stoffes ab; denn im schwingenden Zustand des Aethers sind die Hüllen grösser, ist also D grösser als im ruhigen Zustand. Freilich begehen wir abermals einen kleinen Fehler, wenn wir den Ausdruck (7) auch für den Fall gelten lassen, wenn sich der Aether im schwingenden Zustand befindet, allein es ist aus der Natur der Sache herauszufühlen, dass dieser Fehler von keinem Belang sein kann. Die Wechselwirkung zweier Dynamiden verschwindet, wenn $f(r) = 0$ wird, und dies ist der Fall für:

$$D_1^2 = \frac{12}{C} \frac{F(r) + 2CG(r) - C^2 J(r)}{C \frac{d^2 J(r)}{d r^2} - \frac{d^2 G(r)}{d r^2}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

Da wir voraussetzen, dass die Funktionen $J(r)$ $G(r)$ $F(r)$ mit dem Wachsen von r äusserst rasch abnehmen, so sind die zweiten Differenzialquotienten dieser Funktionen im Verhältniss zu den Funktionen selbst sehr kleine Grössen; man wird sich also für gewisse Rechnungen erlauben dürfen, das mit D^2 multiplizirte Glied des Ausdruckes (7) ganz zu vernachlässigen, und dann wird:

$$f(r) = C^2 J(r) - 2CG(r) - F(r) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

GLEICHGEWICHT EINES NACH ALLEN RICHTUNGEN GLEICH ELASTISCHEN (ISOTROPEN) DYNAMIDEN-SYSTEMS.

Denken wir uns, ein nach allen Richtungen gleich elastisches Dynamidensystem befinde sich unter der Einwirkung eines äusseren Druckes im Gleichgewicht, und suchen wir die Bedingungen dieses Gleichgewichtes auszumitteln.

Wir lassen alle Bezeichnungen, die wir in der vorhergehenden Untersuchung gewählt haben, auch hier gelten, und bezeichnen noch durch N den äusseren auf Compression wirkenden Druck, der auf jede Flächeneinheit der Oberfläche des Systems ausgeübt wird.

Wenden wir auf dieses im Gleichgewicht befindliche Dynamidensystem das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeit an, so müssen wir in dem System eine den Zusammenhang desselben nicht aufhebende Verschiebung vornehmen. Da aber alle Atome vollkommen frei beweglich sind, so können wir mit jedem derselben eine ganz beliebige unendlich kleine Verschiebung vornehmen, es ist daher auch erlaubt, solche Verschiebungen eintreten zu lassen, die einer gleichmässigen Ausdehnung der ganzen Masse entsprechen, ohne dabei in den Aetherhüllen Verschiebungen der Aetheratome gegen die Kerne vorzunehmen.

Nennen wir λ die unendlich kleine Distanzänderung zweier Punkte, deren Entfernung gleich der Längeneinheit ist, so ist $\lambda\,r$ die Distanzänderung von r, demnach $\lambda\,r\,m^2\,f(r)$ die virtuelle Arbeit, welche der Distanzänderung zweier Dynamiden entspricht, und

$$\lambda\,m^2\,S\,r\,f(r) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

die Summe der virtuellen Arbeiten, welche durch die Distanzänderungen aller Dynamiden von einer bestimmten Dynamide entwickelt wird. Da $f(r)$ für alle Werthe von r verschwindet, die grösser sind, als der Radius der Wirkungssphäre, so ist es auch genügend, wenn man die Summe S nur allein auf die innerhalb einer Wirkungssphäre befindlichen Dynamiden ausdehnt. Nennen wir Q das totale Gewicht des Körpers, q das Atomengewicht der Substanz, so ist $\frac{Q}{q}$ die Anzahl der im Körper enthaltenen Dynamiden. Die totale Summe aller virtuellen Arbeiten, welche der gesammten Ausdehnung entspricht, ist daher annähernd:

$$\frac{1}{2}\,\frac{Q}{q}\,\lambda\,m^2\,S\,r\,f(r) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Ich sage annähernd, weil für diejenigen Dynamiden, deren Entfernung von der Oberfläche kleiner ist, als der Radius einer Wirkungssphäre, nicht genau das Gleiche gilt, was für die innern Dynamiden richtig ist. Der Faktor $\frac{1}{2}$ rührt daher, weil durch die Multiplikation von (1) mit $\frac{Q}{q}$ jede virtuelle Arbeit zweimal in Rechnung gebracht wird, während sie doch nur einmal in Rechnung gebracht werden darf.

Nun ist, wenn wir das ganze Volumen mit V bezeichnen, $3\,\lambda\,V$ die Volumsänderung desselben, demnach:

$$3\,\lambda\,V\,N$$

die virtuelle Arbeit, welche den äusseren Kräften entspricht. Nach dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeit hat man daher:

$$3\,\lambda\,V\,N = \frac{1}{2}\,\frac{Q}{q}\,\lambda\,m^2\,S\,r\,f(r)$$

oder:

$$N\,V = \frac{1}{6}\,\frac{Q\,m^2}{q}\,S\,r\,f(r) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

und wenn man für $f(r)$ den Werth setzt, den die vorhergehende Untersuchung geliefert hat, und berücksichtigt, dass $m = \frac{q}{2^n g}$ ist:

$$N\,V = \frac{Q\,q}{24\,g^2}\left\{\begin{array}{l} C^2\,S\,r\,J(r) - 2\,C\,S\,r\,G(r) - S\,r\,F(r) \\ + \frac{C}{12}\left[C\,S\,r\,\frac{d^2\,J(r)}{d\,r^2} - Sr\,\frac{d^2\,G(r)}{d\,r^2}\right]D^2 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

oder auch, wenn wir $\frac{q}{2g} = m$ in die Summenzeichen nehmen und die Masse aller Körperatome mit M bezeichnen, also $M = \frac{Q}{2g}$ setzen:

$$N V = \frac{1}{6} M \left\{ \begin{array}{l} C^2 S m r J(r) - 2 C S m r G(r) - S m r F(r) \\ + \frac{C}{12} \left[C S m r \frac{d^2 J(r)}{d r^2} - S m r \frac{d^2 G(r)}{d r^2} \right] D^2 \end{array} \right\}$$

Oder endlich, wenn wir zur Abkürzung setzen:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi(r) = C^2 S m r J(r) - 2 C S m r G(r) - S m r F(r) \\ \psi(r) = \frac{C}{12} \left[C S m r \frac{d^2 J(r)}{d r^2} - S m r \frac{d^2 G(r)}{d r^2} \right] \end{array} \right\} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

$$N V = \frac{1}{6} M \left[\varphi(r) + \psi(r) D^2 \right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

DAS MARIOTT'SCHE GESETZ.

Wir wollen nun verschiedene Gleichgewichtszustände, in welche ein Körper gebracht werden kann, mit einander vergleichen, und um von diesen Zuständen bequem sprechen zu können, nenne ich denjenigen Zustand, der in den Körper eintritt, wenn kein äusserer Druck wirkt und der Aether in den Hüllen absolut ruhig ist, also die rationelle Null-Temperatur vorhanden ist: den Nullzustand. Andere Zustände, bei welchen Aetherschwingungen (Temperaturen) vorhanden und äussere Pressungen wirksam sind, bezeichne ich mit I II... und versehe die Grössen, welche sich auf diese Zustände beziehen, mit Zahlen 1 2....

Da die Grösse D, d. h. der Durchmesser einer Aetherhülle sowohl von dem äussern Druck als auch von dem Schwingungszustand, folglich von der Temperatur abhängt, so ändert sich dieselbe bei dem Uebergang von einem Zustand in einen andern; allein ich bin nicht im Stande, diese Abhängigkeit auf rationellem Wege durch Rechnung zu bestimmen, und sehe mich gezwungen, hinsichtlich des Werthes von D oder von D^2 eine naturgemäss scheinende Annahme oder Hypothese zu machen. Ich setze für irgend einen Zustand I

$$D_1^2 = D_0^2 \left(1 - f \lambda_1 + h T_1\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

wobei die in diesem Ausdruck erscheinenden Grössen folgende Bedeutung haben:

D_0 der Durchmesser einer Aetherhülle, wenn der Aether in absoluter Ruhe ist, und auf den Körper kein äusserer Druck wirkt, d. h. D_0 ist der Durchmesser einer Hülle im Nullzustand des Körpers;

T_1 die rationelle Temperatur, welche der im Zustande I vorhandenen Aetherschwingung entspricht;