Das Dynamiden-System

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1857

Ausdehnung eines Gases bei gleichzeitiger Erwärmung desselben durch die Wände des Gefässes

AUSDEHNUNG EINES GASES BEI GLEICHZEITIGER ERWÄRMUNG DESSELBEN DURCH DIE WÄNDE DES GEFÄSSES.

Nehmen wir an, eine gewisse Gasmenge sei in einem Gefäss eingeschlossen, dessen Volumen sich vergrössert, und durch dessen Wände Wärme (Aetherschwingungen) eindringt. Es ist nun die Frage, nach welchem Gesetz Spannkraft und Temperatur sich ändern. Nehmen wir an, das Gefäss sei ein Cylinder mit einem beweglichen Kolben. Es sei A der Querschnitt des Cylinders, B der Umfang desselben, x die Entfernung des Kolbens vom Boden in einem bestimmten Zeitaugenblick der Bewegung des Kolbens. Dann ist in diesem Augenblick $A x$ das Gasvolum, $A + B x$ die Fläche, durch welche Wärme eindringt. Nennen wir T die Temperatur ausserhalb des Cylinders, t die Temperatur des Gases, wenn der Kolben vom Boden um x entfernt ist, dann können wir die in einem Zeitelement dz in den Cylinder eindringende Wärmemenge durch $\lambda (T - t)(A + Bx)\, dz$ ausdrücken, wobei λ den Wärmedurchgangscoeffizienten bezeichnet.

Wir werden nun die Zustände des Gases kennen lernen, wenn wir in die Gleichung 17, Seite 44 setzen:

für dW	$\lambda (T - t)(A + Bx)\, dz$
„ dV	$A\, dx$

und finden daher:

$$\lambda (T - t)(A + Bx)\, dz = Q \mathfrak{G}\, dt + \frac{N_0 V_0}{k} (1 + \alpha t) \frac{dx}{x}$$

Diese Gleichung kann erst dann integrirt werden, wenn das Bewegungsgesetz des Kolbens als Funktion der Zeit bekannt ist. Nehmen wir die einfachste, nämlich eine gleichförmige Bewegung des Kolbens an, so können wir setzen:

$$x = a + bz$$

$$\text{demnach } dx = b\, dz$$

und obige Gleichung wird dann:

$$\lambda (T - t)(A + Bx) \frac{dx}{b} = Q \mathfrak{G}\, dt + \frac{N_0 V_0}{k} (1 + \alpha t) \frac{dx}{x}$$

Das Integrale dieser Differenzialgleichung ist:

$$t = x^{-\frac{N_0 V_0 \alpha}{k \mathfrak{G} Q}}\, e^{-\frac{\lambda}{b \mathfrak{G} Q}\left(A x + \frac{1}{2} B x^2\right)} \times$$

$$\times \left[\text{const.} + \int \left(\frac{\lambda T}{b \mathfrak{G} Q} (A + Bx) - \frac{N_0 V_0}{k \mathfrak{G} Q} \frac{1}{x} \right) e^{\frac{N_0 V_0 \alpha}{k \mathfrak{G} Q}}\, e^{\frac{\lambda}{b \mathfrak{G} Q}\left(A x + \frac{1}{2} B x^2\right)} dx \right]$$

Hieraus sieht man, wie complizirt die Vorgänge in einer calorischen Maschine sind, wenn die Erwärmungen des Gases durch die Wände des Expansionscylinders erfolgen.