Das Dynamiden-System

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1857

Gleichzeitige Erwärmung und Ausdehnung eines Körpers

urn:nbn:de:bsz:31-266496

$$\mu\, i \frac{Q}{q} u_1^2 \qquad \mu\, i \frac{Q}{q} u^2$$

die lebendigen Kräfte des Aethers in den beiden Schwingungszuständen. Man hat daher:

$$W = i \frac{Q}{q} \mu (u_1^2 - u^2)$$

Nun ist aber vermöge der Gleichung (2) (Seite 30)

$$k\, t_1 = \mu (u_1^2 - u_0^2), \qquad k\, t = \mu (u^2 - u_0^2)$$

und vermöge (6) (Seite 32):

$$\frac{i}{q} = c$$

daher findet man:

$$W = Q\, c\, k\, (t_1 - t) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Die zur Erwärmung eines Körpers erforderliche Arbeit ist demnach der Stoffmenge, der rationellen Wärmecapazität und der Temperaturdifferenz, welche hervorgebracht werden soll, direkt proportional.

Diese Gleichung (7) gibt uns auch über die Bedeutung der Constanten k Aufschluss. Setzen wir in dieser Gleichung (7):

$$Q = 1, \qquad c = 1, \qquad t_1 - t = 1$$

so folgt $W = k$. Diese constante Grösse k ist demnach der Arbeit, welche erforderlich ist, um die Temperatur der Gewichtseinheit eines Stoffes, dessen Wärmecapazität gleich Eins ist, um einen Grad zu erhöhen, oder k ist die zur Hervorbringung einer „Wärmeeinheit" erforderliche Arbeit, oder k ist das mechanische Aequivalent einer Wärmeeinheit. Nehmen wir in Uebereinstimmung mit den Physikern die Wärmecapazität des Wassers als Einheit aller Capazitäten, so drückt k die Arbeit aus, um die Temperatur von 1 Kilogramm Wasser um einen Grad zu erhöhen.

Die bis hierher aufgestellten Begriffe über die Wärmeverhältnisse habe ich mir nicht erst vor Kurzem, sondern schon vor 15 Jahren zurecht gemacht, und theilweise bei meinen Vorträgen über die technische Benützung der Wärme gebraucht.

GLEICHZEITIGE ERWÄRMUNG UND AUSDEHNUNG EINES KÖRPERS.

Wenn ein unter einem äusseren Druck befindlicher Körper erwärmt und gleichzeitig ausgedehnt wird, wird die lebendige Kraft oder Arbeit, welche in den Körper gebracht werden muss, um diese Ausdehnung und gleichzeitige Erwärmung hervorzubringen, durch folgende Vorgänge verbraucht:

1. durch die Arbeit, welche nothwendig ist, um den Schwingungszustand des Aethers in den Hüllen der Dynamiden zu erhöhen, d. h. um die Temperatur der Substanz zu steigern;
2. durch die Ueberwindung des äusseren auf den Körper einwirkenden Druckes;
3. durch die Arbeiten, welche den Distanzänderungen der Dynamiden und der Aetheratome entspricht;
4. durch die Aenderungen der Schwingungszustände der Körperatome.

Diese Arbeiten können auf folgende Weise ausgedrückt werden.

Nennen wir:

Q das Gewicht des Körpers in Kilogrammen;

dW die Wärmemenge, welche dem Körper in einem unendlich kleinen Zeitelement dz während des Aktes der Erwärmung und Ausdehnung mitgetheilt wird;

V das Volumen des Körpers am Anfange dieses Zeitelementes;

dV die Volumsänderung des Körpers im Zeitelement dz;

t die Temperatur am Anfang und dt die Temperaturänderung während des Zeitelementes dz;

c die rationelle Wärmecapazität des Stoffes, d. h. die in der Gewichtseinheit des Stoffes enthaltene Aethermenge;

N die auf einen Quadratmeter der Oberfläche des Körpers wirkende äussere Pressung;

k das mechanische Aequivalent einer Wärmeeinheit oder die Arbeit, welche erforderlich ist, um eine Wärmeeinheit hervorzubringen;

dJ die innere Arbeit, welche einer Temperaturänderung dt ohne Volumsänderung entspricht. Diese Grösse besteht aus dreierlei Arbeit. Wenn nämlich eine Temperaturänderung ohne Volumenänderung eintritt, entsteht zwar keine Distanzänderung der Körperatome oder Moleküle, allein die Aetherhüllen werden ausgedehnt und dadurch werden dreierlei Thätigkeiten bewirkt. Durch die Ausdehnungen der Hüllen wachsen die Distanzen aller Aetheratome einer Hülle von den Kernen, und dadurch wird eine gewisse Arbeit konsumirt. Allein indem sich die Aetherhüllen ausdehnen, ändert sich die Distanz der Aetheratome einer Hülle, und durch diesen Vorgang wird eine gewisse Arbeit produzirt. Durch die Ausdehnung der Aetherhülle ändern sich aber auch die Distanzen der Aetheratome einer Hülle von den Aetheratomen der andern Hülle, so wie auch von den Kernen der andern Dynamiden, und dadurch wird abermals eine gewisse Arbeit produzirt oder konsumirt. Dieses dJ drückt mithin eine sehr komplizirte Thätigkeit aus;

dJ_1 die innere Arbeit, welche einer unendlich kleinen Volumsänderung dV ohne Temperaturänderung entspricht. Dieses dJ_1 ist abermals eine sehr complizirte Thätigkeit, indem eine reine Volumsänderung nicht nur Aenderungen in der Distanz der Körperatome, sondern auch Ausdehnungen in den Aetherhüllen zur Folge hat;

dL die Aenderung der lebendigen Kraft des Bewegungszustandes der Körperatome.

Diese Bezeichnungen vorausgesetzt, haben wir nun nach dem allgemeinen Prinzip der Arbeit oder der Thätigkeit (Prinzipien der Mechanik, Seite 150):

$$k\,dW = k\,c\,Q\,dt + N\,dV + dJ + dJ_1 + dL \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Diese Gleichung kann etwas vereinfacht werden, denn man kann vermittelst des Prinzipes der virtuellen Geschwindigkeit zeigen, dass dJ für alle Substanzen gleich Null ist. In der That, dJ drückt die Arbeit aus, welche einer Ausdehnung der Aetherhüllen ohne Distanzänderung der Körperatome entspricht. Ist nun die Substanz anfänglich in Ruhe und dehnt man die Aetherhüllen unendlich wenig aus, so wird durch die Totalität der Kräfte nur allein die Arbeit dJ hervorgebracht, denn der äussere Druck N produzirt und konsumirt keine Wirkung, wenn keine Volumsänderung statt findet; es ist demnach vermöge des Prinzipes der virtuellen Geschwindigkeit $dJ = 0$ und somit erhalten wir statt (8) die einfachere Gleichung:

$$k\,dW = k\,c\,Q\,dt + N\,dV + dJ_1 + dL \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

und diese wollen wir zunächst zur Bestimmung von k benützen.

LANGSAME ERWÄRMUNG UND AUSDEHNUNG EINES GASES. BESTIMMUNG DES ÄQUIVALENTES DER WÄRMEEINHEIT.

Nehmen wir an, eine Gasmenge werde langsam erwärmt und sie dehne sich dabei aus, so können unter solchen Umständen keine Körperschwingungen entstehen, es ist demnach in der Gleichung (9) $dL = 0$ zu setzen, und dann erhalten wir:

$$k\,dW = k\,c\,Q\,dt + N\,dV + dJ_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Wir wollen nun zunächst sehen, unter welchen Umständen diese Gleichung (10) mit den für Gase aufgefundenen Thatsachen in Harmonie gebracht werden kann.

Nach *Regnault's* Versuchen gelten folgende Sätze:

1. der Wärmeausdehnungscoeffizient ist nicht gleich gross für alle Gase, aber doch beinahe;
2. der Wärmeausdehnungscoeffizient für ein und dasselbe Gas ist nicht absolut constant, sondern ändert sich mit der Dichte desselben, jedoch nur äusserst wenig;
3. das Mariott'sche Gesetz ist nicht absolut richtig, und die Abweichungen in dem Verhalten der Gase von diesem Gesetz sind für verschiedene Gase verschieden, jedoch nur sehr unbeträchtlich;
4. die Wärmecapazität der Gase bei constantem Druck, so wie auch jene bei constantem Volumen, d. h. die beiden empirischen Wärmecapazitäten sind unabhängig sowohl von der Temperatur als auch von dem äusseren Druck.

Für den ersten, zweiten und dritten Satz werden wir in der Folge die Erklärungen finden, wenn wir die Theorie des Mariott'schen Gesetzes aus unserem Dynamidensystem entwickeln werden. Der vierte Satz ist für unsere über die Wärme aufgestellten Prinzipien von grösster Wichtigkeit und findet seine Erklärung in diesen Prinzipien. Denn da nach unserem Ausspruch die Wärmecapazität die in der Gewichtseinheit eines Stoffes enthaltene

Aethermenge ausdrückt, so bleibt diese constant, so lange kein Aether entweicht, sei es nun, dass der Schwingungszustand gesteigert oder die Dichte des Gases verändert wird.

Nehmen wir an, dass das Gay Lussac'sche Gesetz und das Mariott'sche Gesetz nicht Annäherungen, sondern absolute Wahrheiten seien und suchen wir zu bestimmen, unter welchen Umständen die für Gase gefundene Gleichung (10) mit diesen Gesetzen in Uebereinstimmung gebracht werden kann.

Ist $dV = o$, d. h. findet keine Volumsänderung, sondern nur Erwärmung statt, so ist auch $dJ_1 = o$ und

$$k\,dW = k\,c\,Q\,dt$$

demnach:

$$\frac{dW}{Q\,dt} = c$$

Allein für $dV = o$ ist $\frac{dW}{Q\,dt}$, offenbar die Wärmecapazität bei constantem Volumen, ist also gleich $\mathfrak{C}$, demnach hat man:

$$c = \mathfrak{C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

d. h. die empirische Wärmecapazität bei constantem Volumen stimmt mit der rationellen Wärmecapazität überein, drückt also die in der Gewichtseinheit eines Körpers enthaltene Aethermenge aus.

Nehmen wir nun an, N sei constant, so ist $\frac{dW}{Q\,dt}$ die Wärmecapazität bei constantem Druck, die wir mit $\mathfrak{C}_1$ bezeichnet haben. Dividiren wir die Gleichung (10) durch $k\,Q\,dt$, betrachten in derselben N als constant, setzen also für $\frac{dW}{Q\,dt}$ den Werth $\mathfrak{C}_1$, so erhalten wir wegen $c = \mathfrak{C}$:

$$\mathfrak{C}_1 = \mathfrak{C} + \frac{N}{kQ}\,\frac{dV}{dt} + \frac{dJ_1}{k\,Q\,dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Wenn wir das Gay-Lussac'sche und Mariott'sche Gesetz gelten lassen, ist:

$$N\,V = N_0\,V_0\,(1 + \alpha t) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

wobei α den Wärmeausdehnungs-Coeffizienten, und V_0 das Volumen des Gases bei 0° Temperatur und unter einem äusseren Druck N_0 bezeichnet.

In der Gleichung (12) entspricht $\frac{dV}{dt}$ der Volumsänderung ohne Druckänderung. Dieser Werth von $\frac{dV}{dt}$ ist demnach vermöge (13) $\frac{\alpha\,N_0\,V_0}{N}$.

Der Ausdruck (12) wird demnach:

$$\mathfrak{C}_1 = \mathfrak{C} + \frac{\alpha\,N_0\,V_0}{kQ} + \frac{dJ_1}{k\,Q\,dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

Allein nach den Beobachtungen von *Regnault*, wie auch nach unseren Prinzipien ist $\mathfrak{C}$ sowohl von N als auch von t ganz unabhängig. Es ist demnach in (14) $\frac{dJ_1}{dt} = 0$ zu setzen, und folglich erhält man:

$$\mathfrak{C}_1 = \mathfrak{C} + \frac{\alpha N_0 V_0}{k Q}$$

oder

$$k = \frac{\alpha N_0 V_0}{Q (\mathfrak{C}_1 - \mathfrak{C})}$$

oder wenn man das spezifische Gewicht des Gases bei 0° Temperatur und unter dem Druck N_0 mit s_0 bezeichnet, also $\frac{Q}{V_0} = s_0$ setzt:

$$k = \frac{\alpha N_0}{s_0 (\mathfrak{C}_1 - \mathfrak{C})} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

Da $\frac{dJ_1}{dt} = 0$ und vermöge (13) $N = \frac{N_0 V_0}{V} (1 + \alpha t)$ ist, so wird die Gleichung (10):

$$dW = c Q dt + \frac{N_0 V_0 (1 + \alpha t)}{k} \cdot \frac{dV}{V} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Unsere theoretische Gleichung harmonirt also mit den Thatsachen, wenn wir $\frac{dJ_1}{dt} = 0$ setzen und für k den Werth nehmen, welchen die Gleichung (15) darbietet.

Für atmosphärische Luft ist:

der Wärmeausdehnungs-Coeffizient . . . . $\alpha = 0{\cdot}00367$
das Gewicht von einem Kubikmeter Luft bei 0° Temperatur und unter dem Druck der Atmosphäre . . . . $s_0 = 1{\cdot}293$ Kilg.
der Druck der Luft auf einen Quadratmeter . . . . $N_0 = 10334$ „
die Wärmecapazität der atmosphärischen Luft bei constantem Druck, nach *Regnault* . . . . $\mathfrak{C}_1 = 0{\cdot}2377$
die Wärmecapazität bei constantem Volumen, nach *Laplace* . . . . $\mathfrak{C} = 0{\cdot}1686$
Vermittelst dieser Zahlen folgt aus (15):

$$k = 424$$

und dieser numerische Werth für das mechanische Aequivalent einer Wärmeeinheit stimmt vollkommen mit demjenigen überein, welchen *Person* gefunden hat.

Leider sind die Werthe von $\mathfrak{C}$ für andere Gase noch nicht zuverlässig bestimmt. Wäre dies der Fall, so müsste die Gleichung (15), wenn sie richtig ist, für k immer den gleichen Werth liefern, für welches Gas man auch die Rechnung machen möchte.

So weit überhaupt das Gay-Lussac'sche und Mariott'sche Gesetz richtig ist, gelten nun nach unseren Untersuchungen für Gase folgende Resultate:

$$\left.\begin{array}{l} N V = N_0 V_0 (1 + \alpha t) \\[2ex] k = \dfrac{N_0 \alpha}{s_0 (\mathfrak{G}_1 - \mathfrak{G})} \\[2ex] d W = Q \mathfrak{G} \, d t + \dfrac{N_0 V_0 (1 + \alpha t)}{k} \dfrac{d V}{V} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (17)$$

Sie gelten jedoch nur, wenn die Ausdehnung und Erwärmung so langsam erfolgt, dass keine Schwingungen in den Körperatomen eintreten.

AUSDEHNUNG EINES GASES OHNE WÄRMEAUFNAHME.

Poisson hat in seiner Mechanik, Tome II, pag. 647, die Gesetze zu bestimmen gesucht, nach welchen sich die Spannkraft und Temperatur eines Gases ändert, wenn dasselbe eine Volumsänderung erleidet, ohne dabei Wärme aufzunehmen oder abzugeben. Diese Gesetze ergeben sich ganz einfach durch rein analytische Operationen aus den aufgestellten Gleichungen (17). Es ist nämlich in diesem Falle $d W = o$ zu setzen; demnach hat man vermöge der dritten der Gleichungen (17):

$$o = Q \mathfrak{G} \, d t + \frac{N_0 V_0}{k} (1 + \alpha t) \frac{d V}{V}$$

Hieraus folgt:

$$o = Q \mathfrak{G} \frac{d t}{1 + \alpha t} + \frac{N_0 V_0}{k} \frac{d V}{V}$$

Das Integrale dieser Gleichung ist:

$$\text{Const.} = \frac{Q \mathfrak{G}}{\alpha} \text{ lognat. } (1 + \alpha t) + \frac{N_0 V_0}{k} \text{ lognat. } V$$

Bezeichnen wir für den Anfangszustand der Ausdehnung durch:

$$t_1 \quad V_1 \quad \gamma_1 \quad N_1$$

für den Endzustand der Ausdehnung durch:

$$t_2 \quad V_2 \quad \gamma_2 \quad N_2$$

die Temperatur, das Volumen, die Dichte und die Pressung des Gases, so hat man:

$$\text{Const.} = \frac{Q \mathfrak{G}}{\alpha} \text{ lognat. } (1 + \alpha t_1) + \frac{N_0 V_0}{k} \text{ lognat. } V_1$$

$$\text{Const.} = \frac{Q \mathfrak{G}}{\alpha} \text{ lognat. } (1 + \alpha t_2) + \frac{N_0 V_0}{k} \text{ lognat. } V_2$$