Die Luftexpansions-Maschine

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1853

Theorie des Schwungrades

urn:nbn:de:bsz:31-266528

$$V = \frac{q}{A} \frac{\mathfrak{A}}{p} \frac{1 + \alpha t_0}{\gamma_0 \left(\frac{L_1}{L} + M \right)}$$

Und nun findet man E_n aus:

$$E_n = A\,V\,R$$

und endlich durch (47):

$$\left(\frac{W}{1}\right) = \frac{\mathfrak{A}}{s\,\gamma_0} \frac{T_0 - T_1}{T_0 - \Delta} \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{1 + \alpha t_1}{t_1 - t_0} \left[1 + \text{lognat.} \dfrac{L + M\,L}{L_1 + M\,L} \right] \\ - \dfrac{1 + \alpha t_0}{t_1 - t_0} \log. \dfrac{p}{\mathfrak{A}} - \dfrac{\dfrac{r}{p} + M}{\dfrac{L_1}{L} + M} \dfrac{1 + \alpha t_1}{t_1 - t_0} \end{array} \right\}$$

Somit sind also alle unbekannten Grössen bestimmt.

Theorie des Schwungrades.

Die drehende Bewegung des Schwungrades der Maschine ist selbst dann, wenn die zu treibenden Maschinen einen ganz unveränderlichen Widerstand verursachen, dennoch eine ungleichförmige. Sie ist ungleichförmig, 1) weil die Luft während ihrer Expansion mit veränderlicher Kraft gegen den Kolben drückt; 2) weil der Widerstand der Verdichtungspumpe einen periodisch veränderlichen Werth hat; 3) weil die Umwandlung der geradlinig hin- und hergehenden Bewegung der Kolben in die rotirende der Schwungradswelle vermittelst eines Kurbelmechanismus bewirkt wird. Wir wollen uns nur die Aufgabe vorlegen, die Masse des Schwungrades so zu bestimmen, dass die Ungleichförmigkeit der Bewegung des Schwungrades innerhalb gewisser Grenzen bleiben müsse. Zur Vereinfachung der Rechnung setzen wir voraus: 1) dass die zu betreibenden Maschinen einen unveränderlichen Widerstand verursachen, so zwar, dass die Kraft, mit welcher man senkrecht auf den Kurbelarm auf dessen Zapfen drücken müsste, um jenen Widerständen das Gleichgewicht zu halten, einen unveränderlichen Werth hat; 2) dass die Massen und insbesondere dass die lebendige Kraft der Massen der zu betreibenden Maschine im Vergleich zu jener des Schwungrades vernachlässigt werden dürfe; 3) dass auch die hin- und hergehenden Massen der Kolben, Kolbenstangen und Schubstangen unberücksichtigt bleiben dürfen; 4) dass die Schubstangen im Verhältniss zum Kurbelarm sehr lang oder, wenn man will, unendlich lang seien, so dass sich die Kolben nach dem reinen Sinus-versus-Gesetz bewegen. Nebst den in den früheren Untersuchungen gewählten Bezeichnungen nehmen wir hier noch folgende an:

$\mathfrak{R}$ der Halbmesser des Schwungrades;

G das Gewicht des Schwungringes in Kilogrammen;

$\mathfrak{C}$ die mittlere Geschwindigkeit des Schwungringes;

φ der Winkel, welchen der Kurbelarm in irgend einer beliebigen Stellung der Kolben mit der Richtung ihrer Bewegung bildet;

α, β die Werthe von φ, welche dem Minimum und Maximum der Schwungradsgeschwindigkeit entsprechen;

μ eine Zahl, welche angibt, wie viel Mal der Unterschied zwischen der grössten und kleinsten lebendigen Kraft des Schwungrades kleiner sein soll, als die lebendige Kraft, welche der mittleren Schwungradsgeschwindigkeit entspricht;

$g = 9{\cdot}808$ Meter, die Beschleunigung durch die Schwere;

$\mathfrak{T}$ die Kraft, welche senkrecht auf den Kurbelarm auf die Kurbelzapfen wirkend im Stande wäre, den Widerständen der zu treibenden Maschine das Gleichgewicht zu halten.

Nun kommt es vor allem Anderen darauf an, die Werthe von α und β ausfindig zu machen. Dies sind diejenigen Werthe von φ, für welche die sämmtlichen Kräfte mit sämmtlichen Widerständen im Gleichgewicht sind. Dies kann aber möglicher Weise in 4 verschiedenen Zeitintervallen eintreten. Ein Gleichgewichtszustand kann eintreten: 1) in der Zeit vom Anfang des Kolbenschubes an bis zu dem Augenblick hin, in welchem das Einströmungsventil der Verdichtungspumpe sich öffnet; 2) in der Zeit von der Oeffnung des Einströmungsventils der Verdichtungspumpe bis zum Beginne der Expansion; 3) in der Zeit vom Beginne der Expansion bis zur Oeffnung des Ausströmungsventils der Verdichtungspumpe; 4) endlich in der Zeit von der Oeffnung des Ausströmungsventils der Luftpumpe bis zum Ende des Kolbenschubes.

Es müssen nun die Bedingungen des Gleichgewichts der Kräfte und Widerstände in diesen 4 Zeitintervallen aufgesucht werden.

Die Bedingungen ergeben sich für das erste Zeitintervall auf folgende Weise:

Es sei ξ der Weg, den der Kolben der Verdichtungspumpe während einer Zeit zurückgelegt hat, die kleiner ist, als das erste Zeitintervall; $d\xi$ das Fortschreiten dieses Kolbens im nächstfolgenden unendlich kleinen Zeitelemente, so sind $\frac{L}{l}\,\xi$, $\frac{L}{l}\,d\xi$, die

Wege, welche gleichzeitig der Expansionskolben zurücklegt, und der Werth von φ, welcher dem Weg ξ entspricht, ist an folgende Gleichung gebunden:

$$\xi = \frac{1}{2}(1 - \cos.\varphi) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (57)$$

Die Kraft, mit welcher der Expansionskolben durch den Weg $\frac{L}{l}\,d\xi$ fortgeschoben wird, ist A (p — r). Die Wirkung dieser Thätigkeit ist demnach:

$$+ A\,(p - r)\,\frac{L}{l}\,d\xi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (58)$$

Nachdem der Kolben der Verdichtungspumpe den Weg ξ zurückgelegt hat, sind die Pressungen vor und hinter demselben, vermöge (1) $\frac{m\,l + l}{m\,l + l - \xi}\,\mathfrak{A}$, $\frac{m\,l}{m\,l + \xi}\,p$. Dieser Kolben wird also durch das Wegelement $d\xi$ mit einer Kraft $\left[\frac{m\,l}{m\,l + \xi}\,p - \frac{m\,l + l}{m\,l + l - \xi}\,\mathfrak{A}\right]a$ getrieben, und dadurch wird folgende Wirkung entwickelt:

$$+\left[\frac{m\,l}{m\,l + \xi}\,\frac{p}{\mathfrak{A}} - \frac{m\,l + l}{m\,l + l - \xi}\right]\mathfrak{A}\,a\,d\xi \quad . \quad . \quad (59)$$

Der Widerstand $\mathfrak{T}$ kann durch R ausgedrückt werden; es ist nämlich:

$$\mathfrak{T}\,\frac{1}{2}\,\pi = A\,R\,l$$

demnach:

$$\mathfrak{T} = \frac{2}{\pi}\,R\,A \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (60)$$

Dieser Widerstand wird, während der Expansionskolben das Wegelement $\frac{L}{l}\,d\xi$ zurücklegt, durch einen Weg $\frac{L}{2}\,d\varphi$ überwunden und diesem entspricht eine Wirkungsgrösse $\frac{2}{\pi}\,R\,A\,\frac{L}{2}\,d\varphi = \frac{2}{\pi}\,R\,A\,\frac{L}{l}\,\frac{d\xi}{\sin.\varphi}$, denn es ist vermöge (57) $d\xi = \frac{l}{2}\,\sin.\varphi\;d\varphi$.

$2r = l$

$K^2 = r^2 + (K - r + \ldots$

$+ 2r(K - r + \xi$

$\xi^2 + 2\xi(K - r) +$

$= K^2 - r^2 - (K - r$

$\xi = -K + r - r\cos$

$\pm\sqrt{K^2 - \ldots}$

wo der K sehr

das obere Zu…

für ein sehr

$\sqrt{K^2 - \ldots r^2}$

$= K\sqrt{1 - (\ldots + \frac{r^2}{K}}$

$= K(1 - \frac{r^2}{2K^2}\sin$

also

$\xi = r(1 - \cos\varphi)$

Wirkung der neuen Kolben

$= \mathfrak{T}\int r\,d\varphi =$

Widerstand A…

$\mathfrak{T}\,r\pi = AR\ldots$

Wenn nun während des ersten Zeitintervalles ein Gleichgewichtszustand eintreten soll können, so muss für denselben die Beziehung bestehen:

$$o = \left\{ \begin{array}{l} A\,(p - r)\,\frac{L}{l} - \frac{2}{\pi}\,R\,\mathfrak{A}\,\frac{L}{l}\,\frac{1}{\sin.\varphi} \\ + \mathfrak{A}\,a\left[\frac{m\,l}{m\,l + \xi}\,\frac{p}{\mathfrak{A}} - \frac{m\,l + l}{m\,l + l - \xi}\right] \end{array} \right\} d\xi$$

oder

$$o = \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - \frac{r}{\mathfrak{A}}\right) - \frac{2}{\pi}\,\frac{R}{\mathfrak{A}}\,\frac{1}{\sin.\varphi} \\ + \frac{a\,l}{A\,L}\left[\frac{m\,l}{m\,l + \xi}\,\frac{p}{\mathfrak{A}} - \frac{m\,l + l}{m\,l + l - \xi}\right] \end{array} \right\},$$

oder endlich, wenn man für ξ aus (57) seinen Werth setzt:

$$o = \left\{ \begin{array}{l} \frac{p}{\mathfrak{A}} - \frac{r}{\mathfrak{A}} - \frac{2}{\pi}\,\frac{R}{\mathfrak{A}}\,\frac{1}{\sin.\varphi} \\ + \frac{a\,l}{A\,L}\left[\frac{m\,l}{m\,l + \frac{1}{2}\,l\,(1 - \cos.\varphi)}\,\frac{p}{\mathfrak{A}} - \frac{m\,l + l}{m\,l + l - \frac{1}{2}\,(1 - \cos.\varphi)}\right] \end{array} \right\} \quad (61)$$

Diese Gleichung gilt aber nur von $\varphi = o$ bis zu einem Werth von φ, für welchen $\frac{1}{2}\,(1 - \cos.\varphi) = x_1 = m\,l\left(\frac{p}{\mathfrak{A}} - 1\right)$ ist.

Wenn also der Gleichung (61) innerhalb der so eben bezeichneten Grenzen eine Wurzel entspricht, so tritt während des ersten Zeitintervalles ein Gleichgewichtszustand ein, und demselben entspricht offenbar ein Minimum der Schwungradsgeschwindigkeit, weil beim Beginne des Kolbenschubes die Kraft nicht im Stande sein kann, dem Widerstand das Gleichgewicht zu halten.

Suchen wir nun die Gleichgewichtsbedingung für das zweite Zeitintervall. In demselben wird der Expansionskolben wiederum mit einer Kraft A (p — r) fortgetrieben; das Element der Wirkung ist demnach $A\,(p - r)\,\frac{L}{l}\,d\,\xi$. Die Pressungen hinter und vor dem Kolben der Verdichtungspumpe sind:

$$\mathfrak{A} \text{ und } \frac{m\,l + l}{m\,l + l - \xi}\,\mathfrak{A}$$

Das diesen Pressungen entsprechende Element der Wirkung ist demnach:

$$+\left[\mathfrak{A}-\frac{\mathrm{m\,l}+\mathrm{l}}{\mathrm{m\,l}+\mathrm{l}-\xi}\,\mathfrak{A}\right]\mathrm{a\,d}\xi$$

oder

$$-\frac{\xi}{\mathrm{m\,l}+\mathrm{l}-\xi}\,\mathfrak{A}\,\mathrm{a\,d}\xi=-\frac{1-\cos.\varphi}{2\,\mathrm{m}+1+\cos.\varphi}\,\mathfrak{A}\,\mathrm{a\,d}\xi$$

Das Element der Wirkung, welches der Ueberwindung des Widerstandes durch den Weg $\frac{\mathrm{L}}{2}\,\mathrm{d}\varphi$ entspricht, ist hier wiederum

$$-\frac{2}{\pi}\,\mathrm{R\,A}\,\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{l}}\,\frac{\mathrm{d}\xi}{\sin.\varphi}$$

Die Bedingung des Gleichgewichts für das zweite Zeitintervall ist demnach:

$$\mathrm{o}=\mathrm{A}(\mathrm{p}-\mathrm{r})\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{l}}\,\mathrm{d}\xi-\frac{1-\cos.\varphi}{2\mathrm{m}+1+\cos.\varphi}\,\mathfrak{A}\,\mathrm{a\,d}\xi-\frac{2}{\pi}\,\mathrm{R\,A}\,\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{l}}\,\frac{\mathrm{d}\xi}{\sin.\varphi}$$

oder

$$\mathrm{o}=\frac{\mathrm{p}}{\mathfrak{A}}-\frac{\mathrm{r}}{\mathfrak{A}}-\frac{1-\cos.\varphi}{2\,\mathrm{m}+1+\cos.\varphi}\,\frac{\mathrm{a\,l}}{\mathrm{A\,L}}-\frac{2}{\pi}\,\frac{\mathrm{R}}{\mathfrak{A}}\,\frac{1}{\sin.\varphi}\qquad(62)$$

Diese Gleichung gilt aber nur für diejenigen Werthe von φ, die innerhalb der Grenzen liegen, für welche $1-\cos.\varphi=2\,\mathrm{m}\left(\frac{\mathrm{p}}{\mathfrak{A}}-1\right)$ und $1-\cos.\varphi=2\,\frac{\mathrm{L}_1}{\mathrm{L}}$ wird.

Wenden wir uns weiter zum dritten Zeitintervall. In diesem wirkt die Luft durch Expansion und die Pressungen hinter und vor dem Expansionskolben sind, nachdem derselbe einen Weg $\xi>\mathrm{L}_1$ zurückgelegt hat, vermöge (39) $\frac{\mathrm{M\,L}+\mathrm{L}_1}{\mathrm{M\,L}+\xi}$ p und r.

Das entsprehende Element der Wirkung ist daher:

$$\mathrm{A}\left[\frac{\mathrm{M\,L}+\mathrm{L}_1}{\mathrm{M\,L}+\xi}\,\mathrm{p}-\mathrm{r}\right]\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{l}}\,\mathrm{d}\xi=$$

$$\left[\frac{\mathrm{M\,L}+\mathrm{L}_1}{\mathrm{M\,L}+\frac{1}{2}\mathrm{L}\,(1-\cos.\varphi)}\,\frac{\mathrm{p}}{\mathfrak{A}}-\frac{\mathrm{r}}{\mathfrak{A}}\right]\mathrm{A}\,\mathfrak{A}\,\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{l}}\,\mathrm{d}\xi$$

Die Elemente der Wirkungen, welche der Verdichtungspumpe und dem Widerstand $\mathfrak{T}$ entsprechen, sind hier wie im zweiten

Zeitintervall $-\frac{1-\cos.\varphi}{2m+1+\cos.\varphi}\mathfrak{A}\,a\,d\xi$ und $-\frac{2}{\pi}RA\frac{L}{l}\frac{d\xi}{\sin.\varphi}$; die Bedingungen des Gleichgewichtes der Kräfte sind demnach im dritten Zeitintervall:

$$o = \left\{\begin{array}{l} \left[\frac{ML+L_1}{ML+\frac{1}{2}L(1-\cos.\varphi)}\frac{p}{\mathfrak{A}}-\frac{r}{\mathfrak{A}}\right]A\mathfrak{A}\frac{L}{l}d\xi \\ -\frac{(1-\cos.\varphi)}{2m+1+\cos.\varphi}\mathfrak{A}\,a\,d\xi-\frac{2}{\pi}RA\frac{L}{l}\frac{d\xi}{\sin.\varphi} \end{array}\right\}$$

oder

$$o = \left\{\begin{array}{l} \frac{ML+L_1}{ML+\frac{1}{2}L(1-\cos.\varphi)}\frac{p}{\mathfrak{A}}-\frac{r}{\mathfrak{A}} \\ -\frac{1-\cos.\varphi}{2m+1+\cos.\varphi}\frac{a\,l}{A\,L}-\frac{2}{\pi}\frac{R}{\mathfrak{A}}\frac{1}{\sin.\varphi} \end{array}\right\}. \quad (63)$$

Für die Grenzen, innerhalb welcher diese Gleichung gilt, ist: $(1-\cos.\varphi)=2\frac{L_1}{L}$ und $(1-\cos.\varphi)=2(1+m)\left(1-\frac{\mathfrak{A}}{p}\right)$

Im dritten Zeitintervall tritt also nur dann ein Maximum oder Minimum der Geschwindigkeit ein, wenn die Gleichung 63 für φ einen Wurzelwerth liefert, welcher innerhalb dieser Grenzen liegt.

Im vierten Zeitintervall sind die Pressungen vor und hinter dem Kolben der Verdichtungspumpe p und $\mathfrak{A}$. Das der Luftpumpe entsprechende Element der Wirkung ist demnach $-(p-\mathfrak{A})\,a\,d\xi$. Die Elemente der Wirkungen, die der Expansion und dem Widerstand $\mathfrak{T}$ entsprechen, sind dagegen wie im dritten Zeitintervall:

$$+\left[\frac{ML+L_1}{ML+\frac{1}{2}L(1-\cos.\varphi)}\frac{p}{\mathfrak{A}}-\frac{r}{\mathfrak{A}}\right]A\mathfrak{A}\frac{L}{l}d\xi \text{ und } -\frac{2}{\pi}RA\frac{L}{l}\frac{d\xi}{\sin.\varphi}$$

und die Bedingungsgleichung des Gleichgewichtes wird hier:

$$o=\frac{ML+L_1}{ML+\frac{1}{2}L(1-\cos.\varphi)}\frac{p}{\mathfrak{A}}-\frac{r}{\mathfrak{A}}-\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}-1\right)\frac{a\,l}{A\,L}-\frac{2}{\pi}\frac{R}{\mathfrak{A}}\frac{1}{\sin.\varphi} \quad (64)$$

Für die Grenzen dieser Gleichung ist:

$$1-\cos.\varphi=2(1+m)\left(1-\frac{\mathfrak{A}}{p}\right) \text{ und } \varphi=180^0.$$

Aus der Natur der Sache geht hervor, dass während jedes Kolbenschubes nur Ein Minimum und Ein Maximum der Geschwindigkeit eintreten kann, es werden daher die vier Gleichungen (61) (62) (63) (64) mit Berücksichtigung der Grenzen nur zwei Wurzelwerthe liefern, und der kleinere wird dem Minimum, der grössere dem Maximum entsprechen. Welche dieser vier Gleichungen bedeutsame Wurzeln liefern, und wie gross dieselben sind, kann aber nur in jedem besonderen Falle durch numerische Rechnungen bestimmt werden.

Wir wollen die Wurzeln der Gleichungen für diejenigen Zahlenwerthe bestimmen, welche die Rechnung Seite (57) geliefert hat. Wir setzen also:

$$\frac{p}{\mathfrak{A}}=4,\ \frac{r}{\mathfrak{A}}=1{\cdot}5,\ \frac{L}{l}=1,\ \frac{L_1}{L}=0{\cdot}375,\quad M=m=0{\cdot}05,\quad V=1{\cdot}3$$

$$\frac{a}{A}\text{ nahe}=1\qquad R=\frac{75\ N_n}{A\ V}=\frac{75\ N_n}{\frac{N}{69{\cdot}4}\ 1{\cdot}3}=4000,\quad \frac{R}{\mathfrak{A}}=0{\cdot}4$$

Für diese Zahlenwerthe wird die Gleichung (61) des ersten Zeitintervalls:

$$o=2{\cdot}5+\frac{0{\cdot}05\times 4}{0.05+\frac{1}{2}(1-\cos.\varphi)}-\frac{1{\cdot}05}{1{\cdot}05+\frac{1}{2}(1-\cos.\varphi)}-\frac{0{\cdot}25}{\sin.\varphi}$$

Dieser Gleichung entspricht innerhalb der Grenzen ihrer Gültigkeit eine Wurzel, und der Werth derselben ist annähernd $\varphi=3^0$. Nachdem also die Kurbel einen Winkel von nur 3^0 zurückgelegt hat, tritt also schon das Minimum der Geschwindigkeit ein.

Die Gleichung (62) wird:

$$o=2{\cdot}5-\frac{1-\cos.\varphi}{1{\cdot}1+\cos.\varphi}-\frac{0{\cdot}25}{\sin.\varphi}$$

Derselben entspricht aber innerhalb der Grenzen ihrer Giltigkeit, nämlich innerhalb $\varphi=45^0$ und $\varphi=75^0+30$ keine Wurzel.

Die Gleichung (63) wird:

$$o=\frac{0{\cdot}05+0{\cdot}375}{0{\cdot}05+\frac{1}{2}(1-\cos.\varphi)}\,4-1{\cdot}5-\frac{1-\cos.\varphi}{1{\cdot}1+\cos.\varphi}-\frac{0{\cdot}25}{\sin.\varphi}$$

und dieser Gleichung entspricht innerhalb der Grenzen ihrer Giltigkeit, nämlich innerhalb $\varphi = 75^0 + 30$ und $\varphi = 180^0 - (54^0 + 30')$ eine Wurzel, und der Werth derselben ist $\varphi = 95^0$. Für diesen Winkel tritt also das Maximum der Geschwindigkeit ein.

Die Gleichung (64) des vierten Zeitintervalles brauchen wir nicht mehr zu untersuchen, da schon nach der Natur der Sache nur zwei Wurzeln Bedeutung haben können.

Für die Annahmen, welche wir gemacht haben, sind also die Werthe von α und β, die dem Minimum und dem Maximum der Geschwindigkeit entsprechen:

$$\alpha = 3^0$$
$$\beta = 95^0$$

Nun wollen wir die Masse des Schwungrades unter der Voraussetzung bestimmen, dass das Minimum der Geschwindigkeit in das erste und das Maximum in das dritte Zeitintervall fällt. Zu diesem Behufe müssen die Wirkungen berechnet werden, welche die Kräfte entwickeln und die Widerstände consumiren, während die Kurbel aus der Position $\varphi = \alpha$ in die Position $\varphi = \beta$ übergeht.

Für die Verdichtungspumpe ist die Differenz aus der Wirkung, die der hinter dem Kolben stattfindende Druck entwickelt, und der vor dem Kolben herrschende veränderliche Druck consumirt:

$$-\int_{\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)}^{\frac{1}{2}(1-\cos.\beta)} a\,\sigma_2\, d\,\xi_2 + \int_{\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)}^{m\,l\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}-1\right)} a\,\sigma_1\, d\,\xi_1 + a\,\mathfrak{A}\left\{\frac{1}{2}(1-\cos.\beta) - m\,l\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}-1\right)\right\}$$

Es ist aber, wenn man die Werthe von σ_2 und σ_1 berücksichtiget, welche die Gleichungen (1) darbieten:

$$\int a\,\sigma_2\, d\,\xi_2 = a\int \frac{m\,l+l}{m\,l+l-\xi_2}\,\mathfrak{A}\,d\,\xi_2 = -\,a\,\mathfrak{A}\,(m\,l+l)\int\frac{-\,d\,\xi_2}{m\,l+l-\xi_2}$$

demnach:

$$\int_{\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)}^{\frac{1}{2}(1-\cos.\beta)} a\,\sigma_2\, d\,\xi_2 = +\,a\,\mathfrak{A}\,(m\,l+l)\,\text{lognat.}\,\frac{2\,m+1+\cos.\alpha}{2\,m+1+\cos.\beta}$$

Ferner:

$$\int\limits_{\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)}^{m\,l\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}-1\right)} a\,\sigma_1\,d\,\xi_1 = \int\limits_{\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)}^{m\,l\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}-1\right)} a\,\frac{m\,l\,p}{m\,l+\xi_1}\,d\,\xi_1 = a\,m\,l\,p\,\text{lognat.}\frac{m\,\frac{p}{\mathfrak{A}}}{m+\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)}$$

Die algebraische Summe der Wirkungsgrössen, welche der Verdichtungspumpe entsprechen, ist demnach:

$$\left\{\begin{array}{l} -\,a\,\mathfrak{A}\,(m\,l+l)\,\text{lognat.}\,\dfrac{2\,m+1+\cos.\alpha}{2\,m'+1+\cos.\beta} \\[2ex] +\,a\,m\,l\,p\,\text{lognat.}\,\dfrac{m\,\frac{p}{\mathfrak{A}}}{m+\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)} \\[2ex] +\,a\,\mathfrak{A}\,l\left\{\dfrac{1}{2}(1-\cos.\beta)-m\left(\dfrac{p}{\mathfrak{A}}-1\right)\right\} \end{array}\right\} \quad (65)$$

Die algebraische Summe der Wirkungen, welche den Pressungen gegen den Expansionskolben entsprechen, ist:

$$\left\{\begin{array}{l} \displaystyle\int\limits_{L_1}^{\frac{L}{2}(1-\cos.\beta)} A\,p\,\frac{L_1+M\,L}{x+M\,L}\,d\,x + A\,p\left\{L_1-\frac{L}{2}(1-\cos.\alpha)\right\} \\[2ex] \qquad\qquad -\,A\,r\left\{\dfrac{L}{2}(1-\cos.\beta)-\dfrac{L}{2}(1-\cos.\alpha)\right\} \end{array}\right\} =$$

$$= \left\{\begin{array}{l} +\,A\,p\,(L_1+M\,L)\,\text{lognat.}\,\dfrac{M\,L+\frac{L}{2}(1-\cos.\beta)}{M\,L+L_1} \\[2ex] +\,A\,p\left\{L_1-\dfrac{L}{2}(1-\cos.\alpha)\right\} \\[2ex] -\,A\,r\,\dfrac{L}{2}\left\{\cos.\alpha-\cos.\beta\right\} \end{array}\right\} \quad (66)$$

Die Wirkung, welche der Ueberwindung des Widerstandes $\mathfrak{T} = \frac{2}{\pi}$ A R durch einen Weg $\frac{L}{2}(\beta - \alpha)$ entspricht, ist endlich:

$$-\frac{1}{\pi} A R L (\beta - \alpha) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (67)$$

Die der mittleren Geschwindigkeit des Schwungrades entsprechende lebendige Kraft seiner Masse ist annähernd

$$\frac{G}{2g} \mathfrak{C}^2$$

Da wir nun verlangen, dass der Unterschied zwischen der grössten und kleinsten lebendigen Kraft gleich werden soll dem μten Theil der mittleren lebendigen Kraft, so ist dieser Unterschied gleich zu setzen:

$$\frac{1}{\mu} \frac{G}{2g} \mathfrak{C}^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (68)$$

Allein die Aenderung der lebendigen Kraft des Schwungrades bei dessen Uebergang aus dem Minimum in das Maximum der Geschwindigkeit, ist gleich der Differenz aller produzirten und consumirten Wirkungen; man erhält daher, wenn man die Resultate (65) (66) (67) (68) zusammenfasst, zur Bestimmung von G folgenden Ausdruck:

$$\frac{1}{\mu}\frac{G}{2g}\mathfrak{C}^2 = \left\{ \begin{array}{l} + A p (L_1 + M L) \text{ lognat.} \dfrac{M L + \frac{L}{2}(1 - \cos.\beta)}{M L + L_1} \\[2ex] + A p \left(L_1 - \dfrac{L}{2}(1 - \cos.\alpha) \right) \\[2ex] - A r \dfrac{L}{2} (\cos.\alpha - \cos.\beta) \\[2ex] - a \mathfrak{A} (m l + l) \text{ lognat.} \dfrac{2 m + 1 + \cos.\alpha}{2 m + 1 + \cos.\beta} \\[2ex] + a l m p \text{ lognat.} \dfrac{m \frac{p}{\mathfrak{A}}}{m + \frac{1}{2}(1 - \cos.\alpha)} \\[2ex] + a \mathfrak{A} l \left\{ \dfrac{1}{2}(1 - \cos.\beta) - m \left(\dfrac{p}{\mathfrak{A}} - 1 \right) \right\} \\[2ex] - \dfrac{1}{\pi} A R L (\beta - \alpha) \end{array} \right\}$$

oder auch:

$$\frac{1}{\mu}\frac{G}{2g}\mathfrak{C}^2 = 4pL \left\{ \begin{array}{l} +\left(\frac{L_1}{L}+M\right) \text{lognat.} \dfrac{ML+\frac{L}{2}(1-\cos.\beta)}{ML+L_1} \\ +\left[\frac{L_1}{L}-\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)\right] \\ -\frac{1}{2}\frac{r}{p}(\cos.\alpha-\cos.\beta) \\ -\frac{a}{A}\frac{\mathfrak{A}}{p}(m+1)\frac{l}{L}\text{lognat.}\dfrac{2m+1+\cos.\alpha}{2m+1+\cos.\beta} \\ +m\frac{a}{A}\frac{L}{l}\text{lognat.}\dfrac{m\frac{p}{\mathfrak{A}}}{m+\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)} \\ +\frac{a}{A}\frac{l}{L}\frac{\mathfrak{A}}{p}\left\{\frac{1}{2}(1-\cos.\beta)-m\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}-1\right)\right\} \\ -\frac{1}{\pi}\frac{R}{p}(\beta-\alpha) \end{array} \right\}$$

Wenn man berücksichtiget, dass $75\ N_n = A\ V\ R$ und $L = \frac{30\ V}{n}$, wobei n die Anzahl der Umdrehungen bedeutet, die das Schwungrad in jeder Minute macht, so findet man auch folgenden Ausdruck:

$$\frac{G}{2g}\mathfrak{C}^2 = 30 \times 75 \frac{p}{R}\frac{\mu N_n}{n} \left\{ \begin{array}{l} +\left(\frac{L_1}{L}+M\right) \text{lognat.} \dfrac{ML+\frac{L}{2}(1-\cos.\beta)}{ML+L_1} \\ +\frac{L_1}{L}-\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha) \\ -\frac{1}{2}\frac{r}{p}(\cos.\alpha-\cos.\beta) \\ -\frac{a}{A}\frac{\mathfrak{A}}{p}(m+1)\frac{l}{L}\text{lognat.}\dfrac{2m+1+\cos.\alpha}{2m+1+\cos.\beta} \\ +m\frac{a}{A}\frac{L}{l}\text{lognat.}\dfrac{m\frac{p}{\mathfrak{A}}}{m+\frac{1}{2}(1-\cos.\alpha)} \\ +\frac{a}{A}\frac{l}{L}\frac{\mathfrak{A}}{p}\left\{\frac{1}{2}(1-\cos.\beta)-m\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}-1\right)\right\} \\ -\frac{1}{\pi}\frac{R}{p}(\beta-\alpha) \end{array} \right\}$$

welcher in Verbindung mit (52) und mit Berücksichtigung, dass

$$\mathfrak{C} = V \frac{R \pi}{L}$$

ist, zur Berechnung von G dient.

Wir haben früher für die Annahmen:

$$\frac{p}{\mathfrak{A}} = 4, \quad \frac{r}{\mathfrak{A}} = 1{\cdot}5, \quad \frac{L}{l} = 1, \quad \frac{L_1}{L} = 0{\cdot}375, \quad M = m = 0{\cdot}05 \quad V = 1{\cdot}3$$

$\frac{a}{A} = 1$, $\frac{R}{\mathfrak{A}} = 0{\cdot}4$ gefunden, dass $\alpha = 3^0$, $\beta = 95^0$ wird, und

wollen nun noch für diese Daten die lebendige Kraft des Schwungrades berechnen.

Die Glieder des Ausdruckes in der grossen Klammer werden:

$$+ 0{\cdot}375 + 0{\cdot}05 \text{ lognat. } \frac{0{\cdot}05 + \frac{1}{2}(1 - \cos. 95^0)}{0{\cdot}05 + 0{\cdot}375} \quad . \quad = + 0{\cdot}1430$$

$$+ 0{\cdot}375 - \frac{1}{2}(1 - \cos. 3^0) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad = + 0{\cdot}3743$$

$$- \frac{1}{2} \frac{1{\cdot}5}{4} (\cos. 3^0 - \cos. 95^0) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad = - 0{\cdot}2714$$

$$- \frac{1}{4}(1 + 0{\cdot}05) \text{ lognat. } \frac{0{\cdot}1 + 1 + \cos. 3^0}{0{\cdot}1 + 1 + \cos. 95^0} \quad . \quad . \quad . \quad = - 0{\cdot}1910$$

$$+ 0{\cdot}05 \text{ lognat. } \frac{0{\cdot}05 \times 4}{0{\cdot}05 + \frac{1}{2}(1 - \cos. 3^0)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad = + 0{\cdot}0693$$

$$+ \frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{2}(1 - \cos. 95^0) - 0{\cdot}05\,(4 - 1) \right\} \quad . \quad . \quad . \quad = + 0{\cdot}0984$$

$$- \frac{0{\cdot}4}{4} \frac{95 - 3}{180} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad = - 0{\cdot}0513$$

Werth des Ausdruckes in der Klammer . . . . $= + 0{\cdot}1713$

und nun wird:

$$\frac{G}{2g} \mathfrak{C}^2 = 30 \times 75 \frac{4}{0{\cdot}4} \times 0{\cdot}1713 \times \frac{\mu N_n}{n} = 3854 \frac{\mu N_n}{n}$$

Diese lebendige Kraft ist aber bedeutend grösser, als diejenige, welche ein Dampfmaschinen-Schwungrad erfordert.