

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Die Luftexpansions-Maschine

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1853

Nachweisung, dass der Gegenstromapparat die vorteilhafteste Leistung
gibt

[urn:nbn:de:bsz:31-266528](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-266528)

$$\begin{aligned}
 T_0 &= \mathcal{A} + \frac{545}{\lambda S} \dots\dots\dots \\
 Q &= q \frac{s}{S} \frac{t_1 - t_0}{T_0 - T_1} \dots\dots\dots \\
 B &= 545 \frac{Q}{\lambda \mathfrak{S}} \dots\dots\dots \\
 F &= \frac{1}{k} \frac{\text{lognat.} \frac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}}{\frac{1}{Q S} - \frac{1}{q s}} \dots\dots\dots
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} T_0 \\ Q \\ B \\ F \end{aligned}} \right\} (D)$$

Nachweisung, dass der Gegenstromapparat die vortheilhafteste Leistung gibt.

Wir wollen nun untersuchen, welcher von den drei Apparaten den Vorzug verdient. Der vortheilhafteste Apparat ist offenbar derjenige, welcher die kleinste Heizfläche erfordert, um in einer gewissen Luftmenge q mit einem bestimmten Brennstoffaufwand B eine bestimmte Temperaturerhöhung hervorzubringen.

Wenn wir aber annehmen, dass für alle drei Apparate t_0 , t_1 , \mathcal{A} , λ , S , B einerlei Werth haben, so geben zunächst die drei ersten der Gleichungen (B) (C) (D) für T_0 , T_1 , Q die gleichen Werthe. Der vortheilhafteste Apparat ist also derjenige, bei welchem für die gleichen Werthe von T_1 , T_0 , t_1 , t_0 , Q , q , S , s , k der Werth von F am kleinsten ausfällt.

Vergleichen wir zunächst den Kesselapparat mit dem Parallelstromapparat.

Für den Parallelstromapparat ist die Heizfläche:

$$\frac{1}{k} \frac{\text{lognat.} \frac{T_0 - t_0}{T_1 - t_1}}{\frac{1}{Q S} + \frac{1}{q s}}$$

Für den Kesselapparat ist sie dagegen

$$\frac{1}{k} \frac{\text{lognat.} \frac{T_0 - t_1}{T_1 - t_1}}{\frac{1}{Q S}}$$

Nun ist aber, da $t_i > t_o$, $\frac{T_o - t_o}{T_i - t_i} < \frac{T_o - t_i}{T_i - t_i}$

$$\text{und } \frac{1}{Q S} + \frac{1}{q s} < \frac{1}{Q S}$$

Der Parallelstromapparat erfordert demnach eine kleinere Heizfläche, als der Kesselapparat.

Um zu zeigen, dass der Gegenstrom eine kleinere Heizfläche erfordert, als der Parallelstrom, ist es nothwendig, für die in den Formeln für F erscheinenden Logarithmen die Reihen zu substituieren.

Es ist allgemein

$$\text{lognat. } x = 2 \left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^5 + \dots \right] \quad (33)$$

Bezeichnen wir die Heizfläche des Parallelstromapparates mit F_p , so ist vermöge (C)

$$F_p = \frac{q s}{k} \frac{\text{lognat. } \frac{T_o - t_o}{T_i - t_i}}{\frac{T_o - T_i}{t_i - t_o} + 1}$$

und wenn man den Logarithmus mittelst obiger Reihe ausdrückt, so wird:

$$F_p = \frac{q s}{k} 2 (t_i - t_o) \times \frac{\frac{T_o - T_i + t_i - t_o}{T_o + T_i - t_i - t_o} + \frac{1}{3} \left(\frac{T_o - T_i + t_i - t_o}{T_o + T_i - t_i - t_o} \right)^3 + \dots}{T_o - T_i + t_i - t_o}$$

oder

$$F_p = \frac{q s}{k} 2 (t_i - t_o) \times \left\{ \frac{1}{T_o + T_i - t_i - t_o} + \frac{1}{3} \frac{(T_o - T_i + t_i - t_o)^2}{(T_o + T_i - t_i - t_o)^3} + \dots \right\} \quad (34)$$

Bezeichnet man die Heizfläche für den Gegenstromapparat mit F_g , so ist vermöge der Gleichungen (D)

$$F_g = \frac{q s}{k} \frac{\text{lognat. } \frac{T_o - t_i}{T_i - t_o}}{\frac{T_o - T_i}{t_i - t_o} - 1}$$

Drückt man auch hier den Logarithmus mittelst der Reihe (33) aus, so wird

$$F_g = \frac{q s}{k} 2 (t_1 - t_0) \times \frac{\frac{T_0 - T_1 + t_0 - t_1}{T_0 + T_1 - t_0 - t_1} + \frac{1}{3} \left(\frac{T_0 - T_1 + t_0 - t_1}{T_0 + T_1 - t_0 - t_1} \right)^3}{T_0 - T_1 + t_0 - t_1} + \dots$$

oder

$$F_g = \frac{q s}{k} 2 (t_1 - t_0) \times \left\{ \frac{1}{T_0 + T_1 - t_0 - t_1} + \frac{1}{3} \frac{(T_0 - T_1 + t_0 - t_1)^2}{(T_0 + T_1 - t_0 - t_1)^3} + \dots \right\} \quad (35)$$

Vergleicht man nun die Ausdrücke (34) und (35), so sieht man leicht, dass F_g kleiner ist, als F_p , denn diese Ausdrücke unterscheiden sich nur allein durch die Zähler der Reihenglieder, und es ist $T_0 - T_1 + t_0 - t_1$ kleiner als $T_0 - T_1 + t_1 - t_0$.

Es ist somit nachgewiesen, dass der Kesselapparat der ungünstigste, der Apparat mit Parallelströmen der günstigere und der Gegenstromapparat der günstigste ist. Allein man kann sich auch leicht überzeugen, dass die Unterschiede in den Leistungen dieser Apparate nur dann von Belang sein werden, wenn die Temperaturdifferenz $t_1 - t_0$ bedeutend ist, denn wenn diese Differenz klein ist, kann man $t_1 - t_0$ gegen $T_0 - T_1$ vernachlässigen, und dann wird annähernd

$$F_k = F_p = F_g$$

Die Vortheile des Gegenstromes können also nur dann hervortreten, wenn die Luft stark erhitzt werden soll.

Numerische Berechnungen über die Heizapparate.

Durch numerische Berechnungen sieht man am besten, wie gross die Heizflächen der drei Apparate für gleiche Leistungen sein müssen. Bei diesen Berechnungen wollen wir immer annehmen, dass von der mit der Temperatur t_1 aus der Maschine entweichenden reinen atmosphärischen Luft, so viel als zum Verbrennen des Brennstoffes nothwendig ist, in den Feuerherd geleitet werde, d. h. wir wollen jederzeit $A = t_1$ setzen.