Die Luftexpansions-Maschine

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1853

Theorie des Röhrenapparates mit Gegenströmen

urn:nbn:de:bsz:31-266528

Theorie des Röhrenapparates mit Gegenströmen.

Es sei Fig. (3) Tafel III. ein Längen- und ein Querschnitt des Apparates, m n p m_1 n_1 p_1 zwei unendlich nahe Querschnitte desselben, U, u, U — d U, u — d u die Temperaturen in den Querschnitten n p, m n, n_1 p_1, m_1 n_1, f der zwischen dem Querschnitte E H und m p befindliche Theil der Heizfläche, d f das zwischen m p und m_1 p befindliche Element der Heizfläche. Da mit dem Wachsen von f die Temperaturen U und u abnehmen, so bestehen hier folgende Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} k\,(U - u)\,d f &= - Q\,S\,d\,U \;.\;.\;.\;. \\ - Q\,S\,d\,U &= - q\,s\,d\,u \;.\;.\;.\;. \end{aligned}\right\} \quad (28)$$

Durch Integration der letzteren dieser Gleichungen folgt:

$$Q\,S\,U = q\,s\,u + \text{const} \;.\;.\;.\;.\;. \quad (29)$$

Nun ist für $U = T_0$, $u = t_1$ und für $U = T_1$, $u = t_0$ daher hat man auch

$$\left.\begin{aligned} Q\,S\,T_0 &= q\,s\,t_1 + \text{const.} \;.\;.\;.\;. \\ Q\,S\,T_1 &= q\,s\,t_0 + \text{const.} \;.\;.\;.\;. \end{aligned}\right\} \quad (30)$$

Durch Subtraktion dieser Gleichungen folgt:

$$Q\,S\,(T_0 - T_1) = q\,s\,(t_1 - t_0) \;.\;.\;. \quad (31)$$

Durch Subtraktion der ersten der Gleichungen (30) von (29) ergibt sich aber:

$$Q\,S\,(U - T_0) = q\,s\,(u - t_1)$$

Substituirt man den aus dieser Gleichung für u folgenden Werth in die erste der Gleichungen (28) so verwandelt sich dieselbe in folgende:

$$k\left[U - t_1 - \frac{Q\,S}{q\,s}\,(U - T_0)\right] d\,f = - Q\,S\,d\,U$$

Hieraus folgt:

$$d\,f = - \frac{Q\,S}{k}\,\frac{d\,U}{\left(1 - \frac{Q\,S}{q\,s}\right) U + \frac{Q\,S}{q\,s}\,T_0 - t_1}$$

Das Integrale dieser Gleichung ist:

$$f = -\frac{1}{k}\,\frac{Q\,S}{1-\dfrac{Q\,S}{q\,s}}\ \text{lognat.}\left\{\begin{matrix} +\left(1-\dfrac{Q\,S}{q\,s}\right)U \\ +\dfrac{Q\,S}{q\,s}\,T_0 - t_1 \end{matrix}\right\} + \text{const.}$$

Nun ist für $f = o$, $U = T_0$ und für $f = F$, $U = T_1$, man hat daher auch

$$o = -\frac{1}{k}\,\frac{Q\,S}{1-\dfrac{Q\,S}{q\,s}}\ \text{lognat.}\left\{\begin{matrix} +\left(1-\dfrac{Q\,S}{q\,s}\right)T_0 \\ +\dfrac{Q\,S}{q\,s}\,T_0 - t_1 \end{matrix}\right\} + \text{const.}$$

$$F = -\frac{1}{k}\,\frac{Q\,S}{1-\dfrac{Q\,S}{q\,s}}\ \text{lognat.}\left\{\begin{matrix} +\left(1-\dfrac{Q\,S}{q\,s}\right)T_0 \\ +\dfrac{Q\,S}{q\,s}\,T_0 - t_1 \end{matrix}\right\} + \text{const.}$$

Durch Subtraktion dieser Gleichungen ergibt sich:

$$F = \frac{1}{k}\,\frac{1}{\dfrac{1}{Q\,S}-\dfrac{1}{q\,s}}\ \text{lognat.}\,\frac{\left(1-\dfrac{Q\,S}{q\,s}\right)T_0 + \dfrac{Q\,S}{q\,s}\,T_0 - t_1}{\left(1-\dfrac{Q\,S}{q\,s}\right)T_1 + \dfrac{Q\,S}{q\,s}\,T_0 - t_1}$$

Mit Berücksichtigung der Gleichung (31) wird nun dieser Ausdruck für F

$$F = \frac{1}{k}\,\frac{\text{lognat.}\,\dfrac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}}{\dfrac{1}{Q\,S}-\dfrac{1}{q\,s}}\quad .\ .\ .\ . \quad (32)$$

Nebst den so eben aufgefundenen Gleichungen (31) und (32) besteht aber auch hier wiederum die erste und besteht die dritte der Gleichungen (C). Für Röhrenapparate mit Gegenströmen gelten daher folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} T_0 = \Delta + \dfrac{545}{\lambda S} \quad \ldots\ldots\ldots \\[2ex] Q = q\, \dfrac{s}{S}\, \dfrac{t_1 - t_0}{T_0 - T_1} \quad \ldots\ldots \\[2ex] B = 545\, \dfrac{Q}{\lambda\, \mathfrak{H}} \quad \ldots\ldots\ldots \\[2ex] F = \dfrac{1}{k}\, \dfrac{\text{lognat.}\, \dfrac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}}{\dfrac{1}{Q\,S} - \dfrac{1}{q\,s}} \quad \ldots\ldots \end{array}\right\} (D)$$

Nachweisung, dass der Gegenstromapparat die vortheilhafteste Leistung gibt.

Wir wollen nun untersuchen, welcher von den drei Apparaten den Vorzug verdient. Der vortheilhafteste Apparat ist offenbar derjenige, welcher die kleinste Heizfläche erfordert, um in einer gewissen Luftmenge q mit einem bestimmten Brennstoffaufwand B eine bestimmte Temperaturerhöhung hervorzubringen.

Wenn wir aber annehmen, dass für alle drei Apparate t_0, t_1, Δ, λ, S, B einerlei Werth haben, so geben zunächst die drei ersten der Gleichungen (B) (C) (D) für T_0, T_1, Q die gleichen Werthe. Der vortheilhafteste Apparat ist also derjenige, bei welchem für die gleichen Werthe von T_1, T_0, t_1, t_0, Q, q, S, s, k der Werth von F am kleinsten ausfällt.

Vergleichen wir zunächst den Kesselapparat mit dem Parallelstromapparat.

Für den Parallelstromapparat ist die Heizfläche:

$$\frac{1}{k}\, \frac{\text{lognat.}\, \dfrac{T_0 - t_0}{T_1 - t_1}}{\dfrac{1}{Q\,S} + \dfrac{1}{q\,s}}$$

Für den Kesselapparat ist sie dagegen

$$\frac{1}{k}\, \frac{\text{lognat.}\, \dfrac{T_0 - t_1}{T_1 - t_1}}{\dfrac{1}{Q\,S}}$$