Die calorische Maschine

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1853

Zweite Theorie der Maschine mit Zugrundlegung des potenzierten Mariott´schen Gesetzes

urn:nbn:de:bsz:31-266513

Zweite Theorie der Maschine mit Zugrundlegung des potenzirten Mariott'schen Gesetzes.

Bestimmung dieses Gesetzes.

Die vorhergehende Theorie der Maschine wurde unter der Voraussetzung entwickelt, dass die Spannkraft der Luft sowohl während ihrer Verdichtung in der Pumpe, als auch während ihrer Ausdehnung im Treibcylinder, das *Mariott'sche* Gesetz befolge.

Diese Voraussetzung ist aber, wie schon Seite 56 ausgesprochen wurde, eine unrichtige, denn jene Dichtigkeitsänderungen gehen in grossen Gefässen und sehr schnell vor sich, so dass der Wärmegehalt der Luft keine merkliche Aenderung erleiden kann; die Verdichtung wird daher mit steigender, die Verdünnung mit abnehmender Temperatur, demnach nicht nach dem *Mariott'schen* Gesetz erfolgen.

Das wahre Gesetz, nach welchem sich die Spannkraft einer Luftmasse ändert, wenn sie, ohne von aussen Wärme aufzunehmen, oder nach aussen Wärme abzugeben, ihre Dichte verändert, ist nicht bekannt.

Nach Versuchen von *Dulong* hat das Verhältniss der Wärmekapazitäten der atmosphärischen Luft bei gleichem Druck und bei gleichem Volumen einen konstanten Werth $\mu = 1{\cdot}421$, und unter dieser Voraussetzung findet man nach *Poisson* *) die Spannkraft s_1 und Temperatur Θ_1, die in eine Luftmasse eintritt, wenn dieselbe aus einem Zustand, in welchem ihre Dichte ϱ_0, ihre Temperatur Θ_0 und ihre Spannkraft s_0 ist, ohne Aenderung ihres Wärmegehaltes in eine andere Dichte ϱ_1 übergeht, durch folgende Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} s_1 &= s_0 \left(\frac{\varrho_1}{\varrho_0}\right)^{\mu} \\ \Theta_1 &= \left(272{\cdot}5 + \Theta_0\right)\left(\frac{\varrho_1}{\varrho}\right)^{\mu - 1} - 272{\cdot}5 \\ \mu &= 1{\cdot}421 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (0)$$

Aus dem ersteren dieser Ausdrücke sieht man, dass die Spannkraft der Luft, wenn die Dichte wächst, in einem höheren Grade zunimmt, als die Dichte, dass also das *Mariott'sche* Gesetz gleichsam potenzirt auftritt. Wahrscheinlich ist auch diese Regel nicht

*) Traité de mecanique, Tome seconde, Pag. 647.

ganz streng, denn es scheint, dass die Spannkraft der Luft nicht blos von dem Verhältniss der Dichten, sondern auch von der Raschheit abhängt, mit welcher der Uebergang von einer Dichte zur andern erfolgt. In Ermanglung eines ganz scharfen Gesetzes, und in Berücksichtigung, dass es sich doch nur um eine Genauigkeit handelt, die mit den groben praktischen Zwecken harmonirt, will ich nun die Theorie der calorischen Maschine mit Zugrundlegung dieses potenzirten *Mariott'schen* Gesetzes entwickeln. Dabei können die Seite 10 und 38 gewählten Bezeichnungen beibehalten werden, mit Ausnahme von Einer. Es ist nämlich, wenn das potenzirte *Mariott'sche* Gesetz gilt, die Temperatur der Luft in der Verdichtungspumpe nach beendigter Verdichtung nicht mehr gleich der Temperatur der von der Pumpe aufgenommenen äussern atmosphärischen Luft.

Es sei nun:

$\mathfrak{T}$ die Temperatur der atmosphärischen Luft, welche die Verdichtungspumpe aufnimmt;

t_0 die Temperatur, welche in dieser Luft eintritt, nachdem sie so weit verdichtet worden ist, dass in derselben eine Spannkraft p entsteht.

Berechnung der Pumpe.

Ich nehme an, der Treibcylinder und die Pumpe seien doppelt wirkend.

Beim Beginn eines Kolbenschubes ist hinter dem Kolben ein Luftvolumen $m\,a\,l$ von einer Spannkraft p und Temperatur t_0. Vor dem Kolben befindet sich gleichzeitig ein Luftvolumen $a\,l + m\,a\,l = a\,l\,(1 + m)$ von einer Spannkraft $\mathfrak{A}$ und Temperatur $\mathfrak{T}$. Nachdem der Kolben einen Weg $\xi_1 < x_1$ zurückgelegt hat, ist nach dem durch die erste der Gleichungen (1) ausgedrückten Gesetz, die Spannung hinter dem Kolben:

$$\sigma_1 = p\left(\frac{m\,l}{m\,l + \xi_1}\right)^{\mu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Vorausgesetzt, dass man die Gewichte der Ventile vernachlässigt, oder dass dieselben balancirt sind, öffnen sich die Saugventile, nachdem die Spannung hinter dem Kolben gleich $\mathfrak{A}$ geworden ist. Dies tritt ein, nachdem der Kolben einen Weg

$$x_1 = m\,l\left[\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}\right)^{\frac{1}{\mu}} - 1\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

zurückgelegt hat.

Die Spannung der Luft vor dem Kolben ist, nachdem derselbe einen Weg $\xi_2 < x_2$ zurückgelegt hat:

$$\sigma_2 = \mathfrak{A}\left[\frac{m\,l+1}{m\,l+l-\xi_2}\right]^{\mu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

und die Oeffnung der Druckventile beginnt, nachdem der Kolben einen Weg

$$x_2 = (m\,l+l)\left[1-\left(\frac{\mathfrak{A}}{p}\right)^{\frac{1}{\mu}}\right] \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

zurückgelegt hat.

Die Temperatur der Luft vor dem Kolben, nachdem derselbe den Weg x_2 zurückgelegt hat, ist nach der zweiten der Gleichungen (0)

$$t_0 = (272{\cdot}5 + \mathfrak{T})\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}\right)^{\mu-1} - 272{\cdot}5 \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Nun ist die einem einfachen Kolbenschub entsprechende Wirkungsgrösse

$$W_1 = \left\{\begin{array}{l} \displaystyle\int_{\xi_2=o}^{\xi_2=x_2} a\,\sigma_2\,d\xi_2 + a\,p\,(l-x_2) \\ \\ \displaystyle -\int_{\xi_1=o}^{\xi_1=x_1} a\,\sigma_1\,d\xi_1 - a\,\mathfrak{A}\,(l-x_1) \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Nun ist vermöge (3)

$$\int a\,\sigma_2\,d\xi_2 = a\,\mathfrak{A}\int\left(\frac{m\,l+1}{m\,l+l-\xi_2}\right)^{\mu} d\xi_2 = a\,\mathfrak{A}\,(m\,l+l)^{\mu}\int\frac{d\xi_2}{(m\,l+l-\xi_2)^{\mu}}$$

demnach:

$$\int_{\xi_2=o}^{\xi_2=x_2} a\,\sigma_2\,d\xi_2 = a\,\mathfrak{A}\,\frac{(m\,l+l)^{\mu}}{(\mu-1)\,(m\,l+l)^{\mu-1}}\left[\left(\frac{m\,l+1}{m\,l+l-x_2}\right)^{\mu-1} - 1\right]$$

und mit Berücksichtigung von (4)

$$\int\limits_{\xi_2=0}^{\xi_2=x_2} a\,\sigma_2\,d\,\xi_2 = a\,\mathfrak{A}\,(m\,l+l)\,\frac{\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}\right)^{\frac{\mu-1}{\mu}}-1}{\mu-1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Dann ist ferner wegen (2) und (4)

$$\left.\begin{aligned} a\,p\,(l-x_2) - a\,\mathfrak{A}\,(l-x_1) &= a\,p\left\{l-(m\,l+l)\left[1-\left(\frac{\mathfrak{A}}{p}\right)^{\frac{1}{\mu}}\right]\right\} \\ &\quad - a\,\mathfrak{A}\left\{l-m\,l\left[\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}\right)^{\frac{1}{\mu}}-1\right]\right\} \end{aligned}\right\} \quad . \quad (8)$$

Endlich hat man noch:

$$\int\limits_{\xi_1=0}^{\xi_1=x_1} a\,\sigma_1\,d\,\xi_1 = a\int_0^{x_1} p\left(\frac{m\,l}{m\,l+\xi_1}\right)^{\mu} d\,\xi_1 = a\,p\,(m\,l)^{\mu}\int_0^{x_1}\frac{d\,\xi_1}{(m\,l+\xi_1)^{\mu}}$$

Mit Berücksichtigung von (2) wird der Werth dieses Integrals:

$$\int\limits_{\xi_1=0}^{\xi_1=x_1} a\,\sigma_1\,d\,\xi_1 = a\,m\,l\,p\,\frac{1-\left(\frac{\mathfrak{A}}{p}\right)^{\frac{\mu-1}{\mu}}}{\mu-1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

Substituirt man diese Resultate (7), (8), (9) in die Gleichung (6), so erhält man nach einigen Reduktionen:

$$W_1 = a\,l\,\mathfrak{A}\,\frac{\mu}{\mu-1}\left\{\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}\right)^{\frac{\mu-1}{\mu}}-1\right\}\left\{1-m\left[\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}\right)^{\frac{1}{\mu}}-1\right]\right\} \quad . \; . \quad (10)$$

Dividirt man diese Wirkung durch die Zeit $\frac{1}{v}$ eines Kolbenschubes, so ergibt sich für den Effekt E_1, welchen der Betrieb der Pumpe erfordert, folgender Ausdruck:

$$E_1 = a\mathfrak{A} v \frac{\mu}{\mu-1} \left\{ \left(\frac{p}{\mathfrak{A}}\right)^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 1 \right\} \left\{ 1 - m\left[\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}\right)^{\frac{1}{\mu}} - 1\right] \right\} \quad . \quad . \quad (11)$$

Die bei einem Kolbenschub ausgetriebene Luft hat ein Volumen $a(1-x_2)$, eine Spannkraft p und eine Dichte $\frac{\gamma_0}{1+\alpha\mathfrak{T}}\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}\right)^{\frac{1}{\mu}}$; das Gewicht dieser Luftmenge ist demnach:

$$a\left\{1-(m\,l+l)\left[1-\left(\frac{\mathfrak{A}}{p}\right)^{\frac{1}{\mu}}\right]\right\}\frac{\gamma_0}{1+\alpha\mathfrak{T}}\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}\right)^{\frac{1}{\mu}} = \frac{a\,l\,\gamma_0}{1+\alpha\mathfrak{T}}\left\{1-m\left[\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}\right)^{\frac{1}{\mu}}-1\right]\right\}$$

Dividirt man diese Luftmenge durch die Zeit $\frac{1}{v}$ eines Schubes, so findet man für die in Mittel in jeder Sekunde gelieferte Luftmenge q folgenden Ausdruck:

$$q = \frac{a\,v\,\gamma_0}{1+\alpha\mathfrak{T}}\left\{1 - m\left[\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}\right)^{\frac{1}{\mu}} - 1\right]\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Hieraus findet man auch:

$$a = \frac{q}{v\left\{1 - m\left[\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}\right)^{\frac{1}{\mu}} - 1\right]\right\}\frac{\gamma_0}{1+\alpha\mathfrak{T}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

und durch Division von (11) durch (12)

$$\frac{E_1}{q} = \mathfrak{A}\frac{1+\alpha\mathfrak{T}}{\gamma_0}\frac{\mu}{\mu-1}\left[\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}\right)^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 1\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Wenn man in den Formeln (11) bis (14) $\mu = 1$ setzt, so müssen sich dieselben in diejenigen verwandeln, welche für das *Mariott'sche* Gesetz gelten. Dies ist auch in der That der Fall, wenn man berücksichtiget, dass

$$\text{limes.}\ \frac{z^{\omega}-1}{\omega} = \text{lognat. } z$$

ist, wenn z eine beliebige Grösse, ω aber eine unendlich kleine Grösse bezeichnet. Vermöge dieser Beziehung wird, weil $\frac{\mu-1}{\mu}$ für $\mu = 1$ als eine unendlich kleine Grösse zu betrachten ist.

$$\frac{\mu}{\mu-1}\left\{\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}\right)^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 1\right\} = \text{lognat.}\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}\right)$$

und hierdurch fallen die Formeln (11) bis (14) mit jenen zusammen, die für das *Mariott'sche* Gesetz gelten.

$$\left.\begin{array}{lllll}
\text{Für}\quad \frac{p}{\mathfrak{A}} & = 1{\cdot}5 & 2 & 3 & 4 \\[2ex]
\text{wird}\ \dfrac{\left[\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}\right)^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 1\right]}{\frac{\mu-1}{\mu}} & = 0{\cdot}433 & 0{\cdot}770 & 1{\cdot}300 & 1{\cdot}720 \\[2ex]
\text{und lognat.}\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}\right) & = 0{\cdot}406 & 0{\cdot}693 & 1{\cdot}098 & 1{\cdot}386
\end{array}\right\} \quad . \quad (15)$$

Hieraus sieht man, dass der zum Betrieb der Pumpe erforderliche Effekt nach dem potenzirten *Mariott'schen* Gesetz grösser ausfällt, als nach dem einfachen *Mariott'schen* Gesetz, was auch ohne alle Rechnung leicht eingesehen werden kann; denn wenn das potenzirte Gesetz gilt, braucht die Luft, damit in ihr eine Spannung p eintritt, nicht so stark verdichtet zu werden, als wenn das einfache Gesetz gilt; die Druckventile werden sich daher, wenn das potenzirte Gesetz gilt, eher öffnen, und es muss der volle Widerstand p durch einen längern Weg $l - x_2$ überwunden werden; daher der grössere Betriebseffekt.

Obige Zahlen zeigen jedoch, dass die den beiden Gesetzen entsprechenden Betriebseffekte erst bei stärkeren Verdichtungen um ein Merkliches von einander abweichen.

Die zweite der Formel (0) wird, wenn man in derselben $\frac{\varrho_1}{\varrho_0}$ durch $\frac{s_1}{s_0}$ ausdrückt.

$$\Theta_1 = (272{\cdot}5 + \mathfrak{T})\left(\frac{s_1}{s_0}\right)^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 272{\cdot}5$$

Setzen wir hier $\frac{s_1}{s_0} = \frac{p}{\mathfrak{A}}$, so wird $\Theta_1 = t_0$, demnach

$$t_0 = (272{\cdot}5 + \mathfrak{T})\left(\frac{p}{\mathfrak{A}}\right)^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 272{\cdot}5 \quad \ldots \ldots \quad (16)$$

Die Temperatur der atmosphärischen Luft = 10° gesetzt, so findet man

$$\left.\begin{array}{lllll} \text{für } \frac{p}{\mathfrak{A}} = 1{\cdot}5 & 2 & 3 & 4 \\ t_0 = 56^0 & 74^0 & 118^0 & 153^0 \end{array}\right\} \quad \ldots \quad (17)$$

Die Luft wird demnach, selbst dann, wenn sie nur bis zu zwei Atmosphären comprimirt wird, mit einer ansehnlichen Temperatur in den Röhrenapparat oder in den Regenerator getrieben. Hierdurch entsteht möglicherweise ein kleiner Gewinn an Brennstoff, der wohl hinreichen wird, um die Effektdifferenz auszugleichen. Hinsichtlich des zum Betriebe der Pumpe erforderlichen Brennstoffaufwandes ist es also beinahe gleichgiltig, ob das einfache oder ob das potenzirte *Mariott'sche* Gesetz gilt.

Effektberechnung der Maschine.

Die Art und Weise der Effektberechnung der Maschine ist von dem Umstand, ob die Maschine mit oder ob sie ohne Regenerator arbeitet, beinahe unabhängig, wenn nur für die Pressungen vor und hinter dem Kolben die richtigen Werthe in Rechnung gebracht werden. Auch ist es ganz gleichgiltig, ob man es mit zwei einfach wirkenden oder mit einer doppelt wirkenden Maschine zu thun hat.

Wir wollen auch hier eine mit oder ohne Regenerator aber doppelt wirkende Maschine annehmen, und bezeichnen mit p die Pressung hinter dem Kolben bis zur Absperrung, durch r die Intensitäs der schädlichen Widerstände, d. h. den Druck, welcher auf jeden Quadratmeter der Kolbenfläche wirken muss, um zu überwinden: 1) die vor dem Kolben herrschende Spannung, welche, wenn ein Regenerator vorhanden ist, grösser ausfällt, als wenn kein Regenerator