Die anfänglichen und die gegenwärtigen Erwärmungszustände der Weltkörper

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1861

Abschnitt

urn:nbn:de:bsz:31-266472

Allgemein ist:

$$\int \frac{-\,d\,(\cos\Theta)}{\sqrt{\varrho^2+\varrho_1^2-2\,\varrho\,\varrho_1\cos\Theta}}=\frac{2}{2\,\varrho\,\varrho_1}\sqrt{\varrho^2+\varrho_1^2-2\,\varrho\,\varrho_1\cos\Theta}$$

demnach:

$$\int_1^{-1}$$

$$\cancel{\int_0^{\pi}}\frac{-\,d\,(\cos\Theta)}{\sqrt{\varrho^2+\varrho_1^2-2\,\varrho\,\varrho_1\cos\Theta}}=\frac{1}{\varrho\,\varrho_1}\Big[(\varrho+\varrho_1)-(\varrho-\varrho_1)\Big]=\frac{2}{\varrho}\quad \text{wenn } \rho>\rho_1$$

$$=\frac{1}{\rho\rho_1}\Big[(\rho+\rho_1)-(\rho_1-\rho)\Big]=\frac{2}{\rho_1},\quad \text{,, } \rho<\rho_1$$

und folglich erhalten wir:

3 $$S\,\frac{m_1}{r_1}=2\,\pi\,\mu\int_0^R\frac{2\,\varrho_1^2\,d\,\varrho_1}{\varrho}=\frac{4\,\pi\,\mu}{\varrho}\,\frac{R^3}{3}\;\Big|\; 2\pi\mu\int_0^{\rho}\frac{2\rho_1^2}{\rho}\,\partial\rho_1+2\pi\mu\int_{\rho}^{R}\frac{2\rho_1^2}{\rho_1}\,\partial\rho_1$$

$$=2\pi\mu\left(R^2-\tfrac{1}{3}\rho^2\right)$$

Diesen Werth in (1) angeführt, erhält man:

$$W=\frac{1}{2}\,\Sigma m\,\lambda\,\frac{4\,\pi\,\mu}{\varrho}\,\frac{R^3}{3}=\frac{2}{3}\,\pi\,\lambda\,\mu\,R^3\,\Sigma\frac{m}{\varrho}\quad\ldots\ldots\quad(5)$$

Denken wir uns mit ϱ und $\varrho+d\varrho$ zwei Kugelflächen beschrieben, so ist die zwischen denselben enthaltene Masse gleich $4\,\varrho^2\,\pi\,.\,d\,\varrho\,\mu$. Der Antheil der Summe $\Sigma\frac{m}{\varrho}$, welcher dieser Masse entspricht, ist demnach $4\,\varrho\,\pi\,\mu\,d\,\varrho$ und der Totalwerth ist:

$$\Sigma\frac{m}{\varrho}=\int_0^R 4\,\pi\,\mu\,.\,\varrho\,d\,\varrho=2\,\pi\,\mu\,R^2$$

$$W=\tfrac{4}{3}\lambda R^5\pi^2\mu^2-\tfrac{1}{3}\pi\mu^2\lambda\int_0^R 4\rho^4\pi\,d\rho=\tfrac{16}{15}\lambda\pi^2\mu^2R^5$$

Wir erhalten demnach:

$$W=\frac{2}{3}\,\pi\,\lambda\,\mu\,R^3\,.\,2\,\pi\,\mu\,R^2=\frac{4}{3}\,\pi^2\,\mu^2\,\lambda\,R^5\quad\ldots\ldots\quad(6)$$

woraus man zunächst ersieht, dass die Ballungswirkung der fünften Potenz des Radius von dem entstandenen Ball proportional ist, also bei grossen Bällen ungemein gross wird.

Temperatur des Balles.

Nimmt man an, dass diese ganze Wirkung zuletzt, wenn die Ballung geschehen ist, in den Aether der Dynamiden übergeht und Schwingungen erzeugt, die der Wärme entsprechen, und dass alle Dynamiden in gleicher Weise erschüttert werden, so dass in allen gleiche Temperaturen eintreten, so lässt sich diese Temperatur u_0 leicht berechnen.

$$W=\tfrac{1}{2}\Sigma m\lambda\,2\pi\mu\left(R^2-\tfrac{1}{3}\rho^2\right)=\tfrac{1}{2}2\pi\mu\lambda R^2\Sigma m-\tfrac{1}{3}\pi\mu\lambda\Sigma m\rho^2$$

$$=\pi\mu\lambda R^2\,\tfrac{4}{3}R^3\pi\ \ldots$$

Nennt man $\mathfrak{G}$ die Wärmemenge (in Wärmeeinheiten ausgedrückt), welche erforderlich ist um einer Masseneinheit des Balles eine Temperaturerhöhung von einem Grad zu ertheilen, so ist: $\frac{4}{3} R^3 \pi \mu \mathfrak{G} u_0$ die Wärmemenge, welche erforderlich ist, um der Masse $\frac{4}{3} R^3 \pi \mu$ des Balles eine Temperaturerhöhung von u_0 Grad zu ertheilen. Nennt man weiter $k = 424$ Kilogramm-Meter die Wirkungsgrösse, welche einer Wärmeeinheit entspricht, so ist:

$$\frac{4}{3} R^3 \pi \mu \mathfrak{G} u_0 k.$$

die in Kilogramm-Metern ausgedrückte Wirkungsgrösse, welche erforderlich ist, um die geballte Masse von 0° Temperatur bis u_0 Grad zu erwärmen. Wenn wir annehmen, dass die ursprüngliche Temperatur der Materie 0° war, so erhalten wir demnach:

$$W = \frac{4}{3} \pi^2 \lambda \mu^2 R^5 = \frac{4}{3} R^3 \pi \mu \mathfrak{G} u_0 k$$ 1 16/15

Demnach:

$$u_0 = \frac{\pi \lambda \mu R^2}{k \mathfrak{G}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$ 1 4/5

Hiermit ist nun die Temperatur der geballten Masse berechnet, und man sieht, dass dieselbe dem Quadrat des Halbmessers des Balles proportional ist, dass sich demnach die mittleren Temperaturen der Weltkörper wie die zweiten Potenzen ihrer Halbmesser oder wie ihre Oberflächen verhalten.

Numerische Rechnungen. Relative Werthe.

Nimmt man an, dass $\mathfrak{G}$ für alle Planeten und für die Sonne den gleichen Werth hat, so findet man nach den bekannten Massen und Durchmessern dieser Weltkörper die nachstehenden Resultate (Ettingshausen's Physik, Seite 198):

	Durchmesser. $2R$	Masse. $\frac{4}{3} R^3 \pi \mu$	Initialtemperatur u_0
Merkur. . . .	0·39	0·16	0·40
Venus	0·97	0·92	0·95
Erde	1·00	1·00	1·00
Mars	0·56	0·13	0·23
Jupiter. . . .	11·56	340	30·00
Saturn	9·61	98	12·00
Uranus. . . .	4·26	17	4·00
Sonne	110	354936	3226