Die Gesetze des Lokomotiv-Baues

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1855

IV. Der mittlere Fortlauf der Lokomotive

IV.

Der mittlere Fortlauf der Lokomotive.

Bedingungen,

welche erfüllt sein müssen, damit die Triebräder im Moment der Abfahrt so wie auch während der Fahrt nicht glitschen.

Es sei W der totale Widerstand, welcher der Fortbewegung des ganzen Wagenzuges entgegenwirkt. W ist also auch die Zugkraft, mit welcher man vorn an dem Rahmen der Lokomotive anziehen müsste, um den Wagenzug in Bewegung zu bringen.

P die Kraft, mit welcher ein Kolben der Lokomotive getrieben wird, d. h. die Differenz der Pressungen, welche gegen beide Flächen des Kolbens ausgeübt werden. Diese Kraft P ist bei einer nicht expandirenden Lokomotive während des ganzen Kolbenschubes beinahe constant, bei einer expandirenden Lokomotive während der Dauer der Expansion variabel. Wir wollen eine nicht expandirende Lokomotive voraussetzen, dürfen also P als eine constante Kraft betrachten.

F der Reibungswiderstand sämmtlicher Triebräder, d. h. die Reibung, welche der Summe der Pressungen entspricht, mit welcher die Räder der Kurbelaxen und sämmtliche mit diesen Rädern verkuppelten Räder gegen die Bahn gepresst werden.

Nehmen wir an, dass im Moment der Abfahrt die Kurbeln zufällig so gestellt sind, dass beide Kolben vorwärts laufen, wenn die Fahrt nach vorwärts beginnt, und dass die Kurbeln mit den Axen der Cylinder die Winkel α und $90 + \alpha$ bilden.

Der Halbmesser einer Kurbel sei r, der Halbmesser eines Triebrades, so wie auch eines jeden mit einem Triebrad gekuppelten Rades R.

Im Moment der Abfahrt wird jeder der beiden Kolben mit einer Kraft P nach rechts getrieben, und dies hat zur Folge, dass auf jeden der beiden Kurbelzapfen nach horizontaler Richtung eine Pressung P nach vorwärts ausgeübt wird. Dies ist streng richtig, wie lang oder wie kurz die Schubstangen sein mögen. Allein durch die im Innern eines Cylinders herrschenden Spannungen wird nicht nur der Kolben, sondern auch der Cylinder eben so stark, aber nach entgegengesetzter Richtung gepresst, jeder Cylinder wird also mit einer Kraft P nach links getrieben, wenn sein Kolben mit einer Kraft P nach rechts gedrückt wird; und da die Cylinder mit dem Rahmenbau fest verbunden sind, so wird dieser letztere mit einer Kraft $2P$ nach links getrieben, wenn beide Kolben mit einer Kraft $2P$ nach rechts getrieben werden. Nun ist aber der Widerstand W als eine der Bewegung der Lokomotive entgegenwirkende Kraft anzusehen, der Rahmenbau wird also im Ganzen mit einer Kraft $W + 2P$ nach links getrieben, und wenn dennoch eine Bewegung nach rechts eintreten soll, so kann dies nur dadurch geschehen, dass die Kurbelaxe gegen die Axenhalter einen Druck ausübt, der wenigstens gleich $W + 2P$ ist.

Nehmen wir vorläufig an, die Reibung sämmtlicher Triebräder gegen die Bahn sei so stark, dass ein Glitschen dieser Räder nicht eintritt. Dann unterliegt es keiner Schwierigkeit, die Kraft zu bestimmen, mit welcher die Kurbelaxe durch die auf die Kurbelzapfen wirkenden Kräfte gegen die Axenhalter vorwärts treibt. Heissen wir diese Kraft für einen Augenblick X, so muss das statische Moment derselben in Bezug auf eine durch den Berührungspunkt der Räder mit der Bahn gehende Queraxe eben so gross sein als die Summe der Momente der Pressungen auf die Kurbelzapfen in Bezug auf die gleiche Axe. Das Moment von X ist RX. Die von B aus auf die Richtungen der Kurbelzapfenpressungen gefällten Perpendikel haben annähernd die Längen $R + r \sin. \alpha$, $R + r \sin. (90 + \alpha)$, oder $R + r \sin. \alpha$ und $R + r \cos. \alpha$. Die Summe jener Momente ist daher:

$$P (R + r \sin. \alpha) + P (R + r \cos. \alpha) = 2 P R + P r (\sin. \alpha + \cos. \alpha)$$

Man hat daher:

$$R X = 2 P R + P r (\sin. \alpha + \cos. \alpha)$$

und:

$$X = 2 R + P \frac{r}{R} (\sin. \alpha + \cos. \alpha)$$

Wenn die Räder auf der Bahn nicht glitschen, so wird die Bewegung beginnen, wenn P wenigstens so gross ist, dass $X = W + 2 P$ wird, d. h. wenn

$$2 P + P \frac{r}{R} (\sin. \alpha + \cos. \alpha) = W + 2 P$$

ist. Hieraus folgt für den kleinsten Werth von P:

$$P = W \frac{\frac{R}{r}}{\sin. \alpha + \cos. \alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Dieser Ausdruck wird innerhalb α gleich 0 und α gleich $90°$ am allergrössten, wenn $\alpha = 0°$ oder wenn $\alpha = 90°$ ist, und in beiden dieser Fälle wird der Werth von P:

$$W . \frac{R}{r} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

So stark muss also ein Kolben getrieben werden, damit der Widerstand W auch dann überwunden werden kann, wenn der Zufall es wollte, dass im Moment der Abfahrt einer der beiden Kolben am Ende, der andere dagegen in der Mitte seines Schubes stünde, also überhaupt nur eine Maschine treibend wirkte.

Nun wollen wir weiter sehen, was nothwendig ist, damit die Triebräder auf der Bahn nicht glitschen.

Die auf die Kurbelzapfen wirkenden Kräfte bestreben sich, die Kurbelaxe mit einem Moment gleich $P (r \sin. \alpha + r \cos. \alpha)$ zu drehen. Um dies zu verhindern, muss am Umfang des Triebrades eine Kraft $P \frac{r}{R} (\sin. \alpha + \cos. \alpha)$ nach entgegengesetzter Richtung wirken, d. h. die Reibung F aller gekuppelten Räder auf der Bahn muss daher wenigstens $P \frac{r}{R} (\sin. \alpha + \cos. \alpha)$ sein, oder der kleinste Werth von F, durch welchen ein Glitschen der Räder verhindert wird, ist:

$$F = P \frac{r}{R} (\sin. \alpha + \cos. \alpha) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Dieser Werth von F wird am grössten, wenn $\alpha = 45^\circ$, d. h. wenn $\sin.\alpha + \cos.\alpha = 2\sqrt{\frac{1}{2}} = 1{\cdot}414$ und beträgt dann:

$$1{\cdot}414\ P\ \frac{r}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Am leichtesten tritt also im Moment, wenn der Wagenzug abfahren soll, ein Glitschen der Räder auf der Bahn ein, wenn die Kurbeln im ersten und zweiten, oder im dritten und vierten Quadranten so stehen, dass sie gegen eine Vertikallinie Winkel von 45° bilden; und wenn in dieser ungünstigsten Stellung ein Glitschen nicht eintreten soll, muss die Reibung aller gekuppelten Räder gegen die Bahn wenigstens $1{\cdot}414\ P\frac{r}{R}$ betragen.

Setzt man hier für P den oben (2) gefundenen Werth $W\frac{R}{r}$, der vorhanden sein muss, damit die Lokomotive die für die Abfahrt nöthige Zugkraft selbst dann besitzt, wenn im Moment der Abfahrt einer der Kolben am Anfang, der andere in der Mitte des Schubes stünde, so findet man für den Betrag der Reibung, welche gegen das Glitschen sichert, folgenden Werth:

$$1{\cdot}414 \,.\, W \,.\, \frac{R}{r} \,.\, \frac{r}{R} = 1{\cdot}414\ W \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Wenn also die Abfahrt auch unter den ungünstigsten Verhältnissen ohne Glitschen der Räder erfolgen soll, muss die Reibung aller gekuppelten Räder auf der Bahn 1·414 mal so viel betragen als der Widerstand, und es genügt nicht, wenn sie nur, wie man gewöhnlich glaubt, genau so viel beträgt als der Widerstand selbst.

Ist der Wagenzug in den Beharrungszustand seiner Bewegung getreten, in welchem alle Umdrehungen eines Triebrades in gleichen Zeiten geschehen, so tritt in den Cylindern eine Dampfspannung ein, bei welcher die durch die Pressungen auf die Kolben während einer Umdrehung eines Rades entwickelte Arbeitsgrösse durch die Ueberwältigung des Widerstandes W consumirt wird. Nennen wir für einen Augenblick P_1 diese Kraft, mit welcher ein Kolben im Beharrungszustand getrieben wird, so entwickeln beide Kolben während einer Umdrehung eines Triebrades zusammen eine Wirkungsgrösse $2 \times 4\,r \times P_1 = 8\,r\,P_1$. Bei einer Umdrehung eines Triebrades legt aber der Wagenzug einen Weg $2\,R\,\pi$ zurück, wird also der Widerstand W durch eine Weglänge $2\,R\,\pi$ überwunden, es beträgt mithin die durch den Widerstand consumirte Wirkung $2\,R\,\pi\,W$. Es ist demnach im Beharrungszustand der Bewegung:

$$8\,r\,P_1 = 2\,R\,\pi\,W$$

folglich:

$$P_1 = \frac{\pi}{4}\,\frac{R}{r}\,W$$

Setzt man diesen Werth von P_1 statt P in den Ausdruck (4), so erhält man die Reibung, welche im Beharrungszustand der Bewegung die sämmtlichen Triebräder hervorbringen müssen, damit sie während des Laufes nicht glitschen. Diese Reibung ist demnach:

$$1{\cdot}414 \,.\, \frac{\pi}{4}\,\frac{R}{r}\,W \,.\, \frac{r}{R} = 1{\cdot}11\ W \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Vergleicht man diesen Werth mit (5), so sieht man, dass die Fortsetzung der Fahrt mit einer geringeren Reibung der Räder auf der Bahn erfolgen könnte als die Abfahrt.

Der Beharrungszustand der Bewegung einer Lokomotive.

Wenn eine gleichförmig geheizte Lokomotive mit einer angehängten Wagenreihe auf einer geradlinigen Bahnstrecke durch längere Zeit fortgelaufen ist, nähert sich ihre Bewegung immer mehr und mehr einem Beharrungszustand, in welchem alle Umdrehungen der Triebräder in gleichen Zeiten geschehen, und der ferner von der Art ist, dass die Zustände der Lokomotive am Anfange und am Ende jeder Umdrehung der Triebräder in jeder Hinsicht ganz identisch sind. Es müssen also am Anfange und am Ende jeder Umdrehung der Triebräder gleiche Werthe haben: 1) die Geschwindigkeiten der Lokomotive; 2) die lebendigen Kräfte der Massen der Lokomotive; 3) die Dampfspannungen im Kessel; 4) die im Kessel enthaltene Wasser- und Dampfmenge; 5) die Temperaturen in allen Theilen der Lokomotive.

Diese Identität der Zustände am Anfange und am Ende jeder Umdrehung der Triebräder ist nur unter folgenden Bedingungen möglich:

1. Die Gleichheit der Geschwindigkeiten und der lebendigen Kräfte am Anfange und Ende jeder Umdrehung der Triebräder ist nur möglich, wenn die Summe der Wirkungen, welche die Pressungen des Dampfes gegen die Kolben während jeder Umdrehung der Triebräder entwickeln, eben so gross ist als die Summe der Wirkungen, welche sämmtliche der Bewegung der Lokomotive entgegen wirkenden Widerstände während jeder Umdrehung der Triebräder consumiren.
2. Die Gleichheit der Wasser- und Dampfvolumen im Kessel am Anfange und am Ende jeder Umdrehung ist nur möglich, wenn die Pumpen bei jeder Umdrehung eben so viel Wasser in den Kessel liefern, als aus demselben in Dampf oder flüssiger Form entweicht.
3. Die Gleichheit der Dampfspannungen kann nur stattfinden, wenn aus dem Kessel während jeder Umdrehung eben so viel Dampf entfernt wird, als in der Zeit einer Umdrehung durch die in den Kessel eindringende Wärme gebildet wird.
4. Die Gleichheit der Temperaturverhältnisse ist nur möglich, wenn während jeder Umdrehung der Triebräder die durch den Brennstoff entwickelte Wärmemenge eben so gross ist als die aus der Lokomotive entweichende.

Werden diese vier Gleichheiten mit mathematischer Schärfe analytisch ausgedrückt, so erhält man vier Gleichungen, aus welchen alle auf den Beharrungszustand sich beziehenden Fragen beantwortet werden können.

Um diese vier Gleichheiten analytisch auszudrücken, wählen wir folgende Bezeichnungen:

O der Querschnitt eines Dampfcylinders;
l die Länge des Kolbenschubes;
v die mittlere Geschwindigkeit der Dampfkolben;
V die mittlere Fortlaufgeschwindigkeit der Lokomotive;
D der Durchmesser eines Triebrades;
l_1 die Länge des Weges, den ein Kolben bei einem Schub zurücklegt, bis die Dampfzuströmung aufgehoben wird;
m der Coeffizient für den schädlichen Raum, d. h. die Zahl, mit welcher man das Volumen $O\,l$, das der Kolben bei einem Schub beschreibt, multipliziren muss, um zu erhalten die Summe von dem Volumen eines Dampfkanales und dem Volumen zwischen Cylinderdeckel und Kolben, wenn dieser am Ende eines Schubes ist;
y der Druck des Dampfes im Cylinder hinter dem Kolben auf einen Quadratmeter, nachdem derselbe vom Beginne des Schubes an einen Weg x zurückgelegt hat;

ϱ der Druck auf einen Quadratmeter, welcher im Cylinder vor dem Kolben herrscht, nachdem derselbe vom Beginne des Schubes an einen Weg x zurückgelegt hat;

p_1 der Druck des Dampfes im Cylinder hinter dem Kolben auf einen Quadratmeter in dem Moment, wenn die Dampfzuströmung durch den Steurungsschieber aufgehoben wird;

p_m r_m die mittleren Werthe von y und ϱ, d. h. diejenigen constanten Werthe, welche während eines Schubes eben so grosse Wirkungen produziren und consumiren würden wie die veränderlichen Werthe von y und ϱ. Es ist also:

$$p_m\, l = \int_0^l y\, dx \qquad r_m\, l = \int_0^l \varrho\, dx$$

t die Zeit eines Kolbenschubes; es ist also $v = \frac{l}{t}$

S die Dampfmenge in Kilogrammen, welche in jeder Sekunde gebildet wird;

s die Dampfmenge in Kilogrammen, die in jeder Sekunde verloren geht durch unvollkommene Verschlüsse und Dichtungen;

q die Wassermenge, die in jeder Sekunde durch den aus der Maschine entweichenden Dampf mit fortgerissen wird;

u_0 die Temperatur des Wassers, mit welchem der Kessel gespeist wird;

u die Temperatur des Dampfes im Kessel;

q_0 die Wassermenge in Kilogrammen, die in jeder Sekunde in den Kessel getrieben wird;

W der totale Widerstand des Trains und der Lokomotive in Kilogrammen, oder die Kraft, welche an der Lokomotive ziehend im Stande wäre, alle Hindernisse zu überwinden, die durch die Differenz der gegen die Kolben wirkenden Pressungen überwunden werden;

$\mathfrak{W}$ die Wärmemenge, welche in jeder Sekunde in den Kessel eindringt;

$\mathfrak{w}$ die Wärmemenge, welche in jeder Sekunde aus den Oberflächen aller Theile der Lokomotive in die Luft entweicht.

Dies vorausgesetzt, können wir nun die Bedingungen des Beharrungszustandes analytisch ausdrücken.

Es ist:

$\int_0^l O\, y\, dx$ die Wirkung des Dampfes gegen einen Kolben während eines Schubes;

$\int_0^l O\, \varrho\, dx$ die schädliche Gegenwirkung des vor dem Kolben herrschenden Druckes während eines Schubes;

$W D \pi$ die Wirkung, welche der Ueberwindung des Widerstandes W durch eine Weglänge $D\pi$ während einer Umdrehung entspricht.

Die Gleichheit der während einer Umdrehung produzirten und consumirten Wirkungen wird ausgedrückt durch:

$$4 \int_0^l O\, y\, dx - 4 \int_0^l O\, \varrho\, dx = W D \pi$$

Dividirt man diese Gleichung durch l und berücksichtigt man, dass:

$$\frac{\int_0^l y\,dx}{l} = p_m \qquad \frac{\int_0^l \varrho\,dx}{l}$$

so findet man:

$$O\,(p_m - r_m) = W\,\frac{D\pi}{4\,l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Bei einem Kolbenschub wird der Raum $O\,l_1 + m\,O\,l$ eines Cylinders mit Dampf erfüllt. Dieser Dampf hat in dem Augenblick, wenn die Füllung beendigt ist, eine Spannung p_1, ein Kubikmeter dieses Dampfes hat also ein Gewicht $\alpha + \beta\,p_1$. Bei jedem einfachen Kolbenschub consumirt also ein Cylinder dem Gewicht nach eine Dampfmenge $O\,(l_1 + ml)\,(\alpha + \beta\,p_1)$, und da bei einer Umdrehung vier Cylinder-Füllungen vorkommen, so ist der Dampfverbrauch bei einer Umdrehung der Triebräder $4\,O\,(l_1 + ml)\,(\alpha + \beta\,p_1)$. Es ist aber die Zeit einer Umdrehung $\frac{2\,l}{v}$, demnach der mittlere Dampfverbrauch in 1 Sekunde:

$$\frac{4\,O\,(l_1 + ml)\,(\alpha + \beta\,p_1)}{\frac{2\,l}{v}} = 2\,O\,v\left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta\,p_1)$$

Da aber ausserdem in jeder Sekunde auch noch eine Dampfmenge s durch unvollkommene Dichtungen verloren geht, so hat man:

$$S = 2\,O\,v\left(\frac{l_1}{e} + m\right)(\alpha + \beta\,p_1) + s \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

In jeder Sekunde muss diese Dampfmenge S aus Wasser von u_0 Grad Temperatur gebildet werden. Dazu ist eine Wärmemenge $(650 - u_0)\,S$ nothwendig. In jeder Sekunde entweichen aber auch q Kilogramm Wasser mit u Grad Temperatur, wodurch ein Wärmeverlust von $q\,(u - u_0)$ Wärmeeinheiten entspringt. Da noch überdiess $\mathfrak{w}$ Wärmeeinheiten durch Abkühlung an der Oberfläche verloren gehen, so hat man schliesslich die Gleichung:

$$\mathfrak{W} = (650 - u_0)\,S + q\,(u - u_0) + \mathfrak{w} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Nebst diesen Gleichungen besteht noch wegen des geometrischen Zusammenhanges der Maschinenbestandtheile die Beziehung:

$$\frac{V}{v} = \frac{D\pi}{2\,l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Diese vier Gleichungen sind keine Annäherungen, sondern absolute Wahrheiten, vorausgesetzt, dass für die einzelnen Zeichen die vollkommen wahren Werthe gesetzt werden. Allein die ganz wahre Bestimmung einiger dieser Grössen, und namentlich der Werthe von p_m und r_m, s q $\mathfrak{w}$ ist mit unüberwindlichen Schwierigkeiten verbunden; man muss sich daher mit Annäherungswerthen begnügen.

Lokomotive mit Maschinen, die nicht expandiren.

Wir wollen zunächst die aufgefundenen Bedingungsgleichungen des Beharrungszustandes auf Lokomotive mit nicht expandirenden Maschinen anwenden, erlauben uns aber einige Voraussetzungen zu machen, durch welche die Rechnung wesentlich vereinfacht wird, ohne der Genauigkeit der Resultate merklich zu schaden. Wir nehmen an:

1. Die Dampfeinströmung daure bis an's Ende des Kolbenschubes, wir setzen also $l_1 = l$. Dies ist bekanntlich bei Schiebern der Fall, die nur sehr schwache äussere und innere Ueberdeckung haben.
2. Die Spannung des Dampfes im Cylinder hinter dem Kolben habe während der ganzen Dauer des Schubes einen unveränderlichen Werth p. Dann ist $p_m = p_1 = p$. Diese Voraussetzung nähert sich der Wahrheit um so mehr, je kleiner die Geschwindigkeit der Kolben ist, und je geringer die Hindernisse sind, welche der Ueberströmung des Dampfes aus dem Kessel in den Cylinder entgegenwirken, je grösser also die Querschnitte der Regulator- und der Dampfeinströmungs-Oeffnungen sind.
3. Die Spannung vor dem Kolben habe einen constanten Werth r, der von dem atmosphärischen Druck nicht beträchtlich abweicht. Diese Annahme nähert sich der Wahrheit um so mehr, je kleiner die Geschwindigkeit des Kolbens ist und je grösser die Oeffnungen sind, durch welche der Dampf ausströmt. Unter dieser Voraussetzung ist $r_m = r$.
4. Wir erlauben uns auch noch den Dampfverlust s, den Wärmeverlust $\mathfrak{w}$ und die vom Dampf mit fortgerissene Wassermenge q zu vernachlässigen, setzen also:

$$s = o \quad \mathfrak{w} = o \quad q = o$$

Unter diesen Voraussetzungen werden die Bedingungsgleichungen (1) bis (4) des Beharrungszustandes:

$$\left.\begin{aligned} p &= r + \frac{W}{O}\,\frac{D\pi}{4l} \\ S &= 2\,O\,v\,(1+m)\,(\alpha + \beta\,p) \\ \mathfrak{W} &= (650 - u_0)\,S \\ \frac{V}{v} &= \frac{D\pi}{2l} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Da diese Gleichungen keine absoluten Wahrheiten, sondern nur Annäherungen ausdrücken, so werden auch die Folgerungen, die sich aus demselben ziehen lassen, nur als Annäherungen an die Wahrheit zu betrachten sein. Um jedoch das Wort „Annäherung" nicht so oftmals wiederholen zu müssen, wollen wir die aus (5) sich ergebenden Folgerungen so aussprechen, wie wenn die Gleichungen (5) vollkommen wahr wären.

In diesen vier Gleichungen kommen nebst den constanten Grössen α β π r die nach Umständen veränderlichen Grössen p W D l S O v V $\mathfrak{W}$ u_0 vor, deren Anzahl 10 ist. Es können also $\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{1. \times 2 \times 3 \times 4} = 210$ verschiedene Fragen gestellt und beantwortet werden. Einige dieser Fragen sind von besonderem praktischen Interresse, wir wollen uns daher mit deren Beantwortung beschäftigen.

Geschwindigkeit, mit welcher eine Lokomotive einen Wagenzug bei einer bekannten Dampfproduktion fortzuziehen vermag.

Es sei gegeben W D l O S u_0 und zu suchen V v p $\mathfrak{W}$. Das will sagen: an eine wirklich existirende Lokomotive sei eine Wagenreihe angehängt, die mit Einschluss des

Widerstandes, denn die Lokomotive verursacht einen totalen Widerstand W der Bewegung entgegensetzt. Im Kessel werde in jeder Sekunde eine Dampfmenge von S Kilogramm gebildet und die Temperatur des Tenderwassers sei u_0. Es soll nun berechnet werden: 1) die Spannung p des Dampfes in den Cylindern; 2) die Geschwindigkeit v der Kolben; 3) die Geschwindigkeit V der Fahrt; 4) die Wärmemenge, welche per 1" in den Kessel eindringt.

Die erste der Gleichungen (5) gibt direkt für die Dampfspannung p den Werth:

$$p = r + \frac{W}{O}\,\frac{D\pi}{4l} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Aus der zweiten dieser Gleichungen folgt:

$$v = \frac{S}{2\,O\,(1+m)\,(\alpha + \beta\,p)} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Die vierte Gleichung gibt:

$$V = v \,.\, \frac{D\pi}{2l} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Die dritte Gleichung gibt endlich:

$$\mathfrak{W} = (650 - u_0)\,S \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Aus der Gleichung (6) ersieht man, dass die Spannung des Dampfes in den Cylindern unabhängig ist von der Geschwindigkeit der Fahrt und von der in jeder Sekunde gebildeten Dampfmenge, also auch unabhängig ist von der mehr oder weniger lebhaften Kesselheizung, und dass diese Spannung abhängt: 1) von der vor dem Kolben herrschenden Spannung; 2) von dem Verhältnis $\frac{D}{l}$ zwischen dem Durchmesser der Triebräder und der Länge des Kolbenschubes; 3) von dem Querschnitt O der Dampfcylinder und 4) von dem zu bewältigenden Widerstand W. Für eine bestimmte Lokomotive haben $\frac{D}{l}$ und O ganz bestimmte Werthe und kann man auch r als eine constante Grösse ansehen. Die Dampfspannung p ist also für jede bestimmte Lokomotive nur allein mit dem Widerstand W veränderlich. Ein Lokomotivführer mag also seine Maschine wie immer behandeln, er mag viel oder wenig einfeuern, den Regulator mehr oder weniger öffnen, es wird doch, wenn der Beharrungszustand eingetreten ist, in den Cylindern immer die gleiche Dampfspannung eintreten, so lange der Widerstand der gleiche bleibt. Diese Dampfspannung fällt gross aus, wenn der Widerstand gross, die Cylinder klein und die Triebräder gross sind.

Da nun p von S nicht abhängt, so zeigt die Gleichung (7), dass die Geschwindigkeit v der Kolbenbewegung der in einer Sekunde produzirten Dampfmenge proportional ist. Bei ungeändertem Widerstand bringt also eine zwei-, drei-, viermal grössere Dampfproduktion eine zwei-, drei-, viermal grössere Geschwindigkeit hervor.

Die Voraussetzung, dass die Werthe von W und r constant und von S und V unabhängig sind, findet in den meisten Fällen nicht statt. In einem Beharrungszustand, in welchem eine grössere Dampferzeugung stattfindet, muss erstlich eine grössere Geschwindigkeit eintreten, muss also schon wegen des Luftwiderstandes der Totalwiderstand W wachsen. In einem Beharrungszustand, in welchem eine grössere Dampferzeugung stattfindet, muss ferner eine grössere Dampfmenge durch das Blasrohr ausströmen, muss also nothwendig der vor dem Kolben herrschende Widerstand r grösser sein. Mit dem Wachsen von S nimmt also W und r zu, und folglich auch vermöge Gleichung (6) der Werth von p. So wie aber p und folglich auch $(\alpha + \beta p)$ wächst, so kann vermöge Gleichung (7) die Geschwindigkeit v nicht mehr in dem Maase wachsen als S wächst, sondern in einem geringeren Grade.

Das so eben mit Worten Gesagte kann auch auf dem Wege der Rechnung nachgewiesen werden, wenn man für W und r ihre wahren analytisch ausgedrückten Werthe einführt.

Vortheilhafteste Verhältnisse hinsichtlich des Brennstoffaufwandes.

Wir wollen uns die Frage zur Beantwortung vorlegen, unter welchen Bedingungen das Verhältniss zwischen der Effektleistung einer Lokomotive und dem Brennstoffaufwand am günstigsten ausfällt.

Es ist $W V$ die nützliche Wirkung, welche eine Lokomotive in einer Sekunde entwickelt, $\frac{W V}{\mathfrak{W}}$ die nützliche Wirkung, welche die Lokomotive mit jeder in den Kessel eindringenden Wärmeeinheit hervorbringt. Dieses Verhältniss bestimmt also das Güteverhältniss der Maschinenleistung, und soll einen möglichst grossen Werth haben. Aus den Gleichungen (5) findet man leicht:

$$\frac{W V}{\mathfrak{W}} = \frac{1}{(650 - u_0)} \frac{p - r}{\alpha + \beta p} \frac{1}{1 + m}$$

Für grössere Dampfspannungen über 3 Atmosphären, wie sie bei Lokomotiven vorkommen, ist α gegen βp eine kleine Grösse, man begeht daher keinen merklichen Fehler, wenn man in diesem Ausdruck α gegen βp vernachlässiget; dann erhält man aber:

$$\frac{W V}{\mathfrak{W}} = \frac{1}{\beta (650 - u_0)} \left(1 - \frac{r}{p}\right) \frac{1}{1 + m} \qquad \text{. . . . . (10)}$$

Das Güteverhältniss der Maschinenleistung richtet sich also, wie aus diesem Ausdruck erhellt, einzig und allein nach dem Verhältniss der mittleren Pressungen, die im Beharrungszusand der Bewegung hinter dem Kolben und vor demselben eintreten. Oder eine im Verhältniss zu dem schädlichen Vorderdruck r grosse Dampfspannung p ist die Bedingung einer günstigen Kraftentwicklung.

Um also eine vortheilhafte Leistung einer Lokomotive zu erzielen, ist im Wesentlichen nur nothwendig, solche Verhältnisse eintreten zu lassen, dass im Beharrungszustand der Beweguug in den Dampfcylindern eine hohe Dampfspannung stattfindet.

Es ist aber vermöge Gleichung (6):

$$p = r + \frac{W}{O} \frac{D\pi}{4 l}$$

woraus man sieht, dass die Dampfspannung gross ausfällt, wenn der Widerstand W und die Triebräder gross, das Volumen $O l$ des Dampfcylinders dagegen klein ist. Um also kleine Lasten vortheilhaft fortschaffen zu können, muss man Lokomotive mit grossen Triebrädern und kleinen Cylindern anwenden. Um aber grosse Lasten vortheilhaft, jedoch nicht mit einer zu übermässigen Dampfspannung fortzuschaffen, muss man Lokomotive mit kleinen Triebrädern und grossen Cylindern benutzen. Personenzuglokomotive erfordern also grosse Triebräder und kleine Cylinder, Lastenzuglokomotive dagegen kleine Triebräder und grosse Cylinder.

Bestimmung der wesentlichsten Dimensionen einer neu zu erbauenden Lokomotive.

An eine neu zu erbauende Lokomotive stellt man zunächst die Bedingung, dass dieselbe einen gewissen Widerstand W mit einer gewissen Geschwindigkeit V zu überwinden im Stande sein soll. Damit aber die Lokomotive hinsichtlich des Brennstoffaufwandes vortheilhaft wirken kann, muss im Beharrungszustand der Bewegung in den Cylindern eine Dampfspannung p von einer gewissen Höhe eintreten, die jedoch diejenigen Grenzen nicht überschreiten darf, an welchen der Zustand des Kessels gefährlich werden könnte. Für die vortheilhafteste Leistung einer Lokomotive ist die Kolbengeschwindigkeit nicht ganz gleichgültig. In dem aufgefundenen Güteverhältniss (10) erscheint sie zwar nicht direkt, ist aber doch darin versteckt enthalten, denn eine grosse Kolbengeschwindigkeit vergrössert nicht nur den schädlichen Vorderdruck, sondern kann auch bewirken, dass zuletzt, wenn die Dampfzuströmung aufgehoben wird, eine Dampfspannung p_1 eintritt, die beträchtlich höher ist als die mittlere Pressung p_m, wodurch das Güteverhältniss ungünstig wird. Aber nicht nur für die Brennstoffökonomie, sondern auch für den soliden Fortbestand des geordneten Zusammenhanges der Maschinenbestandtheile ist eine mässige Geschwindigkeit vortheilhaft. Aus diesen Andeutungen geht hervor, dass für eine neu zu erbauende Lokomotive die Grössen p r V v W u_0 angenommen, die Grössen $O, \frac{D}{l}$, S und W dagegen aus den Gleichungen (5) gesucht werden müssen.

Die letzte dieser Gleichungen (5) gibt zunächst:

$$\frac{D}{l} = \frac{2}{\pi} \frac{V}{v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Setzt man diesen Werth in die erste der Gleichungen (5) und sucht sodann O, so findet man:

$$O = \frac{1}{2} \frac{W}{p-r} \frac{V}{v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Aus der zweiten und dritten der Gleichungen (5) folgt nun weiter:

$$\left.\begin{aligned} S &= 2\,O\,v\,(1+m)\,(\alpha + \beta\,p) \\ \mathfrak{W} &= (650 - u_0)\,S \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Durch (11) wird ein gewisses Verhältniss zwischen dem Durchmesser eines Triebrades und der Länge des Kolbenschubes bestimmt, die absoluten Werthe dieser Grössen bleiben jedoch willkürlich. Berücksichtiget man, dass die Communicationswechsel jedes mal mit gewissen Störungen verbunden sind, so erscheint ein langer Kolbenschub als vortheilhaft, aber gewisse Grenzen kann man nicht überschreiten, weil sonst wegen (11) der Durchmesser die Triebräder zu gross genommen werden müssten. Die Gleichung (12) bestimmt den Querschnitt eines Dampfcylinders. Dieser ist, wie man sieht, dem Widerstand W und der Fahrgeschwindigkeit V direkt, der Pressungsdifferenz $p-r$ und der

Kolbengeschwindigkeit v dagegen verkehrt proportional. Eine Lokomotive erfordert durchaus compendiöse Maschinen, also auch kleine Dampfcylinder; man muss daher eine hohe Dampfspannung und eine grosse Kolbengeschwindigkeit eintreten lassen; obgleich diese letztere für die Kraftleistungen ungünstig ist.

Wie die Grössen p r V v zu nehmen sind, um im Ganzen vortheilhafte und für die Ausführung zweckmässige Dimensionen in allen Theilen der Lokomotive zu erhalten, soll in der Folge angegeben werden; vorläufig handelt es sich nur um Grundsätze.

Lokomotive mit expandirenden Maschinen.

Die früher aufgestellten Gleichungen (1) bis (4) gelten auch für expandirende Maschinen, es kömmt nur darauf an, dass man die richtigen Werthe von p_m r_m und p_1 einführt. Wir berechnen zunächst p_m unter folgenden Voraussetzungen: 1) die Spannung des Dampfes im Cylinder habe vom Beginne des Kolbenschubes an bis zur Absperrung hin einen unveränderlichen Werth p. Dann ist p_1 ebenfalls gleich p; 2) die Expansion, welche beginnt nachdem der Kolben einen Weg l_1 zurückgelegt hat, dauere bis an das Ende des Kolbenschubes fort; 3) die Expansion erfolge sowohl ohne Wärme, als auch ohne Dampfverlust.

Nennen wir y die Spannung des Dampfes im Cylinder hinter dem Kolben, nachdem derselbe einen Weg x zurückgelegt hat, der grösser als l ist, so hat man:

$$p_m = \frac{O\,p\,l + \int_{l_1}^{l} O\,y\,dx}{O\,l} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

In dem Moment, in welchem die Absperrung eintritt, ist in dem Volumen $O\,l_1$, das bis dahin der Kolben zurückgelegt hat und in dem schädlichen Raum $m\,O\,l$ eine Dampfmenge $(O\,l_1 + m\,O\,l)\,(\alpha + \beta\,p) = O\,l\left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta\,p)$ eingeschlossen. Nachdem der Kolben den Weg x zurückgelegt hat, befindet sich diese Dampfmenge in einem Volumen $O\,x + m\,O\,l$ und die Spannung ist y; man hat daher die Gleichheit:

$$O\,l\left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta\,p) = O\,(x + m\,l)\,(\alpha + \beta\,y)$$

Hieraus folgt:

$$y = \frac{l_1 + m\,l}{x + m\,l}\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) - \frac{\alpha}{\beta}$$

und nun findet man:

$$\int_{l_1}^{l} O\,y\,dx = O\,(l_1 + m\,l)\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\int_{l_1}^{l}\frac{dx}{x + ml} - O\,\frac{\alpha}{\beta}\,(l - l_1)$$

$$= O\,(l_1 + m\,l)\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\text{lognat.}\,\frac{l + m\,l}{l_1 + m\,l} - O\,\frac{\alpha}{\beta}\,(l - l_1)$$

Der Werth von p_m wird demnach:

$$p_m = \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\left[\frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l} + m\right)\text{lognat.}\,\frac{l + ml}{l_1 + ml}\right] - \frac{\alpha}{\beta} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Oder wenn wir der Kürze wegen:

$$\frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l} + m\right) \text{lognat.} \frac{1 + ml}{l_1 + ml} = k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

setzen, so erhält man:

$$p_m = \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) k - \frac{\alpha}{\beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Die vor dem Kolben herrschende Spannung ist bei einer expandirenden Maschine weniger veränderlich, als bei einer nicht expandirenden Maschine und ist nicht viel grösser als der atmosphärische Druck. Wir erlauben uns daher für r_m einen bestimmten, von dem atmosphärischen Druck nicht beträchtlich verschiedenen Werth, den wir mit r bezeichnen wollen, in Rechnung zu bringen. Setzt man in die Gleichungen (1) bis (4), Seite 76 für p_m den obigen Werth (4), ferner $r_m = r$ $p_1 = p$, und vernachlässigt die Verluste $\mathfrak{s}$ und $\mathfrak{w}$, so erhält man folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
&O\left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) k - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)\right] = W \frac{D\pi}{4l} \\
&S = 2 O v \left(\frac{l_1}{l} + m\right) (\alpha + \beta p) \\
&\frac{V}{v} = \frac{D\pi}{2l} \\
&\mathfrak{W} = (650 - u_0) S \\
&k = \frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l} + m\right) \text{lognat.} \frac{1 + ml}{l_1 + ml}
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

welche ähnlich wie die Gleichungen (5), Seite 77 zur Beantwortung verschiedener Fragen gebraucht werden können.

Geschwindigkeit, mit welcher eine expandirende Lokomotive einen Train fortzieht.

Als erste Anwendung dieser Gleichungen wollen wir die Frage beantworten, mit welcher Geschwindigkeit eine expandirende Maschine einen Wagenzug, der einen bestimmten Widerstand W verursacht, fortzieht, wenn in jeder Sekunde eine gewisse Dampfmenge S produzirt wird. In diesem Falle ist gegeben W D l O $\frac{l_1}{l}$ m S α β r; zu suchen dagegen p v V $\mathfrak{W}$.

Aus der ersten der Gleichungen (5) folgt:

$$p = \frac{1}{k}\left[\frac{W}{O}\frac{D\pi}{4l} + \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)\right] - \frac{\alpha}{\beta}$$

oder wenn man für k seinen Werth setzt:

$$p = \frac{\frac{W}{O}\frac{D\pi}{4l} + \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)}{\frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l} + m\right) \text{lognat.} \frac{1 + ml}{l_1 + ml}} - \frac{\alpha}{\beta} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Hat man p berechnet, so gibt die zweite der Gleichungen (5):

$$v = \frac{S}{2\,O\left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta p)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

und nun ist noch ferner:

$$\left.\begin{aligned} V &= \frac{D\pi}{2l} v \\ \mathfrak{W} &= (650 - u_0)\,S \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Vortheilhafteste Leistungen einer expandirenden Lokomotive.

Es ist $W\,V$ die nützliche Wirkung der Lokomotive, $\frac{W\,V}{\mathfrak{W}}$ die Wirkung, die sie mit jeder in den Kessel eindringenden Wärmeeinheit entwickelt. Dieses Verhältniss muss für die vortheilhaftesten Umstände ein Maximum werden.

Aus den Gleichungen (5) findet man leicht:

$$\frac{W\,V}{\mathfrak{W}} = \frac{1}{650 - u_0} \frac{\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) k - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)}{\left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta p)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Es ist nun die Frage, wie p und wie $\frac{l_1}{l}$ genommen werden soll, damit dieses Güteverhältniss den grössten Werth erhält. Dieser Ausdruck kann auch geschrieben werden wie folgt:

$$\frac{W\,V}{\mathfrak{W}} = \frac{1}{(650 - u_0)\,\beta} \frac{k - \frac{\alpha + \beta r}{\alpha + \beta p}}{\left(\frac{l_1}{l} + m\right)}$$

und hieraus ersicht man zunächst, dass eine im Verhältniss zum schädlichen Vorderdruck r möglichst hohe Dampfmenge vortheilhaft ist.

Setzt man zur Berechnung des vortheilhaftesten Werthes von $\frac{l_1}{l}$ der Kürze wegen $\frac{W\,V}{\mathfrak{W}} = y \quad \frac{l_1}{l} = x$, so wird:

$$k = x + (x + m)\,\text{lognat.} \frac{1 + m}{x + m}$$

$$y = \frac{1}{(650 - u_0)\,\beta} \frac{x + (x + m)\,\text{lognat.} \frac{1 + m}{x + m} - \frac{\alpha + \beta r}{\alpha + \beta p}}{x + m}$$

Differenzirt man diesen Ausdruck, so findet man:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{(650 - u_0)\beta} \frac{x - \frac{\alpha + \beta r}{\alpha + \beta p}}{(x + m)^2}$$

Für den vortheilhaftesten Werth von x muss $\frac{dy}{dx}$ gleich Null werden. Dies ist der Fall für:

$$x = \frac{l_1}{l} = \frac{\alpha + \beta r}{\alpha + \beta p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Bezeichnet man die am Ende des Kolbenschubes in dem Cylinder vorhandene Spannung mit z, so hat man zur Bestimmung derselben die Gleichung:

$$(O\,l_1 + m\,O\,l)(\alpha + \beta p) = (O\,l + m\,O\,l)(\alpha + \beta z)$$

Hieraus folgt:

$$z = \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) \frac{\frac{l_1}{l} + m}{1 + m} - \frac{\alpha}{\beta}$$

Setzt man hier für $\frac{l_1}{l}$ den obigen, der vortheilhaftesten Expansion entsprechenden Werth (10), so erhält man die Dampfspannung, welche in dem Cylinder am Ende des Kolbenschubes eintritt, wenn die vortheilhafteste Expansion stattfindet. Dieser Werth von z ist:

$$z = r + \frac{m}{1 + m}(p - r)$$

ist also wegen des schädlichen Raumes etwas grösser als der schädliche Vorderdruck. Die vortheilhafteste Expansion ist also diejenige, bei welcher am Ende eines Kolbenschubes die Pressungen zu beiden Seiten eines Kolbens beinahe gleich gross sind, bei welcher also ein Kolben, wenn er an das Ende eines Schubes gelangt, gar nicht mehr treibend wirken kann.

Bestimmung der wesentlichsten Dimensionen expandirender Maschinen für neu zu erbauende Lokomotive.

Für neu zu erbauende Lokomotive mit expandirenden Maschinen müssen die Grössen

$$W \quad V \quad v \quad p \quad \frac{l_1}{l} \quad m \quad \alpha \quad \beta$$

angenommen, dagegen die Grössen

$$O \quad \frac{D}{e} \quad S \quad \mathfrak{B}$$

bestimmt werden, was vermittelst der Gleichungen (5) geschehen kann.

Durch Elimination von $\frac{D\pi}{2l}$ folgt aus der ersten und dritten dieser Gleichungen

$$o = \frac{W\,V}{2\,v\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)k-\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Hat man diesen Werth von o berechnet, so gibt die zweite dieser Gleichungen:

$$S = 2\,O\,v\left(\frac{l_1}{l}+m\right)(\alpha+\beta\,p) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Ferner die dritte:

$$\frac{D}{e} = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{V}{v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Endlich die vierte:

$$\mathfrak{W} = (650-u_0)\,S \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

Die Güteverhältnisse einer Lokomotive mit expandirenden und einer Lokomotive mit nicht expandirenden Maschinen.

Dividirt man das für expandirende Maschinen gefundene Güteverhältniss (9) durch das für nicht expandirende Maschinen gefundene Güteverhältniss (10), Seite 79, so erhält man einen Quotienten γ, welcher ausdrückt, wie vielmal die Wirkung einer Wärmeeinheit bei einer expandirenden Maschine grösser ist als bei einer nicht expandirenden. Wenn man annimmt, dass die Spannung des Dampfes hinter dem Kolben in den expandirenden Maschinen bis zum Beginn der Expansion eben so gross ist als in den nicht expandirenden Maschinen während des ganzen Kolbenschubes, findet man für den bezeichneten Quotienten γ folgenden Ausdruck:

$$\gamma = \frac{\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)k-\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)}{p-r}\cdot\frac{1+m}{\frac{l_1}{l}+m}$$

Setzen wir $p = 60000$ $\frac{\alpha}{\beta} = 3018$ $m = 0{\cdot}05$ $r = 12500$, so wird mit Berücksichtigung des Werthes von k (5):

$$\text{für } \frac{l_1}{l} = \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{3}{4}$$

$$\gamma = 1{\cdot}58 \quad 1{\cdot}33 \quad 1{\cdot}23$$

Das Expansionsprinzip verspricht, wie man aus diesen Zahlen ersieht, keine glänzenden Resultate. Berücksichtigt man, dass eine Expansionssteurung einen grösseren Widerstand verursacht und einen complizirteren, daher schwieriger zu behandelnden Mechanismus erfordert, dass ferner bei etwas starker Expansion ungleichförmige Bewegungen entstehen und eine zu schwache Feueranfachung durch das Blasrohr eintritt, dass endlich expandirende Maschinen für gleiche Kraftentwicklung grössere Cylinder erhalten müssen, die für die Befestigung wenigstens sehr unbequem sind: so kann man von der Anwendung des Expansionsprinzips bei Lokomotiv-Maschinen kaum einen praktischen Vortheil erwarten, und es erklärt sich hieraus die Thatsache, dass die Lokomotive mit expandirenden Maschinen keine allgemeine Verbreitung gefunden haben.

Fahrt mit zwei Lokomotiven.

Es ist nicht ohne Interesse, die Bewegung eines Wagenzuges zu untersuchen, der von zwei ungleich construirten und ungleich geheizten Lokomotiven gezogen wird.

Wir wollen annehmen, dass die beiden Lokomotive mit nicht expandirenden Maschinen versehen sind, und bezeichnen durch W den totalen Widerstand des Trains mit Einschluss der Widerstände der Lokomotive, durch V die Geschwindigkeit des ganzen Zuges im Beharrungszustand seiner Bewegung, ferner:

O_1 O_2 die Querschnitte der Cylinder;
l_1 l_2 die Kolbenschube;
D_1 D_2 die Durchmesser der Triebräder;
v_1 v_2 die Kolbengeschwindigkeiten;
S_1 S_2 die Dampfmengen in Kilogrammen, welche in den Lokomotiven in jeder Sekunde gebildet werden;
p_1 p_2 die Dampfspannungen in den Cylindern hinter den Kolben;
r_1 r_2 die schädlichen Vorderpressungen;
α β die Coeffizienten zur Bestimmung des Gewichtes von einem Kubikmeter Dampf;
m_1 m_2 die Coeffizienten für die Berechnung der schädlichen Räume der Cylinder.

Im Beharrungszustand der Bewegung bestehen nun folgende Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} 2\,O_1(p_1-r_1)\,v_1+2\,O_2(p_2-r_2)\,v_2 &= W\,V \\ S_1 &= 2\,O_1\,v_1(\alpha+\beta\,p_1)\,(1+m_1) \\ S_2 &= 2\,O_2\,v_2(\alpha+\beta\,p_2)\,(1+m_2) \\ \frac{V}{v_1} &= \frac{D_1\,\pi}{2\,l_1} \\ \frac{V}{v_2} &= \frac{D_2\,\pi}{2\,l_2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Aus der zweiten und dritten dieser Gleichungen folgt:

$$p_1=\frac{S_1}{2\,O_1\,v_1\,\beta\,(1+m_1)}-\frac{\alpha}{\beta} \qquad p_2=\frac{S_2}{2\,O_2\,v_2\,\beta\,(1+m_2)}-\frac{\alpha}{\beta} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Führt man diese Werthe in die erste der Gleichungen (1) ein, so erhält man:

$$\frac{S_1}{\beta\,(1+m_1)}+\frac{S_2}{\beta\,(1+m_2)}-2\left[O_1\,v_1\left(\frac{\alpha}{\beta}+r_1\right)+O_2\,v_2\left(\frac{\alpha}{\beta}+r_2\right)\right]=W\,V$$

Substituirt man für v_1 und v_2 Die Werthe, welche die vierte und fünfte der Gleichungen (1) darbieten, und sucht sodann V, so findet man:

$$V=\frac{\dfrac{S_1}{\beta\,(1+m_1)}+\dfrac{S_2}{\beta\,(1+m_2)}}{W+\dfrac{4\,O_1\,l_1}{D_1\,\pi}\left(\dfrac{\alpha}{\beta}+r_1\right)+\dfrac{4\,O_2\,l_2}{D_2\,\pi}\left(\dfrac{\alpha}{\beta}+r_2\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Drückt man in den Gleichungen (2) v_1 und v_2 durch V aus, und substituirt sodann für V den so eben gefundenen Werth (3), so findet man:

$$p_1 = \frac{\frac{S_1}{1+m_1}}{\frac{S_1}{1+m_1} + \frac{S_2}{1+m_2}} \; \frac{W + \frac{4\,O_1\,l_1}{D_1\,\pi}\left(\frac{\alpha}{\beta} + r_1\right) + \frac{4\,O_2\,l_2}{D_2\,\pi}\left(\frac{\alpha}{\beta} + r_2\right)}{\frac{4\,O_1\,l_1}{D_1\,\pi}} - \frac{\alpha}{\beta} \quad . \; . \; . \quad (4)$$

$$p_2 = \frac{\frac{S_2}{1+m_2}}{\frac{S_1}{1+m_1} + \frac{S_2}{1+m_2}} \; \frac{W + \frac{4\,O_1\,l_1}{D_1\,\pi}\left(\frac{\alpha}{\beta} + r_1\right) + \frac{4\,O_2\,l_2}{D_2\,\pi}\left(\frac{\alpha}{\beta} + r_2\right)}{\frac{4\,O_2\,l_2}{D_2\,\pi}} - \frac{\alpha}{\beta} \quad . \; . \; . \quad (5)$$

Nennt man noch Z_1 und Z_2 die Zugkräfte der beiden Lokomotive, so ist:

$$Z_1\,V = 2\,O_1\,(p_1 - r_1)\,v_1 \qquad Z_2\,V = 2\,O_2\,(p_2 - r_2)\,v_2$$

oder, wenn man v_1 und v_2 durch V ausdrückt:

$$Z_1 = \frac{4\,O_1\,l_1}{D_1\,\pi}(p_1 - r_1) \qquad Z_2 = \frac{4\,O_2\,l_2}{D_2\,\pi}(p_2 - r_2)$$

oder, wenn man für p_1 und p_2 die Werthe (4) und (5) substituirt:

$$Z_1 = \frac{\frac{S_1}{1+m_1}}{\frac{S_1}{1+m_1} + \frac{S_2}{1+m_2}} \left[W + \frac{4\,O_1\,l_1}{D_1\,\pi}\left(\frac{\alpha}{\beta} + r_1\right) + \frac{4\,O_2\,l_2}{D_2\,\pi}\left(\frac{\alpha}{\beta} + r_2\right)\right] - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r_1\right)\frac{4\,O_1\,l_1}{D_1\,\pi} \quad . \quad (6)$$

$$Z_2 = \frac{\frac{S_2}{1+m_1}}{\frac{S_1}{1+m_1} + \frac{S_2}{1+m_2}} \left[W + \frac{4\,O_1\,l_1}{D_1\,\pi}\left(\frac{\alpha}{\beta} + r_1\right) + \frac{4\,O_2\,l_2}{D_2\,\pi}\left(\frac{\alpha}{\beta} + r_2\right)\right] - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r_2\right)\frac{4\,O_2\,l_2}{D_2\,\pi} \quad . \quad (7)$$

Hiemit ist nun der Beharrungszustand vollkommen bestimmt. Die Gleichung (3) gibt die Geschwindigkeit der Fahrt, die Gleichungen (4) und (5) bestimmen die Dampfspannungen in den Cylindern der Lokomotive. Die Gleichungen (6) und (7) bestimmen die Zugkräfte.

Sind die beiden Lokomotive von gleicher Construktion, ist also $O_1 = O_2$ $l_1 = l_2$ $D_1 = D_2$ $r_1 = r_2$, so folgt aus den Gleichungen (4) und (5):

$$\frac{\alpha + \beta\,p_1}{\alpha + \beta\,p_2} = \frac{S_1}{S_2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

Setzt man für den Fall, dass $O_1 = O_2$ $l_1 = l_2$ $D_1 = D_2$ $r_1 = r_2$ $m_1 = m_2$ ist, der Kürze wegen:

$$\frac{\frac{1}{1+m_1}}{\frac{s_1}{1+m_1}+\frac{s_2}{1+m_2}}\left[W+\frac{4\,O_1\,l_1}{D_1\,\pi}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r_1\right)+\frac{4\,O_2\,l_2}{D_2\,\pi}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r_2\right)\right]=$$

$$\frac{\frac{1}{1+m_2}}{\frac{s_1}{1+m_1}+\frac{s_2}{1+m_2}}\left[W+\frac{4\,O_1\,l_1}{D_1\,\pi}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r_1\right)+\frac{4\,O_2\,l_2}{D_2\,\pi}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r_2\right)\right]=\mathfrak{A}$$

$$\frac{4\,O_1\,l_1}{D_1\,\pi}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r_1\right)=\frac{4\,O_2\,l_2}{D_2\,\pi}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r_2\right)=\mathfrak{B}$$

so folgt durch Division der Gleichungen (6) und (7):

$$\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{\mathfrak{A}\,s_1-\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}\,s_2-\mathfrak{B}}=\frac{s_1-\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}}}{s_2-\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}}}$$

Es ist aber in allen praktischen Fällen $\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}}$ sowohl gegen s_1 als auch gegen s_2 eine kleine Grösse, die also gegen s_1 und s_2 vernachlässigt werden darf; daher hat man annähernd:

$$\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{s_1}{s_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Wenn also ein Wagenzug durch zwei gleich construirte, aber ungleich geheizte Lokomotive fortgezogen wird, treten [vermöge (8)] in den Cylindern der Lokomotive Dampfspannungen ein, deren Dichten sich genau wie die Dampfproduktionen verhalten, und üben ferner die beiden Lokomotive Zugkräfte aus, die sich [wegen (9)] nahe wie die Dampfproduktionen verhalten.

Im Allgemeinen ist aber überhaupt die Anwendung zweier Lokomotive ganz unbedenklich, und es ist gar nicht nothwendig, dass sie gleich stark geheizt werden, oder dass in beiden Lokomotiven einerlei Dampfspannung eintritt. Im Beharrungszustand entwickelt jede Lokomotive eine Zugkraft, die vermöge (6) und (7) ihrer Dampfproduktion nahe proportional ist und die Zugkräfte summiren sich. Nur beim Abfahren des Zuges muss mit einiger Vorsicht zu Werke gegangen werden, und es ist gut, wenn in diesem Moment die vorangehende Lokomotive eine grössere Zugkraft entwickelt, als die nachfolgende und zuerst in Gang gesetzt wird.

Differenz zwischen der Spannung des Dampfes in den Cylindern und der Spannung des Dampfes im Kessel.

Die mittlere Spannung des Dampfes in den Cylindern hinter den Kolben richtet sich in einer nicht expandirenden Lokomotive, wie wir gesehen haben [Gleichung (5), Seite 77]: 1) nach der Spannung vor den Kolben; 2) nach dem Widerstand des Trains; 3) nach dem Querschnitt eines Dampfcylinders; 4) nach dem Verhältniss zwischen der Länge des Kolbenschubes und dem Durchmesser der Triebräder.

Die Spannung des Dampfes im Kessel muss gleich sein der Spannung, die in den Cylindern eintritt, mehr noch einer Differenz, die so gross ist, dass dadurch die Widerstände in der Dampfzuleitung überwältigt werden können. Diese Widerstände entstehen: 1) durch die plötzlichen Geschwindigkeitsänderungen bei Einengungen und Erweiterungen in der Dampfzuleitung; 2) durch rasche Biegungen und Richtungsänderungen der Leitung; 3) durch die Reibung des Dampfes an den Wänden der Leitung.

Den grössten Widerstand verursacht der Regulator, wenn dessen Oeffnung beinahe geschlossen ist, denn die lebendige Kraft des durch diese Regulatoröffnung strömenden Dampfes geht beinahe ganz verloren.

Eine ganz scharfe Bestimmung der Spannung des Dampfes im Kessel gehört abermals zu den Problemen, die sich analytisch nicht lösen lassen. Es ist insbesondere der Umstand ein sehr erschwerender, dass die Dampfzuströmung theils wegen der wechselnden Geschwindigkeit der Kolben und wegen der durch die Schieberbewegung veränderlichen Grösse der Einströmungsöffnungen mit periodisch veränderlicher Geschwindigkeit erfolgt. Da jedoch ein der Wahrheit sich einigermassen näherndes Rechnungsresultat doch besser ist, als gar keine Rechnung, so wollen wir die vorliegende Frage unter folgender Voraussetzung zu lösen suchen:

1. die Spannung des Dampfes in der Leitung bis an die Oeffnung des Regulators sei unveränderlich und so gross als ein Kessel;
2. die Spannung des Dampfes in dem Theil der Leitung zwischen der Regulatoröffnung und den äusseren Mündungen der Dampfkanäle sei ebenfalls constant, aber von vorneherein nicht bekannt;
3. die lebendige Kraft des Dampfes in der Regulatoröffnung gehe verloren;
4. die lebendige Kraft des in den Cylinder einströmenden Dampfes gehe ebenfalls verloren;
5. die Reibungswiderstände und die Widerstände, welche Krümmungen und plötzliche Biegungen verursachen, dürfen vernachlässigt werden.

Nennen wir:

p_1 die Spannung des Dampfes im Cylinder;

y die Spannung des Dampfes in dem Raum zwischen der Regulatoröffnung und den Einströmungsöffnungen in die Dampfkanäle;

p_2 die Spannung des Dampfes im Kessel;

Ω_2 den Querschnitt der Regulatoröffnung;

Ω_1 den Querschnitt eines Dampfkanals;

$\frac{2}{\pi}\Omega_1$ den mittlern Werth der durch die Bewegung des Steuerungsschiebers veränderlichen Oeffnung;

$k_2\, k_1$ die Contraktionscoeffizienten für die Einströmung durch die Querschnitte Ω_2 und $\frac{2}{\pi}\Omega_1$, durch welche der Dampf in einen Dampfkanal einströmt;

S die Dampfmenge in Kilogrammen, welche in jeder Sekunde auf beide Maschinen wirkt;

i die Wassermenge, welche jedes Kilogramm Dampf mit sich fortreisst;

Mit Berücksichtigung der gemachten Voraussetzungen kann man nun schreiben:

$$\left.\begin{aligned} S(1+i) &= \Omega_2 k_2 (\alpha+\beta y)(1+i)\sqrt{\frac{2g}{\beta(1+i)}\,\text{lognat.}\frac{\alpha+\beta p_2}{\alpha+\beta y}} \\ \frac{1}{2} S(1+i) &= \frac{2}{\pi}\Omega_1 k_1 (\alpha+\beta p_1)(1+i)\sqrt{\frac{2g}{\beta(1+i)}\,\text{lognat.}\frac{\alpha+\beta y}{\alpha+\beta p_1}} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \quad (1)$$

Es ist aber, weil $\beta(p_2-y)$ und $\beta(y-p_1)$ als kleine Grössen betrachtet werden dürfen:

$$\text{lognat.}\ \frac{\alpha+\beta p_2}{\alpha+\beta y}=\log.\left(1+\frac{\beta(p_2-y)}{\alpha+\beta y}\right)=\frac{\beta(p_2-y)}{\alpha+\beta y}$$

$$\text{lognat.}\ \frac{\alpha+\beta y}{\alpha+\beta p_1}=\log.\left(1+\frac{\beta(y-p_1)}{\alpha+\beta p_1}\right)=\frac{\beta(y-p_1)}{\alpha+\beta p_1}$$

Daher werden die Gleichungen (1):

$$\left.\begin{aligned} S&=\Omega_2 k_2(\alpha+\beta y)\sqrt{\frac{2g}{1+i}\frac{(p_2-y)}{\alpha+\beta y}}\\ \frac{1}{2}S&=\frac{2}{\pi}\Omega_1 k_1(\alpha+\beta p_1)\sqrt{\frac{2g}{1+i}\frac{y-p_1}{\alpha+\beta p_1}}\end{aligned}\right\}\quad\dots\dots\dots\quad(2)$$

Sucht man aus der zweiten dieser Gleichungen y und setzt den Werth in die erste, so findet man:

$$p_2=p_1+\frac{S^2(1+i)}{2g(\alpha+\beta p_1)}\left\{\frac{\pi^2}{16(\Omega_1 k_1)^2}+\frac{1}{\Omega_2^2 k_2^2+\dfrac{\beta\left(\frac{1}{2}S\right)^2\Omega_2^2k_2^2(1+i)}{2g\left(\frac{2}{\pi}\right)^2\Omega_1^2k_1^2(\alpha+\beta p_1)^2}}\right\}$$

Allein das Glied $\dfrac{\beta\left(\frac{1}{2}S\right)^2\Omega_2^2k_2^2(1+i)}{2g\left(\frac{2}{\pi}\right)^2\Omega_1^2k_1^2(\alpha+\beta p_1)^2}$ darf wegen der Kleinheit von β gegen $\Omega_2^2 k_2^2$ vernachlässigt werden; man erhält daher:

$$p_2=p_1+\frac{S^2(1+i)}{2g(\alpha+\beta p_1)}\left[\left(\frac{\pi}{4\Omega_1 k_1}\right)^2+\left(\frac{1}{\Omega_2 k_2}\right)^2\right]\quad\dots\dots\dots\quad(3)$$

Die folgende Tabelle enthält die Differenzen p_2-p_1 der Dampfspannungen im Kessel und im Cylinder, auf 1 Quadratcentimeter bezogen bei verschiedenen Spannungen im Cylinder und für verschiedene Querschnitte der Regulatoröffnung, aber für eine constante Dampfproduktion von 1 Kilogramm per 1 Sekunde. Für S w g Ω_1 wurden folgende constante Werthe gesetzt.

$$S=1\qquad i=0{\cdot}2\qquad 2g=19{\cdot}68\qquad \Omega_1=0{\cdot}01\qquad k_1=k_2=0{\cdot}6$$

Druck im Cylinder auf 1 Quadrat-Centim.	Differenz zwischen dem Druck des Dampfes im Kessel und dem Druck des Dampfes im Cylinder per 1 Quadratcentimeter, wenn der Querschnitt der Regulator-Oeffnung beträgt:						
	20 Quadrat-Centm.	30 Quadrat-Centm.	40 Quadrat-Centm.	60 Quadrat-Centm.	80 Quadrat-Centm.	100 Quadrat-Centm.	120 Quadrat-Centm.
Kilg.	Kilg.	Kilg.	Kilg.	Kilg.	Kilg.	Kilg.	Kilg.
3	2·681	1·226	0·718	0·355	0·228	0·169	0.137
4	2·055	0·940	0·551	0·272	0·175	0·129	0·105
5	1·671	0·764	0·448	0·221	0·142	0·106	0·086
6	1·422	0·650	0·381	0·188	0·121	0·089	0·073

Wenn die Dampfproduktion im Kessel per 1 Sekunde nicht 1 Kilogramm beträgt, so erhält man die Differenz der Pressung per 1 Quadratcentimeter im Kessel und Cylinder, wenn man die Zahlenwerthe der Tabelle mit dem Quadrat s, der wirklich stattfindenden Dampfproduktionen multiplizirt.

Wahre Bewegung des Schwerpunktes einer Lokomotive.

Im Beharrungszustand der Bewegung geschehen alle Umdrehungen der Triebräder einer Lokomotive in gleichen Zeiten. Während jeder Umdrehung der Triebräder legt die Lokomotive, wenn die Räder nicht schleifen, einen Weg $D\pi$ zurück, und wenn man diesen durch die constante Zeit einer Umdrehung dividirt, so erhält man die mittlere Geschwindigkeit derjenigen Fortbewegung, die wir bereits untersucht haben. Die Bewegung des Schwerpunktes der Lokomotive erfolgt aber während einer Umdrehung nicht mit Gleichförmigkeit, sondern mit periodisch veränderlicher Geschwindigkeit, weil wegen der Kurbelmechanismen die treibenden Kräfte mit den Widerständen nicht in jedem Augenblick im Gleichgewicht sein können. Wir wollen uns nun mit der während jeder Umdrehung eines Triebrades wegen der Kurbelmechanismen eintretenden ungleichförmigen Bewegungen des Schwerpunktes der Lokomotive beschäftigen. Diese Bewegung ist aber nicht zu verwechseln mit der des Rahmens und der damit verbundenen Theile des ganzen Baues, sondern sie betrifft nur allein die Art und Weise, wie der dem Massensystem in jedem Augenblick seiner Bewegung entsprechende Schwerpunkt in Folge der Kurbelmechanismen im Raum fortrückt.

Wir müssen uns aber, um diese veränderliche Bewegung des Schwerpunktes zu bestimmen, folgende Voraussetzungen erlauben. Wir nehmen an:

1. zwei Maschinen, die ohne Expansion auf zwei unter einem rechten Winkel gestellte Kurbeln wirken;
2. die Pressungen gegen beide Flächen eines Kolbens seien während der ganzen Dauer eines jeden Schubes unveränderlich;
3. das Verhältniss zwischen der Länge einer Schubstange und der Länge eines Kurbelhalbmessers sei so gross, dass man keinen merklichen Fehler begeht, wenn man es als unendlich gross annimmt;

4. der der Lokomotive entgegenwirkende Widerstand sei constant;
5. die totale lebendige Kraft des ganzen Massensystems der Lokomotive dürfe ausgedrückt werden durch das Produkt aus der Masse der Lokomotive in das Quadrat der Geschwindigkeit ihres Schwerpunktes;
6. die Geschwindigkeit der Massen aller an die Lokomotive angehängten Wägen sei eine absolut unveränderliche.

Für die in der Rechnung erscheinenden Grössen wählen wir folgende Bezeichnungen

o der Querschnitt eines Dampfcylinders;
l die Länge des Kolbenschubes;
D der Durchmesser eines Triebrades;
p die Pressung des Dampfes auf einen Quadratmeter der Kolbenfläche;
r die Pressung auf einen Quadratmeter der Vorderfläche eines Kolbens; p und r sind vermöge der zweiten Voraussetzung constant;
W der constante Widerstand, welcher der Bewegung der Lokomotive entgegenwirkt;
M die Masse der Lokomotive;
L das Gewicht der Lokomotive in Tonnen zu 1000 Kilogrammen, demnach $M = \frac{1000\ L}{2\ g}$ wobei g die Beschleunigung beim freien Fall bezeichnet;
V die mittlere
V_1 das Maximum der
V_2 das Minimum der
} Geschwindigkeit des Schwerpunktes der Lokomotive;
φ der Winkel, den in irgend einem Augenblick der Bewegung die Kurbel der rechtseiseitigen Maschine mit der Bewegungsrichtung des Kolbens bildet, demnach $\frac{\pi}{2} + \varphi$ der analoge Winkel für die linkseitige Maschine;
μ derjenige Werth von φ, bei welchem das Minimum der Geschwindigkeit eintritt.

Während die Kurbel den Winkel φ beschreibt, legt der Kolben der rechtseitigen Maschine einen Weg $\frac{l}{2}(1 - \cos.\varphi)$, der Kolben der linkseitigen Maschine einen Weg $\frac{l}{2}\sin.\varphi$ zurück (was jedoch nur für eine unendlich lange Schubstange richtig ist). Die beiden Kolben entwickeln dabei zusammen eine Wirkung $O(p-r)\frac{l}{2}(1 - \cos.\varphi + \sin.\varphi)$ Gleichzeitig legt die Lokomotive einen Weg $\frac{D}{2}\varphi$ zurück, wird also der Widerstand W durch den Weg $\frac{D}{2}\varphi$ überwunden, wird also eine Wirkung $W\frac{D}{2}\varphi$ consumirt. Nennen wir V_0 die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Lokomotive bewegte, als der Winkel φ gleich Null war, y die dem Winkel φ entsprechende Geschwindigkeit, so ist $M(y^2 - V_0^2)$ die Aenderung der lebendigen Kraft der Lokomotiv-Masse während der Bewegung durch den Winkel φ.

Da wir vorausgesetzt haben, dass der Wagenzug seine Geschwindigkeit nicht ändere so besteht nun die Gleichheit:

$$O(p-r)\frac{l}{2}(1 - \cos.\varphi + \sin.\varphi) - W\frac{D}{2}\varphi = M(y^2 - V_0^2) \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Diese Gleichung gilt jedoch nur von $\varphi = o$ bis $\varphi = \frac{\pi}{2}$, weil ausserhalb dieser Gränzen die Richtungen der Pressungen gegen die Kolben Aenderungen erleiden. Innerhalb dieser Gränzen gilt jedoch die Gleichung (1), es mag ein Beharrungszustand vorhanden sein oder nicht. Allein da wir gerade die Bewegung der Lokomotive in ihrem

Beharrungszustand kennen lernen wollen, so müssen wir die Bedingung seines Bestehens analytisch ausdrücken und in (1) einführen. Nun geht aus der Natur der Sache hervor, dass im Beharrungszustand der Bewegung für $\varphi = \frac{\pi}{2}$ wiederum die Geschwindigkeit V_o eintreten muss; wir erhalten daher die Bedingung, welche den Beharrungszustand charakterisirt, wenn wir in (1) φ gleich $\frac{\pi}{2}$ und y gleich V_o setzen; wir finden demnach:

$$O(p-r)\frac{1}{2} \cdot 2 - W\frac{D}{2}\frac{\pi}{2} = o$$

oder:

$$W = \frac{4\,O(p-r)\,l}{D\,\pi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Führt man diesen Werth von W in (1) ein, so erhält man:

$$O(p-r)\,l\left[\frac{1}{2}(1-\cos.\varphi+\sin.\varphi)-\frac{2\varphi}{\pi}\right] = M(y^2 - V_o^2) \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

und diese Gleichung drückt nun das Gesetz aus, nach welchem im Beharrungszustand die Bewegung der Lokomotive erfolgt, während der Winkel φ von o in $\frac{\pi}{2}$ übergeht.

Es liegt in der Natur der Sache, dass innerhalb dieser Grenzen ein Minimum und ein Maximum der Geschwindigkeit vorkommen muss. Für diejenigen Werthe von φ, für welche y ein Maximum oder ein Minimum wird, muss $\frac{d(y^2)}{d\varphi} = o$ sein. Differenzirt man die Gleichung (3) und setzt $\frac{d(y^2)}{d\varphi} = o$, so findet man:

$$O(p-r)\,l\left[\frac{1}{2}(\sin.\varphi+\cos.\varphi)-\frac{2}{\pi}\right] = o$$

oder $\sin.\varphi + \cos.\varphi = \frac{4}{\pi}$. Aus dieser Gleichung findet man, mit Berücksichtigung, dass $\sin.\varphi + \cos.\varphi = \sqrt{1+\sin.2\varphi}$ ist:

$$\sin.2\varphi = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 - 1 = 0{\cdot}6205$$

Die innerhalb o und $180°$ liegenden Winkel, welche dieser Gleichung entsprechen, sind: $38° + 21'$ und $141° + 39'$. Die dem Minimum und Maximum der Geschwindigkeit entsprechenden Werthe von φ sind demnach:

$$19° + 10' + 30'' \text{ (Minimum)}$$
$$70° + 49' + 30'' \text{ (Maximum)}$$

Es ist klar, dass der erstere dieser Werthe dem Minimum, und der letztere dem Maximum entspricht. Denn wenn φ sehr klein ist, wirkt beinahe nur die linkseitige Maschine treibend; wird dagegen φ nahe $45°$, so wirken beide Maschinen beinahe mit voller Kraft.

Bezeichnen wir durch μ die Bogenlänge, welche dem Winkel von $19° + 10' + 30''$ entspricht, so müssen der Gleichung (3) sowohl der Werth $\varphi = \mu$ und $y = V_2$, als auch der Werth $\varphi = \frac{\pi}{2} - \mu$ und $y = V_1$ genügen. Man erhält daher:

$$O\,(p-r)\,l\left[\frac{1}{2}\,(1-\cos.\,\mu+\sin.\,\mu)-\frac{2\,\mu}{\pi}\right]=M\,(V_2^2-V_0^2)$$

$$O\,(p-r)\,l\left[\frac{1}{2}\,(1-\sin.\,\mu+\cos.\,\mu)-\frac{2\left(\frac{\pi}{2}-\mu\right)}{\pi}\right]=M\,(V_1^2-V_0^2)$$

Die Differenz dieser Gleichungen gibt:

$$O\,(p-r)\,l\left[-\sin.\,\mu+\cos.\,\mu-1+4\,\frac{\mu}{\pi}\right]=M\,(V_1^2-V_2^2)\quad\ldots\ldots\quad(4)$$

Nun ist aber $\frac{1}{2}\,(V_1+V_2)=V$, und wenn wir das Verhältniss $\frac{V_1-V_2}{V}=i$ setzen, so wird $V_1^2-V_2^2=(V_1+V_2)\,(V_1-V_2)=2\,V\times i\,V=2\,i\,V^2$. Die Gleichung (4) wird demnach:

$$O\,(p-r)\,l\left[-\sin.\,\mu+\cos.\,\mu-1+4\,\frac{\mu}{\pi}\right]=2\,i\,V^2M$$

und hieraus folgt:

$$i=\frac{O\,(p-r)\,l\left[-\sin.\,\mu+\cos.\,\mu-1+\frac{4\,\mu}{\pi}\right]}{2\,V^2\,M}\quad\ldots\ldots\ldots\quad(5)$$

Nach diesem Werth von i ist die Ungleichförmigkeit zu beurtheilen, welche in der Bewegung des Schwerpunktes der Lokomotive vermöge der Kurbelmechanismen eintritt. Es ist:

$$\frac{4\,\mu}{\pi}=\frac{4\,(19\times 60\times 60+10\times 60+30)}{60\times 60\times 180}=0{\cdot}4261$$

$$\sin.\,\mu=\sin.\,(19^0+10'+30'')=0{\cdot}3284$$

$$\cos.\,\mu=\cos.\,(19^0+10'+30'')=0{\cdot}9444$$

Ferner:

$$M=\frac{1000\,L}{2\,g}=\frac{1000\,L}{2\times 9{\cdot}808}$$

und hierdurch wird der Werth von i:

$$i=\frac{O\,(p-r)\,l}{2424\,L\,V^2}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\quad(6)$$

Es sei z. B.:

$O=0{\cdot}1$ $p-r=40000$ $l=0{\cdot}6$ $L=18$ Tonnen $V=10$ Meter

so wird $i=0{\cdot}00055$, d. h. der Unterschied zwischen der grössten und kleinsten Geschwindigkeit ist $0{\cdot}00055$ von der mittleren Geschwindigkeit. Dieser Unterschied beträgt also $0{\cdot}0055$ Meter.

An diesem Beispiel ersieht man, dass die durch die Kurbelmechanismen verursachte Ungleichförmigkeit der Bewegung des Schwerpunktes so unbedeutend ist, dass man sie durch die delikatesten Messinstrumente wohl kaum zu entdecken im Stande wäre. Diese Ungleichförmigkeit ist also für die Praxis eine nicht beachtenswerthe.

Uebergang aus einem Beharrungszustand in einen andern.

Der Uebergang aus einem Beharrungszustand in einen andern kann verursacht werden: 1) durch eine Aenderung des Widerstandes, den die Lokomotive zu überwinden hat, also insbesondere durch Steigen oder Fallen der Bahn; 2) durch eine Aenderung der Kesselheizung; 3) durch eine Aenderung der Regulatorstellung; 4) durch eine Aenderung des Expansionsgrades, wenn der Steuerungsmechanismus eine variable Expansion zulässt; 5) durch eine Aenderung der Ausströmungsöffnung des Blasrohres; 6) durch das gleichzeitige Eintreten zweier oder mehrerer der unter (1) bis (5) genannten Veränderungen.

Um die Erscheinungen, welche bei dem Uebergang aus einem Beharrungszustand in einen andern vorkommen, leichter zu besprechen, wollen wir den ersteren A, den letzteren B nennen.

Geschieht der Uebergang aus A in B nur durch eine Zunahme des Widerstandes, und bleibt alles Andere ungeändert, so muss zunächst eine Abnahme der Geschwindigkeit eintreten, denn im Zustand A war die Spannung des Dampfes in den Cylindern so, dass sie den Widerständen im Mittel genommen das Gleichgewicht hielt; wenn also plötzlich der Widerstand wächst, so kann in diesem Augenblick und in den darauf folgenden die Spannung des Dampfes nicht im Stande sein, den grösseren Widerstand zu bewältigen. Allein so wie die Geschwindigkeit der Lokomotive abnimmt, entsteht eine Verminderung des Dampfverbrauches, während die Dampferzeugung in beinahe ungeschwächtem Masse fortgeht; es muss also im Kessel eine Dampfansammlung und daher eine Steigerung der Spannung eintreten. Allein so wie die Spannung des Dampfes im Kessel wächst, muss sie auch in den Cylindern hinter den Kolben allmählig zunehmen, und diess wird so lange fortdauern, bis in den Cylindern eine Spannung eintritt, welche im Stande ist, dem im Zustand B vorhandenen Widerstand das Gleichgewicht zu halten, und bis ferner der Dampfverbrauch genau so gross wird, als er im Zustand A war. Allein da bis zu diesem Augenblick hin die Spannung des Dampfes fort und fort nicht hinreichend war, dem grösseren Widerstand das Gleichgewicht zu halten, so muss die Geschwindigkeit der Lokomotive bei dem Uebergang aus A in B fortwährend abnehmen. Diese Abnahme erfolgt jedoch nicht gleichförmig, sondern sie erfolgt anfangs rasch und wird allmälig schwächer und schwächer. Im Zustand B herrschen also im Allgemeinen in der Lokomotive stärkere Dampfspannungen, und ist ihre Geschwindigkeit kleiner als im Zustand A.

Wird die Aenderung des Zustandes A durch eine Verstärkung der Heizung bewirkt, so wird zunächst die Dampfproduktion gesteigert, es muss also eine Dampfansammlung und mithin eine Erhöhung der Dampfspannung im Kessel eintreten. Dadurch wird aber auch die Spannung des Dampfes in den Cylindern hinter den Kolben gesteigert, und da sich, der Voraussetzung gemäss, der Widerstand nicht geändert hat, so werden die Kolben mit einer Kraft getrieben, die mehr als hinreichend ist, um die Widerstände zu bewältigen; es muss also die Geschwindigkeit der Maschine fort und fort bis zu einer gewissen Gränze zunehmen, und diese Gränze wird durch den Umstand gesteckt, dass mit der Geschwindigkeitszunahme ein stärkerer Dampfverbrauch eintritt, was zur Folge hat, dass die Differenz zwischen der Dampfproduktion und dem Dampfverbrauch allmählig abnehmen und zuletzt ganz verschwinden muss; was aber ferner zur Folge hat, dass die Dampfspannungen fort und fort abnehmen werden, bis wiederum die im Zustand A da gewesenen Spannungen eintreten.

Im Beharrungszustand B ist also eine grössere Geschwindigkeit vorhanden, sind aber die Spannungszustände beinahe so wie sie in A waren. Ich sage „beinahe", denn die grössere Geschwindigkeit der Lokomotive verursacht einen stärkeren Blasrohrdruck und einen stärkeren Luftwiderstand, es wächst also überhaupt der Total-Widerstand, den der Dampf zu überwinden hat, und daher muss im Zustand B die Dampfspannung etwas grösser sein als sie im Zustand A war. Auch wird aus diesem Grunde die Fahrgeschwindigkeit in einem etwas schwächeren Masse wachsen als die Zunahme der Dampfproduktion.

Geschieht die Aenderung des Zustandes A durch eine Verengung der Blasrohrmündung, so wird zunächst der Blasrohrdruck und mithin der totale Widerstand, der vom Dampf überwunden werden muss, vermehrt. Die Spannung, welche der Dampf im Zustand A hatte, wird also zur Bewältigung des totalen Widerstandes nicht mehr hinreichen, in der Bewegung muss also eine Verzögerung, folglich eine Veränderung des Dampfverbrauches, daher eine Dampfansammlung und mithin eine Erhöhung der Dampfspannung eintreten. Diese Veränderungen werden so lange fortdauern, bis ein Zustand B eintritt, in welchem Dampfverbrauch und Dampfproduktion gleich gross geworden sind und in welchem ferner der Druck des Dampfes mit dem durch die Verengung der Blasrohrmündung verstärkten Widerstand in's Gleichgewicht gekommen ist. In diesem Zustand B wird jedoch die Dampfproduktion grösser sein als sie im Zustand A war, denn indem der Dampf mit einer grösseren Spannkraft durch das Blasrohr entweicht, wird die anfachende Wirkung dieses Vorganges und folglich die Dampfproduktion gesteigert; man kann desshalb ohne Rechnung nicht wohl entscheiden, ob die Geschwindigkeit der Lokomotive im Zustande B grösser oder kleiner sein wird, als sie in A war; denn einerseits müsste die Geschwindigkeit abnehmen, weil der Widerstand vermehrt wurde, anderseits müsste die Geschwindigkeit wachsen, weil die Dampfproduktion zunimmt. Auf welcher Seite das Uebergewicht liegt, kann nur durch Rechnung oder durch Versuche entschieden werden.

Wird eine Aenderung des Beharrungszustandes A vermittelst des Regulators veranlasst, und zwar durch eine Verminderung der Einströmungsöffnung, so wird zunächst der Uebergang des Dampfes aus dem Kessel in die Cylinder erschwert. Im Zustand A war die Spannung des Dampfes im Kessel gerade hinreichend, um die produzirte Dampfmenge durch die Regulatoröffnung in den Cylinder zu treiben; so wie aber die Regulatoröffnung plötzlich verengt wird, nimmt die Dampfüberströmung ab, es muss also eine Dampfansammlung, mithin eine Steigerung der Dampfspannung im Kessel eintreten, und diese Veränderungen werden so lange fortdauern, bis die Dampfspannung eine Höhe erreicht hat, bei der sie im Stande ist, allen Dampf, der produzirt wird, durch die enge Regulatoröffnung zu treiben. Die Geschwindigkeit der Lokomotive nimmt anfangs ab, erreicht nach einiger Zeit ein Minimum, und nimmt dann so lange zu, bis sie so gross geworden ist, als sie im Zustand A war. Der Zustand B unterscheidet sich also von A nur durch eine höhere Dampfspannung im Kessel; alles Uebrige wird nicht geändert.

Wird der Zustand A verändert, indem man eine stärkere Expansion eintreten lässt, so wird anfänglich die Wirkung der Maschine und auch der Dampfverbrauch verändert, es muss also eine Abnahme der Geschwindigkeit und eine Ansammlung des Dampfes im Kessel, mithin eine Spannungserhöhung in demselben eintreten. So wie aber diese wächst, wird die Leistung der Maschine allmählig gesteigert, und nimmt die Geschwindigkeit wiederum zu, bis endlich ein Zustand B eintritt, in welchem eine höhere Dampfspannung und eine grössere Geschwindigkeit der Maschine vorhanden ist. Eine grosse Geschwindigkeit muss zuletzt eintreten, weil durch die erhöhte Expansion die Kraftleistungen der Maschine gesteigert werden. Eine höhere Dampfspannung muss eintreten, weil im Zustand B die Cylinder weniger gefüllt werden als sie in A gefüllt wurden, und demnach in beiden Zuständen wegen der gleich gebliebenen Dampferzeugung auch der Dampfverbrauch keine Aenderung erlitten hat.

Die Führung einer Lokomotive beruht wesentlich auf der richtigen Kenntniss der Erscheinungen und Wirkungen, von welchen eine Aenderung des Beharrungszustandes begleitet ist.

Will man bei ungeändertem Widerstand für einige Zeit schneller oder langsamer fahren, so kann dies bewirkt werden, indem man die Regulatoröffnung in ersterem Fall vergrössert, in letzterem vermindert, oder indem man eine schwächere oder stärkere Expansion eintreten lässt. Allein es ist nicht möglich, durch eine Aenderung der Regulatoröffnung die Geschwindigkeit dauernd zu erhöhen oder zu vermindern.

Will man bei einer schwachen Aenderung des Widerstandes eine Aenderung der Geschwindigkeit der Lokomotive verhindern, so kann dies abermals vermittelst des Regulators oder vermittelst des Expansionsapparates bewirkt werden.

Um immer eine hinreichende Quantität von ziemlich hoch gespanntem Dampf im Kessel vorräthig zu haben, ist es angemessen, bei normaler Geschwindigkeit mit einer ziemlich engen Regulatoröffnung zu fahren, die Dampferzeugung vorzugsweise auf solchen Bahnstrecken, die nur einen geringen Widerstand verursachen, zu begünstigen und diesen Dampf für andere Bahnstrecken, die grössere Widerstände veranlassen, aufzusparen. Dies kann bewirkt werden, wenn man beim Bahnabwärtsfahren nachfeuert und die Regulatoröffnung, so wie auch die Blasrohröffnung verengt, beim Bahnaufwärtsfahren dagegen diese beiden Oeffnungen erweitert. Das Abwärtsfahren erfolgt auf diese Weise mit schwacher Kraft, mit starkem Blasrohrdruck, aber mit lebhafter Anfachung, das Aufwärtsfahren dagegen mit erhöhter Kraft, mit schwachem Blasrohrdruck und mit schwacher Anfachung.

Auch die Speisung des Kessels mit Wasser aus dem Tender muss mit Beachtung der Bahnverhältnisse geschehen. Wenn plötzlich eine grosse Wassermenge in den Kessel gebracht wird, tritt in demselben eine niedrigere Temperatur ein, wird sogar ein Theil des vorhandenen Dampfes condensirt, muss also die Spannung des Dampfes und mithin die Leistungsfähigkeit der Maschine abnehmen; es ist daher angemessen, die Kesselspeisung wie die Kesselfeurung vorzugsweise beim Bahnabwärtsfahren zu begünstigen.
