Die Gesetze des Lokomotiv-Baues

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1855

III. Die Dampfbildung

urn:nbn:de:bsz:31-266507

III.

Die Dampfbildung.

Temperatur, Spannkraft und Dichte der Kesseldämpfe.

Es gibt zweierlei Arten von Wasserdämpfen, die wir Kesseldämpfe und überhitzte Dämpfe nennen wollen. Unter den ersteren verstehen wir diejenigen Dämpfe, wie sie sich in einem Kessel bilden. Ihre charakteristische Eigenschaft ist, dass jede wenn auch noch so kleine Wärmeentziehung eine theilweise Condensation derselben zur Folge hat, woraus hervorgeht, dass diese Kesseldämpfe gerade nur so viel Wärme enthalten, als zu ihrem Bestehen absolut nothwendig ist.

Ueberhitzte Dämpfe nennen wir dagegen solche, die einen gewissen Wärmeverlust erleiden können, ohne dass eine Spur von Condensation eintritt. Diese Dämpfe entstehen, wenn man ein zuerst luftleer gemachtes Gefäss mit Kesseldampf füllt, und es dann auf irgend eine Weise mehr oder weniger erwärmt.

Wir messen: 1) die Temperatur des Dampfes vermittels eines Quecksilber-Thermometers mit hunderttheiliger Scala; 2) die Spannkraft durch den Druck des Dampfes auf einen Quadratmeter; 3) die Dichte durch das Gewicht eines Kubikmeters Dampf.

Temperatur, Spannkraft und Dichte der Kesseldämpfe stehen in einer ganz bestimmten Beziehung zu einander, so dass eine Aenderung einer dieser drei Grössen auch Aenderungen der beiden andern zur Folge hat.

Um diese Beziehungen ausfindig zu machen, sind vielfältige sehr genaue Versuche angestellt worden, deren numerische Resultate in nachstehender Tabelle zusammengestellt sind:

Temperatur, Spannkraft und Dichte der Kesseldämpfe.

Temperatur der Dämpfe. 100theiliges Quecksilber-Thermometer.	Spannkraft der Dämpfe in Atmosphären.	Druck der Dämpfe auf 1 Quadratmeter.	Gewicht eines Kubikmeters Dampf.	Volumen von 1 Kilogramm Dampf.
Grad.	Atmosph.	Kilog.	Kilog.	Kubikmeter.
50	0·116	1205	0·0797	12·547
55	0·149	1544	0·1005	9·951
60	0·191	1965	0·1260	7·936
65	0·240	2482	0·1568	6·377
70	0·301	3112	0·1932	5·176
75	0·373	3963	0·2433	4·110
80	0·463	4783	0·2892	3·458
85	0·568	5865	0·3497	2·859
90	0·691	7136	0·4196	2·383
95	0·835	8617	0·4998	2·001
100	1·00	10330	0·5913	1·691
112·2	1·50	15490	0·8583	1·165
121·4	2·00	20660	1·1177	0·895
128·8	2·50	25820	1·3711	0·720
135·1	3·00	30990	1·6200	0·617
140·6	3·50	36150	1·8647	0·536
145·4	4·00	41320	2·1072	0·474
149·06	4·50	46480	2·3495	0·426
153·08	5·00	51650	2·5860	0·386
156·80	5·50	56810	2·8196	0·355
160·20	6·00	61980	3·0520	0·328
163·48	6·50	67140	3·2810	0·305
166·50	7·00	72310	3·5106	0·285
169·37	7·50	77470	3·7353	0·268
172·10	8·00	82640	3·9784	0·251
177·10	9·00	92970	4·4057	0·227
181·60	10·00	103350	4·8477	0·206
186·03	11·00	113630	5·2807	0·189
190·00	12·00	123960	5·7100	0·175
193·70	13·00	134290	6·1367	0·163
197·19	14·00	144620	6·5595	0·152
200·48	15·00	154950	6·9790	0·143
203·60	16·00	165280	7·3957	0·135
206·57	17·00	175610	7·8087	0·128
209·40	18·00	185940	8·2196	0·122
212·10	19·00	196270	8·6284	0·116
214·70	20·00	206600	9·0336	0·111

Für die Berechnung der mechanischen Wirkungen des Dampfes sind diese numerischen Resultate der Beobachtung noch nicht genügend, sondern man muss zu diesem Zwecke vorzugsweise noch folgende Dinge kennen:

1. die zur Bildung der Kesseldämpfe erforderlichen Wärmemengen;
2. eine möglichst einfache analytische Beziehung zwischen der Dichte und Spannkraft der Dämpfe;
3. das Verhalten des Kesseldampfes, wenn derselbe in einem vom Kessel gesonderten Gefäss einer Ausdehnung oder Zusammendrückung in der Weise ausgesetzt wird, dass dabei weder ein Gewinn noch ein Verlust an Wärme stattfindet;
4. das Verhalten des Kesseldampfes, wenn derselbe überhitzt und dann zusammengedrückt oder ausgedehnt wird. Auch ist es, wenn auch nicht nothwendig, aber doch wünschenswerth, eine analytische Bezeichnung zwischen Spannkraft und Temperatur der Kesseldämpfe zu kennen.

Ueber diese Verhältnisse haben die Versuche ziemlich sichere Aufschlüsse gegeben, die in dem nun Folgenden erklärt werden sollen.

Wärmemenge zur Erzeugung von 1 Kilogramm Dampf.

Die zur Bildung von 1 Kilogramm Dampf von t Grad Temperatur aus einem Kilogramm Wasser von 0 Grad Temperatur erforderliche Wärmemenge ist:

a. nach den Versuchen von *Watt*, *Parkes* und *Pambour* für Kesseldämpfe von jeder Spannkraft und Temperatur gleich 650 Wärmeeinheiten;
b. nach *Clement*'schen Versuchen gleich $550 + t$ Wärmeeinheiten;
c. nach neueren sehr genauen und zahlreichen Versuchen von *Regnault* $606{\cdot}5 + 0{\cdot}305\ t$ Wärmeeinheiten.

Es ist gegenwärtig allgemein anerkannt, dass die letztere dieser drei Regeln Resultate gibt, die der Wahrheit am nächsten kommen, aber gleichwohl werde ich mich in der Folge der ersteren bedienen, und zwar aus folgenden Gründen:

1. Die Temperaturen der in den Lokomotiven wirksamen Dämpfe liegen zwischen 100 und 160° und innerhalb dieser Grenzen sind die numerischen Werthe, welche die Regeln von *Watt* und *Regnault* liefern, so wenig verschieden, dass die Differenzen bei derlei praktischen Rechnungen gar nicht in Betrachtung kommen.
2. Gewährt die *Watt*'sche Regel, nach welcher Kesseldämpfe von jeder Temperatur und Spannkraft die gleiche Wärmemenge enthalten, den Vortheil, dass manche Rechnungen viel einfacher werden, indem nach derselben die Temperatur des Dampfes, dessen Wärmegehalt bestimmt werden soll, nicht bekannt zu sein braucht.
3. Wenn man die *Watt*'sche Regel gelten lässt, werden die Kesseldämpfe von den überhitzten Dämpfen scharf geschieden. Nach der erstern dieser Regeln tritt bei der geringsten Wärmemenge, die man einem Kesseldampf entzieht, sogleich eine Condensation ein; nach der *Regnault*'schen Regel dagegen würde, wenn man einem Kilogramm Kesseldampf von 110° Temperatur 3 Wärmeeinheiten entzöge, keine Condensation eintreten, sondern es würde 1 Kilogramm Kesseldampf von 100° Temperatur entstehen.

Aus diesen Gründen werden wir in der Folge die *Watt*'sche Regel festhalten. Wir nehmen also an, dass 1 Kilogramm Wasser von 0° Temperatur 650 Wärmeeinheiten, und dass ein Kilogramm Wasser von t_0 Grad Temperatur $650 - t_0$ Wärmeeinheiten erfordern, um in Dampf von irgend einer Spannkraft und Temperatur verwandelt zu werden.

Zusammenhang zwischen Spannkraft und Temperatur der Kesseldämpfe.

Für die Berechnung der mechanischen Wirkungen des Dampfes kann man einen analytischen Ausdruck für den Zusammenhang zwischen Temperatur und Spannkraft der Dämpfe ganz entbehren; es genügen zu diesem Zwecke die durch Versuche aufgefundenen Zahlen, welche die Tabelle Seite 30 enthält. In *Pambour*'s „Traité des machines à vapeur" findet man Seite 48 die Mehrzahl der empirischen Formeln, durch welche die Abhängigkeit zwischen der Spannkraft p und der Temperatur t annähernd ausgedrückt werden kann, zusammengestellt. Ich beschränke mich darauf, die von *Arago* und *Dulong* aufgestellte Formel, die für Dampf von 4 bis 50 Atmosphären mit den Thatsachen nahe übereinstimmende Werthe gibt, hierher zu setzen. Diese Formel ist:

$$p = 10335\,[0{\cdot}28658 + 0{\cdot}0072003\,t]^5$$

oder:

$$t = 21{\cdot}9\,\sqrt[5]{p} - 39{\cdot}8 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Aus dieser Formel ersieht man noch deutlicher als aus der Tabelle (Seite 30), dass die Temperatur des Dampfes von hoher Spannung nur um wenig höher ist als die des Dampfes von mässiger Spannung.

Zusammenhang zwischen Spannkraft und Dichte der Kesseldämpfe.

Wenn man die Spannkräfte p der Kesseldämpfe als Abscissen und die denselben entsprechenden Dichten $\varDelta$ als Ordinaten aufträgt, so erhält man eine Kurve, die zwar für kleinere Spannkräfte merklich gekrümmt ist, für grössere Spannkräfte über 3 Atmosphären dagegen beinahe eine gegen die Abscissenlinie geneigte gerade Linie bildet. Die Abhängigkeit zwischen p und $\varDelta$ kann daher für Dämpfe über 3 Atmosphären Spannung mit einer für praktische Rechnungen hinreichenden Genauigkeit durch eine Formel von der Form

$$\varDelta = \alpha + \beta\,p \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

in welcher α und β constante Grössen sind, ausgedrückt werden. Die den Erfahrungsresultaten entsprechenden Werthe von α β und $\frac{\alpha}{\beta}$ sind:

$$\alpha = 0{\cdot}1427 \qquad \beta = 0.0000473 \qquad \frac{\alpha}{\beta} = 3017 \qquad \ldots\ldots\ldots (3)$$

Da für Dämpfe über 3 Atmosphären Spannung der Werth von α gegen $\beta\,p$ eine kleine Grösse ist, so ist für höher gespannte Dämpfe die Dichte der Spannkraft annähernd proportional, es gilt also annähernd das *Mariott*'sche Gesetz. Die durch die Gleichung (2) ausgedrückte Regel stimmt aber auch für Dampf von 1 bis 3 Atmosphären mit den Thatsachen ziemlich gut überein und ist in ihrer Form beinahe so einfach als das *Mariott*'sche Gesetz, muss also diesem vorgezogen werden.

Das Verhalten des Kesseldampfes bei Volumen-Aenderungen ohne Wärmeverlust.

Wenn man ein zuerst luftleer gemachtes Gefäss, dessen Rauminhalt sich vergrössern oder verkleinern lässt, und dessen Wände von aussen so eingehüllt sind, dass durch dieselben Wärme weder eindringen, noch entweichen kann, mit Kesseldampf füllt, und sodann eine Volumen-Aenderung eintreten lässt, so wird bei diesem Vorgange sowohl die Dichte als auch die Spannkraft des eingeschlossenen Dampfes eine Aenderung erleiden. Allein da der eingeschlossene Dampf weder Wärme gewinnt noch verliert, und gerade so viel Wärme besitzt als zum Bestehen von Kesseldampf nothwendig ist, so unterliegt es wohl keinem Zweifel, dass sich die Spannung und Dichte des Dampfes nach dem durch die Gleichung (2) ausgedrückten Annäherungsgesetz ändern werden. Nennt man also das Volumen, die Dichte und Spannkraft des Dampfes für den anfänglichen Zustand $\mathfrak{V}\ \Delta\ p$, für den veränderten Zustand $\mathfrak{V}_1\ \Delta_1\ p_1$, so hat man, da das Gefäss in beiden Zuständen gleich viel Dampf enthält:

$$\mathfrak{V}\,(\alpha + \beta\, p) = \mathfrak{V}_1\,(\alpha + \beta\, p_1)$$

Es ist daher:

$$p_1 = \frac{\mathfrak{V}}{\mathfrak{V}_1}\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) - \frac{\alpha}{\beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Diese Formel findet ihre Anwendung bei expandirenden Dampfmaschinen. Die Dampfcylinder sind stets sorgfältig gegen Wärmeverluste geschützt und die Expansion erfolgt in so kurzer Zeit, dass auch aus diesem Grunde merkliche Wärmeverluste nicht eintreten können; man darf also annehmen, dass sich die Spannung des expandirenden Dampfes nach dem durch (4) ausgedrückten Gesetz ändert. Dieses Gesetz ist von dem *Mariott*'schen nur wenig verschieden, denn $\frac{\alpha}{\beta}$ ist im Vergleich mit p fast immer eine kleine Grösse, die beinahe vernachlässigt werden kann; es ist daher nahe: $p_1 = \frac{\mathfrak{V}}{\mathfrak{V}_1}\, p$ oder:

$$p_1 : p = \mathfrak{V} : \mathfrak{V}_1$$

d. h. die Dampfspannungen verhalten sich entsprechend dem *Mariott*'schen Gesetz nahe verkehrt wie die Volumina.

Condensation des Dampfes.

Füllt man ein Gefäss mit Kesseldampf und entzieht demselben hierauf eine gewisse Wärmemenge w, so wird ein Theil des Dampfes zu Wasser und der Rest wird zu Kesseldampf von geringerer Spannkraft und Temperatur.

Geschieht die Wärmeentziehung durch Abkühlung der Gefässwände, so findet man die im Gefäss nach geschehener Condensation herrschende Spannung auf folgende Weise.

Nennt man $\mathfrak{V}$ den Rauminhalt des Gefässes, p die Spannung vor, p_1 die Spannung nach geschehener Condensation, so sind $\mathfrak{V}\,(\alpha + \beta\, p)$ und $\mathfrak{V}\,(\alpha + \beta\, p_1)$ die Dampfmengen in Kilogrammen, welche das Gefäss vor und nach dem Akt der Condensation enthält, ist demnach $\mathfrak{V}\,(\alpha + \beta\, p) - \mathfrak{V}\,(\alpha + \beta\, p_1) = \mathfrak{V}\,\beta\,(p - p_1)$ die Dampfmenge, die zu Wasser von

t_1 Grad Temperatur condensirt wurde. Die dabei frei werdende Wärmemenge ist also $(650 - t_1)\,\mathfrak{B}\,\beta\,(p - p_1)$, man hat daher:

$$W = \mathfrak{B}\,\beta\,(p - p_1)\,(650 - t_1)$$

Wenn die Condensation erfolgt ist, haben Wasser und Dampf einerlei Temperatur, t_1 und p_1 stehen also in der Beziehung zu einander, die für Kesseldampf gilt.

Geschieht die Condensation durch Einspritzen von q Kilogramm Wasser von t_0 Grad Temperatur, so wird dieses bis zu t_1 Grad erwärmt, nimmt also eine Wärmemenge $q\,(t_1 - t_0)$ auf. Man hat daher:

$$q\,(t_1 - t_0) = \mathfrak{B}\,(p - p_1)\,(650 - t_1)$$

Setzt man das Gewicht des condensirten Dampfes gleich s, also:

$$\beta\,\mathfrak{B}\,(p - p_1) = s$$

so findet man aus der vorhergehenden Gleichung für die zur Condensation von s Kilogramm Dampf erforderliche Wassermenge q den Ausdruck:

$$q = s\,\frac{650 - t_1}{t_1 - t_0} \qquad (5)$$

Das Verhalten von überhitztem Dampf.

Füllt man ein zuerst leer gemachtes Gefäss mit Kesseldampf, verschliesst es hierauf und erhöht sodann die Temperatur des eingeschlossenen Dampfes, so erhält man sogenannten überhitzten Dampf. Das Verhalten dieses Dampfes, wenn sein Volumen oder seine Temperatur geändert wird, stimmt mit dem Verhalten eines Gases unter ähnlichen Umständen vollkommen überein. Da wir jedoch in unseren Anwendungen nicht in den Fall kommen, die Wirkungen der überhitzten Dämpfe betrachten zu müssen, so unterlassen wir es, die Beziehungen, welche zwischen der Temperatur, Spannkraft und Dichte dieser Dämpfe bestehen, durch Formeln auszudrücken.

Dampfausströmung aus einem Gefäss.

Ein Gefäss A, welches Dampf von einer Spannkraft P enthält, comunizire durch eine Röhre B mit einem Raum C, in welchem Dampf oder Luft von einer Spannkraft p enthalten ist. Es sei $P > p$, was zur Folge haben wird, dass eine Strömung des Dampfes aus A durch B nach C stattfinden wird, und dass der Dampf durch die Mündung von B mit einer Spannung p in den Raum C mit einer gewissen Geschwindigkeit U einströmen wird, die auf folgende Weise berechnet werden kann:

In einem gewissen Querschnitt Ω der Röhre wird im Beharrungszustand der Bewegung eine gewisse Spannung y vorhanden sein. In einem um dx von dem ersteren abstehenden Querschnitt wird die Spannung $y - dy$ sein. Die zwischen diesen Querschnitten enthaltene Dampfmenge hat ein Gewicht $(\alpha + \beta\,y)\,\Omega\,dx$ und wird mit einer Kraft $y\,\Omega$ nach auswärts, mit einer Kraft $(y - dy)\,\Omega$ nach einwärts getrieben, wird demnach durch eine Kraft $(y - dy)\,\Omega - y\,\Omega = -\Omega\,dy$ beschleuniget. Die Gleichung der Bewegung dieser Dampfmenge ist demnach:

$$\frac{dv}{dt} = g\,\frac{-\Omega\,dy}{(\alpha + \beta\,y)\,\Omega\,dx} = g\,\frac{-dy}{(\alpha + \beta\,y)\,dx} \qquad (6)$$

Das Differenzial dx kann beliebig gross genommen werden, es ist uns also erlaubt, es so gross zu machen als der Weg ist, den die zur Zeit t im Querschnitt Ω befindlichen Dampftheilchen im Zeitelement dt zurücklegen; man darf demnach $dx = v\,dt$ setzen und hiedurch verwandelt sich die Gleichung (6) in folgende:

$$v\,dv = g\,\frac{-dy}{\alpha + \beta y}$$

Durch Integration findet man hieraus:

$$\frac{v^2}{2g} = -\frac{1}{\beta}\,\text{lognat.}\,(\alpha + \beta y) + \text{const.}$$

Am Anfang der Röhre ist $y = P$ und wenn wir annehmen, dass das Gefäss A sehr weit ist $v = o$, wir erhalten daher:

$$o = -\frac{1}{\beta}\,\text{lognat.}\,(\alpha + \beta P) + \text{const.}$$

Am Ende der Röhre ist $y = p$ und $v = U$ demnach:

$$\frac{U^2}{2g} = -\frac{1}{\beta}\,\text{lognat.}\,(\alpha + \beta p) + \text{const.}$$

Die Differenz dieser zwei Gleichungen liefert eine neue Gleichung, aus welcher folgt:

$$U = \sqrt{\frac{2g}{\beta}\,\text{lognat.}\,\frac{\alpha + \beta P}{\alpha + \beta p}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Hiedurch ist die Ausströmungsgeschwindigkeit berechnet. Da diese Gleichung den Querschnitt der Röhre und ihre Länge nicht enthält, so darf dieselbe auch dann gebraucht werden, wenn die Röhre äusserst kurz, oder wenn die Ausströmungsöffnung unmittelbar in der Gefässwand angebracht ist.

Die nachfolgende Tabelle gibt für verschiedene Werthe des Quotienten $\frac{\alpha + \beta P}{\alpha + \beta p}$ die entsprechenden Werthe von U.

$\frac{\alpha + \beta P}{\alpha + \beta p}$	U Meter.	$\frac{\alpha + \beta P}{\alpha + \beta p}$	U Meter.
1·1	135	3	460
1·2	187	4	516
1·3	225	5	556
1·4	254	6	587
1·5	279	7	612
1·6	300	8	640
1·7	319	9	650
1·8	336	10	666
1·9	351	11	679
2·0	365	12	691

Nennt man k den Contraktionscoeffizienten, welcher der Form der Ausströmungsöffnung entspricht, Q in Kilogrammen die in einer Sekunde ausströmende Dampfmenge, Ω den Querschnitt der Ausströmungsöffnung in Quadratmetern, so ist:

$$Q = k\,\Omega\,(\alpha + \beta\,p)\,U \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Durchgang der Wärme durch Gefässwände.

Voraussetzungen.

Wir wollen uns die Aufgabe vorlegen, die Wärmemenge zu bestimmen, die durch ebene, cylindrische und sphärische Gefässwände geht, wenn diese Wände mit Medien in Berührung stehen, die eine constante Temperatur haben.

Die Fortpflanzung der Wärme im Innern von starren Körpern wurde zuerst (1812) von *Fourier* *), später (1815) von *Poisson* **) untersucht. Ueber das Wesen der Wärme haben diese Geometer ihre Ansichten nicht ausgesprochen, sondern sie bauen ihre Theorien auf gewisse Voraussetzungen, und gelangen auf abweichenden analytischen Wegen zu übereinstimmenden Endresultaten, die innerhalb gewisser Grenzen durch die Erfahrung bestätiget worden sind.

Ich werde zur Lösung der oben gestellten speziellen Aufgaben den von *Fourier* und *Poisson* eingeschlagenen Wegen nicht folgen, sondern ziehe es vor, von zwei naturgemäss scheinenden Voraussetzungen auszugehen, durch welche man auf sehr einfache Weise ganz zu dem gleichen Resultate gelangt. Ich nehme an:

a. dass die Wärmemenge, welche durch die Oberfläche eines mit einem flüssigen Medium in Berührung stehenden festen Körpers in einer bestimmten Zeit eindringt, wenn die Temperatur des Mediums höher ist als die Temperatur des Köpers, oder aus dem Körper in das Medium entweicht, wenn seine Temperatur niedriger ist als die des Körpers, proportional sei 1) der Grösse der mit dem Medium in Berührug stehenden Oberfläche; 2) der Differenz der Temparaturen des Mediums und des Körpers an seiner Oberfläche; 3) der Zeit, während welcher die Wärmemittheilung stattfindet, vorausgesetzt, dass während derselben Aenderungen in den Temperaturen nicht eintreten; 4) einem gewissen Coeffizienten, dessen Werth von der Körpersubstanz, von der Beschaffenheit der Oberfläche des Körpers und von der Natur des Mediums abhängig ist.

Nennt man

$\varDelta$ die Temperatur des Mediums;
t die Temperatur der Substanz des Körpers in der Nähe seiner Oberfläche;
F die Fläche, durch welche die Wärme geht;
W_1 die Wärmemenge, die in einer Zeiteinheit durch die Fläche F geht;
γ den Ein- oder Ausstrahlungscoeffizienten, so ist unter den ausgesprochenen Voraussetzungen:

$$\left.\begin{array}{l}\text{wenn } t > \varDelta \text{ ist, } W_1 = \gamma F (t - \varDelta)\\ \text{wenn } \varDelta > t \text{ ist, } W_1 = \gamma F (\varDelta - t)\end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

---

*) Théorie de la chaleur, par *Fourier*.

**) Mémoire sur la distribution de la chaleur dans les corps solides, par *Poisson*. Journal de l'école polytechnique, cahier XIX.

Für $F = 1$, $t - \Delta = 1$ wird $W_1 = \gamma$. Der Coeffizient γ drückt also die Wärmemenge aus, die in einer Zeiteinheit durch eine Flächeneinheit bei einer Temperaturdifferenz von 1° eindringt.

b. Die Wärmefortpflanzung im Innern der Körper gründe ich auf folgende Betrachtung:

Es sei Ω ein kleines Flächenstückchen im Innern des Körpers, u die Temperatur in allen Punkten von Ω. Errichtet man in einem beliebigen Punkt A der Fläche Ω einen Perpentikel und schneidet auf demselben eine kleine Länge e ab, so kömmt man nach einem Punkt A_1, in welchem eine von u nur wenig verschiedene Temperatur u_1 stattfindet. Errichtet man in allen Punkten von Ω Perpentikel und sucht in denselben die Punkte auf, die eine Temperatur u_1 haben, so werden diese Punkte in einer kleinen Fläche Ω_1 liegen, die, wenn e und $u_1 - u$ sehr klein sind, als eine zu Ω parallele Fläche angesehen werden kann. Ich nehme nun an, dass wenn $u > u_1$ ist, von der Fläche Ω nach Ω_1 in einer Zeiteinheit eine Wärmemenge W_2 ströme, die der Fläche Ω und der Temperaturdifferenz $u - u_1$ direkt, der Entfernung e, den Flächen Ω und Ω_1 aber verkehrt proportioal ist, und setze desshalb:

$$W_2 = \lambda \frac{u - u_1}{e} \Omega \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Den Coeffizienten λ nenne ich den Wärmeleitungscoeffizienten. Für $u - u_1 = 1$ $\Omega = 1$ $e = 1$ gilt diese Formel $W_2 = \lambda$. Der Coeffizient λ ist also die Wärmemenge, die in der Zeiteinheit durch einen Stab geht, dessen Querschnitt gleich Eins und dessen Länge gleich Eins ist, wenn die Differenz der an den Enden des Stabes herrschenden Temperaturen Einen Grad beträgt. Ist e unendlich klein und bezeichnet man seinen Werth in diesem Fall mit $d\zeta$, so ist, wenn $u > u_1$ ist, $u - u_1 = -\frac{du}{d\zeta} d\zeta$; daher: $\frac{u - u_1}{e} = \frac{du}{d\zeta}$, und dann wird:

$$W_2 = -\lambda \Omega \frac{du}{d\zeta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Vermittelst dieser durch die Gleichungen (1) und (3) analytisch ausgedrückten Voraussetzungen lassen sich die von *Fourier* und *Poisson* durch ziemlich umständliche Betrachtungen aufgefundenen allgemeinen Differenzialgleichungen, welche die Wärmebewegung im Innern der Körper bestimmen, herleiten. Ich will jedoch diese Herleitung unterlassen, weil es mir nur darum zu thun ist, die oben gestellten speciellen Fragen zu beantworten, was vermittelst der Gleichungen (1) und (3) direkt geschehen kann.

Wärmemenge, die durch eine ebene Gefässwand von gleicher Dicke geht.

Es sei Tab. XVII, Fig. 73 A B C D eine ebene Gefässwand, die von zwei Medien berührt wird, deren Temperaturen unveränderlich Δ_1 und Δ_0 sind. Es sei $\Delta_1 < \Delta_0$, so dass die Wärme von A B nach C D geht. Wir setzen den Beharrungszustand der Wärmebewegung voraus, nehmen also an, dass sich die Temperatur irgend eines Punktes m mit der Zeit nicht ändert. Es sei t_1 die Temperatur der Wand längs A B, t_0 die Temperatur der Wand längs C D, u die Temperatur in der von A B um ζ abstehenden Ebene E F, e die Wanddicke oder die Entfernung der Ebenen A B und C D, γ_1 der Einstrahlungscoffiezient für den Eintritt der Wärme in A B, γ_0 der Ausstrahlungscoeffizient für den Austritt der Wärme aus C D, λ der Wärmeleitungscoefficient zur Bestimmung der Wärmefortpflanzung im Innern, F die Fläche, durch welche die Wärme einströmt, W die

Wärmemenge, welche im Beharrungszustand der Bewegung in jeder Zeiteinheit durch das Wandstück von der Grösse F geht.

Vermöge des durch (1) ausgedrückten Satzes ist die Wärmemenge, die in einer Zeiteinheit durch AB entströmt $F\gamma_1(\Delta_1 - t_1)$, ist ferner die Wärmemenge, die in einer Zeiteinheit durch CD ausströmt $F\gamma_0(t_0 - \Delta_0)$. Vermöge des durch die Gleichung (3) ausgedrückten Gesetzes, ist die durch die Fläche EF in eine Zeiteinheit gehende Wärmemenge $-\lambda F \frac{du}{d\zeta}$. Da im Beharrungszustand diese drei Wärmemengen gleich gross und gleich W sein müssen, so hat man:

$$W = F\gamma_1(\Delta_1 - t_1) = F\gamma_0(t_0 - \Delta_0) = -\lambda F \frac{du}{d\zeta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Aus der Gleichheit $F\gamma_1(\Delta_1 - t_1) = -\lambda F \frac{du}{d\zeta}$ folgt durch Integration:

$$u = -\frac{\gamma_1(\Delta_1 - t_1)}{\lambda}\zeta + \text{const.}$$

Es ist aber für $\zeta = 0$ $u = t_1$, und für $\zeta = e$ $u = t_0$; demnach $t_1 = \text{const.}$ und $t_0 = -\frac{\gamma_1(\Delta_1 - t_1)}{\lambda} e + \text{const.}$, folglich:

$$t_0 = t_1 - \frac{\gamma_1(\Delta_1 - t_1)}{\lambda} e \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Auch ist:

$$u = t_1 - \frac{\gamma_1(\Delta_1 - t_1)}{\lambda} \zeta \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Aus dieser letzten Gleichung ersieht man, dass die Temperatur innerhalb der Wand von AB an bis CD hin gleichförmig abnimmt. Vermöge der Gleichheiten (4) hat man auch:

$$\gamma_1(\Delta_1 - t_1) = \gamma_0(t_0 - \Delta_0)$$

Aus dieser Gleichung in Verbindung mit (5) findet man:

$$\left.\begin{aligned} t_0 &= \frac{\frac{\Delta_1}{\gamma_0} + \frac{\Delta_0}{\gamma_1} + \frac{e}{\lambda}\Delta_0}{\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{e}{\lambda}} \\ t_1 &= \frac{\frac{\Delta_1}{\gamma_0} + \frac{\Delta_0}{\gamma_1} + \frac{e}{\lambda}\Delta_1}{\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{e}{\lambda}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Setzt man diesen Werth von t_1 in den Ausdruck $W = F\gamma_1(\Delta_1 - t_1)$, so findet man:

$$W = F \frac{\Delta_1 - \Delta_0}{\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{e}{\lambda}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Hieraus sieht man, dass die in einer Zeiteinheit durch eine ebene Gefässwand gehende Wärmemenge der Fläche und der Temperatur-Differenz der Medien direkt, der

Wanddicke, aber nicht verkehrt proportional ist. Nur in dem Fall, wenn die Aus- und Einstrahlungs-Coeffizienten γ_1 und γ_0 ausserordentlich gross wären, so dass man $\frac{1}{\gamma_0}+\frac{1}{\gamma_1}$ gegen $\frac{e}{\lambda}$ vernachlässigen dürfte, würde die Wärmemenge W der Wanddicke verkehrt proportional werden. Der Werth von W wird gross, wenn γ_0 γ_1 und λ grosse Werthe haben, d. h. wenn sowohl die Ein- und Ausstrahlung, als auch die Leitung leicht von Statten geht.

Wärmemenge, die durch eine Wand geht, welche aus mehreren sich berührenden Schichten von ungleichartigen Substanzen besteht.

Es sei Tab. XVII, Fig. 74:

$A_0 B_0 A_3 B_3$ eine aus drei Schichten gebildete Wand;
Δ_1 Δ_0 die Temperaturen der Medien, mit welchen die Wand in Berührung steht;
T_1 t_1 T_2 t_2 T_3 t_3 die Temperaturen an den Begränzungsflächen der Schichten;
γ_0 γ_1 γ_2 γ_3 die Wärmeübergangs-Coeffizienten an den Trennungsflächen $A_0 B_0$, $A_1 B_1$, $A_2 B_2$, $A_3 B_3$ der Medien;
λ_1 λ_2 λ_3 die Wärmeleitungs-Coeffizienten für den Durchgang der Wärme durch die Schichten;
e_1 e_2 e_3 die Dicken der Schichten;
W die Wärmemenge, die in einer Zeiteinheit durch eine Fläche von der Ausdehnung F geht.

Dies vorausgesetzt, findet man nach den Grundsätzen, welche zu den Gleichungen (4) und (5) geführt haben, folgende Systeme von Gleichungen:

$$W = F\gamma_0(\Delta_1 - T_1) = F\gamma_1(t_1 - T_2) = F\gamma_2(t_2 - T_3) = F\gamma_3(t_3 - \Delta_0) \quad \ldots \quad (9)$$

$$\left.\begin{aligned} t_1 &= T_1 - \frac{\gamma_0(\Delta_1 - T_1)\,e_1}{\lambda_1} \\ t_2 &= T_2 - \frac{\gamma_1(t_1 - T_2)\,e_2}{\lambda_2} \\ t_3 &= T_3 - \frac{\gamma_2(t_2 - T_3)\,e_3}{\lambda_3} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (10)$$

Aus den Gleichungen (9) folgt:

$$t_1 = T_2 + \frac{\gamma_0}{\gamma_1}(\Delta_1 - T_1)$$

$$t_2 = T_3 + \frac{\gamma_0}{\gamma_2}(\Delta_1 - T_1)$$

$$t_3 = \Delta_0 + \frac{\gamma_0}{\gamma_3}(\Delta_1 - T_1)$$

Führt man diese Werthe von t_1 t_2 t_3 in die Gleichungen (10) ein, so findet man:

$$T_2 + \frac{\gamma_0}{\gamma_1}(\Delta_1 - T_1) = T_1 - \frac{\gamma_0(\Delta_1 - T_1)\,e_1}{\lambda_1}$$

$$T_3 + \frac{\gamma_0}{\gamma_2}(\Delta_1 - T_1) = T_2 - \frac{\gamma_0(\Delta_1 - T_1)\, e_2}{\lambda_2}$$

$$\Delta_0 + \frac{\gamma_0}{\gamma_3}(\Delta_1 - T_1) = T_3 - \frac{\gamma_0(\Delta_1 - T_1)\, e_3}{\lambda_3}$$

Durch Addition dieser drei Gleichungen findet man:

$$\Delta_0 + \gamma_0(\Delta_1 - T_1)\left[\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3}\right] = T_1 - \gamma_0(\Delta_1 - T_1)\left[\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3}\right]$$

und hieraus folgt:

$$T_1 = \frac{\Delta_0 + \gamma_0\,\Delta_1\left[\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3}\right] + \gamma_0\,\Delta_1\left[\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3}\right]}{1 + \gamma_0\left[\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3}\right] + \gamma_0\left[\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3}\right]} \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

Vermöge der Gleichungen (9) ist aber $W = F\,\gamma_0(\Delta_1 - T_1)$. Führt man in diesen Ausdruck für W den Werth von T_1, den die Gleichung (11) darbietet, ein, so findet man:

$$W = \frac{F(\Delta_1 - \Delta_0)}{\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Mit diesem Ausdruck kann die Wärmemenge beurtheilt werden, welche durch eine Kesselwand eindringt, wenn dieselbe auf der den Verbrennungsgasen zugewendeten Seite mit einer Oxyd-Schichte und mit einer Russ-Schichte, auf der dem Kesselwasser zugekehrten Seite dagegen mit einer Oxyd-Schichte und mit einer Kesselstein-Schichte belegt ist. Die ganze Wand, welche die Wärme zu durchdringen hat, besteht in diesem Fall aus 5 Schichten (Tab. XVII, Fig. 75); man hat daher vermöge (12):

$$W = \frac{F(\Delta_1 - \Delta_0)}{\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \ldots + \frac{1}{\gamma_5} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \ldots + \frac{e_5}{\lambda_5}} \quad \ldots\ldots \quad (13)$$

Wir wollen diese Wärmemenge mit derjenigen vergleichen, die durch eine Metallwand von einer Dicke Δ_3 geht, wenn die Oberflächen derselben, wie es bei einem neuen Kessel der Fall ist, rein metallisch sind. Nennen wir zu diesem Behufe β_0 und β_1 die Coeffizienten für den Uebergang der Wärme aus Luft in Metall und aus Metall in Wasser, und W_1 die zu berechnende Wärmemenge, so ist:

$$W_1 = \frac{F(\Delta_1 - \Delta_0)}{\frac{1}{\beta_0} + \frac{1}{\beta_1} + \frac{e_3}{\lambda_3}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

Aus (14) und (13) folgt:

$$\frac{W}{W_1} = \frac{\frac{1}{\beta_0} + \frac{1}{\beta_1} + \frac{e_3}{\lambda_3}}{\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \ldots + \frac{1}{\gamma_5} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \ldots + \frac{e_5}{\lambda_5}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

Die Quotienten $\frac{1}{\gamma_0}\ \frac{1}{\gamma_1} \ldots\ldots \frac{1}{\gamma_5}$ drücken die Zeiten aus, in welchen durch eine Flächeneinheit bei einer Einheit der Temperatur-Differenz durch die Trennungsflächen der Schichten eine Wärmeeinheit durchgeht, und $\frac{e_1}{\lambda_1}\ \frac{e_2}{\lambda_2} \ldots\ldots \frac{e_5}{\lambda_5}$ sind die ähnlichen Zeiten für den Durchgang der Wärme durch die einzelnen Schichten. Die Nenner der Brüche (13) und (15) drücken also die Zeit aus, die vergeht, bis eine Wärmeeinheit durch alle die Wand bildenden Schichten geht, und folglich ist

$$\frac{1}{\frac{1}{\gamma_0}+\frac{1}{\gamma_1}+\ldots+\frac{1}{\gamma_5}+\frac{e_1}{\lambda_1}+\frac{e_2}{\lambda_2}+\ldots+\frac{e_5}{\lambda_5}} = k \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

die Wärmemenge, welche bei einer Temperatur-Differenz $\varDelta_1 - \varDelta_0$ von 1 Grad in einer Zeiteinheit durch eine Flächeneinheit der Wand geht.

Die numerischen Werthe der Coeffizienten $\gamma_0\,\gamma_1 \ldots \gamma_5\ \lambda_1\,\lambda_2 \ldots \lambda_5$ sind leider noch nicht durch Versuche oder durch Beobachtungen ausgemittelt worden, sondern man kennt nur annähernd die Werthe von k für mittlere Zustände der Heizapparate.

Für Dampfkessel, die sich in einem für den praktischen Gebrauch geordneten Zustand befinden, habe ich

$$k = \frac{1}{158} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

gefunden. Für Lufterhitzungsapparate, in welchen die eine Seite der Wand mit den Verbrennungsgasen, die andere Seite mit der zu erwärmenden Luft in Berührung steht, habe ich gefunden:

$$k = \frac{1}{253} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

Aus der Gleichung (13) erkennt man, dass der Einfluss der Metalldicke e_2 der Kesselwand und des Leitungsvermögens λ_2 des Metalles immer mehr und mehr abnehmen, so wie die Russ-, Oxyd- und Kesselstein-Schichten mehr und mehr an Dicke gewinnen.

Wir können auch die grösste Temperatur des Metalles berechnen. Da das Metall die dritte Schichte ist, so ist die grösste Temperatur des Metalles T_3.

Nun hat man wie früher:

$$T_2 + \frac{\gamma_0}{\gamma_1}(\varDelta_1 - T_1) = T_1 - \frac{\gamma_0(\varDelta_1 - T_1)\,e_1}{\lambda_1}$$

$$T_3 + \frac{\gamma_0}{\gamma_2}(\varDelta_1 - T_1) = T_2 - \frac{\gamma_0(\varDelta_1 - T_1)\,e_2}{\lambda_2}$$

Durch Addition dieser Gleichungen folgt:

$$T_3 = T_1\,\gamma_0\left(\frac{1}{\gamma_0}+\frac{1}{\gamma_1}+\frac{1}{\gamma_2}+\frac{e_1}{\lambda_1}+\frac{e_2}{\lambda_2}\right) - \varDelta_1\,\gamma_0\left(\frac{1}{\gamma_1}+\frac{1}{\gamma_2}+\frac{e_1}{\lambda_1}+\frac{e_2}{\lambda_2}\right)$$

Es ist aber, weil die Wandung aus fünf Schichten besteht:

$$T_1 = \frac{\varDelta_0 + \gamma_1\,\varDelta_1\left(\frac{1}{\gamma_1}+\frac{1}{\gamma_2}+\frac{1}{\gamma_3}+\frac{1}{\gamma_4}+\frac{1}{\gamma_5}+\frac{e_1}{\lambda_1}+\frac{e_2}{\lambda_2}+\frac{e_3}{\lambda_3}+\frac{e_4}{\lambda_4}+\frac{e_5}{\lambda_5}\right)}{\gamma_0\left(\frac{1}{\gamma_0}+\frac{1}{\gamma_1}+\frac{1}{\gamma_2}+\frac{1}{\gamma_3}+\frac{1}{\gamma_4}+\frac{1}{\gamma_5}+\frac{e_1}{\lambda_1}+\frac{e_2}{\lambda_2}+\frac{e_3}{\lambda_3}+\frac{e_4}{\lambda_4}+\frac{e_5}{\lambda_5}\right)}$$

Substituirt man diesen Werth von T_1 in den obigen Ausdruck für T_2, so folgt:

$$T_2 = \Delta_1 - (\Delta_1 - \Delta_0) \frac{\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2}}{\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3} + \frac{1}{\gamma_4} + \frac{1}{\gamma_5} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3} + \frac{e_4}{\lambda_4} + \frac{e_5}{\lambda_5}}$$

oder auch mit Berücksichtigung des Werthes von W:

$$T_2 = \Delta_1 - \frac{W}{F}\left(\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2}\right)$$

Ist $\frac{1}{\gamma_0}$ $\frac{1}{\gamma_1}$ $\frac{1}{\gamma_2}$ $\frac{e_1}{\lambda_1}$ $\frac{e_2}{\lambda_2}$ klein, dagegen $\frac{1}{\gamma_3}$ $\frac{1}{\gamma_4}$ $\frac{1}{\gamma_5}$ $\frac{e_3}{\lambda_3}$ $\frac{e_4}{\lambda_4}$ $\frac{e_5}{\lambda_5}$ gross, so kann die Wärme bis an die äussere Begränzungsfläche des Metalles leicht eindringen, aber von da an durch das Metall und durch die inneren Belegungen schwer durchgehen, und dann wird T_2 gross, d. h. dies Metall kann an den äusseren Begränzungsflächen eine hohe Temperatur annehmen.

Die für W aufgefundenen Ausdrücke stimmen mit dem von *Ohm* für den elektrischen Strom aufgestellten Gesetze überein. Der Werth von:

$$\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \ldots + \frac{1}{\gamma_5} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \ldots + \frac{e_5}{\lambda_5}$$

ist nichts anderes als was *Ohm* den Leitungswiderstand genannt hat.

Wärmemenge, die in einer Zeiteinheit durch eine cylindrische Gefässwand geht. (Tab. XVII, Fig. 76.)

Wir nehmen an, die Temperatur sei im Innern constant Δ_1, ausserhalb constant Δ_2 und $\Delta_1 > \Delta_2$, so dass die Wärme von innen nach aussen geht.

Nennen wir ferner:

r_1 den inneren, r_2 den äusseren Halbmesser des Cylinders;
t_1 und t_2 die Temperaturen des Cylinders an der inneren und an der äusseren Fläche;
γ_1 und γ_2 die Ein- und Ausstrahlungs-Coeffizienten;
λ den Leitungscoeffizienten;
l die Länge des Cylinders;
W die in einer Zeiteinheit durch den Cylinder gehende Wärme;
u die Temperatur des Wandmaterials in einer Entfernung ζ von der Axe des Cylinders.

Im Beharrungszustand der Erwärmung sind die durch die Cylinderflächen $2 r_1 \pi l$ $2 \zeta \pi l$, $2 r_2 \pi l$ in jeder Zeiteinheit gehenden Wärmequantitäten $2 r_1 \pi l \gamma_1 (\Delta_1 - t_1)$ $2 r_2 \pi l \gamma_2 (t_2 - \Delta_2)$, $-\lambda 2 \zeta \pi l \frac{du}{d\zeta}$ gleich gross und gleich W. Man hat daher die Gleichheiten:

$$W = 2 \pi l \gamma_1 \; r_1 (\Delta_1 - t_1) = 2 \pi l \gamma_2 \; r_2 (t_2 - \Delta_2) = -\lambda 2 \pi l \zeta \frac{du}{d\zeta} \quad . \; . \; . \; . \quad (19)$$

aus welchen die drei unbekannten Grössen t_1 t_2 und W bestimmt werden können.

Das Integrale der Gleichung:

$$W = -\lambda 2 \pi l \frac{\zeta du}{d\zeta}$$

ist:

$$u = -\frac{W}{2\pi l \lambda} \text{lognat.}\, \zeta + \text{const.} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (20)$$

Nun ist für $\zeta = r_1 \quad u = t_1$ und für $\zeta = r_2 \quad u = t_2$; daher hat man:

$$t_1 = -\frac{W}{2\pi l \lambda} \text{lognat.}\, r_1 + \text{const.} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (21)$$

$$t_2 = -\frac{W}{2\pi l \lambda} \text{lognat.}\, r_2 + \text{const.} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (22)$$

Die Differenz dieser Ausdrücke gibt:

$$t_1 - t_2 = \frac{W}{2\pi l \lambda} \text{lognat.}\, \frac{r_2}{r_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (23)$$

Aus den Gleichheiten (19) folgt:

$$\left.\begin{aligned} t_1 &= \Delta_1 - \frac{W}{2\pi l \gamma_1 r_1} \\ t_2 &= \Delta_2 + \frac{W}{2\pi l \gamma_2 r_2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (24)$$

$$t_1 - t_2 = \Delta_1 - \Delta_2 - \frac{W}{2\pi l}\left(\frac{1}{\gamma_1 r_1} + \frac{1}{\gamma_2 r_2}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (25)$$

Setzt man die Werthe von $t_1 - t_2$, welche die Gleichungen (23) und (25) darbieten, einander gleich und sucht hierauf W, so findet man:

$$W = \frac{2\pi l (\Delta_1 - \Delta_2)}{\frac{1}{\gamma_1 r_1} + \frac{1}{\gamma_2 r_2} + \frac{1}{\lambda} \text{lognat.}\, \frac{r_2}{r_1}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (26)$$

Führt man diesen Werth von W in die Ausdrücke (24) ein, so erhält man auch:

$$\left.\begin{aligned} t_1 &= \frac{\frac{\Delta_1}{\gamma_2 r_2} + \frac{\Delta_2}{\gamma_1 r_1} + \frac{\Delta_1}{\lambda} \log.\, \frac{r_2}{r_1}}{\frac{1}{\gamma_1 r_1} + \frac{1}{\gamma_2 r_2} + \frac{1}{\lambda} \log.\, \frac{r_2}{r_1}} \\ t_2 &= \frac{\frac{\Delta_1}{\gamma_2 r_2} + \frac{\Delta_2}{\gamma_1 r_1} + \frac{\Delta_2}{\lambda} \log.\, \frac{r_2}{r_1}}{\frac{1}{\gamma_1 r_1} + \frac{1}{\gamma_2 r_2} + \frac{1}{\lambda} \log.\, \frac{r_2}{r_1}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (27)$$

Der Ausdruck (26) zeigt, dass die durch einen Cylinder gehende Wärme der Temperatur-Differenz der Medien proportional ist, und dass die Wanddicke $r_2 - r_1$ einen ziemlich complicirten Einfluss ausübt.

Ist die Wanddicke $r_2 - r_1$, die wir mit e bezeichnen wollen, sehr klein im Verhältniss zum Halbmesser r_1, so ist es erlaubt, annähernd:

$$\log.\, \frac{r_2}{r_1} = \log.\, \frac{r_1 + e}{r_1} = \log.\left(1 + \frac{e}{r_1}\right) = \frac{e}{r_1}$$

und:

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{r_1 + e} = \frac{1}{r_1\left(1 + \frac{e}{r_1}\right)} = \frac{1 - \frac{e}{r_1}}{r_1} = \frac{1}{r_1} - \frac{e}{r_1^2}$$

zu setzen, und dann wird:

$$W = \frac{2\pi r_1 l (\varDelta_1 - \varDelta_2)}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda} - \frac{e}{\gamma_2 r_1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (28)$$

Ist aber $\frac{\varDelta}{r_1}$ sehr klein, so darf man auch das im Nenner erscheinende Glied $\frac{e}{\gamma_2 r_1}$ vernachlässigen, und dann findet man:

$$W = \frac{2\pi r_1 l (\varDelta_1 - \varDelta_2)}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (29)$$

Dieser Ausdruck stimmt mit jenem überein, den wir für eine ebene Gefässwand gefunden haben.

Diese Resultate gelten nicht nur, wenn $\varDelta_1 > \varDelta_2$, sondern auch dann, wenn $\varDelta_2 < \varDelta_1$, nur fällt dann der Werth von W negativ aus, weil in diesem Falle die Wärme von aussen nach innen in den Cylinder eindringt. Hieraus folgt der für manche praktische Zwecke nicht unwichtige Satz: dass die Wärmemenge, die durch die Wand eines Cylinders von aussen nach innen entströmt, wenn die äussere Temperatur höher ist als die innere, eben so gross ist als diejenige, welche von innen nach aussen entweicht, wenn die innere Temperatur höher ist als die äussere, vorausgesetzt, dass in beiden Fällen die Temperatur-Differenz der Medien gleich gross ist.

Wärmemenge, die durch eine kugelförmige Gefässwand geht.

(Tab. XVII, Fig. 76.)

Betrachten wir nun die Wärmebewegung durch ein sphärisches Gefäss, das innen und aussen mit Flüssigkeiten in Berührung steht, die ihre Temperatur mit der Zeit nicht ändern.

Nennt man:
r_1 r_2 die Halbmesser der inneren und der äusseren Kugelflächen;
$\varDelta_1$ $\varDelta_2$ die Temperaturen der Medien in der Kugel und ausserhalb derselben;
t_1 t_2 die Temperaturen an der inneren und äusseren Fläche der Gefässwand;
γ_1 und γ_2 die Ein- und Ausstrahlungs-Coeffizienten;
λ den Wärmeleitungs-Coeffizienten;
u die Temperatur in einer Entfernung ζ vom Mittelpunkt der Kugel;
W die Wärmemenge, welche in einer Zeiteinheit durch die kugelförmige Wand entweicht.

Die Wärmemengen, welche in einer Zeiteinheit durch die Kugelflächen gehen, deren Halbmesser r_1 ζ r_2 sind, haben in diesem Falle die Werthe $4 r_1^2 \pi \gamma_1 (\varDelta_1 - t_1)$, $4 r_2^2 \pi \gamma_2 (t_2 - \varDelta_2)$, $-4\zeta^2 \pi \lambda \frac{du}{d\zeta}$, und jede derselben ist gleich der Wärmemenge W, die in jeder Sekunde aus der Kugel entweicht. Wir haben daher:

$$W = 4 r_1^2 \pi \gamma_1 (\Delta_1 - t_1) = 4 r_2^2 \pi \gamma_2 (t_2 - \Delta_2) = -4 \zeta^2 \pi \lambda \frac{du}{d\zeta} \quad \ldots \ldots \quad (30)$$

Das Integrale der Gleichheit

$$W = -4 \zeta^2 \pi \lambda \frac{du}{d\zeta}$$

ist:

$$u = \frac{W}{4 \pi \lambda} \cdot \frac{1}{\zeta} + \text{const.} \quad \ldots \ldots \quad (31)$$

Nun ist für $\zeta = r_1$, $u = t_1$ und für $\zeta = r_2$, $u = t_2$; daher hat man:

$$t_1 = \frac{W}{4 \pi \lambda} \frac{1}{r_1} + \text{const.}$$

$$t_2 = \frac{W}{4 \pi \lambda} \frac{1}{r_2} + \text{const.}$$

Demnach auch:

$$t_1 - t_2 = \frac{W}{4 \pi \lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad \ldots \ldots \quad (32)$$

Die Gleichheiten (30) geben:

$$t_1 = \Delta_1 - \frac{W}{4 \pi \gamma_1 r_1^2}$$

$$t_2 = \Delta_2 + \frac{W}{4 \pi \gamma_2 r_2^2}$$

$$t_1 - t_2 = \Delta_1 - \Delta_2 - \frac{W}{4 \pi} \left(\frac{1}{\gamma_1 r_1^2} + \frac{1}{\gamma_2 r_2^2} \right) \quad \ldots \ldots \quad (33)$$

Die Werthe von $t_1 - t_2$, welche (32) und (33) darbieten, einander gleich gesetzt und dann W gesucht, so findet man:

$$W = \frac{4 \pi (\Delta_1 - \Delta_2)}{\frac{1}{\gamma_1 r_1^2} + \frac{1}{\gamma_2 r_2^2} + \frac{1}{\lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} \quad \ldots \ldots \quad (34)$$

Die durch eine kugelförmige Gefässwand gehende Wärmemenge ist also, wie man sieht, gerade so wie bei einer ebenen oder cylindrischen Wand der Temperatur-Differenz der Medien proportional. Die Halbmesser r_1 r_2 der Krümmungen haben jedoch bei den kugelförmigen Gefässen einen anderen Einfluss als bei den cylindrischen. Wenn $\Delta_2 > \Delta_1$ ist, geht die Wärmeströmung von aussen nach innen; dann sind aber die Coeffizienten γ_1 γ_2 k negativ zu nehmen, der Ausdruck für W ändert sich also nicht. Die durch die kugelförmige Gefässwand gehende Wärmemenge ist also in dem Falle, wenn die Strömung von innen nach aussen geht, eben so gross, als wenn sie von aussen nach innen geht, vorausgesetzt, dass die Temperatur-Differenz der Medien in beiden Fällen gleich gross ist.

Nennt man e die Wanddicke, so ist $r_2 = r_1 + e$, und der Ausdruck (34) für W wird dann:

$$W = \frac{4 r_1^2 \pi (\Delta_1 - \Delta_2)}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}\left(\frac{r_1}{r_1 + e}\right)^2 + \frac{e}{\lambda}\left(\frac{r_1}{r_1 + e}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots (35)$$

Ist e gegen r_1 sehr klein, so darf man annähernd $\frac{r_1}{r_1 + e}$ gleich der Einheit setzen, und dann erhält man:

$$W = \frac{4 r_1^2 \pi ({}_1\Delta - \Delta^2)}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda}} \quad \ldots\ldots\ldots (36)$$

ein Ausdruck, der mit dem für die ebene Wand gefundenen übereinstimmt.

Wenn die beiden Seiten einer Metallwand mit Gasen, die verschiedene Temperaturen haben, in Berührung stehen, ist der Leitungs-Coeffizient λ im Verhältniss zu dem Aus- und Einstrahlungs-Coeffizienten γ_1 und γ_2 sehr gross, und dann fällt das Glied $\frac{e}{\lambda}$ gegen $\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}$ sehr klein aus, so dass es ohne merklichen Fehler vernachlässigt werden kann. In diesem Fall wird aber für eine ebene Wand annähernd:

$$W_1 = \frac{F(\Delta_1 - \Delta_2)}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}} \quad \ldots\ldots\ldots (37)$$

d. h. die Wärmemenge ist, wenn der Leitungs-Coeffizient im Verhältniss zu den Ein- und Ausstrahlungs-Coeffizienten gross ist, unabhängig von der Metalldicke und von der Natur des Metalls, aus welchem die Wand besteht. Dies hat auch in der That *Peclet* durch Versuche gefunden.

Vergleichung der Wärmemengen, die durch eine Flächeneinheit einer ebenen, einer cylindrischen und einer sphärischen Wand gehen.

Nennen wir:

w_1 die Wärmemenge, die in der Zeiteinheit durch eine Flächeneinheit einer ebenen Wand geht;

w_2 die Wärmemenge, die durch eine Flächeneinheit der äusseren Fläche einer cylindrischen Wand geht;

w_3 die Wärmemenge, die durch eine Flächeneinheit der innern Fläche einer cylindrischen Wand geht;

w_4 die Wärmemenge, die durch eine Flächeneinheit der äusseren Fläche einer sphärischen Gefässwand geht;

w_5 die Wärmemenge, die durch eine Flächeneinheit der innern Fläche einer sphärischen Gefässwand geht.

Vorausgesetzt, dass in allen diesen Fällen die Temperaturdifferenz der Medien und die Coeffizienten $\lambda, \gamma_1, \gamma_2$ die gleichen Werthe haben, erhält man aus den früher aufgefundenen Ausdrücken für $w_1\, w_2\, w_3\, w_4\, w_5$ folgende Formeln:

$$w_1 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda}} \quad \ldots\ldots\ldots (38)$$

$$W_2 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1}\,\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{r_2}{\lambda}\ \text{lognat.}\,\frac{r_2}{r_1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (39)$$

$$W_3 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}\,\frac{r_1}{r_2} + \frac{r_1}{\lambda}\ \text{lognat.}\,\frac{r_2}{r_1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (40)$$

$$W_4 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{r_2^2}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (41)$$

$$W_5 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + \frac{r_1^2}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (42)$$

Nenn mant sowohl für ebene, als auch für cylindrische und sphärische Gefässe e die Wandicke und setzt voraus, dass dieselbe gegen die Halbmesser r_1 und r_2 klein sind, so darf man sich erlauben zu setzen:

$$\log.\ \frac{r_2}{r_1} = \text{lognat.}\ \frac{r_1 + e}{r_1} = \text{lognat.}\left(1 + \frac{e}{r_1}\right) = \frac{e}{r_1}$$

$$\frac{r_2}{r_1} = 1 + \frac{e}{r_1}$$

und dann wird:

$$W_2 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{\gamma_1}\,\frac{e}{r_1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (43)$$

$$W_3 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda} - \frac{1}{\gamma_2}\,\frac{e}{r_1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (44)$$

$$W_4 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda} + \frac{2}{\gamma_1}\,\frac{e}{r_1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (45)$$

$$W_5 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda} - \frac{2}{\gamma_2}\,\frac{e}{r_1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (46)$$

Vergleicht man diese Werthe von $W_2\,W_3\,W_4\,W_5$ mit dem Werth von W_1 (38), so sieht man leicht, dass:

$$W_5 > W_3 > W_1 > W_2 > W_4$$

Die grösste Wärmemenge geht demnach durch eine Flächeneinheit der inneren Fläche eines sphärischen Gefässes, die kleinste durch eine Flächeneinheit der äusseren Fläche eines sphärischen Gefässes. Die durch eine Flächeneinheit einer ebenen Wand gehende Wärme liegt zwischen derjenigen Wärmemenge, die durch eine Flächeneinheit der inneren und äusseren Fläche einer cylindrischen Gefässwand geht.

Ist der Wärmeleitungscoeffizient λ in Vergleich zu dem Aus- und Einstrahlungscoeffizienten $\gamma_1\,\gamma_2$ sehr gross, so kann man in allen für die Wärmemengen aufgefundenen Formeln das von den Leitungscoeffizienten abhängige Glied gegen die Glieder, welche den Einfluss der Strahlung ausdrücken, vernachläsigen. Dadurch werden aber die in der

Zeiteinheit durch eine Flächeneinheit gehenden Wärmemengen von dem Leitungscoeffizienten, mithin von der Natur des Materials, aus welchem die Wand besteht, so wie auch von der Wanddicke beinahe unabhängig. Es ist also in dem Falle, wenn die Leitung im Verhältniss zur Strahlung sehr gross ist, die durch eine Wand gehende Wärmemenge sowohl von der Natur des Materials, als auch von der Wanddicke beinahe unabhängig.

Ist hingegen die Leitungsfähigkeit des Materials eine schwache, und sind dagegen die Ein- und Ausstrahlungen sehr stark, so kann man umgekehrt die von γ_1 und γ_2 abhängigen Glieder gegen das von λ abhängige vernachlässigen und dann findet man aus (38), (43), (44), (45), (46), dass annähernd

$$W_1 = W_2 = W_3 = W_4 = W_5 = \lambda \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{e}$$

ist. In diesem Fall hat also die Form der Wand beinahe keinen Einfluss und ist für alle Gefässe die Wärmemenge, dem Leitungscoeffizienten und der Temperaturdifferenz der Medien direkt, der Wanddicke dagegen verkehrt proportional.

Zu diesen Folgerungen ist auch *Peclet* auf rein experimentalem Wege gekommen.

Wärmemenge, die in einer Sekunde durch die Wände einer Röhre geht, die von Wasser umgeben und von heisser Luft durchströmt wird.

Wir wollen uns die Aufgabe vorlegen, die Wärmemenge, welche in einer Sekunde durch die Wände eines Rohres geht, das aussen von Wasser umgeben und innen von heisser Luft durchströmt wird, unter folgenden Voraussetzungen zu bestimmen:

1. die Temperatur des Wassers, welches das Rohr umgibt, sei für jeden Punkt der Oberfläche des Rohres und für die ganze Dauer der Durchströmung constant;
2. der Querschnitt des Rohres sei so klein, dass man annehmen darf, es herrsche in allen Punkten eines bestimmten Querschnittes desselben die gleiche Temperatur;
3. die Temperatur der einströmenden Luft sei während der ganzen Strömung gleich gross, so dass man annehmen darf, dass die Temperatur in einem bestimmten Querschnitt des Rohres von der Zeit unabhängig sei;
4. die Wärmecapazität der Luft habe für alle Temperaturen ein und denselben Werth, oder sie sei unabhängig von der Temperatur;
5. die Wärmemenge, welche in einer Sekunde durch eine Blechfläche geht, die einerseits mit Wasser und anderseits mit Luft von bestimmter Temperatur in Berührung steht, sei der Ausdehnung der Fläche und der Differenz der diesseits und jenseits herrschenden Temperaturen proportional;

Nennen wir Tab. XVII, Fig. 77:

w die Temperatur des das Rohr umgebenden Wassers;
u_1 die Temperatur, mit welcher die Luft in das Rohr eintritt;
u_2 die Temperatur der aus dem Rohr strömenden Luft;
l die Luftmenge in Kilogrammen, welche in jeder Sekunde das Rohr durchströmt;
u die Temperatur, welche während der ganzen Dauer der Durchströmung in einem Querschnitt herrscht, der vom Einströmungsende um x entfernt ist;
f die innere Fläche des Rohres;
c den inneren Umfang des Rohres;

s die Wärmecapazität der Luft, d. h. die Wärmemenge, welche erforderlich ist um die Temperatur von 1 Kilogramm Luft um 1° des hunderttheiligen Thermometers zu erhöhen. Die Wärmecapazität des Wassers gleich der Einheit gesetzt;

k die Wärmemenge, welche in einer Sekunde durch einen Quadratmeter der Wandfläche geht, wenn die Temperaturdifferenz der Flüssigkeiten zu beiden Seiten der Wand 1° beträgt;

$\alpha = 0{\cdot}00375$ der Ausdehnungscoefficient der Gase für 1° Temperaturänderung;

$e = 2{\cdot}718$ die Basis der natürlichen Logarithmen;

$\mathfrak{W}$ die Wärmemenge, welche in einer Sekunde durch die Röhrenwand geht.

Durch den Querschnitt bei $m\,n$ geht in jeder Sekunde eine Luftmenge l mit einer Temperatur u. Durch den Querschnitt bei $m_1\,n_1$ geht in jeder Sekunde ebenfalls eine Luftmenge l, aber mit einer Temperatur $u - \frac{du}{dx}\,dx$. Die durch das Röhrenstückchen von der Länge dx in jeder Sekunde gehende Luftmenge l verliert demnach eine Wärmemenge $-l\,s\,\frac{du}{dx}\,dx$, oder (weil u nur allein von x und nicht von der Zeit abhängt) $-l\,s\,du$. Durch die Oberfläche $c\,dx$ geht aber in jeder Sekunde eine Wärmemenge $k\,(u-w)\,c\,dx$, man hat daher die Gleichheit:

$$k\,c\,(u-w)\,dx = -l\,s\,du \quad \ldots \quad (1)$$

oder:

$$\frac{du}{u-w} = -\frac{k\,c}{l\,s}\,dx \quad \ldots \quad (2)$$

Das Integrale dieser Gleichung ist im Allgemeinen:

$$\text{lognat.}\,(u-w) = -\frac{k\,c}{l\,s}\,x + \text{const.} \quad \ldots \quad (3)$$

Für $x = o$ ist $u = u_1$, für $cx = f$ ist $u = u_2$.
Es ist demnach:

$$\text{lognat.}\,(u_1 - w) = o + \text{const.}$$

$$\text{lognat.}\,(u_2 - w) = -\frac{k\,f}{l\,s} + \text{const.}$$

Die Differenz dieser Gleichungen gibt:

$$\text{lognat.}\,\frac{u_1 - w}{u_2 - w} = \frac{k\,f}{l\,s} \quad \ldots \quad (4)$$

und hieraus folgt:

$$u_2 = w + (u_1 - w)\,e^{-\frac{f\,k}{l\,s}} \quad \ldots \quad (5)$$

Die durch die Röhrenwand in einer Sekunde gehende Wärmemenge ist $s\,l\,(u_1 - u_2)$, daher hat man wegen (5):

$$\mathfrak{W} = s\,l\,(u_1 - w)\left(1 - e^{-\frac{f\,k}{l\,s}}\right) \quad \ldots \quad (6)$$

In diesem Ausdruck erscheint weder die Länge noch der Querschnitt und auch nicht der innere Umfang der Röhre, sondern nur allein die innere Fläche. Zwei Röhren sind demnach für den Wärmedurchgang ganz gleichwerthig, wenn sie nur gleich grosse innere Flächen haben. Dies gilt jedoch nur mit der Beschränkung, welche in der zweiten Voraussetzung ausgesprochen wurde, nämlich nur für verhältnissmässig enge Röhren von nicht mehr als ungefähr 0·10 Meter Weite.

Wärmemenge, die durch die Heizfläche in den Kessel eindringt.

Um die Wärmemenge zu bestimmen, welche durch die Wände eines Lokomotivkessels eindringt, legen wir der Untersuchung eine Kesseleinrichtung zu Grunde, welche zwar von der üblichen abweicht, aber hinsichtlich der Wärmeabgabe keinen erheblichen Unterschied machen kann. Wir wollen nämlich annehmen, dass die engen Heizröhren nicht von einer Seitenwand, sondern dass sie von der Decke ausgehen, aber in ihrer ganzen Ausdehnung mit dem im Kessel befindlichen Wasser in Berührung stehen. Dann können wir die Feuerbüchse als eine weite von den Verbrennungsgasen nach vertikaler Richtung durchströmte Röhre betrachten.

Die von der Oberfläche des Brennstoffes an aufsteigenden glühend heisen Gase kommen nur theilweise mit den Wänden der Feuerbüchse in Berührung. Die an den Wänden aufsteigenden Gase wirken nicht nur durch Strahlung, sondern auch direkt durch Leitung auf die Wände, werden also mehr Wärme abgeben und sich mehr abkühlen, als die längs der vertikalen Axe der Feuerbüchse emporsteigende Masse, welche bei dem geringen Wärmeleitungsvermögen der Gase beinahe nur durch Strahlung auf die Wände der Feuerbüchse einwirkt, sich daher weniger abkühlen wird. Dieser Vorgang wird jedoch durch den Umstand modifizirt, dass die Aufsteigung der Gastheilchen nicht genau nach vertikaler Richtung erfolgt, sondern dass durch die mannigfaltigen Unregelmässigkeiten, die in dem ganzen Verbrennungsprozess vorkommen, die aufsteigenden Gase unter einander gemengt werden, was zur Folge haben muss, dass die Temperaturunterschiede in einem horizontalen Querschnitt in der Wirklichkeit kleiner ausfallen werden, als sie in dem Fall einer vollkommen genauen Vertikalaufsteigung der Gastheilchen sein würden. Wir werden daher keinen erheblichen Fehler begehen, wenn wir die Temperatur in einem bestimmten Horizontalquerschnitt als constant annehmen, also für die Feuerbüchse die gleiche Voraussetzung machen, welche streng genommen nur für eine sehr enge Röhre zulässig ist.

Wenn wir unter dieser Voraussetzung, die durch die Wände der Feuerbüchse gehende Wärme berechnen, so müssen wir ein zu günstiges Resultat finden; denn wir nehmen gleichsam an, dass alle Gastheilchen mit den Wänden in Berührung kommen, was für die Wärmeabgabe viel günstiger ist, als wenn nur ein Theil der Gase mit den Wänden in Berührung kommt, oder längere Zeit in Berührung bleibt.

Die Temperatur, mit welcher die einzelnen Gastheilchen die Einmündungen der engen Heizröhren des Kessels erreichen, ist nicht für alle Röhren gleich gross. In den mittleren Röhren tritt das Gas mit höherer Temperatur ein, als in den peripherischen Röhren und es wird überhaupt die Temperatur von der Mündung der mittleren Röhre an gegen die peripherischen Röhren hin nach einem gewissen Gesetz abnehmen. Schon aus diesem Grund werden die centralen Röhren mehr Wärme an das Wasser abgeben, als die peripherischen Röhren. Dazu kommt noch, dass in den centralen Röhren eine etwas grössere Gasmenge eintritt, was ebenfalls ihre Wirkung steigert. Diese Differenzen der Temperaturen und der Gasmengen, welche in einzelnen Röhren eintreten, können jedoch, weil in der Feuerbüchse eine ziemlich vollständige Mengung der Gase stattfindet, nicht sehr gross sein, wie auch der Umstand beweiset, dass doch alle Röhren ziemlich gleich lang dauern, was nicht der Fall sein könnte, wenn die Temperaturdifferenzen an den Mündungen der einzelnen Röhren bedeutend wären.

Wir werden daher keinen erheblichen Fehler begehen, wenn wir für alle Heizröhren ganz identische Wärmeverhältnisse annehmen, uns also erlauben, die Seite 49 aufgefundenen Resultate für jede einzelne Röhre gelten zu lassen.

Für die Berechnung der Wärmemenge, welche durch die Heizfläche des Kessels eindringt wählen wir nebst den Bezeichnungen, die wir im Vorhergehenden angenommen haben, noch folgende:

B Brennstoffmenge in Kilogrammen, die per $1''$ verbrannt wird;
$\mathfrak{H}$ Wärmemenge, die durch Verbrennen von 1 Kilogramm Brennstoff entwickelt wird. Wenn die Verbrennung äusserst vollkommen erfolgt, ist $\mathfrak{H}$ die Heizkraft des Brennstoffs.
$\mathfrak{L}$ Luftmenge in Killogrammen, welche in jeder Sekunde durch den Rost in den Feuerungsraum eintritt.
u_0 Temperatur dieser Luft vor ihrem Eintritt.
U Temperatur, welche in dem horizontalen Querschnitt unmittelbar über dem glühenden Brennstoff herrscht.
F_1 Heizfläche der Feuerbüchse.
F_2 Heizfläche sämmtlicher Heizröhren.
$F = F_1 + F_2$ totale Heizfläche des Kessels.
W_1 Wärmemenge, welche durch die Wände der Feuerbüchse eindringt.
W_2 Wärmemenge, welche durch sämmtliche Heizröhren eindringt.
$W = W_1 + W_2$ totale in den Kessel eindringende Wärme.

Dies vorausgesetzt, können wir zur Beantwortung unserer Frage schreiten.

Die Wärmemenge, welche durch den Brennstoff in jeder Sekunde entwickelt wird, ist $B\,\mathfrak{H}$, diese Wärme wird zunächst von der Luftmenge $\mathfrak{L}$ aufgenommen, wodurch sie eine Temperaturerhöhung $U - u_0$ erleidet, wir können daher annähernd setzen:

$$B\,\mathfrak{H} = \mathfrak{L}\,s\,(U - u_0) \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

woraus sich ergibt:

$$U = u_0 + \frac{B\,\mathfrak{H}}{\mathfrak{L}\,s} \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

Da wir die für enge Röhren gefundenen Resultate auch für die Feuerbüchse gelten lassen, so haben wir vermöge der Gleichungen (5) und (6)

$$u_1 = w + (U - w)\, e^{-\frac{F_1 k}{\mathfrak{L}\,s}} \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

$$W_1 = s\,\mathfrak{L}\,(U - w)\left(1 - e^{-\frac{F_1 k}{\mathfrak{L}\,s}}\right) \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

Eben so erhalten wir auch für die Wärmemenge W_2, welche durch sämmtliche Röhren in den Kessel eindringt, vermöge der Gleichung (6)

$$W_2 = s\,\mathfrak{L}\,(u_1 - w)\left(1 - e^{-\frac{F_2 k}{\mathfrak{L}\,s}}\right) \quad \ldots \ldots \quad (11)$$

Substituirt man in diesen Ausdruck den Werth von u_1, welchen die Gleichung (9) darbietet, so findet man

$$W_2 = s\,L\,(U-w)\,e^{-\frac{F_1 k}{L s}}\left(1-e^{-\frac{F_2 k}{L s}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Durch Summation von (10) und (12) folgt wegen $F_1 + F_2 = F$

$$W = s\,L\,(U-w)\left(1-e^{-\frac{F k}{L s}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Setzt man in (10) (12) (13) den Werth von U, welchen die Gleichung (8) darbietet, so findet man:

$$\frac{W_1}{B\mathfrak{H}} = \left[1-(w-u_0)\frac{s\,L}{B\mathfrak{H}}\right]\left(1-e^{-\frac{F_1 k}{L s}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

$$\frac{W_2}{B\mathfrak{H}} = \left[1-(w-u_0)\frac{s\,L}{B\mathfrak{H}}\right]e^{-\frac{F_1 k}{L s}}\left(1-e^{-\frac{F_2 k}{L s}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

$$\frac{W}{B\mathfrak{H}} = \left[1-(w-u_0)\frac{s\,L}{B\mathfrak{H}}\right]\left(1-e^{-\frac{F k}{L s}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Auch findet man:

$$\frac{W_2}{W_1} = e^{-\frac{F_1 k}{L s}}\,\frac{1-e^{-\frac{F_2 k}{L s}}}{1-e^{-\frac{F_1 k}{L s}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Man kann auch noch das Verhältniss der Wärmemengen suchen, die durch einen Quadratmeter Feuerbüchsenwand und durch einen Quadratmeter Heizröhrenfläche gewonnen werden. Dieses Verhältniss ist:

$$\frac{\dfrac{W_1}{F_1}}{\dfrac{W_2}{F_2}} = \frac{F_2}{F_1}\cdot\frac{1-e^{-\frac{F_1 k}{L s}}}{1-e^{-\frac{F_2 k}{L s}}}\cdot e^{+\frac{F_1 k}{L s}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

Von diesen Resultaten ist (16) das wichtigste. Aus diesem geht hervor, dass die totale Wärmemenge, die in den Kessel eindringt, weder von der absoluten Grösse der Heizfläche der Feuerbüchse, noch von der absoluten Grösse der Heizfläche der Röhren abhängt, sondern dass sich dieselbe nach der absoluten Grösse der totalen Heizfläche des Kessels richtet. Zwei Kessel, die gleich grosse totale Heizflächen besitzen, sind demnach für die Dampfproduktion gleichwerthig, sie mögen nun gleich grosse, oder ungleich grosse Feuerbüchsen haben. Die Herren Ingenieure, welche für die Vergrösserung der Feuerbüchsen schwärmen, werden sich wohl über kurz oder lang zu einer Meinungsänderung veranlasst sehen.

Dass es hinsichtlich der Wärmebenutzung auf die Grösse der Feuerbüchse nicht ankommt, ist auch ohne alle Rechnung leicht einzusehen. Ist die Feuerbüchse klein, so wird sie wenig Wärme aufnehmen, aber eben desshalb werden die Gase mit einer hohen Temperatur in die Röhren eintreten, daher an dieselben viel Wärme abgeben. Ist die Feuerbüchse gross, so wird an dieselbe viel Wärme abgegeben, die Gase werden stark abgekühlt in die Röhren eintreten, und daselbst nur wenig erwärmend wirken können.

Da die Schwierigkeit einer soliden Construktion der Feuerbüchse mit ihrer Grösse wächst, so muss man als Regel aussprechen, dass die beste Feuerbüchse die kleinste ist, mit welcher es möglich wird, einen für die vollständige Verbrennung des Brennstoffes hinreichend grossen Rost und die nöthige Anzahl Röhren anzubringen.

Pambour hat bekanntlich zuerst durch Versuche gefunden, dass ein Quadratmeter der Heizfläche der Feuerbüchse 3 mal so viel Dampf entwickelt, als ein Quadratmeter der Röhrenfläche. Aus dieser Thatsache haben viele Ingenieure geglaubt schliessen zu dürfen, dass es vortheilhaft sein müsste, den Feuerbüchsen eine grosse und den Röhren eine kleine Fläche zu geben. Consequenterweise hätte man nach dieser Art zu schliessen, folgern können, dass es am besten sein müsste, die Röhren ganz wegzulassen und alle Wärme durch eine grosse Feuerbüchse zu gewinnen. Auch die sogenannte Reduktion der Heizfläche der Röhren beruht auf einer unrichtigen Auffassung und hat weder einen wissenschaftlichen Sinn, noch eine praktische Bedeutung.

Wenn ich aber sage, dass es für die Wärmebenutzung blos auf die totale Heizfläche ankomme, so ist das nicht so zu verstehen, als ob die Länge, Weite und Anzahl der Röhren in jeder Hinsicht gleichgültig wäre. Wenn von der Zweckmässigkeit einer Kesselanordnung die Rede ist, kommt auch der Widerstand in Betrachtung, den die Röhren dem Durchgang der Luft entgegensetzten und in dieser Hinsicht soll der Flächenraum der Querschnitte der Röhren möglichst gross sein. Von diesen Verhältnissen wird in der Folge, wenn von der Anfachung des Feuers durch die Wirkung des Blasrohres gehandelt wird, weiteres folgen.

Wir wollen nun sehen, welche numerische Resultate uns die aufgestellten Formeln liefern. Für diese numerischen Berechnungen müssen wir uns zunächst über mehrere in den Formeln erscheinende Grössen erklären.

Die spezifische Wärme s der Verbrennungsgase kann jener der atmosphärischen Luft gleich gesetzt werden, denn die Verbrennungsgase bestehen doch grösstentheils aus Bestandtheilen der atmosphärischen Luft. Zum absolut vollkommenen Verbrennen von 1 Kilogramm Coaks sind wenigstens 12 Kilogramme atmosphährische Luft nothwendig, die das Verbrennen unterhaltende Luftmenge beträgt aber bei Dampfkesselheizungen in der Regel das $1\frac{1}{3}$fache, von dieser kleinsten Menge also gewöhnlich 16 Kilogramme. $\frac{16}{17}$ Gewichtstheile der Verbrennungsgase rühren also von atmosphärischer Luft her. Wir dürfen also setzen:

$$s = 0{\cdot}2669\,, \quad L = 16\,B \qquad (19)$$

Die Spannung des Dampfes beträgt in den Lokomotivkesseln in der Regel 5 Atmosphären, wir dürfen also für die Temperatur w des Wassers im Kessel 150° rechnen, setzen also:

$$w = 150^0 \qquad (20)$$

Die in den Feuerherd einströmende Luft ist bei den meisten Lokomotiven nicht vorgewärmt, hat also nur die niedrige Temperatur der Atmosphäre. Wir wollen annehmen:

$$u_0 = +\,10^0 \qquad (21)$$

Die Verbrennung geht in dem Lokomotivkessel sehr vollkommen vor sich, die Lokomotive rauchen fast gar nicht. Wir wollen Coaksfeuerung annehmen und dürfen desshalb setzen:

$$\mathfrak{H} = 7000 \qquad (22)$$

Für den Coeffizienten k, welcher die Wärmemenge ausdrükt, die in 1 Sekunde durch 1 Quadratmeter Kesselwand geht, wenn die Temperaturdifferenz zu beiden Seiten der Wand 1° beträgt, habe ich den Werth $\frac{1}{158}$ gefunden. Wir setzen also:

$$k = \frac{1}{158} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

Für die Heizflächen $F, F_2 F$ wollen wir die bei neueren Personenlokomotiven vorkommenden mittleren Werthe annehmen. Wir setzen desshalb:

$$F_1 = 6 \text{ Quadratmeter}, \quad F_2 = 72, \quad F = 78 \text{ Quadratmeter} \quad \ldots\ldots \quad (24)$$

Wenn wir annehmen, dass der nach den Cylindern strömende Dampf kein Wasser mitreisst, wirkt die in den Kessel eindringende Wärmemenge auf Dampfbildung, und da der Kessel aus dem Tender mit Wasser von 100° Temperatur gespeist wird, so ist zur Umwandlung von 1 Kilogramm Wasser von 100° Temperatur in Dampf von irgend einer Spannkraft eine Wärmemenge von 650 — 100 = 550 Wärmeeinheiten nothwendig. Die Dampfmenge in Kilogrammen, welche der Kessel für 1 Kilogramm Brennstoff liefert, ist demnach:

$$\frac{7000}{550} \cdot \frac{W}{B\mathfrak{H}} = 12{\cdot}7 \frac{W}{B\mathfrak{H}}$$

Vermittelst dieser Annahme liefern die Formeln (14) bis (18) folgende Resultate:

Wärme-verhältnisse.	Brennstoff in Kilog. (Coaks), der in 1" auf dem Rost verbrennt.				
	0·04	0·06	0·09	0·13	0·18
$W_1 : B\mathfrak{H}$	0·1829	0·1264	0·0862	0·0607	0·0442
$W_2 : B\mathfrak{H}$	0·6811	0·6567	0·5768	0·4785	0·3802
$W : B\mathfrak{H}$	0·8640	0·7821	0·6630	0·5392	0·4344
$W_2 : W_1$	3·7	5·19	6·68	7·88	8·60
$\frac{W_1}{F_1} : \frac{W_2}{F_2}$	3·22	2·31	1·79	1·52	1·38
Dampfproduktion des Kessels mit 1 Kilog. Coaks	10·9	9·93	8·4	6·8	5·4

Aus den Zahlen dieser Tabelle ersieht man, in welchem Maase die Leistungen des Kessels bei starker Heizung desselben ungünstiger ausfallen, als bei schwacher. Wenn in 1 Sekunde nur 0.04, oder stündlich nur 144 Kilogramme Coaks verbrannt werden, gibt die Rechnung, dass 86% von der durch die Verbrennung entwickelten Wärme in den Kessel eindringt, wo hingegen nur 43% dieser Wärme gewonnen werden, wenn in der Sekunde 0·18, oder in der Stunde 648 Kilogramme verbrannt werden. Personenlokomotive verbrauchen gewöhnlich bei leichteren Zügen von 12 bis 16 beladenen Wägen 0·09 Kilogramme Coaks in 1 Sekunde. Für eine solche Feuerung gibt die Tabelle für die Leistungen des Kessels 66% oder 8 Kilogramm Dampf für 1 Kilogramm Coaks. Diese Leistungen nach Prozenten ist mit den Erfahrungen übereinstimmend. Die Dampfproduktion von 8 Kilogramm Dampf für 1 Kilogramm Coaks ist etwas zu gross, was nicht von den Formeln, sondern von dem Umstand herrührt, dass eine äusserst vollkommene Verbrennung und ferner noch angenommen wurde, dass der Dampf kein Wasser mit sich fortreisse. Nimmt man an, dass 1 Kilogramm Dampf w_1 Kilogramm Wasser mit sich fortreisst, so ist die Dampfmenge, welche durch 1 Kilogramm Coaks gewonnen wird:

$$\frac{\mathfrak{H}\left(\frac{W}{B\mathfrak{H}}\right)}{550 + 140\,w_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (25)$$

Nach den Versuchen von *Lechatellier* beträgt die Wassermenge, welche 1 Kilogramm Dampf mitreist, wenigstens 0·2 Kilogramme, es ist also w wenigstens gleich 0·2. In den meisten Fällen ist aber w_1 gleich 0·3 bis 0·4 Kilogrammen. Nehmen wir:

$$\mathfrak{H} = 7000 \quad \frac{W}{B\mathfrak{H}} = 0{\cdot}66 \quad W_1 = 0{\cdot}4$$

so wird die Dampfmenge, welche mit 1 Kilogramm Coaks produzirt wird 7·6 Kilogramme.

Die fünfte der horizontalen Zahlenreihe zeigt, in welchem Maase ein Quadratmeter der Heizfläche der Feuerbüchse mehr leistet, als ein Quadratmeter der Heizfläche der Röhren. Dieses Verhältniss ist keineswegs constant; es ist bei schwachen Heizungen grösser als bei starken, was auch ganz in der Natur der Sache begründet ist, denn wenn schwach geheizt wird, ist wohl in der Feuerbüchse eine hohe Temperatur, gegen das Ende der Röhren hin aber nur eine schwache; 1 Quadratmeter der Feuerbüchse wird also in diesem Falle viel mehr leisten als 1 Quadratmeter der Röhren. Wird dagegen stark geheizt, so herrscht auch in den Röhren in ihrer ganzen Ausdehnung eine hohe Temperatur, der Unterschied der Leistungen von 1 Quadratmeter Feuerbüchse und von 1 Quadratmeter Röhrenfläche muss also um so kleiner ausfallen, je mehr geheizt wird.

Will man also die Heizfläche der Röhren auf die Heizfläche „reduziren", so muss man nicht einen constanten, sondern man muss einen variablen Reduktionscoeffizienten in Rechnung bringen. Das beste ist aber, wenn man diese „Reduktion" ganz unterlässt, weil dadurch doch keine Einsicht gewonnen wird.

Wärmemenge, die durch die einzelnen Theile des Röhrensystems gewonnen wird.

Interessant ist es, die Wärmemenge zu bestimmen, die durch die einzelnen Theile des Röhrensystems in den Kessel eindringt. Setzt man in der Gleichung (15) nämlich in:

$$\frac{W_2}{B\mathfrak{H}} = \left[1 - (w - u_0)\frac{sL}{B\mathfrak{H}}\right] e^{-\frac{F_1 k}{L s}} \left(1 - e^{-\frac{F_2 k}{L s}}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (26)$$

$w = 150^\circ \quad u_0 = 10^\circ \quad L = 16\,B \quad \mathfrak{H} = 7000 \quad s = 0{\cdot}2669 \quad F_1 = 6$ Quadratmeter $\quad B = 0{\cdot}09$

und der Reihe nach

$F_2 = 18 \quad 36 \quad 54 \quad 72$ Quadratmeter, so findet man für das Verhältniss der Wärmemenge, die durch

$$\frac{1}{4} \qquad \frac{2}{4} \qquad \frac{3}{4} \qquad \frac{4}{4}$$

der Röhrenfläche eindringt, zur Wärmemenge $B\mathfrak{H}$, welche den Brennstoff entwickelt, folgende Werthe:

0·2118 0·3695 0·4869 0·5742

Die Differenzen dieser Zahlen geben in Prozenten an, wie viel Wärme durch das 1., 2., 3., 4. Viertel der Röhrenfläche gewonnen wird. Diese Differenzen sind:

0·2118 0·1577 0·1174 0·0873

Es werden also bei dieser angenommenen Heizung mit 0.09 Kilogrammen Coaks per Sekunde, durch das 1. Viertel 21%, durch das 2. 16%, durch das 3. Viertel 12% und durch das letzte Viertel 8% gewonnen. Für diese Heizung haben also die Röhren eine hinreichende Oberfläche, indem durch das letzte Viertel nur noch 8% gewonnen werden, so dass also eine weitere Vergrösserung der Heizfläche der Röhren in diesem Falle nicht mehr eine beachtenswerthe Wirkung hervorbringen könnte.

Würde man dieselbe Rechnung für eine starke Heizung von etwa 0.18 Kilogrammen Coaks per Sekunde durchführen, so fände man für die Wärmemenge, die durch die einzelnen Viertheile des Kessels gewonnen werden könnten, nur wenig von einander verschiedene Werthe, und die durch das letzte Viertel gewinnbare Wärme würde so beträchtlich ausfallen, dass für eine so starke Heizung die angenommene Totalfläche der Röhren als zu klein erscheinen müsste.

Temperatur der in die Rauchkammer entweichenden Gase.

Zur Bestimmung der Temperatur u_2, mit welcher die Verbrennungsgase die Röhren verlassen und in die Rauchkammer treten, hat man die Formel:

$$u_2 = w + \left[\frac{B\mathfrak{H}}{Ls} - (w - u_0)\right] e^{-\frac{Fk}{Ls}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (26)$$

Setzt man in dieselbe:

$$w = 150 \quad u_0 = 10^0 \quad L = 16\,B \quad \mathfrak{H} = 7000 \quad s = 0{\cdot}2669 \quad k = \frac{1}{158}$$

so findet man für:

$B =$	0·04	0·06	0·09	0·13	0·18
$u_2 =$	234	368	568	767	939

woraus man ebenfalls ersehen kann, in welchem Grade eine starke Heizung unvortheilhaft ist, oder wie ungünstig eine im Verhältniss zur Brennstoffmenge, die verbrannt wird, kleine Heizfläche ist. Da wir im Kessel eine Spannung von 5 Atmosphären und desshalb eine Temperatur von 150° angenommen haben, so kann die Temperatur, mit welcher die Gase die Röhren verlassen, nie kleiner als 150° sein. Bei niedrigen Dampfspannungen fallen die Temperaturen u_2 kleiner, mithin günstiger aus, es ist also die unvermeidlich hohe Temperatur des Wassers im Kessel für die Benützung der Wärme nachtheilig.

Die anfachende Wirkung des Blasrohres.

Das Blasrohr ist ein nicht unwichtiger Theil der Lokomotive. Die Feuerung einer Lokomotive erfordert eine sehr lebhafte Anfachung. Eine Lokomotive von gewöhnlicher Grösse entwickelt einen Effeckt von mehr als hundert Pferdekräften, der Rost ist aber doch nicht grösser als der einer stehenden Maschine von zehn Pferdekräften. Die Dicke der Brennstoffschichte beträgt bei stehenden Maschinen 0·12 bis 0·16 Meter, in den Lokomotivkesseln hingegen 0·6 bis 0·7 Meter. Es muss also bei einem Lokomotivkessel durch eine zehnmal kleinere Rostfläche und durch eine viermal dickere Brennstoffschichte eben so viel Luft eindringen, als durch den Rost einer hundertpferdigen Landmaschine.

Diese heftige Anfachung wird bekanntlich bei Lokomotiven durch das Blasrohr bewirkt. Indem der Dampf, nachdem er auf die Maschine gewirkt hat, am Ende jedes Schubes stossweise und mit grosser Vehemenz durch die Mündung des Blasrohres ausströmt, reisst er die in dem Rauchrohr und in der Rauchkammer befindlichen Verbrennungsgase mit sich fort, dadurch entsteht zunächst eine Gasverdünnung in der Rauchkammer, was zur Folge hat, dass die in den Röhren des Kessels befindlichen Gase durch die in der Feuerbüchse herrschende Pressung in die Rauchkammer getrieben werden, während gleichzeitig die in der Feuerbüchse enthaltenen Gase in die Röhren eintreten, dadurch entsteht aber in der Feuerbüchse eine Abnahme der Pressung und dies hat zur Folge, dass die äussere Luft durch den Druck der Atmosphäre in die Feuerbüchse getrieben wird.

Wenn in jeder Sekunde durchschnittlich eine gewisse Quantität atmosphärische Luft durch die Lokomotivkessel strömen soll, muss die Differenz zwischen dem äusseren atmosphärischen Druck und dem in der Rauchkammer herrschenden Druck so gross sein, dass dadurch überwunden werden kann: 1. der Widerstand, den das auf dem Rost liegende Brennmaterial dem Durchgang der Luft entgegensetzt; 2. die Reibung der Luft an der Heizfläche des Kessels; 3. die Widerstände, welche durch Verengungen und Ausweitungen des inneren Röhrensystems entstehen.

Vernachlässigt man die Dichtigkeitsänderungen, welche die Luft während ihrer Bewegung aus der Feuerbüchse in der Rauchkammer erleidet, so findet man nach den bekannten Methoden, durch welche die Bewegung der Gase in Röhrenleitungen bestimmt werden kann, für die Differenz der Pressungen in der Feuerbüchse und in der Rauchkammer per 1 Quadratmeter folgenden Ausdruck:

$$\frac{L^2}{2 g \gamma^2}\left[\frac{1}{\omega_2^2}-\frac{1}{\omega_1^2}+\frac{1}{\omega^2}\left(\frac{1}{m}-1\right)^2+\left(\frac{1}{\omega}-\frac{1}{\omega_2}\right)^2+\frac{2 g \mu F}{\omega^3}\right] \cdots \cdots \quad (1)$$

in welchem bedeutet:

L die Luftmenge in Kilogrammen, welche per 1″ durch den Kessel strömt;
γ das Gewicht von 1 Kubikmeter der durch die Röhren strömenden Gase. Um γ zu berechnen, muss man eine mittlere Temperatur in Rechnung bringen;
ω_1 den Querschnitt der Feuerbüchse;
ω_2 den Querschnitt der Rauchkammer;
ω die Summe der Querschnitte aller Heizröhren des Kessels;
m den Contraktionscoefficienten für den Eintritt der Gase in die Heizröhren;
F die totale Heizfläche (Reibungsfläche) des Kessels;
$g = 9{\cdot}808$ die Beschleunigung durch die Schwere;
$\mu = 0{\cdot}0003302$ den Luftreibungscoeffizienten.

Da es sich hier nur um ungefähre Annäherungen an die Wahrheit handeln kann, dürfen wir uns erlauben, die Glieder $\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_1^2}$ zu vernachlässigen und dann wird der Ausdruck (1):

$$\frac{L^2}{2 g \gamma^2 \omega^2} \left[1 + \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2 + \frac{2 g \mu F}{\omega} \right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Die unregelmässigen Kanäle zwischen den Brennstoffstücken kann man als ein Röhrensystem ansehen, in welchem die Luft theils durch Reibung, theils durch wiederholt vorkommende plötzliche Geschwindigkeitsänderungen in ihrer Bewegung gehemmt wird. Die Reibungsfläche dieses Kanalsystems darf wohl dem Querschnitt und der Dicke der Brennstoffmasse proportional gesetzt werden. Die Geschwindigkeitsverluste in den Querschnittsverengungen und Erweiterungen werden um so öfter eintreten, je dicker die Brennstoffschichte ist. Die Summe der Horizontalquerschnitte aller Kanäle muss der Rostfläche proportional genommen werden. Man wird also für die Differenz zwischen dem atmosphärischen Druck und der Pressung in der Rauchkammer einen Annäherungsausdruck finden, wenn man in (2) setzt:

für ω eine der Rostfläche proportionale Grösse;

für $1 + \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2$ eine der Dicke der Brennstoffschichte proportionale Grösse;

für F eine dem Brennstoffvolumen proportionale Grösse.

Auf diese Weise findet man für die oben genannte Differenz folgenden Ausdruck:

$$c \lambda \left(\frac{L}{R} \right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

wobei λ die Dicke der Brennstoffschichte, R die Fläche des Rostes, c eine von der Natur des Brennstoffes und von der Grösse der Brennstoffstücke abhängige Grösse bezeichnet.

Durch Addition der Ausdrücke (2) und (3) findet man für den Unterschied zwischen dem äusseren atmosphärischen Druck und dem Druck in der Rauchkammer folgenden Ausdruck:

$$L^2 \left\{ \frac{c \lambda}{R^2} + \frac{1}{2 g \gamma^2} \left(\frac{1}{\omega} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2 + \frac{2 g \mu F}{\omega} \right] \right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Nun ist die Frage zu beantworten, in welcher Weise dieser Pressungsunterschied mit der Wirkung des Blasrohres zusammenhängt? Dies zu entscheiden wird wohl nicht leicht möglich sein. Wahrscheinlich ist dieser Pressungsunterschied der Geschwindigkeitshöhe proportional, die der Geschwindigkeit entspricht, mit welcher der Dampf durch die Mündung des Blasrohres austritt. Nennt man:

S die Dampfmenge in Kilogrammen, welche im Mittel in jeder Sekunde durch das Blasrohr entweicht;

Ω den Querschnitt der Mündung des Blasrohres;

$\mathfrak{A}$ den Druck der Atmosphäre auf einen Quadratmeter;

$\alpha + \beta \mathfrak{A}$ das Gewicht eines Kubikmeters Dampf von einer Atmosphäre Spannung, so ist die mittlere Ausströmungs-Geschwindigkeit:

$$\frac{S}{\Omega (\alpha + \beta \mathfrak{A})}$$

und dieser entspricht eine Geschwindigkeitshöhe

$$\frac{1}{2\,g}\,\frac{S^2}{\Omega^2\,(\alpha + \beta\,\mathfrak{A})^2}$$

Es ist aber $\frac{1}{2\,g\,(\alpha + \beta\,\mathfrak{A})}$ eine constante Zahl, die wir mit C bezeichnen wollen. Da es sich nur um eine Proportionalität handelt, so können wir nun setzen:

$$C\,\frac{S^2}{\Omega^2} = L^2\left\{\frac{c\lambda}{R^2} + \frac{1}{2\,g\,\gamma^2}\left(\frac{1}{\omega}\right)^2\left[1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2 + \frac{2\,g\,\mu\,F}{\omega}\right]\right\} \quad . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Aus dieser Gleichung folgt:

$$L = \frac{S}{\Omega}\sqrt{\left\{\frac{C}{\frac{c\,\lambda}{R^2} + \frac{1}{2\,g\,\gamma^2}\left(\frac{1}{\omega}\right)^2\left[1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2 + \frac{2\,g\,\mu\,F}{\omega}\right]}\right\}} \quad . \; . \; . \; . \quad (6)$$

Dieser Ausdruck bestimmt also unter der mit der Natur der Sache wahrscheinlich harmonirenden Voraussetzung: dass die Differenz zwischen dem atmosphärischen Druck und dem in der Rauchkammer herrschenden Druck der Geschwindigkeitshöhe, die der Ausströmung des Dampfes aus dem Blasrohr entspricht, proportional ist, die Luftmenge in Kilogrammen, die in einer Sekunde in die Kesselfeuerung einströmt.

Diese Luftmenge ist der Verdampfung S direkt, und dem Querschnitt der Blasrohrmündung verkehrt proportional. Damit die Pressungen in den Cylindern vor den Kolben möglichst klein ausfallen, soll die zur Erzeugung einer gewissen Dampfmenge erforderliche Luftmenge mit einer möglichst weiten Blasrohrmündung herbeigeführt werden. Es ist also für die Verwendung des Brennstoffes vortheilhaft, wenn der Nenner der Grösse unter dem Wurzelzeichen des Ausdrucks (6) klein ausfällt, d. h. es ist vortheilhaft: 1) eine grosse Rostfläche; 2) eine geringe Dicke der Brennstoffschichte; doch darf diese nicht unter eine gewisse Gränze herabsinken, weil sonst zu viel Luft in den Feuerraum eintreten könnte; 3) eine grosse Summe der Querschnitte aller Heizröhren; 4) die Contraktion beim Eintritt der Luft in die Heizröhren möglichst zu vermindern. In dieser Hinsicht sind die Ringe zur Befestigung der Röhren nicht gut, sondern es ist besser, wenn die Ränder der Röhren umgebogen werden.

Die Dampfausströmung und der mittlere Druck vor dem Kolben.

Die Bestimmung der Dampfausströmung ist mit grossen Schwierigkeiten verbunden, indem der Dampf nicht direkt in die freie Luft entweicht, sondern erst das Blasrohr durchströmt, um zuletzt durch die Mündung desselben zu entweichen. Die folgende Annäherungsrechnung beruht auf Voraussetzungen, die sich von der Wahrheit ziemlich weit entfernen dürften, aber die Resultate scheinen dennoch der Natur der Sache angemessener zu sein, als man vermuthen sollte.

Ich nehme an:

1. Die Spannung des Dampfes vor dem Kolben im Cylinder sei während der Kolbenbewegung constant. Diese Voraussetzung ist für den Beginn der Kolbenbewegung gewiss ganz unrichtig, sie gilt jedoch, wie auch Versuche gezeigt haben, wenn einmal der Kolben das erste Viertel seines Schubes zurückgelegt hat.

2. In der ganzen Ausdehnung des Blasrohres bis in die Nähe seiner Mündung sei die Dampfspannung unveränderlich; diese Voraussetzung ist, wenn die Kolben langsam spielen, sehr unrichtig, gehen aber die Kolben sehr schnell, so folgen die einzelnen Ausströmungen so schnell auf einander, dass sie das Ohr kaum noch zu unterscheiden vermag, und für diesen Zustand kann man wohl annehmen, dass im Blasrohr nahe eine constante Spannung herrscht.

Nennt man:

S die Dampfmenge in Kilogrammen, welche in jeder Sekunde durch das Blasrohr ausströmt, so ist $\frac{1}{2}$ S die Dampfmenge, die im Mittel genommen in jeder Sekunde aus einem Cylinder entweicht;

$\mathfrak{A}_1$ die Spannung des Dampfes im Cylinder vor dem Kolben; $\mathfrak{A}_1$ bedeutet also den mittleren der Bewegung des Kolbens entgegenwirkenden Druck;

y die constante Spannung des Dampfes im Blasrohr;

$\mathfrak{A}$ den Druck der Atmosphäre auf 1 Quadratmeter;

$\left.\begin{matrix}\alpha + \beta \mathfrak{A}_1 \\ \alpha + \beta y \\ \alpha + \beta \mathfrak{A}\end{matrix}\right\}$ die Dichten der Dämpfe, deren Spannungen $\mathfrak{A}_1$, y und $\mathfrak{A}$ sind;

i die Wassermenge, welche durch jedes Kilogramm Dampf mit fortgerissen wird;

O Ω_1 Ω die Querschnitte des Dampfcylinders, eines Dampfkanales und der Mündung des Blasrohres.

Wenn man annimmt, dass der Dampf an den Ecken und Biegungen der Kanäle, die er zu durchströmen hat, um aus dem Cylinder in das Blasrohr zu gelangen, seine Geschwindigkeit, die er im Querschnitt Ω_1 besitzt, verliert, so sind

$$\sqrt{\frac{2g}{\beta(1+i)} \text{lognat.} \frac{\alpha + \beta \mathfrak{A}_1}{\alpha + \beta y}} \qquad \sqrt{\frac{2g}{\beta(1+i)} \text{lognat.} \frac{\alpha + \beta y}{\alpha + \beta \mathfrak{A}}}$$

die Geschwindigkeiten des Gemenges aus Dampf und Wasser in den Querschnitten Ω_1 und Ω. Man hat daher:

$$\frac{1}{2} S = \frac{2}{\pi} \Omega_1 (\alpha + \beta y) \sqrt{\frac{2g}{\beta(1+i)} \text{lognat.} \frac{\alpha + \beta \mathfrak{A}_1}{\alpha + \beta y}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)^*$$

$$S = \Omega (\alpha + \beta \mathfrak{A}) \sqrt{\frac{2g}{\beta(1+i)} \text{lognat.} \frac{\alpha + \beta y}{\alpha + \beta \mathfrak{A}}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Allein da $\mathfrak{A}_1$ und y nicht viel von $\mathfrak{A}$ verschieden sein können, so darf man sich erlauben:

$$\text{lognat.} \frac{\alpha + \beta \mathfrak{A}_1}{\alpha + \beta y} = \text{lognat.} \left(1 + \frac{\beta (\mathfrak{A}_1 - y)}{\alpha + \beta y}\right) = \frac{\beta (\mathfrak{A}_1 - y)}{\alpha + \beta y}$$

$$\text{lognat.} \frac{\alpha + \beta y}{\alpha + \beta \mathfrak{A}} = \text{lognat.} \left(1 + \frac{\beta (y - \mathfrak{A})}{\alpha + \beta \mathfrak{A}}\right) = \frac{\beta (y - \mathfrak{A})}{\alpha + \beta \mathfrak{A}}$$

---

*) Es ist hier der mittlere Werth $\frac{\pi}{2\omega}$ der Ausströmungs-Oeffnung in Rechnung gebracht. Dieser mittlere Werth ist nämlich:

$$\frac{2}{\pi} \omega \int_0^{\frac{\pi}{2\omega}} \Omega_1 \sin. \omega t \, dt = \frac{2}{\pi} \Omega_1$$

zu setzen. Dann werden die Ausdrücke (1) und (2):

$$\frac{1}{2}\,\mathrm{S} = \frac{2}{\pi}\,\Omega_1\,(\alpha+\beta\,\mathrm{y})\sqrt{\frac{2\,\mathrm{g}}{1+\mathrm{i}}\,\frac{\mathfrak{A}_1-\mathrm{y}}{\alpha+\beta\,\mathrm{y}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

$$\mathrm{S} = \Omega\,(\alpha+\beta\,\mathfrak{A})\sqrt{\frac{2\,\mathrm{g}}{1+\mathrm{i}}\,\frac{\mathrm{y}-\mathfrak{A}}{\alpha+\beta\,\mathfrak{A}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

oder wenn man diese Ausdrücke quadrirt:

$$\frac{1}{4}\,\mathrm{S}^2 = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \Omega_1^2\,\frac{2\,\mathrm{g}}{1+\mathrm{i}}\,(\mathfrak{A}_1-\mathrm{y})\,(\alpha+\beta\,\mathrm{y}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

$$\mathrm{S}^2 = \Omega^2\,\frac{2\,\mathrm{g}}{1+\mathrm{i}}\,(\mathrm{y}-\mathfrak{A})\,(\alpha+\beta\,\mathfrak{A}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Sucht man aus (6) den Werth von y und setzt ihn in (5), so findet man:

$$\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{A} + \frac{\mathrm{S}^2(1+\mathrm{i})}{2\,\mathrm{g}\,(\alpha+\beta\,\mathfrak{A})}\left\{\frac{1}{\Omega^2} + \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}{4\,\Omega_1^2}\;\frac{1}{1+\frac{\mathrm{S}^2(1+\mathrm{i})}{2\,\mathrm{g}\,\Omega^2}\,\frac{\beta}{(\alpha+\beta\,\mathfrak{A})^2}}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

und da, wegen der Kleinheit von β, $\frac{\mathrm{S}^2(1+\mathrm{i})}{2\,\mathrm{g}\,\Omega^2}\,\frac{\beta}{(\alpha+\beta\,\mathfrak{A})^2}$ gegen die Einheit sehr klein ist, also vernachlässigt werden kann, so erhält man:

$$\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{A} + \frac{\mathrm{S}^2(1+\mathrm{i})}{2\,\mathrm{g}\,(\alpha+\beta\,\mathfrak{A})}\left\{\frac{1}{\Omega^2} + \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}{4\,\Omega_1^2}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Berücksichtigt man auch die Contraktion in dem Querschnitt $\frac{2}{\pi}\,\Omega_1$ und bezeichnet den Contractions-Coeffizienten mit m_1, so wird:

$$\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{A} + \frac{\mathrm{S}^2\,(1+\mathrm{i})}{2\,\mathrm{g}\,(\alpha+\beta\,\mathfrak{A})}\left[\left(\frac{1}{\Omega}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{4\,\Omega_1\,\mathrm{m}_1}\right)^2\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Vermittelst dieser Formel ist die folgende Tabelle berechnet:

Dampf-produktion per 1 Sekunde in Kilg.	Druck im Cylinder vor dem Kolben auf 1 Quadratcentimeter, wenn der Durchmesser der Mündung des Blasrohres ist:					
	5 Centim.	6 Centim.	7 Centim.	8 Centim.	9 Centim.	10 Centim.
0·6	2·063	1·564	1·348	1·244	1·189	1·157
0·8	2·864	1·976	1·594	1·409	1·310	1·254
1·0	—	2·507	1·909	1·620	1·466	1·378
1·2	—	—	2·296	1·879	1·657	1·530
1·4	—	—	2·752	2·184	1·882	1·709
1·6	—	—	—	2·536	2·142	1·919
1·8	—	—	—	—	2·437	2·151
2·0	—	—	—	—	—	2·414

Bei der Berechnung dieser Tabelle wurden für i, Ω_1, $\alpha + \beta \mathfrak{A}$, $2g$, k_1 folgende constante Werthe angenommen:

$$i = 0{\cdot}2 \quad \Omega_1 = 0{\cdot}01 \quad \alpha + \beta \mathfrak{A} = 0{\cdot}59 \quad 2g = 19{\cdot}62 \quad m_1 = 0{\cdot}6$$

Theoretische Bestimmung der wesentlichsten Abmessungen eines Lokomotivkessels.

Wenn ich im Nachstehenden zur Bestimmung der wesentlichsten Abmessungen eines Lokomotivkessels ein etwas complizirtes Formelwerk aufstelle, so geschieht es nicht in der Meinung, dass man darnach die Dimensionen von neu zu erbauenden Kesseln berechnen solle, sondern nur um zu zeigen, wie sich die Abmessungen nach den Anforderungen ändern. Wir werden aber doch auch für die Praxis einige einfache Regeln gewinnen.

Zur Lösung unserer Aufgabe müssen wir mehrere Resultate der vorhergehenden Untersuchungen zusammenfassen. Diese Resultate sind:

Die Formel (16), Seite 52, nämlich:

$$\frac{W}{B \mathfrak{H}} = \left[1 - (w - u_0) \frac{s L}{B \mathfrak{H}}\right] \left(1 - e^{-\frac{F k}{L s}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Die Formel (5), Seite 59, nämlich:

$$c \left(\frac{S}{\Omega L}\right)^2 = \frac{c \lambda}{R^2} + \frac{1}{2 g \gamma^2} \left(\frac{1}{\omega}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2 + \frac{2 g \mu F}{\omega}\right] \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Die Formel (9), Seite 61, nämlich:

$$\mathfrak{A}_1 - \mathfrak{A} = \frac{S^2 (1 + i)}{2 g (\alpha + \beta \mathfrak{A})} \left[\left(\frac{1}{\Omega}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{4 \Omega_1 m_1}\right)^2\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Nebst diesen Formeln brauchen wir noch folgende:

$$\left(\frac{W}{B\mathfrak{H}}\right) B \mathfrak{H} = [650 - t_0 + (w - t_0)\, i]\, S \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

$$L = \left(\frac{L}{B}\right) B \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Die Formel (4) drückt aus, dass die in einer Sekunde in den Kessel eindringende Wärmemenge verwendet wird, um in jeder Sekunde S Kilogramme Dampf zu bilden und ferner um $i\,s$ Kilogramme Wasser, das vom Dampf mit fortgerissen wird, von der Temperatur t_0 des Tenderwassers auf die Temperatur w des Kesselwassers zu bringen.

Aus diesen Gleichungen (1) bis (5) kann man zunächst ersehen, das zwei geometrisch ähnlich construirte, verhältnissmässig gleich stark geheizte Kessel sowohl für die Bildung, als auch für die Benutzung des Dampfes gleich vortheilhaft sind. Die Wahrheit dieses Ausspruches ist am leichtesten durch spezielle Annahmen zu erkennen. Nehmen wir z. B. an, alle linearen Dimensionen eines Kessels II seien $\sqrt{2}$ mal so gross, als die analogen Dimensionen eines Kessels I, dann sind die Werthe von $\Omega\ \Omega_1\ F\ R\ \omega$ für den Kessel II zwei mal so gros als für den Kessel I. Eine verhältnissmässig gleich starke Heizung dieser Kessel findet statt, wenn die Höhe λ der Brennstoffschichte in beiden Kesseln gleich gross ist und wenn in II per 1 Sekunde zweimal so viel Brennstoff verbrannt wird als in I. Die für beide Kessel übereinstimmenden Grössen sind:

$$\mathfrak{H} \quad t_0 \quad w \quad i \quad m_1 \quad s \quad c \quad \lambda \quad \gamma \quad \mu \quad g \quad C \quad m$$

Aus der Gleichung (2) folgt zunächst, dass $\frac{S}{L}$ für beide Kessel den gleichen Werth hat; denn der Werth des Ausdruckes rechter Hand des Gleichheitszeichens wird für den Kessel II vier mal so gross als für I, der Ausdruck linker Hand muss also für II vier mal so gross werden als für I, dies ist aber nur möglich, wenn $\left(\frac{S}{L}\right)$ für beide Kessel den gleichen Werth hat.

Aus (1) und (4) folgt:

$$\frac{650 - t_0 + (w - t_0)\, i}{\mathfrak{H}\, B}\, \frac{S}{L} = \frac{\left[1 - (w - u_0)\, \frac{s\, L}{B\, \mathfrak{H}}\right]}{L} \left(1 - e^{-\frac{F\, k}{L\, s}}\right) \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

Da $\frac{S}{L}$, wie wir eben gezeigt haben, für beide Kessel den gleichen Werth hat, so wird wegen B der Ausdruck linker Hand des Gleichheitszeichens von (6) für II halb so gross, als für I; es muss also auch der Ausdruck rechter Hand des Gleichheitszeichens für II halb so gross werden als für I. Dies ist aber nur möglich, wenn für II L noch einmal so gross ist als für I. Es ist somit nachgewiesen, dass die Werthe von $\frac{S}{L}\ \frac{B}{L}\ \frac{F}{L}$ für beide Kessel gleich grosse Werthe haben.

Hiernach folgt aber aus (1), dass das Güteverhältniss $\frac{W}{B\mathfrak{H}}$ für den einen Kessel so gross ist, wie für den andern, dass also die Dampferzeugung in beiden gleich vortheilhaft erfolgt.

Aus (3) folgt ferner, dass der Werth von $\mathfrak{A}_1$, d. h. die Spannung in den Cylindern vor den Kolben, in beiden Anordnungen gleich gross ausfällt, denn der Voraussetzung gemäss ist am Kessel II Ω und Ω_1 noch einmal so gross als am Kessel I. Der Ausdruck rechter Hand des Gleichheitszeichens von (3) hat demnach für beide Kessel den gleichen Werth, es muss dies also auch hinsichtlich $\mathfrak{A}_1 - \mathfrak{A}$ der Fall sein.

Somit ist nun der Anfangs ausgesprochene Satz erwiesen. Man kann denselben noch allgemeiner aussprechen, indem man sagt: Alle Kessel, wie auch ihre Anordnungen beschaffen sein mögen, sind für die Bildung und Verwendung des Dampfes gleich vortheilhaft: 1) wenn die Flächenverhältnisse $\frac{R}{F}$ $\frac{\omega}{F}$ $\frac{\Omega}{F}$ $\frac{\Omega_1}{F}$ übereinstimmen; 2) wenn die Dicke λ der Brennstoffschichte den gleichen Werth hat; 3) wenn sie alle gleich stark geheizt werden, d. h. wenn für alle Kessel $\frac{B}{F}$ einerlei Werth hat.

Dies ist aber die Regel, die man seit langer Zeit gleichsam instinktiv in der Praxis befolgt hat, und die darauf hinausläuft, dass man um gute Kesselconstruktionen zu erhalten, nichts zu thun hat, als bereits bestehende Constructionen, die sich bewährt haben, in einem grösseren oder kleineren Maasstab nachzubilden. Man braucht also für die gewöhnliche Praxis zur Bestimmung der Abmessungen eines Kessels kein complizirtes Formelwerk, sondern es genügen aus der Erfahrung entnommene Verhältnisse für $\frac{R}{F}$ $\frac{\omega}{F}$ $\frac{\Omega}{F}$ $\frac{\Omega_1}{F}$.

Allein es gibt Fälle, in denen man durch Nachahmung von Bestehendem nicht gut zum Ziele kommt, und dies gilt insbesondere auch von den Lokomotivkesseln. Man kann die Kessel für starke und schwache Lokomotive nicht geometrisch ähnlich machen, denn die Kessel für starke Lokomotive würden nach dieser Regel eine unverhältnissmäsige Länge erhalten, man muss starke Kessel verhältnissmäsig kürzer und weiter anordnen; auch ist es überhaupt zweckmässig, die Breite der Feuerbüchse und die horizontalen Durchmesser des Röhrenkessels so gross anzunehmen, als es die Spurweite der Bahn, die Radstellung und die Lage der Rahmen nur immer erlauben und nach diesen Annahmen die übrigen Dimensionen des Kessels zu bestimmen. Zu diesem Behufe können wir uns der Formeln (1) bis (5) bedienen. Es folgt aus denselben, wenn man das Güteverhältniss $\frac{W}{B\mathfrak{H}} = \mathfrak{p}$ setzt:

$$B = \frac{S}{\mathfrak{p}\,\mathfrak{H}} \left[(650 - t_0) + (w - t_0)\,i\right] \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

$$L = \left(\frac{L}{B}\right) B \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

$$\frac{1}{\Omega} = \frac{1}{S} \sqrt{\left\{\frac{2\,g\,(\mathfrak{A}_1 - \mathfrak{A})\,(\alpha + \beta\,\mathfrak{A})}{1+i} - \left(\frac{\pi S}{4\,\Omega_1\,m_1}\right)^2\right\}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

$$F = L\,\frac{s}{k}\,\text{lognat.} \left\{ \frac{1 - (w - u_0)\,\frac{s\,L}{B\,\mathfrak{H}}}{1 - \mathfrak{p} - (w - u_0)\,\frac{s\,L}{B\,\mathfrak{H}}} \right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{L} \sqrt{\left\{\frac{C}{c\,\lambda}\left(\frac{S}{\Omega}\right)^2 - \frac{1}{2\,g\,c\,\gamma^2\,\lambda}\left(\frac{L}{\omega}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2 + 2\,g\,\mu\,\frac{F}{\omega}\right]\right\}} \quad \ldots \quad (11)$$

Für einen zu construirenden Kessel ist zunächst als gegeben zu betrachten:

$$\mathfrak{H} \quad t_0 \quad w \quad i \quad m_1 \quad s \quad m \quad C \quad c \quad \lambda \quad \gamma \quad g \quad \mu$$

Soll der Kessel im Stande sein, eine bestimmte Quantität Dampf mit verhältnissmässig wenig Brennstoff zu erzeugen, und zwar bei einem schwachen schädlichen Vorderdruck $\mathfrak{A}_1$, so muss man folgende Annahmen machen:

1. Die Dampfmenge s, die in jeder Sekunde gebildet werden soll;
2. das Güteverhältniss $\mathfrak{p} = \frac{W}{B \cdot \mathfrak{H}}$, d. h. das Verhältniss zwischen der Wärmemenge, die in den Kessel eindringt und der Wärmemenge, die im Brennstoff enthalten ist;
3. die Pressung $\mathfrak{A}_1$, die in den Cylindern vor den Kolben eintreten darf;
4. Das Verhältniss $\frac{L}{B}$ zwischen der Luftmenge, die in den Feuerherd einströmt und der Brennstoffmenge, die verbrannt werden soll;
5. das Verhältniss $\frac{S}{\Omega_1}$ zwischen der Dampfmenge, die in jeder Sekunde gebildet werden soll und dem Querschnitt eines Dampfkanales an den Cylindern.

Nebst diesen Grössen ist es auch zweckmässig, noch die Spurweite, die Radstellung, die Rahmenlage und den Querschnitt des Röhrenkessels anzunehmen, und sich über den Durchmesser der engen Heizröhren zu entscheiden. Hiedurch wird aber ω, d. h. die Summe der Querschnitte aller Heizröhren bestimmt.

Vermittelst dieser Daten erhält man nun:

durch (7) die Brennstoffmenge, die in einer Sekunde auf dem Rost verbrannt werden muss;

durch (8) die Luftmenge, welche per 1″ in die Feuerung strömen muss;

durch (9) den Querschnitt der Blasrohrmündung;

durch (10) die totale Heizfläche des Kessels, endlich

durch (11) die Grösse der Rostfläche.

Aus dieser Gleichung (11) ersieht man, dass die Construktionsverhältnisse eines Kessels durch einen grossen Querschnitt desselben vortheilhaft werden. Macht man nämlich diesen Querschnitt gross, so erhalten die Heizröhren eine geringe Länge, und fällt der Werth von ω gross aus; der Rost kann also dann wie aus (11) erhellt, eine kleinere Ausdehnung erhalten.

Für die Construktion von mächtigen Lasten- oder Berglokomotiven ist eine enge Spurweite ein sehr misslicher Umstand. Bei einer grossen Spurweite kann man dem Röhrenkessel eine grosse horizontale Weite geben, und man erhält dann, selbst wenn man ihn cylindrisch rundet, eine geringe Länge. Ist die Spurweite eng, so muss man zu ovalen, oder überhaupt zu nicht einfach cylindrisch gerundeten Formen seine Zuflucht nehmen, was für die Solidität nicht gut ist und die Ausführung in mancher Hinsicht erschwert.

Die Formeln (7) bis (11) geben folgende numerische Werthe.

Setzt man:

$$t_0 = 60^\circ \quad w = 150^\circ \quad i = 0{\cdot}3 \quad \mathfrak{H} = 7000 \quad \frac{L}{B} = 16 \quad s = 0{\cdot}2669 \quad k = \frac{1}{158}$$

so geben die Formeln (7), (8), (10):

für $\mathfrak{p}$ =	0·50	0·55	0·60	0·65	0·70
$\frac{B}{S}$ =	0·176	0·160	0 147	0·135	0·126
$\frac{S}{B}$ =	5·68	6·25	6·80	7·40	7·93
$\frac{L}{S}$ =	2·82	2·58	2·35	2·16	2·02
$\frac{F}{S}$ =	94	99	106	111	123

Nimmt man an, dass die mittlere Spannung des Dampfes in den Cylindern vor den Kolben $1 + \frac{1}{4}$ Atmosphäre betragen dürfe, so ist $\mathfrak{A}_1 - \mathfrak{A} = \frac{1}{4}\, 10330 = 2582$ Kilogramm. Setzt man ferner:

$$\frac{S}{\Omega_1} = 80 \qquad m_1 = 0{\cdot}6 \qquad \pi = 3{\cdot}14 \qquad \alpha + \beta\,\mathfrak{A} = 0{\cdot}59 \qquad i = 0{\cdot}3 \qquad g = 9{\cdot}81$$

so gibt die Formel (9) für den Querschnitt des Blasrohres:

$$\Omega = \frac{S}{110} \text{ Quadratmeter}$$

Was die Formel (11) betrifft, so fehlen mir direkte Messungen über die in der Feuerbüchse und in der Rauchkammer unter gewissen Umständen herrschenden Spannungen, ich vermuthe jedoch, dass man der Wahrheit nahe kommen wird, wenn man setzt:

$$c = 5 \qquad C = 0{\cdot}002$$

Vermittelst dieser Werthe und wenn man ferner nimmt $\lambda = 0{\cdot}6 \quad g = 9{\cdot}81 \quad \gamma = 0{\cdot}5$ (Gewicht von 1 Kubikmeter Luft bei 500° Temperatur) $\mu = 0{\cdot}0003302 \quad m = 0{\cdot}6$ gibt die Formel (11):

$$\frac{L}{R} = \sqrt{\left[0{\cdot}00066\left(\frac{S}{\Omega}\right)^2 - \left(\frac{L}{\omega}\right)^2\left(0{\cdot}0491 + 0{\cdot}00022\,\frac{F}{\omega}\right)\right]} \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

Wenn das Güteverhältniss des Kessels 60% beträgt, haben wir gefunden:

$$L = \frac{2{\cdot}35}{106}\,F = \frac{F}{45} \qquad S = \frac{F}{106}$$

Für diese Verhältnisse und wenn man ferner $\frac{S}{\Omega} = 110$ nimmt, folgt aus obiger Formel:

$$\frac{F}{R} = \sqrt{\left[16171 - \left(\frac{F}{\omega}\right)^2\left(0{\cdot}0491 + 0{\cdot}00022\,\frac{F}{\omega}\right)\right]} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Die numerischen Werthe dieses Ausdruckes sind:

$$\text{für } \frac{F}{\omega} = 150 \qquad 200 \qquad 250 \qquad 300$$
$$\frac{F}{R} = 120 \qquad 111 \qquad 98 \qquad 76$$

Heizung der Lokomotivkessel.

Die Art und Weise, wie die Lokomotivkessel geheizt werden sollen, um eine möglichst ökonomische Verwendung des Brennstoffes zu erzielen, ist durch die Erfahrung noch nicht entschieden. Gewöhnlich wird die Feuerbüchse vor der Abfahrt des Zuges in der Art mit Coaks gefüllt, dass die Oberfläche der Brennstoffmasse eine muldenförmige Fläche bildet, die von den unteren Röhren des Röhrenkessels an gegen den unteren Rand der Heizthüre concav bogenförmig ansteigt. Die mittlere Dicke dieser Brennstoffmasse (das Volumen derselben dividirt durch den Querschnitt des Feuerkastens) beträgt dann durchschnittlich 0·7 Meter. Diese Brennstoffmenge wird aber während der Fahrt nicht beibehalten, sondern man fährt, ohne nachzufeuern so lange fort, bis die mittlere Dicke der Brennstoffschichte 0·3 bis 0·4 Meter beträgt, und sucht sodann diesen Füllungszustand während der weiteren Fortsetzung der Fahrt zu erhalten. Besondere Versuche zur Ermittlung der vortheilhaftesten oder angemessensten Feuerungsart sind meines Wissens bis jetzt nur auf den österreichischen Staatsbahnen angestellt worden, und werden auch jetzt noch immer fortgesetzt. Die österreichischen Ingenieure glauben durch ihre Versuche zu dem Ergebniss gekommen zu sein, dass für eine vortheilhafte Verwendung des Brennstoffes die Dicke der Coaksschichte nicht mehr als 0·1 Meter, also nur den siebenten Theil von der durchschnittlich üblichen, oder gerade nur so viel betragen soll, als in den mit Steinkohlen gefeuerten Fabrikdampfkesseln. Dieses Ergebniss muss auf unrichtigen Beobachtungen, oder es muss auf einem Fehlschluss beruhen. Es weiss doch Jedermann, dass die Lokomotive beinahe nicht, oder nur schwach, dass dagegen die Fabrikkamine in der Regel sehr stark rauchen; es lehrt also schon der Augenschein, dass in den Lokomotivkesseln die Verbrennung wenigstens eben so vollkommen erfolgt, als in den Fabrikkesseln, obgleich in den Ersteren die Dicke der Brennstoffschichte oftmals siebenmal so gross ist, als in den Letzteren. Schon diese Thatsachen lassen vermuthen, dass es auf die Dicke der Brennstoffschichte allein nicht ankommen kann; bedenkt man aber ferner, dass in den Cupolöfen bei einer Brennstoffschichte von 2 Meter und in den Hochöfen bei einer Brennstoffschichte von 10 Meter Dicke eine äusserst vollkommene Verbrennung ohne Rauchentwicklung stattfindet, so muss man die Ueberzeugung gewinnen, dass gleich vollkommene Verbrennungen bei sehr verschiedenen Dicken der Brennstoffschichte stattfinden können, man wird aber auch bemerken, dass die Lebhaftigkeit der Anfachung zur Dicke der Brennstoffschichte in einem umgekehrten Verhältniss steht. Die Dicke der Coaks- oder Kohlenschichte beträgt: 1) in den mit sehr schwacher Anfachung arbeitenden *Cornwall*'schen Dampfkesseln nur 0·08 Meter; 2) in den gewöhnlichen durch ein Kamin schwach angefachten Feuerungen der Fabrikkessel 0·10 bis 0·12 Meter; 3) in den stark durch die Dampfausströmung angefachten Lokomotivkesseln 0·4 bis 0·7 Meter; 4) in den durch Ventilatoren angefachten Cupolöfen circa 2 Meter; endlich 5) in den durch mächtige Cylindergebläse angefachten Hochöfen 10 bis 15 Meter.

Aus diesen Thatsachen ersieht man, dass eine vollkommene Verbrennung nicht durch die Dicke der Brennstoffschichte, sondern durch das Verhältniss der Dicke der Schichte zur Lebhaftigkeit der Anfachung bedingt ist. Dieses Verhältniss drückt aber auch die Zeit aus, in der die Luft durch die Brennstoffschichte geht, oder es drückt die Zeit aus, während welcher die Luft mit dem gluthenden Brennstoff in Berührung bleibt; d. h. es folgt aus diesen Thatsachen der Wirklichkeit, dass eine vollkommene Verbrennung dann stattfindet, wenn die das Verbrennen unterhaltende Luft eine gewisse Zeit mit dem im verbrennenden Zustand befindlichen Brennstoff in Berührung bleibt.

Nennen wir nun:

R die Rostfläche;

mR die Summe der Querschnitte aller Luftspalten zwischen den Roststäben;

F die totale Heizfläche eines Kessels;

$\mathfrak{B}$ das Volumen der auf dem Rost liegenden Brennstoffmenge (Coaks oder Steinkohlen);

$\Delta = \frac{\mathfrak{B}}{R}$ die mittlere Dicke der auf dem Rost liegenden Brennstoffmenge;

B die Brennstoffmenge in Kilogrammen, welche in jeder Sekunde verbrennt;

v die Anfachungsgeschwindigkeit, welche wir nach der Geschwindigkeit messen wollen, mit welcher die Luft die Rostspalten durchströmt;

so sind wir zunächst nach den oben angegebenen Thatsachen der Wirklichkeit berechtigt zu setzen:

$$\varDelta = \alpha v \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

wobei nun α die durch Erfahrung für jede besondere Brennstoffart zu bestimmende Zeit bezeichnet, während welcher die das Verbrennen unterhaltende Luft mit dem im verbrennenden Zustand befindlichen Brennstoff in Berührung bleiben soll.

Es ist ferner:

$$\mathfrak{B} = \varDelta R \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Bei gleich vollkommener Verbrennung muss die durch die Rostspalten in einer Sekunde einströmende Luftmenge $v\,m\,R$ der Brennstoffmenge B, die in jeder Sekunde verbrennen soll, proportional sein. Wir müssen daher setzen:

$$v\,m\,R = \beta B \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

wobei β ein nur allein von der Natur des Brennstoffs abhängiger Coeffizient ist.

Aus diesen Gleichungen findet man leicht:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{B} &= \frac{\alpha\beta}{m} B \\ \varDelta &= \frac{\alpha\beta}{m} \frac{B}{R} \\ v &= \frac{\beta}{m} \frac{B}{R} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Die Coeffizienten α β m bestimmen wir für Coaks- oder Steinkohlen-Feuerungen auf folgende Art:

Für Fabrikkessel, die mit Steinkohlen gefeuert werden, ist m gleich $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$. Für Lokomotivkessel, die mit Coaks gefeuert werden, ist dagegen in der Regel m gleich $\frac{1}{2}$

Die kleinste Luftmenge, welche zum vollständigen Verbrennen von 1 Kilogramm Steinkohlen oder Coaks erforderlich ist, beträgt durchschnittlich 11 Kilogramm. Die wirkliche die Verbrennung unterhaltende Luftmenge darf um die Hälfte grösser, also zu $\frac{3}{2} \cdot 11$ oder noch zu 16 Kilogramm, oder zu $\frac{16}{1 \cdot 3} = 12$ Kubikmeter angenommen werden. Es ist daher für Steinkohlen- oder Coaksfeuerungen $\beta = 12$ zu setzen. Auf 1 Quadratmeter Rostfläche eines Fabrikkessels verbrennen in der Regel bei gut unterhaltener Feuerung stündlich 48 Kilogramm Steinkohlen, und dabei beträgt die Dicke der Kohlenschichte 0·1 Meter. Für eine solche Feuerung ist daher zu setzen:

$$\varDelta = 0{\cdot}1 \qquad \frac{B}{R} = \frac{48}{3600} = \frac{1}{76} \qquad m = 0{\cdot}25$$

und dann findet man aus der zweiten der Gleichungen (4):

$$\alpha\beta = m\,\varDelta\,\frac{R}{B} = 0{\cdot}25 \times 0{\cdot}1 \times 76 = 1{\cdot}9$$

Es ist aber $\beta = 12$, daher finden wir $\alpha = 0{\cdot}16$.
Vermittelst dieser Werthe von α und β geben die Gleichungen (4):

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{B} &= 1{\cdot}9\,\frac{B}{m} \\ \Delta &= 1{\cdot}9\,\frac{B}{m\,R} \\ v &= 12\,\frac{B}{m\,R} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Diese Gleichungen sagen aus: die erste, dass die auf dem Rost liegende Brennstoffmenge der in jeder Sekunde zu verbrennenden Menge proportional sein soll; die zweite und dritte, dass die Dicke der Brennstoffschichte und die Anfachungs-Geschwindigkeit der in 1 Sekunde zu verbrennenden Brennstoffmenge direkt und der Rostfläche verkehrt proportional sein soll.

Bestimmen wir den Coeffizienten α, indem wir von einer Lokomotivkesselheizung ausgehen, so finden wir für α den gleichen Werth. In einem Lokomotivkessel von 80 Quadratmetern Heizfläche verbrennen, wenn die mittlere Dicke der Brennstoffschichte 0·7 Meter beträgt und mit einer engen Blasrohrmündung heftig angefacht wird, auf 1 Quadratmeter Rostfläche in jeder Sekunde durchschnittlich 0·185 Kilogramm Coaks. Setzen wir in den Ausdruck:

$$\alpha\beta = m\,\Delta\,\frac{R}{B}$$

$$m = 0{\cdot}5 \qquad \Delta = 0{\cdot}7 \qquad \frac{B}{R} = 0{\cdot}185$$

so finden wir wie früher $\alpha\beta = 1{\cdot}9$.

Bezeichnen wir durch $\mathfrak{p}$ das Güteverhältniss einer Kesselheizung, so ist nach Gleichung (16), Seite 52:

$$\mathfrak{p} = a\left(1 - e^{-\frac{F\,k}{L\,s}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

wobei zur Abkürzung $1 - (w - u_0)\frac{s\,L}{B\,\mathfrak{H}} = a$ gesetzt wurde.

Aus diesem Ausdruck (6) findet man:

$$B = -\frac{\frac{B}{L}\,\frac{k}{s}}{\text{lognat.}\left(1 - \frac{\mathfrak{p}}{a}\right)}\,F \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Führt man diesen Werth von B in die Gleichungen (5) ein, so erhält man:

$$\mathfrak{B} = -\frac{1{\cdot}9}{m}\,\frac{\frac{B}{L}\,\frac{k}{s}}{\text{lognat.}\left(1 - \frac{\mathfrak{p}}{a}\right)}\,F \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

$$\left.\begin{aligned} \varDelta &= -\frac{1\cdot 9}{m}\,\frac{\frac{B}{L}\,\frac{k}{s}}{\text{lognat.}\left(1-\frac{p}{a}\right)}\,\frac{F}{R} \\ v &= -\frac{12}{m}\,\frac{\frac{B}{L}\,\frac{k}{s}}{\text{lognat.}\left(1-\frac{p}{a}\right)}\,\frac{F}{R} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Für eine gut unterhaltene Feuerung darf man setzen:

$$a = 0\cdot 9 \qquad k = \frac{1}{158} \qquad s = 0\cdot 2669 \qquad \frac{B}{L} = \frac{1}{16}$$

und dann findet man:

für						
p	$=$ 0·3	0·4	0·5	0·6	0·7	0·8
$\frac{B}{F_1}$	$=$ 0·0038	0·0026	0·0020	0·0014	0·0011	0·0007
$\frac{m\,\mathfrak{B}}{F}$	$=$ 0·0069	0·0047	0·0038	0·0027	0·0021	0·0013
$\frac{m\,\varDelta R}{F}$	$=$ 0·0069	0·0047	0·0038	0·0027	0·0021	0·0013
$\frac{m\,v\,R}{F}$	$=$ 0·0456	0·0312	0·0240	0·0168	0·0132	0·0084

Für Lokomotivkessel ist durchschnittlich $\frac{F}{R} = 90$, $m = 0\cdot 5$, und dann wird:

für							
p	$=$ 0·3	0·4	0·5	0·6	0·7	0·8	
$\varDelta$	$=$ 1·24	0·84	0·76	0·49	0·37	0·23	Meter.
v	$=$ 8·2	5·6	4·3	3·0	2·4	1·5	„

Für Fabrikkessel ist durchschnittlich $\frac{F}{R} = 15$ $m = 0\cdot 25$, und dann wird:

für							
p	$=$ 0·3	0·4	0·5	0·6	0·7	0·8	
$\varDelta$	$=$ 0·41	0·28	0·23	0·16	0·12	0·08	Meter.
v	$=$ 2·7	1·8	1·4	1·0	0·8	0·5	„