Beiträge zur Theorie der statischen Elektricität

Zehfuss, Johann Georg

Frankfurt a.M., 1865

Art. 7

Art. 7.

Die Schlusssätze der beiden vorigen Artikel erfordern eine nothwendige Ergänzung durch den Nachweis, dass der Minimalzustand von W unter den gemachten gänzlich allgemeinen Voraussetzungen nur durch eine einzige den Umständen angemessene Vertheilungsart der Elektricität erreichbar ist.

Untersuchen wir daher in diesem Artikel, ob die den Minimalzustand bedingenden Gleichungen (5) durch eine oder mehrere Vertheilungen befriedigt werden können.

Es ergab sich schon aus (7), dass über die Dichte im Inneren der leitenden Substanzen im Minimalzustande kein Zweifel obwalten kann, indem sie daselbst gleich Null ist. Daher kann allein noch die Frage entstehen, ob es eine nur auf den Grenzflächen angebrachte Massenanordnung oder mehrere dergleichen gebe, durch welche auf jeder Grenzfläche eine constante Potentialfunction erzeugt wird.

Indessen, sollte selbst diese alle Massen auf die Grenzflächen verweisende Beschränkung wegfallen, dennoch würde man aus dem Wesen der nachfolgenden Beweisführung erkennen, dass sie ebensowohl für den Fall von Massen im Inneren giltig bleiben würde.

Der constante Werth C einer solchen Potentialfunction würde selbstverständlich für die äussere wie für alle innere Grenzflächen des nämlichen Leiters A der nämliche sein, wie im Inneren desselben, dagegen würde er in den nichtleitenden Zwischenräumen variiren, bis er auf den Oberflächen der nächstbefindlichen Leiter wieder je einen im Allgemeinen von C verschiedenen, jedoch constanten Werth erlangte. Die inneren Hohlflächen letzter Ordnung, in welchen also keine weitere leitende Körper eingeschlossen sind, enthalten gar keine Elektricität, und die constante Potentialfunction hat in der leitenden Substanz wie in dem inneren Hohlraume und an der Grenzfläche beider einerlei Grösse.

Denn an der Grenzfläche findet zunächst die Gleichung statt $\overline{V} = C$; aber nach dem auf den letzten Hohlraum angewandten Satz in Art. 25 der cit. Gauss'schen Schrift, in Folge dessen die Potentialfunction von Massen, welche nicht innerhalb eines von einer Fläche umschlossenen Raumes liegen, der Potentialfunction auf der Fläche gleich ist, sobald letzteres constant ausfällt, ist auch $V = C$, und daher die Dichte an der Grenzfläche nach (12) gleich Null.

Den fraglichen Nachweis der Eindeutigkeit der Vertheilung im Gleichgewichtszustande anlangend, denke man sich nun die Gesammtheit aller leitenden Oberflächen in eine unendlich grosse Anzahl i unter sich gleicher Flächenstückchen zertheilt. Wird die in einem derselben enthaltene, der Dichte proportionale Masse $= x$ gesetzt, und die gegebenen reciproken Entfernungen der übrigen Oberflächentheilchen von dem ersten derselben gleich $b_1, c_1, d_1, \ldots l_1$, so ist der Werth der Potentialfunction aller Massen im fraglichen Puncte der Fläche A_1 offenbar

$$b_1 x_2 + c_1 x_3 + d_1 x_4 + \ldots + l_1 x_i = V_1,$$

wo V_1 die allen Grenzflächen des Körpers A_1 angehörige constante Potentialfunction bedeutet. Eine der vorigen analogen Gleichung lässt sich aber für jedes der i_1 Flächenelemente, welche den Grenzflächen des Körpers A_1 zukommen, anschreiben, sodass im Ganzen i_1 solcher Gleichungen entstehen, denen sich noch folgende $(i_1 + 1)$te beifügen lässt:

$$x_1 + x_2 + x_3 \ldots + x_{i_1} = M_1.$$

wo M_1 die als gegeben angenommene dem Leiter A_1 zugehörige Elektricitätsmenge bedeutet. Es existiren also $(i_1 + 1)$ Gleichungen ersten Grades zwischen den unbekannten $x_1, \ldots x_i$ und V_1.

Allein eben solche $(i_2 + 1)$ Gleichungen werden zwischen $x_1 \ldots x_i$ für die i_2 Elemente von A_2 und die Potentialfunction V_2, sowie die Masse M_2 des Leiters A_2 entstehen; desgleichen $(i_3 + 1)$ Gleichungen zwischen $x_1 \ldots x_i$ für die i_3 zu A_3 gehörigen Elemente und der zugehörigen constanten Potentialfunction V_3 etc., so dass demnach, wenn die allen einzelnen Körpern A zukommenden Massen $M_1, M_2, \ldots M_m$ gegeben sind, zwischen den $i + m$ Unbekannten

$$x_1\ x_2 \ldots x_i;\quad V_1, V_2 \ldots V_m$$

in der That eine Anzahl

$$i_1 + 1 + i_2 + 1 + \ldots i_m + 1 = i + m$$

Gleichungen ersten Grades existiren, welche im Allgemeinen alle Unbekannten eindeutig bestimmen.
