Mechanische Wärme-Theorie

Holtzmann, Karl Heinrich Alexander

Stuttgart, 1866

Clausius' Modification des Satzes

urn:nbn:de:bsz:31-272364

Analysis übersetzte und einzelne Theile theils weiter erläuterte, theils weiter ausdehnte.

Nach den Ansichten, welche wir jetzt über das Wesen der Wärme haben, ist die Ursache der bei den oben betrachteten Kreisprocessen gewonnenen Arbeit nicht der Uebergang der Wärme von einem wärmeren zu einem kälteren Körper, sondern die Umwandlung einer Quantität Wärme, lebendiger Kraft, in Arbeit, und diese Umwandlung ist hierbei nur begleitet von einem Uebergange einer andern Wärmemenge von einem wärmeren zu einem kälteren Körper. Wie hierbei dieser Uebergang zu betrachten und wie der oben mitgetheilte Carnot'sche Satz zu modificiren sei, hat Clausius gelehrt. Wir gehen zu dieser Betrachtung über.

Clausius' Modification des Satzes.

16. Ein Körper k wird durch verschiedene Operationen, bei denen er theils Spannungen ausgesetzt, theils erwärmt wird, durch verschiedene Zustände schliesslich wieder in seinen Anfangszustand gebracht, und zwar durch folgende 6 Operationen:

1) Der Körper k wird von der Temperatur θ auf die niedrigere θ_1 gebracht, indem er einer Spannung ausgesetzt wird, ohne dass Wärme dem Körper von der Umgebung zufliesse oder dahin abströme. Es wird hierbei das Volum und die Temperatur des Körpers sich ändern und eine äussere Arbeit auf ihn verwendet werden müssen.

2) Der Körper k werde nun mit einem zweiten Körper k_1 von der constanten Temperatur θ_1 in Berührung gebracht und ausgedehnt, wobei durch Zuströmen von Wärme von dem Körper k_1 die Temperatur von k auf θ_1 erhalten wird. Die hierbei zuströmende Wärmemenge sei Q_1; zugleich wird eine weitere äussere Arbeit auf den Körper übertragen.

3) Man trenne nun den Körper k_1 von k und lasse den letztern noch weiter sich ausdehnen, ohne dass Wärme von aussen zuströmt oder dahin abgegeben werde. Hierbei sinke die Temperatur auf θ_2; die Ausdehnung bedingt eine weitere auf den Körper übertragene Arbeit.

4) Man setze nun den Körper k mit einem dritten Körper k_2 von der constanten Temperatur θ_2 in Berührung und lasse ihn sich

zusammenziehen, wozu der an ihm angebrachte Zug passend vermindert werden muss. Damit die Temperatur hierbei θ_2 bleibe, muss der Körper Wärme an k_2 abgeben, und zugleich wird durch die Zusammenziehung eine Arbeit nach aussen abgegeben. Man setze diese Operation so lange fort, bis die an k_2 abgegebene Wärmemenge wieder Q_1 betrage.

5) Man trenne den Körper k von k_2 und lasse ihn weiter sich zusammenziehen, ohne dass Wärme von aussen zu- oder dahin abströme, und setze dies fort, bis die Temperatur, welche hierbei steigt, die anfängliche θ geworden ist. Bei dieser Operation wird wieder Arbeit nach aussen abgegeben.

6) Man bringe endlich den Körper k mit einem andern k_3 von der constanten Temperatur θ in Berührung und lasse den ersten sich ausdehnen, bis sein Volum wieder das anfängliche v geworden ist. Hierbei wird Wärme zufliessen, deren Menge Q sei, und zugleich wird Arbeit auf den Körper k verwendet.

Der Körper k ist durch diese 6 Operationen wieder in seinen ursprünglichen Zustand gebracht, die inneren Arbeiten werden sich ausgeglichen haben und die lebendige Kraft seiner Theilchen wird wieder die anfängliche sein. Es ist ihm die Wärmemenge $Q_1 - Q_1 + Q$ zugeführt worden, und dabei ist eine Summe von positiven und negativen Arbeiten auf ihn verwendet worden, welche gleich W sein soll. Damit ist nach Gleichung (1), in welcher $U = 0$ ist,

$$Q + AW = 0.$$

Ist Q positiv, so muss W negativ sein, d. h. es ist nicht eine Arbeit auf den Körper verwendet worden, sondern es ist Arbeit nach aussen abgegeben worden, welche der verwendeten Wärme äquivalent ist; die Wärmemenge Q ist in Arbeit umgesetzt worden. Damit dies erfolgt, muss die Wärmemenge Q_1 von dem Körper k_1 mit der Temperatur θ_1 auf den Körper k_2 mit der Temperatur θ_2 übergehen, von der höheren zur niedrigeren Temperatur.

Man kann nun den betrachteten Kreisprocess auch in der Weise umkehren, dass man den Körper k bei der Temperatur θ zuerst mit dem Körper k_3 von der Temperatur θ zusammenbringt und durch Verminderung der Zugkräfte k zusammenziehen lässt, bis die Wärmemenge Q von k auf k_3 übergegangen ist, wobei eine Arbeit nach aussen abgegeben wird, und dass man dann ebenso die Operationen 5, 4, 3, 2, 1 in umgekehrter Weise folgen lässt, wobei also in 4 die Wärmemenge Q_1 von k_2 bei der Temperatur θ_2 auf k übergeht und bei 2 dieselbe Wärmemenge von k bei der Temperatur θ_1 auf k_1 übergeht. Bei diesem Kreisprocesse wird schliesslich der Körper k wieder in seinem Anfangszustande sein, es wird die Arbeit W auf den Körper übertragen sein und dafür die äquivalente Wärmemenge Q gewonnen sein, zugleich aber die Wärmemenge Q_1 von dem kälteren Körper k_2 auf den wärmeren k_1 übergegangen sein.

Nimmt man statt des hier gebrauchten Körpers k einen andern L und lässt die Temperaturen und auch Q dasselbe sein, so muss auch nach obiger Gleichung die gewonnene oder verbrauchte Arbeit W dieselbe sein wie bei k. Würde nun bei dem mit L vorgenommenen Kreisprocesse die übergegangene Wärme Q_1 eine andere sein als bei dem Körper k, etwa grösser gleich Q_1', so könnte man mit k den beschriebenen Kreisprocess in der obigen Weise durchmachen, wobei die Wärmemenge Q verbraucht, die Arbeit —W gewonnen würde. Diese Arbeit könnte man dann auf den Körper L in der umgekehrten Weise verwenden, und würde dabei die früher verbrauchte Wärme Q wieder gewinnen, und alles wäre wie anfänglich, nur wäre bei dem ersten Kreisprocesse mit k die Wärmemenge Q_1 von der Temperatur θ_1 auf θ_2 herabgebracht, d. h. von dem wärmeren Körper k_1 auf den kälteren k_2 übergegangen, dagegen bei dem Processe mit L die grössere Wärmemenge Q_1' von dem kälteren Körper k_2 zu dem wärmeren θ_1, also nach Vollendung beider Processe ohne allen Aufwand an Arbeit oder Wärme eine gewisse Wärmemenge $Q_1' - Q_1$ von dem kälteren Körper zu dem wärmeren übergeführt worden. Dieselben beiden Kreisprocesse könnte man beliebig oft hinter einander wiederholen, und würde also dadurch eine beliebige Menge Wärme von dem kälteren Körper ohne allen Aufwand an Arbeit oder Wärme zu dem wärmeren Körper übergeführt haben.

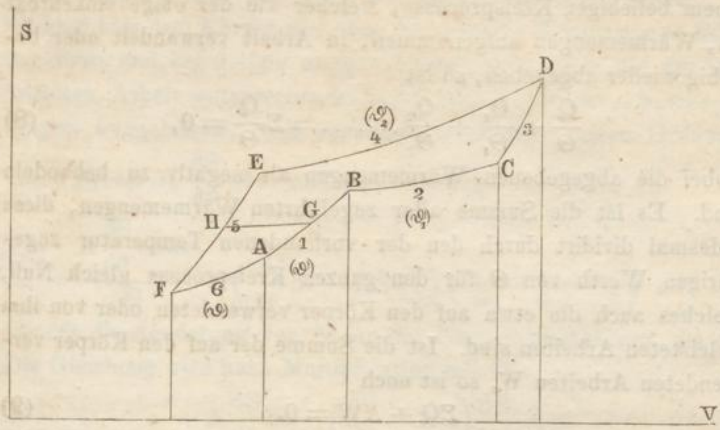
Dies scheint aber unmöglich zu sein, und wir nehmen daher an, dass $Q_1' = Q_1$ sei, welches auch die Körper k und L sind, was wir in dem Satze aussprechen: Es wird immer, wenn die Wärmemenge Q in Arbeit umgesetzt wird, zugleich eine bestimmte Wärmemenge Q_1 von der Temperatur θ_1 auf die niedrigere Temperatur θ_2

übergeführt, und dabei ist Q_1 zwar von θ_1 und θ_2 abhängig, nicht aber von der Art des Körpers, welcher bei dieser Verwandlung von Wärme in Arbeit verwendet wird, wenn nur dieser Körper schliesslich in seinem Anfangszustande sich befindet. Umgekehrt kann man durch Verwandlung einer bestimmten Arbeit in die Wärmemenge Q zugleich dieselbe Wärmemenge Q_1 der niedrigeren Temperatur θ_2 auf die höhere θ_1 überführen. Beide Fälle kann man in einen zusammenfassen, wenn man im ersten auch negative Wärmemengen zulässt, wobei man bei dem Uebergange der Wärme auch Q_1 immer positiv sein lassen kann, dann aber den Wärmeübergang von θ_2 nach θ_1 einführen muss.

Die Wärmemenge Q, welche bei der Temperatur θ dem Körper k zuströmen muss, um bei ihrem Umsatze in Arbeit von dem Uebergange der Wärmemenge Q_1 von der Temperatur θ_1 auf θ_2 begleitet zu sein, hängt von der Temperatur θ ab. Ist Q' die Wärmemenge, welche bei der Temperatur θ' zuströmend, bei ihrer Verwandlung in Arbeit von demselben Uebergange von Q_1 von der Temperatur θ_1 auf θ_2 begleitet ist, so wird man den ersten Kreisprocess wie oben vornehmen können und ihn in dem wiederholten (1) soweit fortsetzen können, bis die Temperatur des Körpers k nun θ' geworden ist. Reiht man nun einen zweiten Kreisprocess in umgekehrter Ordnung an, indem man Arbeit auf den Körper verwendet und dabei die Wärmemenge Q' bei der Temperatur θ' gewinnt, wobei die Wärmemenge Q_1 von θ_2 auf θ_1 gebracht wird, so wird durch beide Processe die Wärmemenge $Q - Q'$ in Arbeit verwandelt sein, und die Wärmemenge Q' von θ auf θ' übergegangen sein.

Man kann sich das graphisch versinnlichen, wenn man die Volumen des Körpers als Abscissen und die jedesmaligen Spannungen als Ordinaten aufträgt. Dabei erhält man für den ersten Kreisprocess die Figur ABCDEF und den Inhalt dieser Figur als die gewonnene Arbeit; für den zweiten erhält man die Figur GHEDCBG und den Inhalt dieser Figur als die geleistete Arbeit; AGHF ist dann die durch beide Processe gewonnene Arbeit und $Q - Q'$ die verwendete Wärme, während Q' von θ auf θ' übergegangen ist, alles andere sich aber wieder in demselben anfänglichen Zustande befindet. Es geht daraus hervor, dass die Menge der Wärme Q, welche in Arbeit umgesetzt wird, wenn die Wärme Q_1 von θ_1 auf

θ_2 übergeht, von der Temperatur θ abhängt, bei welcher die Wärme dem Körper zugeführt wird. Da die Wärmemengen Q und Q_1 ein-



ander bei denselben Temperaturen θ, θ_1 und θ_2 proportional sein werden, so kann man diesen Satz durch die Gleichung

$$Q\,f(\theta) = Q_1\,F(\theta_1, \theta_2)$$

aussprechen, wo f und F Functionszeichen sind. Ebenso hat man

$$Q'\,f(\theta') = Q_1\,F(\theta_1, \theta_2)$$

und also

$$Q\,f(\theta) = Q'\,f(\theta').$$

Dann aber hat man nach dem obigen

$$(Q - Q')\,f(\theta) = Q'\,F(\theta, \theta')$$

oder, wenn man hier $Q'\,f(\theta')$ für $Q\,f(\theta)$ setzt,

$$f(\theta') - f(\theta) = F(\theta, \theta'),$$

womit die erste der Gleichungen wird

$$Q\,f(\theta) = Q_1\,f(\theta_2) - Q_1\,f(\theta_1)$$

und hier muss $f(\theta)$ eine für alle Körper gleiche Function der Temperatur θ sein. Bezeichnet man diese der Einfachheit wegen mit $\frac{1}{\Theta}$, so wird die Gleichung

$$\frac{Q}{\Theta} + \frac{Q_1}{\Theta_1} - \frac{Q_1}{\Theta_2} = 0.$$

Diese Gleichung kann man so betrachten: Bei dem obigen Kreisprocesse wurden die Wärmemengen Q und Q_1 bei den Temperaturen θ und θ_1 dem Körper zugeführt, dagegen die Wärmemenge Q_1 bei der Temperatur θ_2 wieder abgeleitet. Sind also bei einem beliebigen Kreisprocesse, welcher wie der obige umkehrbar ist, Wärmemengen aufgenommen, in Arbeit verwandelt oder beliebig wieder abgegeben, so ist

$$\frac{Q}{\Theta}+\frac{Q_1}{\Theta_1}+\frac{Q_2}{\Theta_2}\ldots\ldots=\Sigma\frac{Q}{\Theta}=0, \tag{8}$$

wobei die abgegebenen Wärmemengen als negativ zu behandeln sind. Es ist die Summe aller zugeführten Wärmemengen, diese jedesmal dividirt durch den der vorhandenen Temperatur zugehörigen Werth von Θ für den ganzen Kreisprocess gleich Null, welches auch die etwa auf den Körper verwendeten oder von ihm geleisteten Arbeiten sind. Ist die Summe der auf den Körper verwendeten Arbeiten W, so ist noch

$$\Sigma Q + AW = 0. \tag{9}$$

Bei der obigen Ableitung ist vorausgesetzt, dass die Wärmeübergänge immer bei constanter Temperatur geschehen; wäre dies nicht der Fall, so könnte man obige Gleichung durch

$$\int\frac{dQ}{\Theta}=0 \tag{10}$$

ersetzen.

Bestimmung der Function, welche die Abhängigkeit der in Arbeit umgesetzten Wärme von der Temperatur des erwärmten Körpers gibt.

17. Es handelt sich nun zunächst darum, die Function Θ zu bestimmen. Leitet man zu dem Körper k von der Masse 1 zuerst bei der constanten Temperatur θ die Wärmemenge

$$dQ=\frac{dU}{dv}dv-ASdv$$

und lässt dann ohne Wärme-Zu- oder Abfluss die Temperatur um $d\theta$ steigen; lässt man dann die Temperatur vom Anfangszustande ausgehend zuerst um $d\theta$ steigen, und bringt dann bei der Temperatur $\theta+d\theta$ Wärme zu, bis das Volum $v+dv$ wird, wozu in den unendlich Kleinen der ersten Ordnung wieder das oben angegebene dQ erforderlich ist; so ist der Körper auf beiden Wegen in denselben Endzustand gebracht, und wenn man die zweite Operation in umgekehrter Weise an die erste anschliesst, also zuerst die