Mechanische Wärme-Theorie

Holtzmann, Karl Heinrich Alexander

Stuttgart, 1866

Carnot's Satz

urn:nbn:de:bsz:31-272364

Das Verhältniss dieser beiden lebendigen Kräfte ist daher

$$\frac{2c}{3(c_1 - c)} = \frac{2}{3\left(\frac{c_1}{c} - 1\right)}.$$

Dies gibt für die einfachen Gase, für welche $\frac{c_1}{c}$ denselben Werth zu haben scheint (diesen Werth 1,411 gesetzt) 1,622, so dass also für die lebendige Kraft der Drehung der Atome 0,622 von der lebendigen Kraft des Fortschreitens bleibt, unabhängig von der Temperatur und dem Volumen des Gases.

Kreisprocesse.

Carnot's Satz.

15. Ich gehe nun zur Betrachtung der Gleichung (7). Es ist dort ein Körper von der Masse Eins betrachtet, welcher anfänglich das Volum v und die Temperatur θ hat, indem er unter dem allseitigen Zuge S steht. Lässt man diesen Körper sich um dv ausdehnen und erhält dabei die Temperatur, indem man Wärme zuführt, welche durch dQ_1 bezeichnet sein soll, so wird hierbei die Arbeit Sdv auf den Körper verwendet.

Erhöht man jetzt die Temperatur des Körpers um $d\theta$, und lässt dabei das Volum desselben unverändert $v + dv$, so ist hierzu die Wärmemenge $(c + \frac{dc}{dv} dv)\, d\theta$ erforderlich, wenn c die specifische Wärme des Körpers bei dem constanten Volum v ist.

Durch beide Operationen ist das Volumen des Körpers auf $v + dv$ und die Temperatur auf $\theta + d\theta$ gebracht.

Erhöht man dagegen zuerst die Temperatur des Körpers von θ auf $\theta + d\theta$, indem man das Volum v unverändert lässt, so ist hierzu die Wärmemenge $c d\theta$ erforderlich, und der Zug an der Oberfläche des Körpers muss hierbei von S auf $S + \frac{dS}{d\theta} d\theta$ gebracht werden. Dehnt man nun den Körper um dv aus und führt so viel Wärme dQ_2 zu, dass die Temperatur $\theta + d\theta$ bleibt, so leistet hierbei der Zug an der Oberfläche die Arbeit

$$(S + \frac{dS}{d\theta} d\theta) \, dv.$$

Durch diesen zweiten Process ist nun wieder der Körper vom Volum v und der Temperatur θ auf $v + dv$ und $\theta + d\theta$ gebracht worden, und es muss also die das erste Mal zugeführte Wärme plus der in Wärme ausgedrückten auf den Körper verwendeten Arbeit gleich sein mit der Summe dieser beiden Grössen beim zweiten Processe, d. h. es muss

$$dQ_1 + (c + \frac{dc}{dv} dv) \, d\theta + ASdv = cd\theta + dQ_2 + A(S + \frac{dS}{d\theta} d\theta) \, dv$$

sein, oder

$$dQ_1 + \frac{dc}{dv} dv \, d\theta - dQ_2 - A \frac{dS}{d\theta} d\theta \, dv = 0.$$

Diese Gleichung stimmt aber mit der Gleichung (7) überein. Es ist nämlich dQ_1 die Wärmemenge, welche dem Körper zugeführt werden muss, um das Volumen bei constanter Temperatur θ von v auf $v + dv$ zu bringen, was mit den in Nro. 10 gebrauchten Bezeichnungen $\frac{dQ}{dv} dv$ ist.

Ferner ist $\quad c = \frac{dQ}{d\theta}$ und also $\frac{dc}{dv} = \frac{d\frac{dQ}{d\theta}}{dv}$;

dQ_2 ist $\left(\frac{dQ}{dv} + \frac{d\frac{dQ}{dv}}{d\theta} d\theta\right) dv$; und mit diesen Bezeichnungen geht die obige Gleichung in die Gleichung (7) über.

Bei der obigen Rechnung ist zu bemerken, dass man in einzelnen Gliedern bis zu den zuletzt allein übrig bleibenden unendlich Kleinen der zweiten Ordnung gegangen ist; dies hätte streng genommen in allen Gliedern geschehen sollen. Es ist aber leicht ersichtlich, dass sich die hier weggelassenen Glieder dieser Ordnung durch Subtraction in dem Endresultate wieder aufheben.

Es ist hier ein Beispiel gegeben, wie ein Körper auf zwei verschiedenen Wegen von dem durch v und θ characterisirten Zustand in den durch $v + dv$ und $\theta + d\theta$ gegebenen gebracht werden kann, und man sieht, dass man auf beiden Wegen eine verschiedene äussere Arbeit auf ihn verwenden muss, wesshalb auch die zugeführten

Wärmemengen um das Aequivalent jener Arbeitsdifferenz verschieden sind.

Lässt man die betrachteten Operationen in der Weise auf einander folgen, dass man zuerst das Volum um dv sich ändern lässt mit Beibehaltung der Temperatur θ, dass dann die Temperatur erhöht wird, mit Beibehaltung des Volums; wird hierauf das Volum bei der höheren Temperatur um dv durch Zusammendrücken vermindert, und endlich die Temperatur durch Entziehung von Wärme bei demselben Volum auf die frühere θ gebracht, so ist der Körper, mit welchem diese Operationen vorgenommen wurden, schliesslich wieder in seinem Anfangszustande, es ist aber die Arbeit $\frac{dS}{d\theta}\,dv\,d\theta$ verwendet worden, und die äquivalente Wärmemenge dafür gewonnen worden. Zugleich ist hierbei die Wärmemenge $dQ_1 + c d\theta$ dem Körper bei der Temperatur θ zugeführt, und die in den unendlich Kleinen der ersten Ordnung gleichgrosse Wärmemenge $dQ_2 + c d\theta$ bei der Temperatur $\theta + d\theta$ wieder von dem betrachteten Körper weggenommen worden, also die Wärmemenge $dQ_1 + c d\theta$ von der Temperatur θ auf die $\theta + d\theta$ gebracht worden.

Nimmt man die angegebenen vier Operationen in umgekehrter Ordnung vor, so wird Arbeit gewonnen, die äquivalente Wärmemenge verschwindet und eine bestimmte Wärmemenge geht von dem wärmeren zu dem kälteren Körper über.

Ein ähnlicher Vorgang zeigt sich bei unsern Dampfmaschinen. Das in den Dampfkessel gebrachte Speisewasser wird auf die Temperatur im Kessel gebracht, beim Zurücktreten des Kolbens im Dampfcylinder wird bei nahe constant bleibender Temperatur Dampf gebildet, welcher den grösseren dargebotenen Raum erfüllt; dabei wird Arbeit nach aussen abgegeben. Wird nun der in den Dampfcylinder gebrachte Dampf condensirt, so gibt er Wärme nach aussen an das kältere Condensationswasser ab; der Kolben geht bei geringerem Drucke durch denselben Raum, den er zuerst bei höherem Drucke durchlaufen hat, zurück und treibt hierbei das entsprechende Quantum Speisewasser wieder in den Kessel, worauf Alles im anfänglichen Zustande ist. Die Wärmemenge, welche während eines solchen Kreislaufes dem Wasser und Dampf im Kessel mitgetheilt wird, wird zum Theil verwendet, um die gewonnene Arbeit zu leisten, der Rest, welcher bei weitem der grössere Theil ist, wird dem Condensationswasser mitgetheilt und kommt nur zum kleinsten Theile im Speisewasser wieder in den Kessel. Man verbraucht also hier einen Theil Wärme zu der hervorzubringenden Arbeit, einen weit grösseren Theil bringt man aber von der Temperatur des Kessels auf die des abfliessenden Condensationswassers.

S. Carnot hat im Jahr 1824 Kreisprocesse, wie den oben betrachteten, einer allgemeineren Untersuchung unterworfen, wobei er der damaligen Anschauung gemäss annahm, die Wärmemenge, welche auf einen Körper verwendet wird, werde ihm wieder unverändert entzogen, wenn der Körper in seinen ursprünglichen Zustand gebracht werde, und die hierbei gewonnene oder verwendete Arbeit sei die Folge oder Ursache des Uebergangs der Wärme von einem wärmeren Körper zu einem kälteren im ersten, oder von einem kälteren zu einem wärmeren Körper im zweiten Falle.

Weil man nun etwa zuerst durch Operationen, wie sie oben beschrieben sind, welche man mit einem Körper A vornimmt, eine gewisse Arbeit W gewinnen kann, indem man die Wärme Q von der Temperatur θ auf θ_1 herabsinken lässt, so muss, wenn man die Operationen in umgekehrter Folge mit einem zweiten Körper B vornimmt, das Hinüberschaffen der Wärme Q von einem Körper von der Temperatur θ_1 zu einem andern von der Tempenatur θ die vorher gewonnene Arbeit W gerade wieder in Anspruch nehmen. Denn durch die beiden auf einander folgenden Kreisprocesse sind schliesslich die Wärmemengen wieder auf ihre Temperatur gebracht und die beiden Körper A und B sind in den anfänglichen Zuständen. Wären die gewonnene und die verwendete Arbeit W nicht gleich, so hätte man die Differenz der Arbeit ohne einen Aufwand gewonnen oder, wenn sie negativ ist, ohne irgend eine Wirkung verloren. Beides aber ist undenkbar. Daher ergibt sich der Carnot'sche Satz: Die Arbeit, welche die Wärme liefern kann, ist unabhängig von den Körpern, welche zur Hervorbringung der Arbeit der Wärme gebraucht werden; die Grösse dieser Arbeit ist allein abhängig von den Temperaturen der Körper, zwischen welchen schliesslich die Wärme übergegangen ist. (Réflexions sur la puissance du feu. Paris 1824. p. 58.) Clapeyron hat später die wenig beachtete Arbeit Carnots reproducirt, indem er dieselbe in die Sprache der

Analysis übersetzte und einzelne Theile theils weiter erläuterte, theils weiter ausdehnte.

Nach den Ansichten, welche wir jetzt über das Wesen der Wärme haben, ist die Ursache der bei den oben betrachteten Kreisprocessen gewonnenen Arbeit nicht der Uebergang der Wärme von einem wärmeren zu einem kälteren Körper, sondern die Umwandlung einer Quantität Wärme, lebendiger Kraft, in Arbeit, und diese Umwandlung ist hierbei nur begleitet von einem Uebergange einer andern Wärmemenge von einem wärmeren zu einem kälteren Körper. Wie hierbei dieser Uebergang zu betrachten und wie der oben mitgetheilte Carnot'sche Satz zu modificiren sei, hat Clausius gelehrt. Wir gehen zu dieser Betrachtung über.

Clausius' Modification des Satzes.

16. Ein Körper k wird durch verschiedene Operationen, bei denen er theils Spannungen ausgesetzt, theils erwärmt wird, durch verschiedene Zustände schliesslich wieder in seinen Anfangszustand gebracht, und zwar durch folgende 6 Operationen:

1) Der Körper k wird von der Temperatur θ auf die niedrigere θ_1 gebracht, indem er einer Spannung ausgesetzt wird, ohne dass Wärme dem Körper von der Umgebung zufliesse oder dahin abströme. Es wird hierbei das Volum und die Temperatur des Körpers sich ändern und eine äussere Arbeit auf ihn verwendet werden müssen.

2) Der Körper k werde nun mit einem zweiten Körper k_1 von der constanten Temperatur θ_1 in Berührung gebracht und ausgedehnt, wobei durch Zuströmen von Wärme von dem Körper k_1 die Temperatur von k auf θ_1 erhalten wird. Die hierbei zuströmende Wärmemenge sei Q_1; zugleich wird eine weitere äussere Arbeit auf den Körper übertragen.

3) Man trenne nun den Körper k_1 von k und lasse den letztern noch weiter sich ausdehnen, ohne dass Wärme von aussen zuströmt oder dahin abgegeben werde. Hierbei sinke die Temperatur auf θ_2; die Ausdehnung bedingt eine weitere auf den Körper übertragene Arbeit.

4) Man setze nun den Körper k mit einem dritten Körper k_2 von der constanten Temperatur θ_2 in Berührung und lasse ihn sich