Mechanische Wärme-Theorie

Holtzmann, Karl Heinrich Alexander

Stuttgart, 1866

Erklärung des Druckes der Gase

Damit wird die obige Bedingung des Gleichgewichtes

$$v_0\left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{1}{k}} dp = -dz$$

und

$$\frac{k}{k-1}\, p_0 v_0 \left[1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right] = z.$$

Dies würde die Formel für die barometrische Höhenmessung in vollkommen trockener Atmosphäre sein. Setzt man hier noch für $\frac{p}{p_0}$ seinen Werth aus (m), so erhält man

$$\frac{k}{k-1}\, p_0 v_0 \left[1-\left(\frac{v_0}{v}\right)^{k-1}\right] = z$$

und mit (l) die sehr einfache Formel

$$\theta - \theta_0 = \frac{k-1}{k} \cdot \frac{s}{R} \cdot z$$

oder

$$\theta - \theta_0 = \frac{A}{c_1}\, z.$$

Dies gibt sehr nahe

$$\theta - \theta_0 = 0{,}01\ z,$$

wenn z in Metern ausgedrückt ist. Die Temperatur würde also unter den obigen Voraussetzungen auf je 100 Meter Erhebung um einen Grad abnehmen. Aus den oben angeführten Gründen ist die Temperaturabnahme in unserer Atmosphäre viel geringer, und beträgt erst auf etwa 200 Meter Erhebung einen Grad, was übrigens nothwendig veränderlich ist.

Erklärung des Druckes der Gase.

14. Oben ergab sich, dass bei Gasen, welche das Boyle-Gaylussac'sche Gesetz befolgen, eine innere Arbeit bei der Ausdehnung nicht stattfinde, woraus folgt, dass bei diesen Gasen die einzelnen Atome so weit von einander entfernt sind, dass die Anziehungskraft der Atome auf einander verschwindend klein ist. Ist diese nicht mehr merklich, so müssen sich die Atome vollkommen frei bewegen, d. h. ihre Schwerpunkte müssen sich geradlinig und gleichförmig fortbewegen, wobei das Atom noch eine Drehung von constanter lebendiger Kraft um seinen Schwerpunkt haben kann.

Bewegen sich die Atome eines Gases geradlinig und gleichförmig fort, so werden sich einzelne nahe kommen und dann auf einander wirken, indem sie gegenseitig sowohl die Richtung als die Geschwindigkeit der Bewegung abändern. Man muss annehmen, dass sich hierbei die Atome nicht treffen und sich vereinigen, was die Aetherhüllen derselben verhüten. Diese Ansicht über das Wesen der Gase ist zuerst von Krönig aufgestellt und von Clausius weiter ausgeführt worden. Den Druck der Gase erklärt Clausius in folgender Weise. Stehen zwei ebene Platten von sehr grossen Dimensionen in der gegen diese Dimensionen sehr kleinen Entfernung h parallel neben einander, zwischen welchen sich Gas befindet, so erleidet jede dieser Platten von den sich bewegenden Lufttheilchen Stösse, nach welchen diese Lufttheilchen, von der gestossenen Platte zurückgeworfen, sich zu der andern Platte bewegen, wenn sie nicht schon unterwegs auf andere Lufttheilchen treffen, welche ihre Bewegungen wieder abändern. Statt der hieraus sich ergebenden verwickelten Bewegungen kann man eine einfachere in Betrachtung ziehen, indem man annimmt, dass jedes Lufttheilchen so lange geradlinig fortfliegt, bis es von der einen Platte die andere trifft, und von den Störungen der Atome unter sich absieht. Ferner wird man die Sache so betrachten dürfen, als ob jedes Atom an einer Platte unter demselben Winkel und mit derselben Geschwindigkeit zurückgeworfen werde, unter welchen es auftrifft, und welche es hierbei mitbringt. Endlich wird sehr wahrscheinlich die Geschwindigkeit der einzelnen Lufttheilchen eine sehr verschiedene sein; man wird aber in die Betrachtung die mittlere Geschwindigkeit einführen dürfen, für welche die lebendige Kraft der ganzen Luftmasse dieselbe wird, welche ihr in Wirklichkeit zukommt, wobei aber nur die Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung der Theilchen in Rechnung gezogen wird.

Bewegt sich dann ein Luftatom unter dem Winkel φ gegen die Normale zu den Platten, so ist die Länge des Wegs von einer Platte zur andern $\frac{h}{\cos\varphi}$, und folglich wenn u die mittlere Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung ist, $\frac{u\cos\varphi}{2h}$ die Zahl der in dieser Richtung von einem Lufttheilchen herrührenden Stösse auf die eine Platte in der Zeiteinheit.

Für die Bewegungsrichtung muss man durchschnittlich annehmen, dass jede gleichoft vorkomme, dass also die Zahl der Lufttheilchen, welche unter einem zwischen φ und $\varphi + d\varphi$ liegenden Winkel ankommen, sich zu allen ankommenden verhält wie die Oberfläche der Zone, die jenen Winkeln entspricht, zur Oberfläche der Halbkugel, d. h. wie $2\pi \sin\varphi\, d\varphi : 2\pi$. Ist also n die Zahl aller vorhandenen Atome, so ist $n \sin\varphi\, d\varphi$ die Zahl derer, welche unter Winkeln zwischen φ und $\varphi + d\varphi$ anstossen, und also die Zahl der von ihnen in der Zeiteinheit herrührenden Stösse

$$\frac{n\,u \cos\varphi \sin\varphi}{2\,h}\, d\varphi.$$

Bei dem Stosse wird die zur Wand normale Geschwindigkeit $u\cos\varphi$ in die entgegengesetzte verwandelt, wozu ein Antrieb gehört, welcher in der Zeit des Stosses dem Atome die Geschwindigkeit $2u\cos\varphi$ ertheilen könnte, oder, wenn m die Masse eines Atoms ist, die Grösse der Bewegung $2\,m\,u \cos\varphi$. Für die in einer Zeiteinheit stattfindende Zahl der Stösse gibt das

$$\frac{m n u^2 \cos\varphi^2 \sin\varphi}{h}\, d\varphi.$$

Wird dieser Ausdruck von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \frac{\pi}{2}$ integrirt, so erhält man die Grösse der Bewegung, welche die Wand allen in der Zeiteinheit an sie anstossenden Atomen ertheilt, und zwar gleich

$$\frac{m n u^2}{3\,h}.$$

Ist die Wand beweglich, so wird sie durch die Stösse nach aussen zurückgetrieben; um sie in ihrer Lage zu erhalten, muss auf sie ein Gegendruck ausgeübt werden, welcher die eben berechnete Grösse der Bewegung in der Zeiteinheit hervorzubringen im Stande ist, und welcher also dieser Grösse der Bewegung selbst gleich ist. Nennt man a die Grösse der Fläche, ist der Druck auf die Flächeneinheit gleich dem Gewichte von p schweren Masseneinheiten, so ist

$$apg = \frac{n m u^2}{3\,h}.$$

nm ist die Masse des Gases und ah sein Volum; bezeichnet man wie bisher mit v das Volum der Masseneinheit, so ist $nmv = ah$; damit wird obige Formel

$$pv = \frac{u^2}{3g}.$$

Vergleicht man diese Formel mit dem Boyle-Gaylussac'schen Gesetze

$$pv = \frac{R}{s}(a + \theta),$$

so ergibt sich, dass man aus dieser Betrachtung die mittlere Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung der Atome eines Gases gleich

$$u = \sqrt{\frac{3Rg}{s}(a + \theta)}$$

erhält, und dass die lebendige Kraft dieser fortschreitenden Bewegung der Temperatur, diese vom absoluten Nullpunkte an gemessen, proportional ist.

Diese mittlere Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung der Atome erhält man z. B. bei $\theta = 0$ für atmosphärische Luft $= 477^m$, für Sauerstoffgas 461^m, für Wasserstoffgas 1842^m.

Man sieht, diese Geschwindigkeit ist bei demselben Gase nur von der Temperatur abhängig, nicht aber von dem Volum, welches das Gas einnimmt, oder von seiner Dichte.

Bei $\theta = -a = -273^0$ C. hört die Bewegung auf, und dies ist die Bedeutung des absoluten Nullpunktes. Wird Gas von dieser Temperatur bis θ^0 erwärmt, ohne dass hierbei eine Volumsänderung eintritt, so ist hierzu die Wärmemenge

$$Q = c(a + \theta)$$

erforderlich; sie wird hierbei zur Hervorbringung von lebendiger Kraft verwendet, und diese lebendige Kraft ist gleich

$$\frac{c(a + \theta)}{A} g = \frac{Rgc(a + \theta)}{s(c_1 - c)}. \qquad \text{(aus f in 11)}$$

Die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung der Atome ist dagegen für die Masseneinheit

$$\tfrac{1}{2}u^2 = \tfrac{3}{2}\frac{Rg}{s}(a + \theta).$$

Das Verhältniss dieser beiden lebendigen Kräfte ist daher

$$\frac{2c}{3(c_1 - c)} = \frac{2}{3\left(\frac{c_1}{c} - 1\right)}.$$

Dies gibt für die einfachen Gase, für welche $\frac{c_1}{c}$ denselben Werth zu haben scheint (diesen Werth 1,411 gesetzt) 1,622, so dass also für die lebendige Kraft der Drehung der Atome 0,622 von der lebendigen Kraft des Fortschreitens bleibt, unabhängig von der Temperatur und dem Volumen des Gases.

Kreisprocesse.

Carnot's Satz.

15. Ich gehe nun zur Betrachtung der Gleichung (7). Es ist dort ein Körper von der Masse Eins betrachtet, welcher anfänglich das Volum v und die Temperatur θ hat, indem er unter dem allseitigen Zuge S steht. Lässt man diesen Körper sich um dv ausdehnen und erhält dabei die Temperatur, indem man Wärme zuführt, welche durch dQ_1 bezeichnet sein soll, so wird hierbei die Arbeit Sdv auf den Körper verwendet.

Erhöht man jetzt die Temperatur des Körpers um $d\theta$, und lässt dabei das Volum desselben unverändert $v + dv$, so ist hierzu die Wärmemenge $(c + \frac{dc}{dv} dv) d\theta$ erforderlich, wenn c die specifische Wärme des Körpers bei dem constanten Volum v ist.

Durch beide Operationen ist das Volumen des Körpers auf $v + dv$ und die Temperatur auf $\theta + d\theta$ gebracht.

Erhöht man dagegen zuerst die Temperatur des Körpers von θ auf $\theta + d\theta$, indem man das Volum v unverändert lässt, so ist hierzu die Wärmemenge $c d\theta$ erforderlich, und der Zug an der Oberfläche des Körpers muss hierbei von S auf $S + \frac{dS}{d\theta} d\theta$ gebracht werden. Dehnt man nun den Körper um dv aus und führt so viel Wärme dQ_2 zu, dass die Temperatur $\theta + d\theta$ bleibt, so leistet hierbei der Zug an der Oberfläche die Arbeit