Mechanische Wärme-Theorie

Holtzmann, Karl Heinrich Alexander

Stuttgart, 1866

Werth des Wärmeäquivalents

urn:nbn:de:bsz:31-272364

beide in Wärme ausgedrückt, gleich der Differenz der specifischen Wärmen bei constantem Drucke und bei constantem Volumen."

Aus (2 a) und (3 a) lässt sich noch U eliminiren, indem man (2 a) nach v und (3 a) nach θ ableitet und beide Gleichungen subtrahirt. Man erhält

$$\frac{d\left(\frac{dQ}{d\theta}\right)}{dv} - \frac{d\left(\frac{dQ}{dv}\right)}{d\theta} - A\frac{dS}{d\theta} = 0. \tag{7}$$

Die beiden ersten Glieder heben sich nicht auf, weil Q keine Function von v und θ ist; in der Gleichung (1) ist zwar die Summe $Q + AS$ eine Function von v und θ, nicht aber jeder einzelne Summand.

Wenn man einen Körper aus einem Zustande, der durch v_0, θ_0 gegeben sein soll, auf zwei verschiedenen Wegen in den durch v, θ gegebenen Zustand bringen kann, auf welchen die auf ihn verwendete äussere Arbeit nicht dieselbe ist, so muss nach der Formel (1) auch die zugeführte Wärme auf diesen beiden Wegen eine verschiedene sein, da U dasselbe bleibt. Es kann also Q keine Function von v, θ sein. Dass das Obige aber möglich ist, wird unten gezeigt werden.

Anwendung auf Gase.

Werth des Wärmeäquivalents.

11. Ehe wir die Bedeutung der Gleichung (7) betrachten, wollen wir die Formeln (2) bis (6) auf vollkommene Gase anwenden, d. h. auf Gase, welche das Boyle-GayLussac'sche Gesetz befolgen. Ist p der Druck eines solchen Gases, so ist nach diesem Gesetze

$$p\,v = \frac{R}{s}(a + \theta), \tag{a}$$

wo R und a Constanten für alle Gase sind, s aber die Dichte des betrachteten Gases gegen atmosphärische Luft. Ist p in Kilogrammen für den Quadratmeter ausgedrückt, v in Kubikmetern, so ist bekanntlich $R = 29{,}285$ und $a = 273$, wenn die Temperatur in Graden Celsius angegeben wird, p in dieser Formel ist gleich $-S$ in den Formeln der vorhergehenden Nummer.

Die Formel (5) der vorhergehenden Nummer wird mit $v\delta = \frac{dv}{d\theta}$ für constanten Druck aus a

$$v\delta = \frac{dv}{d\theta} = \frac{R}{sp}$$

$$c_1 - c = \left(\frac{dU}{dv} + Ap\right)\frac{R}{sp}. \tag{b}$$

Die allgemeine Formel über die Temperatur- und Volumänderung (2) wird damit

$$dQ = c d\theta + \frac{s}{R}(c_1 - c)\, p dv. \tag{c}$$

Die Wärme, welche einem Gase zugeführt werden muss, um seine Temperatur um $d\theta$ zu erhöhen und dasselbe um dv auszudehnen, besteht hiernach aus zwei Theilen; der erste $c d\theta$ dient zur Temperaturerhöhung, der zweite zur Leistung der inneren Arbeit und zu dem Zurückschieben des auf dem Gase lastenden Druckes, der äusseren Arbeit. Dieser zweite Theil ist, wie die Formel lehrt, der äusseren Arbeit pdv proportional; es muss also die innere Arbeit bei der Vermehrung des Volums um dv der hierbei zu leistenden äusseren Arbeit proportional oder gar keine solche innere Arbeit vorhanden sein.

Die innere Arbeit wird immer proportional mit dem Quadrate der Dichte sein müssen und kann somit nicht proportional mit dem Druck p sein, welcher der einfachen Dichte proportional ist. Es kann also die innere Arbeit nicht proportional der äusseren Arbeit pdv sein, und sie muss also bei Gasen, welche das Boyle-GayLussac'sche Gesetz befolgen, Null sein. Damit wird dann für solche Gase der zweite Theil von (c) einfach gleich der äusseren Arbeit, also $Apdv$, so dass man hat:

$$dQ = c d\theta + A p dv \tag{d}$$

und in Verbindung mit (c):

$$A = \frac{s}{R}(c_1 - c) \tag{e}$$

oder

$$s(c_1 - c) = AR. \tag{f}$$

Die Gleichung (e) gibt zunächst ein Mittel, den Werth von A zu berechnen. Nach Regnault ist die specifische Wärme der atmosphärischen Luft bei constantem Drucke 0,2375, das Verhältniss der beiden specifischen Wärmen ist aus der Schallgeschwindigkeit abgeleitet 1,411; daraus ergibt sich die specifische Wärme bei constantem Volumen gleich 0,1683 und die Differenz beider specifischen Wärmen gleich 0,0692, was nach (f), da hier $s = 1$ ist, der Werth von AR ist. Mit dem oben gegebenen Werthe von $R = 29{,}286$ erhält man hieraus $A = 0{,}002362$ und $\frac{1}{A} = 423{,}2$. Diese Zahlen sind oben angegeben. In ähnlicher Weise haben früher Mayer und später ich das Wärmeäquivalent der Arbeit berechnet.

Aus der Gleichung (f) sieht man, dass die Differenz der beiden specifischen Wärmen für Gase, welche das Boyle-Gay Lussac'sche Gesetz befolgen, umgekehrt proportional ihrer Dichte sei oder also bezogen auf gleiche Volumina für alle diese Gase gleich gross, was die Erfahrung bestätigt.

Es geht ferner aus der Gleichung (f) hervor, dass diese Differenz der specifischen Wärmen unabhängig sein muss von dem Drucke und der Temperatur.

Aus

$$\frac{dU}{d\theta} = c \text{ und } \frac{dU}{dv} = 0 \qquad \text{(siehe b u. f)}$$

folgt

$$\frac{d^2U}{d\theta dv} = \frac{dc}{dv} = \frac{d^2U}{dv d\theta} = 0.$$

Daraus ergibt sich c constant nach v oder nach der Dichte. Dasselbe muss nach dem vorhergehenden Satze also auch bei c_1 gelten.

Regnault hat in der That gefunden, dass bei den einfachen Gasen c_1 unabhängig von dem Drucke, also bei derselben Temperatur von dem Volumen ist, welches die Gase einnehmen. Er hat aber ferner auch gefunden, dass bei atmosphärischer Luft der Werth von c_1 unabhängig von der Temperatur ist, was also, weil $c_1 - c$ constant ist, auch von c gelten muss.

Damit lässt sich endlich die Wirkungsfunction U für vollkommene Gase feststellen. Es ist nämlich, weil

$$\frac{dU}{dv} = 0 \qquad \text{ist,}$$

U nur eine Function der Temperatur, welche sich aus

$$\frac{dU}{d\theta} = c$$

mit der Constanz von c zu

$$U = U_0 + c\theta \text{ oder } = c(a + \theta) \qquad (g)$$

bestimmt. In dem ersten Ausdruck ist U_0 der Werth von U für $\theta = 0$, in dem zweiten ist $U = 0$ angenommen für $\theta = -a$, den absoluten Nullpunkt.

Wärmeänderung durch Verdichtung oder Verdünnung.

12. Aus der Gleichung (d) ergeben sich die Aenderungen, welche in einer Luftmasse durch Aenderung des Drucks oder durch Zuführen von Wärme sich ergeben.

Wird der Druck so geändert, dass die Temperatur dieselbe bleibt, so hat man $\quad dQ = Apdv,$

was mit der Gleichung (a) für ein constantes θ übergeht in

$$dQ = \frac{AR}{s}(a + \theta)\frac{dv}{v}$$

oder

$$Q - Q_0 = \frac{AR(a + \theta)}{s} \ln \frac{v}{v_0} = (c_1 - c)(a + \theta) \ln \frac{v}{v_0}. \qquad (h)$$

Bleibt das Volum dasselbe, so ist

$$dQ = cd\theta$$

und

$$Q - Q_0 = c\theta, \qquad (k)$$

wenn man unter der Differenz links die Wärme versteht, welche bei der Erwärmung von 0^0 an erforderlich ist.

Tritt keine Wärme zu dem Gase, so hat man

$$0 = cd\theta + Apdv,$$

was mit

$$pv = \frac{R}{s}(a + \theta) \text{ und } \frac{AR}{s} = c_1 - c$$

gibt

$$c\frac{d\theta}{a + \theta} = -(c_1 - c)\frac{dv}{v}$$

oder mit $\frac{c_1}{c} = k$

$$\frac{a + \theta}{a + \theta_0} = \left(\frac{v_0}{v}\right)^{k-1}. \qquad (l)$$