Mechanische Wärme-Theorie

Holtzmann, Karl Heinrich Alexander

Stuttgart, 1866

Die zugeführte Wärme hängt nicht von Volumen und Temperatur allein ab

urn:nbn:de:bsz:31-272364

ses U wird nur von dem Anfangszustande des Körpers C und dem Endzustande abhängen, nicht aber von der Art und Weise, wie er aus dem ersten Zustande in den letzten übergegangen ist, da dies sowohl für die Arbeit gilt, welche zur Ueberwindung der Anziehungskraft der Theilchen verwendet wurde, als für die Vermehrung der lebendigen Kraft der Theilchen, der Erhöhung der Temperatur.

Im Allgemeinen wird ein Körper unter dem allseitig an seiner Oberfläche auf die Einheit der Fläche angebrachten Zug S bei einer bestimmten Temperatur θ ein bestimmtes Volum v einnehmen, und S, v, θ sind daher in der Weise veränderliche Grössen, dass eine von ihnen bestimmt ist, wenn die beiden andern bekannt sind, welche unabhängige Veränderliche sind. Wir wählen als diese unabhängig Veränderlichen das Volum v und die Temperatur θ und betrachten S als eine Function dieser beiden. Volum und Temperatur characterisiren im Allgemeinen den Zustand eines Körpers. Doch können auch Fälle vorkommen, in welchen bei demselben Volum und bei derselben Temperatur verschiedene Zustände denkbar sind, wie z. B. beim Schmelzen. Solche Aenderungen des Zustandes schliessen wir vorerst aus unsern Betrachtungen aus.

Nach dem Obigen und mit der eben gemachten Beschränkung wird also U als eine Function des Volums und der Temperatur des Körpers C zu betrachten sein. Sie heisst bei Kirchhoff die Wirkungsfunction.

Die zugeführte Wärme hängt nicht von Volumen und Temperatur allein ab.

10. Soll in dem betrachteten Zustande des Körpers C die Temperatur θ um $d\theta$ und das Volum v um dv geändert werden, so wird man Wärme von einem zweiten Körper zuführen müssen, diese sei dQ, und die Zugkraft wird die Arbeit Sdv auf den Körper ausüben. Aus (I) wird man also haben

$$dQ + ASdv = \frac{dU}{d\theta}d\theta + \frac{dU}{dv}dv. \tag{2}$$

Aendert sich nur die Temperatur, während das Volumen ungeändert bleibt, so wird aus dieser Gleichung

$$\frac{dQ}{d\theta} = \frac{dU}{d\theta} \tag{2a}$$

und dies ist, was man die specifische Wärme des Körpers bei constantem Volum nennt, wenn die Masse des Körpers Eins ist, was in dem Folgenden immer vorausgesetzt sein soll.

Nennt man diese specifische Wärme bei constantem Volumen c, so ist

$$\frac{dU}{d\theta} = c. \tag{3}$$

Aendert sich dagegen nur das Volumen und bleibt die Temperatur dieselbe, so hat man

$$\frac{dQ}{dv} + AS = \frac{dU}{dv}. \tag{3 a}$$

Die specifische Wärme bei constantem Druck, welche c_1 heissen soll, erhält man aus (2), wenn man die Bedingung des constanten Zuges einführt, d. h. wenn man

$$\frac{dS}{dv} dv + \frac{dS}{d\theta} d\theta = 0$$

setzt, woraus man $\frac{dv}{d\theta}$ zu nehmen hat. Man erhält so

$$\frac{dQ}{d\theta} + AS \frac{dv}{d\theta} = \frac{dU}{d\theta} + \frac{dU}{dv} \frac{dv}{d\theta}$$

oder

$$c_1 - c = \left(\frac{dU}{dv} - AS\right) \frac{dv}{d\theta} = -\left(\frac{dU}{dv} - AS\right) \frac{\frac{dS}{d\theta}}{\frac{dS}{dv}}. \tag{4}$$

Will man den thermischen Ausdehnungscoëfficienten δ einführen, d. h. die Volumsvermehrung, welche das Volum Eins durch eine Temperaturerhöhung um 1° bei constantem Zuge S erleidet, so ist das hier gebrauchte dv gleich $v \delta d\theta$ und damit wird die Gleichung (4)

$$c_1 - c = \left(\frac{dU}{dv} - AS\right) v \delta \tag{5}$$

und zugleich hat man

$$\frac{dS}{d\theta} = - v \delta \frac{dS}{dv}. \tag{6}$$

Die Formel (5) sagt: „Wird ein Körper bei constantem Zuge um 1° erwärmt, so ist die innere Arbeit, welche hierbei geleistet wurde, weniger der auf den Körper verwendeten äusseren Arbeit, beide in Wärme ausgedrückt, gleich der Differenz der specifischen Wärmen bei constantem Drucke und bei constantem Volumen."

Aus (2a) und (3a) lässt sich noch U eliminiren, indem man (2a) nach v und (3a) nach θ ableitet und beide Gleichungen subtrahirt. Man erhält

$$\frac{d\left(\frac{dQ}{d\theta}\right)}{dv} - \frac{d\left(\frac{dQ}{dv}\right)}{d\theta} - A\frac{dS}{d\theta} = 0. \tag{7}$$

Die beiden ersten Glieder heben sich nicht auf, weil Q keine Function von v und θ ist; in der Gleichung (1) ist zwar die Summe $Q + AS$ eine Function von v und θ, nicht aber jeder einzelne Summand.

Wenn man einen Körper aus einem Zustande, der durch v_0, θ_0 gegeben sein soll, auf zwei verschiedenen Wegen in den durch v, θ gegebenen Zustand bringen kann, auf welchen die auf ihn verwendete äussere Arbeit nicht dieselbe ist, so muss nach der Formel (1) auch die zugeführte Wärme auf diesen beiden Wegen eine verschiedene sein, da U dasselbe bleibt. Es kann also Q keine Function von v, θ sein. Dass das Obige aber möglich ist, wird unten gezeigt werden.

Anwendung auf Gase.

Werth des Wärmeäquivalents.

11. Ehe wir die Bedeutung der Gleichung (7) betrachten, wollen wir die Formeln (2) bis (6) auf vollkommene Gase anwenden, d. h. auf Gase, welche das Boyle-GayLussac'sche Gesetz befolgen. Ist p der Druck eines solchen Gases, so ist nach diesem Gesetze

$$p\,v = \frac{R}{s}(a + \theta), \tag{a}$$

wo R und a Constanten für alle Gase sind, s aber die Dichte des betrachteten Gases gegen atmosphärische Luft. Ist p in Kilogrammen für den Quadratmeter ausgedrückt, v in Kubikmetern, so ist bekanntlich $R = 29{,}285$ und $a = 273$, wenn die Temperatur in Graden Celsius angegeben wird, p in dieser Formel ist gleich $-S$ in den Formeln der vorhergehenden Nummer.