

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Éléments de la théorie mathématique de la capillarité

Delsaulx, P. Joseph

Bruxelles, 1865

I. Équilibre de plusieurs liquides superposés, dans un tube capillaire
cylindrique à base de cercle (1)

[urn:nbn:de:bsz:31-272374](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-272374)

CHAPITRE TROISIÈME.

DIVERS ÉQUILIBRES ET MOUVEMENTS CAPILLAIRES.

Nous allons rassembler dans ce chapitre les phénomènes capillaires qui nous paraîtront les plus intéressants et en même temps les plus propres à montrer toute la portée des principes établis dans les deux chapitres précédents.

I

ÉQUILIBRE DE PLUSIEURS LIQUIDES SUPERPOSÉS, DANS UN TUBE CAPILLAIRE CYLINDRIQUE A BASE DE CERCLE (1).

Supposons qu'on ait plongé par son extrémité inférieure un tube capillaire cylindrique à base de cercle, dans un liquide qui le mouille et de densité ρ' ; et qu'ensuite on ait introduit à la partie supérieure du même tube, un deuxième liquide capable aussi de le mouiller et de densité ρ . La surface capillaire supérieure sera absolument la même que si le tube plongeait dans le liquide introduit; mais aux points de contact, les deux liquides auront une surface capillaire commune différente de la première et différente aussi de celle que prendrait dans le tube capillaire le premier liquide s'il était seul.

Nous nous proposons de déterminer la nature de cette surface commune, en supposant le tube capillaire assez

(1) LAPLACE, *Mécanique céleste*, 2^e supplément au livre X^e, pp. 26 et suiv.

étroit pour qu'on puisse regarder sans erreur sensible les deux surfaces capillaires comme des segments de sphère.

Considérons pour cela un canal infiniment étroit dirigé suivant l'axe du tube et recourbé à la partie inférieure de manière à aboutir au niveau horizontal du liquide extérieur, et estimons positivement les forces moléculaires qui le sollicitent dans le sens de la pesanteur, et négativement celles qui le sollicitent en sens contraire.

A la surface capillaire supérieure, la pression moléculaire du liquide supérieur sur lui-même agit de haut en bas dans le canal infinitésimal et est égale à

$$A - M$$

c'est-à-dire, en représentant par r le rayon du tube et par ω l'angle de raccordement de ce liquide, à

$$A - \frac{\pi \rho^2 H}{r} \cos \omega.$$

A la surface commune, dont nous représenterons l'angle de raccordement par θ , la pression moléculaire du même liquide sur lui-même agit de bas en haut et est égale à

$$- \left(A + \frac{\pi \rho^2 H}{r} \cos \theta \right).$$

L'action moléculaire du liquide inférieur sur le liquide supérieur agit de haut en bas, et est égale à

$$A_1 + \frac{\pi \rho' H_1}{r} \cos \theta.$$

L'action du liquide inférieur sur lui-même agit aussi de haut en bas, et est égale à

$$A' - \frac{\pi \rho'^2 H'}{r} \cos \theta.$$

L'action du liquide supérieur sur le liquide inférieur agit de bas en haut, et est égale à

$$-\left(A_1 - \frac{\pi \rho \rho' H_1}{r} \cos \theta\right).$$

De sorte que l'action totale de haut en bas est égale à

$$A' + \pi \frac{2 \rho \rho' H_1 - \rho^2 H - \rho'^2 H'}{r} \cos \theta - \pi \frac{\rho^2 H}{r} \cos \omega.$$

Si le liquide inférieur était seul dans le tube capillaire, le poids du liquide déplacé serait le même que celui qui est soulevé dans les circonstances actuelles, ainsi que nous l'avons montré dans le premier chapitre, et l'action moléculaire de haut en bas serait égale à,

$$A' - \frac{\pi \rho'^2 H'}{r} \cos \omega'.$$

Ces deux forces sont donc égales, et on a

$$\frac{\rho'^2 H'}{r} \cos \omega' = \frac{\rho^2 H}{r} \cos \omega - \frac{2 \rho \rho' H_1 - \rho^2 H - \rho'^2 H'}{r} \cos \theta$$

ou

$$\cos \theta = \frac{\rho^2 H \cos \omega - \rho'^2 H' \cos \omega'}{2 \rho \rho' H_1 - \rho^2 H - \rho'^2 H'}.$$

L'angle θ détermine le segment sphérique qui constitue la surface capillaire commune aux deux liquides.

II

SUSPENSION DES LIQUIDES DANS LES TUBES CYLINDRIQUES A BASE DE CERCLE.

Lorsqu'on retire avec précaution un tube capillaire du liquide qui le mouille et dans lequel il était plongé par son