Eléments de la théorie mathématique de la capillarité

Delsaulx, P. Joseph

Bruxelles, 1865

VIII. Élévation et dépression des liquides contre une lame (1)

urn:nbn:de:bsz:31-272374

$$h' = \frac{k^2}{r - r'} \cos \omega;$$

les hauteurs moyennes h et h' sont donc égales.

Corollaire. Si on suppose r et r' infinis, on a le cas de deux lames parallèles et verticales très-rapprochées l'une de l'autre, et on est conduit à un théorème connu.

Scholie. Ces théorèmes ont encore lieu dans le cas où le liquide est déprimé.

VIII

ÉLÉVATION ET DÉPRESSION DES LIQUIDES CONTRE UNE LAME (1).

Dans ce cas, u pouvant être considéré comme infini, l'équation des surfaces capillaires de révolution devient,

$$z = \frac{k^2}{2} \frac{\frac{d^2z}{du^2}}{\left(1 + \frac{dz^2}{du^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

ou, en multipliant par dz

$$z\,dz = \frac{k^2}{2} \frac{\frac{dz}{du}\frac{d^2z}{du^2}\,du}{\left(1 + \frac{dz^2}{du^2}\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

On a, en intégrant,

$$\frac{z^2}{2} = \text{const} - \frac{k^2}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{dz^2}{du^2}}}.$$

(1) *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. LI, p. 430.

Loin de la lame, on doit avoir simultanément

$$z = 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{dz}{du} = 0.$$

Cette double condition exige que

$$\text{const} = \frac{k^2}{2},$$

ce qui permet d'écrire l'intégrale générale sous la forme

$$z^2 = k^2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{dz^2}{du^2}}}\right).$$

L'expérience ayant fait voir que dans le cas de l'eau et d'une lame de verre, l'angle de raccordement est nul, il faut en conclure que, dans ce cas, $\frac{dz}{du}$ est infini contre la lame. On a donc pour l'expression de l'élévation de l'eau contre une lame de verre

$$h = k.$$

Dans le cas d'un liquide quelconque, d'une lame quelconque et d'un angle de raccordement ω, on aurait pour l'élévation ou la dépression,

$$h^2 = k^2 (1 - \sin \omega).$$