Eléments de la théorie mathématique de la capillarité

Delsaulx, P. Joseph

Bruxelles, 1865

IV. Tubes cylindriques proprement dits

urn:nbn:de:bsz:31-272374

Corollaire 7e. Lorsque le tube capillaire qui plonge par son extrémité inférieure dans un liquide indéfini est incliné à l'horizon, le produit du volume du liquide soulevé par le sinus de l'inclinaison est une quantité constante.

En effet, les forces soulevantes dont l'action est nécessairement parallèle à l'axe du tube n'ont plus à détruire, dans ce cas, que le poids de la colonne soulevée estimé dans la même direction.

Scholie. La formule générale

$$h = \pm a^2 \frac{p}{s}$$

suppose le tube capillaire assez étroit pour qu'on puisse négliger le poids du ménisque supérieur et regarder la colonne soulevée ou déprimée comme très-sensiblement cylindrique ou prismatique.

Après avoir établi la loi générale de l'ascension et de la dépression des liquides dans les tubes capillaires cylindriques, il ne sera pas sans intérêt de descendre à quelques conclusions plus particulières. C'est ce que nous allons faire dans les articles suivants.

IV

TUBES CYLINDRIQUES PROPREMENT DITS.

1er Théorème. Dans un tube cylindrique *à base de cercle,* et pour un même liquide, l'élévation et la dépression sont en raison inverse du rayon du tube.

En effet, pour un tube cylindrique à base de cercle de rayon r, la formule générale devient,

$$h = \pm \frac{2a^2}{r}.$$

Cette loi est connue sous le nom de *loi de Jurin*.

Il est toutefois essentiel de remarquer que cette loi n'est vérifiée par l'expérience que pour des tubes dont le diamètre est inférieur à $0^{mm},5$.

Pour des diamètres supérieurs l'influence du ménisque ne peut plus être négligée, et elle augmente avec les dimensions du tube.

Scholie. Des mesures faites par Haüy ont montré qu'on peut regarder le ménisque comme sensiblement hémisphérique pour des diamètres compris entre $0^{mm},5$ et $3^{mm},00$.

Alors, h étant la distance du niveau du liquide extérieur au point du ménisque où le plan tangent est horizontal, on a

$$\pm 2\pi r.\, a^2 = \pi r^2.\, h + \pi r^3 - \frac{2}{3}\pi r^3 = \pi r^2\left(h + \frac{r}{3}\right)$$

ou

$$h + \frac{r}{3} = \pm \frac{2a^2}{r}.$$

Ainsi, quand on tient compte du ménisque hémisphérique, ce sont les hauteurs h accrues du tiers du rayon du tube qui doivent être réciproquement proportionnelles au rayon.

Cette loi a été vérifiée par Gay-Lussac et M. Ed. Desains.

2e Théorème (1). Lorsque la section du tube capillaire est une *ellipse* d'assez petites dimensions pour qu'on puisse négliger le ménisque, $2a'$ étant le grand axe de l'ellipse, $2b'$ le petit axe et S la somme de la série

$$1 - \left(\frac{1}{2}e\right)^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{1.3}{2.4}e^2\right)^2 - \frac{1}{5}\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}e^3\right)^2 - \ldots\ldots$$

la formule fondamentale donne,

$$h = \pm a^2 \frac{2\pi a'.\, S}{\pi a' b'} = \pm 2a^2 \frac{S}{b'}.$$

(1) *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. LI, p. 412.

Corollaire. Dans un tube cylindrique dont la base circulaire est équivalente à celle du tube elliptique, la variation de niveau est déterminée par l'équation

$$h = \pm \frac{2\,a^2}{\sqrt{a'b'}} = \pm\, 2\,a^2\,\frac{s}{b'}$$

s étant donnée par l'équation

$$s = \left(1 - e^2\right)^{\frac{1}{4}} = 1 - \frac{1}{4}e^2 - \frac{1.3}{2.4.4}e^4 - \frac{1.3.7}{2.3.4.4.4}e^6 - \ldots\ldots;$$

ce qui montre que la variation du niveau est plus considérable dans le tube capillaire elliptique que dans le tube circulaire. Ce résultat est conforme à un théorème général de l'article qui précède.

V

TUBES PRISMATIQUES.

1er Théorème. Lorsque la section du tube capillaire est un rectangle dont les côtés sont B et D, on a

$$h = \pm\, a^2\,\frac{2\,(\mathrm{B} + \mathrm{D})}{\mathrm{B\;D}} = \pm\, 2\,a^2\left(\frac{1}{\mathrm{B}} + \frac{1}{\mathrm{D}}\right).$$

La hauteur du liquide soulevé ou déprimé est proportionnelle, dans ce cas, à la somme des réciproques des côtés du rectangle.

Corollaire. Si le rectangle est un *carré* de côté D, on a

$$h = \pm\,\frac{4a^2}{\mathrm{D}}.$$

2e Théorème. Si on suppose B infini, le rectangle devient l'ensemble de deux *lames parallèles indéfinies*, et on a,

$$h = \pm\,\frac{2a^2}{\mathrm{D}},$$