Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1865

DER MASCHINENBAU

VON

F. REDTENBACHER,

Doctor der Philosophie, Grossh. Badischer Hofrath, Commandeur des Ordens vom Zähringer Löwen, Ritter des St. Olafs- und des St. Stanislausordens II. Klasse, Direktor der Grossh. polytechnischen Schule und Professor des Maschinenbaues in Karlsruhe.

Dritter Band.

Mit XXIII lithographirten Tafeln.

bis. geb.

MANNHEIM - HEIDELBERG.

Verlagsbuchhandlung von *Friedrich Bassermann.*

1865.

Buchdruckerei von MALSCH & VOGEL in Karlsruhe.

Vorrede.

Mit dem vorliegenden Buche übergebe ich dem Publikum den dritten Band zu Redtenbacher's „Maschinenbau", anschliessend an die beiden schon früher erschienenen Bände des genannten Werkes. Es enthält dieser Band in drei Abschnitten hauptsächlich den theoretischen Theil des Lokomotivbaues, des Dampfschiffbaues, sowie einen kurzen Abriss über die wichtigsten Bergwerksmaschinen. Bei der Behandlung dieses Stoffes konnte noch des verstorbenen Verfassers Manuscript benutzt werden.

Von dem ursprünglich gefassten Plane, diesem dritten Theile eine grössere Ausdehnung zu geben, wie ich ihn mit Redtenbacher wenige Tage vor seinem Tode noch besprach, bin ich wieder abgegangen, um nicht eigene Arbeit unter anderem Namen zu veröffentlichen.

Meine Hauptthätigkeit war daher hier eine ähnliche, wie schon früher bei dem ersten und zweiten Bande dieses Werkes, indem ich dort ebenfalls das Wesentliche der technischen Ausführung und Anordnung zu besorgen übernommen hatte.

Somit übergebe ich denn namentlich den früheren Schülern Redtenbacher's den letzten literarischen Nachlass desselben zur freundlichen Aufnahme und zur Erinnerung an den zu frühe von uns Geschiedenen.

Carlsruhe im Juni 1865.

J. Hart.

Inhalt.

Erster Abschnitt.

Der Lokomotivbau.

Die Details des Wagenbaues.

Der Kesselbau.

Zweiter Abschnitt.

Der Bau der Dampfschiffe.

Dritter Abschnitt.

Die Bergwerksmaschinen.

ERSTER ABSCHNITT.

Der Lokomotivbau.

Beschreibung einiger Bahnwagen. Die Eisenbahnwagen unterscheiden sich von den Strassenwagen im Wesentlichen dadurch, dass bei denselben die Räder mit den Axen fest verbunden sind, also einen starren Körper bilden, der auf der Bahn fortrollt, während bei den Strassenwagen die Axen unveränderlich mit dem Gestellbau verbunden sind und die Räder um die Axen rotiren. Wir wollen eine Axe mit zwei daran befestigten Rädern ein Laufwerk nennen. Es gibt Laufwerke mit Zapfen und Laufwerke ohne Zapfen.

Die Zapfen werden gewöhnlich Axenschenkel genannt. Taf. I, Fig. 1 zeigt ein Laufwerk mit Zapfen. Fig. 2 ist eines ohne Zapfen mit Hälsen. Die Transportwagen haben stets Laufwerke mit Zapfen, der Wagenbau sitzt daher ausserhalb der Räder auf den Zapfen. Die Laufwerke mit Hälsen kommen nur bei Lokomotiven vor, der Wagenbau sitzt dann innerhalb der Räder auf den Axen. Die Axen sind gewöhnlich von Schmiedeisen, zuweilen aber auch von Gussstahl. Die Theile eines Rades sind: 1) Die Nabe, gewöhnlich aus Gusseisen, zuweilen aus Schmiedeisen. 2) Das Speichensystem, stets aus Schmiedeisen, gewöhnlich, namentlich bei Lastwagen aus einzelnen blattförmig zusammengebogenen Schienen zusammengesetzt, bei Lokomotiven zusammengeschweisst. 3) Der Spurkranz, gewöhnlich aus Schmiedeisen, ausnahmsweise für schwere Lokomotive aus Gussstahl. Derselbe umgibt das Speichensystem, hat aussen eine schwach konische Form mit einem radial gerichteten Rand, welcher das Ablaufen der Räder von den Bahnschienen verhütet.

Die einfachste Wagenkonstruktion, die jedoch nur zum langsamen Transport innerhalb der Bahnhöfe gebraucht wird, besteht aus zwei Laufwerken, deren Axen eine unveränderliche parallele Richtung haben, und aus einem auf den Zapfen der Laufwerke aufliegenden Rahmenbau aus Holz mit Eisenarmen, auf welchen die Lasten gelegt werden. Siehe Fig. 3.

Die einfachste Konstruktion der Transportwagen für schnelle Bewegungen mit Lokomotiven unterscheidet sich von diesen Rollwagen im Wesentlichen nur dadurch, dass der Rahmenbau nicht unmittelbar auf den Axenbüchsen aufliegt, sondern durch elastische Stahlfedern, die mit den Axenbüchsen verbunden werden, getragen wird.

Fig. 4 zeigt ein Laufwerk mit der Axenbüchse a und mit der Feder b, Fig. 5 zeigt ein Stück des Rahmenbaues, gleichsam über der Axe schwebend dargestellt. Wird der Rahmen niedergelassen, so legen sich die Platten c c auf die Federenden b b und kommen die vertikalen Flächen der Mitnehmer d d mit den vertikalen Seitenflächen der Axenbüchse in Berührung. In den Punkten b b wird der Rahmenbau getragen. Durch die gabelförmigen Mitnehmer d d wird das Laufwerk auf der Bahn fortgerollt, wenn an dem Rahmen angezogen wird. Auf dem Rahmenbau wird ein zur Aufnahme der fortzuschaffenden Lasten geeignet eingerichteter Wagenkasten angebracht. Siehe Fig. 6.

Die Konstruktion der Transportwagen mit drei Axen unterscheidet sich von der vorhergehenden nur durch ein drittes Laufwerk. Fig. 7 zeigt einen solchen Wagenbau.

Wir werden in der Folge sehen, dass diese Transportwagen mit parallelen Axen nur in geraden Bahnstrecken zwanglos laufen können, in Bahnkrümmungen aber viel Widerstand verursachen. Auf Bahnen mit stärkeren Krümmungen wird meistens die von dem amerikanischen Ingenieur *Norris* erfundene Konstruktion Fig. 8 angewendet. Der Rahmen mit dem Wagenkasten wird hier durch zwei kleine Wägelchen a und b getragen, die ganz ähnlich gebaut sind, wie die einfachsten Transportwagen mit zwei parallelen Axen. Jedes Wägelchen ist um einen Zapfen gegen den Rahmenbau drehbar, so dass die Axenrichtungen der beiden Wägelchen jeden beliebigen Winkel bilden können. In Krümmungen stellt sich jedes Wägelchen so, dass die Axenrichtungen gegen die Bahnkrümmung radial zu stehen kommen.

Andere Wagenkonstruktionen sind heut zu Tage nicht mehr im Gebrauch.

Bauart der Lokomotive im Allgemeinen.

Alle gegenwärtig im Gebrauch befindlichen Lokomotive stammen von einer von *Robert Stephenson* erfundenen Anordnung ab, stimmen daher in gewissen wesentlichen Einrichtungen überein.

Der Wagenrahmen besteht aus zwei, vier oder selbst aus sechs ziemlich hohen, aber dünnen Schienen, von denen die äusseren durch eiserne oder hölzerne Querbalken, die sogenannten Bufferbalken, verbunden sind. Die Räder sind fest mit den Axen verbunden, und diese letzteren sind entweder innerhalb oder ausserhalb der Räder mit Axenbüchsen versehen. Der Rahmenbau liegt vermittelst eines Systems von Federn auf den Axenbüchsen, und jede derselben wird durch eine von dem Rahmen ausgehende Gabel, der sogenannten Axengabel, umfasst. Bei dieser Wagenkonstruktion kann der Rahmenbau vermittelst des Systems der Federn innerhalb gewisser Grenzen jede beliebige Lage gegen die Axen annehmen; so wie aber der Rahmen fortgezogen wird, werden die Axen und Räder durch die Axengabeln mit fortgenommen.

Der Kessel besteht aus den vier Hauptbestandtheilen: Feuerkasten, Röhrenkessel, Rauchkammer, Kamin. Er ist mit dem Rahmenbau zu einem starren Ganzen verbunden, das vermöge der Federn auf den Axenbüchsen umhergaukeln kann.

Alle Lokomotive sind wenigstens mit zwei Dampfmaschinen versehen. Die Cylinder derselben haben stets eine genau oder nahezu horizontale Lage, und sind entweder mit dem Kessel oder mit dem Rahmenbau unveränderlich verbunden. Rahmenbau, Kessel und Cylinder bilden also ein starres Ganzes. Der Hin- und Herlauf der Kolben wird durch Vermittlung von Schubstangen und Kurbeln in die drehende Bewegung einer der Wagenaxen verwandelt. Die Punkte, in welchen die Kolbenstangen mit den Schubstangen verbunden sind, werden durch Gleitstücke und Führungslineale, die an dem Rahmenbau oder am Kessel befestigt sind, geradlinig geführt.

Zur Steuerung werden gewöhnlich einfache Schieber mit schwacher innerer und starker äusserer Ueberdeckung gebraucht, die eine schwache Expansion zulassen. Ihre Bewegung wird durch excentrische mit der Triebaxe verbundene Scheiben hervorgebracht. Diese excentrischen Scheiben dienen gewöhnlich auch zur Bewegung der Speisepumpen.

Die Abweichungen in der Bauart der Lokomotive betreffen vorzugsweise:

a. die Bauart des Rahmens;

b. die Lage der Dampfcylinder;

c. die Stellung und Verbindung der Räder.

In diesen Hinsichten gibt es:

a. Lokomotive mit innen liegenden, mit aussen liegenden, mit sowohl innen als auch aussen liegenden Rahmen;

b. Lokomotive mit innen in der Rauchkammer liegenden Cylindern, mit aussen an der Rauchkammer liegenden Cylindern, mit aussen ungefähr in der Mitte des ganzen Baues angebrachten Cylindern;

c. Lokomotive mit freien und mit gekuppelten Rädern.

Eine vollständige Uebersicht aller bis jetzt in Gebrauch gekommenen Lokomotive ist für unsere Zwecke nicht nothwendig; die bis jetzt am häufigsten in Gebrauch gekommenen Konstruktionen sind folgende:

Beschreibung einiger Lokomotive.

I. **Erste Personenzug-Lokomotive von Robert Stephenson** (Taf. I, Fig. 9 und 10). Dieses ist die erste vollkommenere Konstruktion, nach welcher alle späteren angeordnet wurden. Die Cylinder liegen in der Rauchkammer und werden durch die Wände derselben getragen. Sie sind durch vier von den Cylindern ausgehende, die Triebaxe mit Gabeln umfassende und an die vordere Wand der Feuerbüchse genietete hohe Schienen direkt an die Triebaxe gehängt. Die zur Geradführung der Kolbenstangen dienenden Führungslineale sind gegen die inneren dieser vier Schienen geschraubt. Die in die Nähe der Feuerbüchse gelegte Triebaxe ist mit zwei rechtwinklig gegen einander gestellten Kurbeln versehen. Von den zwei Axen der Laufräder befindet sich die eine vorn in der Nähe der Rauchkammer, die andere unmittelbar hinter dem Feuerkasten. Die Lokomotive hat auch einen äusseren Rahmen, mit welchem der Kesselbau verbunden ist. Sämmtliche Axen haben ausserhalb ihrer Räder Axenzapfen, die von Axenbüchsen umgeben sind, und auf welchen der ganze Bau vermittelst eines Systems von Federn elastisch aufliegt.

II. **Zweite Personenzug-Lokomotive von Robert Stephenson**, mit innen liegenden Cylindern (Taf. I, Fig. 11 und 12). Diese unterscheidet sich von der vorhergehenden durch den Rahmenbau und durch die Radstellung. Die Lokomotive hat einen ganz einfachen inneren Rahmen, der an den Seitenwänden des Feuerkastens und der Rauchkammer hinzieht und mit welchem der Kessel und die Cylinder verbunden sind. Die an der ersteren Lokomotive angebrachte direkte Verbindung der Cylinder mit der Triebaxe, so wie auch die äusseren Rahmen sind hier nicht vorhanden. Die Axen sämmtlicher Räder befinden sich zwischen dem Feuerkasten und der Rauchkammer; die Axe der hinteren Laufräder unmittelbar vor dem Feuerkasten, die Axe der vorderen Laufräder unmittelbar hinter der Rauchkammer. Die mit zwei rechtwinklig gegen einander gestellten Kurbeln versehene Triebaxe befindet sich in der Mitte etwas hinter dem Schwerpunkt des ganzen Baues. Die Axen haben keine äusseren Axenzapfen, sondern sie sind innerhalb der Räder mit Axenbüchsen versehen, auf welchen der ganze Bau mit Federn elastisch aufsitzt.

III. **Dritte Personenzug-Lokomotive von Robert Stephenson** (Taf. II, Fig. 1 und 2), mit äusseren Cylindern. Kessel, Rahmenbau und

Radstellung stimmen bei dieser Lokomotive mit der unter II. beschriebenen überein. Die Cylinder liegen aussen neben der Rauchkammer und sind an die inneren Rahmen geschraubt. Auch hier haben die Axen keine äusseren Zapfen, sondern sind innerhalb der Räder mit Axenbüchsen versehen. Die Geradführungen sind an die Rahmen geschraubt. In die kurbelförmig erweiterten Naben der Triebräder sind Kurbelzapfen eingesetzt, auf welche die Maschinen durch Vermittlung von Schubstangen einwirken.

IV. **Personenzug-Lokomotive von Crampton** (Tafel II, Figur 3 und 4). Diese unterscheidet sich von der vorhergehenden theils durch den Rahmenbau, theils durch die Radstellung. Die Lokomotive hat innere und äussere durch die Bufferbalken verbundene Rahmen; die inneren Rahmen liegen an den Seitenwänden des Feuerkastens und der Rauchkammer. Die Cylinder liegen ausserhalb ungefähr in der Mitte der Lokomotive, und jeder derselben ist an die zwei an einer Seite der Lokomotive befindlichen Rahmen geschraubt. Die Triebräder sind von beträchtlicher Grösse; ihre Axe liegt unmittelbar hinter dem Feuerkasten. Die Axengabeln für die Triebaxe sind nach aufwärts gekehrt, so dass die Triebaxe mit den Rädern leicht ausgehoben werden kann.

V. **Die Lokomotive von Norris** (Taf. II, Fig. 5 und 6). Diese Lokomotive hat einen cylindrischen Feuerkasten, innere Rahmen, vier durch Kupplungsstangen verbundene Triebräder. Von den Axen der Triebräder liegt die eine vor, die andere hinter der Feuerbüchse. Die Cylinder liegen aussen an der Rauchkammer in etwas schiefer Richtung. Die Maschinen wirken zunächst vermittelst sehr langer Schubstangen auf die hinter dem Feuerkasten befindlichen Triebräder. Es sind vier Laufräder vorhanden, die zu einem besonderen um einen mittleren vertikalen Zapfen drehbaren Wagen vereinigt sind. Der vordere Theil der Lokomotive liegt in zwei Punkten auf den Federn dieses Wagens. Durch diesen drehbaren Vorderwagen kann diese Lokomotive leichter in Krümmungen laufen, als starr gebaute Lokomotive.

VI. **Erste Güterzug-Lokomotive von R. Stephenson,** mit innen liegenden Cylindern und mit vier gekuppelten Triebrädern (Taf. II, Fig. 7 und 8). Diese Lokomotive ist im Wesentlichen wie die unter I. beschriebene konstruirt, und unterscheidet sich von derselben nur dadurch, dass die vier hintern Räder gleich gross und durch Kupplungsstangen verbunden sind.

VII. **Zweite Güterzug-Lokomotive von R. Stephenson,** mit aussen liegenden Cylindern und mit vier gekuppelten Rädern (Taf. III, Fig. 1 und 2).

Die Bauart dieser Lokomotive stimmt mit der unter III. beschriebenen überein und unterscheidet sich von dieser nur dadurch, dass die vier hinteren Räder gleiche Grösse haben und durch Kupplungsstangen verbunden sind.

VIII. **Dritte Güterzug-Lokomotive der Württembergischen Eisenbahnen.** (Taf. III, Fig. 3 und 4). Diese Lokomotive ist im Wesentlichen nach der von *Norris* konstruirt. Die Cylinder liegen jedoch horizontal und wirken zunächst auf die vor dem Feuerkasten befindliche Triebaxe.

IX. **Berg-Lokomotive von Engerth.** Es ist für unsere Zwecke nicht nothwendig, alle bis jetzt versuchten Konstruktionen von Berglokomotiven zu beschreiben; wir begnügen uns mit der Beschreibung der in neuerer Zeit auf der Sömmering-Bahn in Anwendung gekommenen, von *Engerth* erfundenen und in der Maschinenfabrik zu Esslingen ausgeführten Lokomotive (Taf. III, Fig. 5 und 6). Bei dieser Konstruktion bilden die eigentliche Lokomotive und der Tender ein zusammenhängendes Ganzes. Die eigentliche Lokomotive hat aussen liegende Cylinder und sechs mit einander gekuppelte Räder. Dieser Theil des ganzen Baues weicht von einer gewöhnlichen Güterzug-Lokomotive im Wesentlichen nur dadurch ab, dass die hintere Axe von den Cylindern aus vermittelst Schubstangen getrieben wird, und dass der Kessel nach rückwärts beträchtlich verlängert ist. Dieser verlängerte Theil des Kessels wird durch den Tender getragen, der mit vier gekuppelten Rädern versehen ist. In Fig. 6 ist zu erkennen, wie der Kessel vermittelst zweier Tatzen auf dem Rahmen des Tenders aufliegt. Tender und Lokomotive sind aber auf zweierlei Weise in Zusammenhang gebracht. Sie sind zunächst mit einem in Fig. 6 angedeuteten vertikalen Bolzen so verbunden, dass sie sich gegen einander verstellen und in Bahnkrümmungen ungezwungen laufen können. Die hintere Axe der Lokomotive und die vordere Axe des Tenders sind aber auch noch durch drei Räder in Zusammenhang gebracht, so dass das totale Gewicht des ganzen Baues auf Adhäsion wirkt. Die Axe des mittleren dieser drei Räder, dessen Zähne von Gussstahl sind, wird durch einen Rahmen getragen, welcher gegen die hintere Axe der Lokomotive eine unveränderliche Lage hat, gegen welchen jedoch die vordere Axe des Tenders bei einer Verwendung desselben gegen die Lokomotive ihre Lage verändern kann. Die Richtung des Bolzens, durch welchen Tender und Lokomotive zusammengehängt sind, geht durch den Eingriffspunkt des hinteren und des mittleren Rades.

Widerstände eines Trains. Eine ganz genaue Kenntniss der Widerstände, welche der Bewegung eines Wagenzuges entgegenwirken, wäre für den Bau der Bahn, so wie auch für die Konstruktion der Wägen von sehr grosser Wichtigkeit. Wären diese Widerstände ganz genau bekannt, so würde man daraus ersehen, wie die Bahn und wie die Wägen zu bauen wären, um die Widerstände der Bewegung und die verschiedenen zweckwidrigen schlängelnden und gaukelnden Bewegungen der Wägen möglichst zu vermindern. Insbesondere würde man durch die Kenntniss der wahren Gesetze der Widerstände die zweckmässigste Spurweite der Bahn, die angemessenste Grösse und Umfangsform der Räder, die Entfernung der Axen und das System der Federung best möglichst zu bestimmen im Stande sein. Allein eine scharfe Bestimmung der Wagenbewegungen auf Eisenbahnen ist mit nicht geringen Schwierigkeiten verbunden, denn der Ursachen, welche auf diese Bewegung Einfluss haben, gibt es gar zu viele. Es hängt diese Bewegung ab: 1) von den Krümmungsverhältnissen der Bahn; 2) von ihrer Steigung; 3) von den Unebenheiten der Schienen und der mehr oder weniger vollkommenen Verbindung derselben; 4) von der Spurweite; 5) von der Querschnittsform der Schienen; 6) von der Anzahl, Grösse und Umfangsform der Räder; 7) von der Entfernung der Axen und ihrer gegenseitigen Beweglichkeit; 8) von dem Systeme der Federung; 9) von der Lage des Schwerpunktes des auf den Federn liegenden Baues gegen die Axen und insbesondere von der Höhe dieses Schwerpunktes über den Axen u. s. w.

Für den Lokomotivbau, welchen wir hier nur allein im Auge haben, ist eine so scharfe Kenntniss der Widerstände nicht so dringend nothwendig; es genügt für diesen Zweck diejenige Genauigkeit, welche durch Versuche und Beobachtungen erreicht werden kann. Die bis jetzt durch Versuche erreichte Genauigkeit ist aber eben keine grosse; die Resultate, welche verschiedene gleich achtenswerthe Beobachter gefunden haben, weichen sehr beträchtlich von einander ab, und es kann nicht wohl anders sein, denn die Bewegungen sind einmal so komplizirt, geschehen theilweise so regellos und mit so grosser Geschwindigkeit, dass von genauen Messungen der Erscheinungen gar nicht die Rede sein kann.

W. Harding gibt für den Widerstand eines Wagenzuges ohne Lokomotive folgenden Ausdruck:

$$W_1 = T_1 \left(6 + \frac{V_1}{3} + \frac{0{\cdot}0025\ F_1\ V_1^2}{T_1}\right) \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

In demselben bedeutet:

W_1 den Widerstand des Trains in englischen Pfunden zu 0.454 Kilg.

T_1 das Gewicht des Trains in englischen Tonnen zu 1016 Kilg.
F_1 die Stirnfläche des vordersten Wagens in englischen Quadratfussen zu 0.093 Quadradmetern.
V_1 die Geschwindigkeit des Trains in einer Stunde in englischen Meilen zu 1609 Meter.

Das erste Glied innerhalb der Klammer bezieht sich auf die Axenreibungen, das zweite der Geschwindigkeit proportionale Glied soll den Widerstand bestimmen, den die Bahn und die schlängelnde Bewegung des Wagenzuges verursacht; das dritte Glied bezieht sich auf den Luftwiderstand.]

Um diese Formel in französische Maasseinheiten zu übersetzen, nennen wir:

W den Widerstand des Trains in Kilogrammen.
T das Gewicht des Trains in Tonnen à 1000 Kilogramme.
F die Stirnfläche des vordersten Wagens in Quadratmetern.
V die Geschwindigkeit des Trains in Metern in einer Sekunde.

Dann ist:

$$W_1 = 2{\cdot}205\ W \qquad T_1 = 0{\cdot}984\ T \qquad F_1 = 10{\cdot}75\ F \qquad V_1 = 2{\cdot}23\ V$$

Führt man diese Werthe in den Ausdruck (1) ein, so findet man:

$$W = T\left[2{\cdot}680 + 0{\cdot}3323\ V + 0{\cdot}0609\ \frac{F V^2}{T}\right] \quad \ldots \quad (2)$$

Es wird gewöhnlich behauptet, dass dieser Ausdruck mit der „Erfahrung" ziemlich gut stimmende Werthe gebe. Dies scheint jedoch nicht möglich zu sein. Der Coeffizient des zweiten Gliedes ist wahrscheinlich viel zu gross, und der Luftwiderstand richtet sich doch nicht blos nach der Stirnfläche des vordersten Wagens, sondern auch nach der Anzahl der Wagen des Trains.

D. Gooch berechnet den Widerstand eines Trains mit Lokomotive vermittelst folgender Formel, in welcher W_1 T_1 V_1 die früher angegebene Bedeutung haben und durch L_1 das Gewicht der Lokomotive in englischen Tonnen, $\mathfrak{V}_1$ das Volumen des Trains in englischen Kubikfussen bezeichnet ist:

$$W = \left\{\begin{array}{l} L_1 \left[5 + 0{\cdot}5\ V_1 + 0{\cdot}00004\ T_1\ V_1^2\right] \\ + 0{\cdot}00002\ \mathfrak{V}_1\ V_1^2 \\ + \frac{1}{15}\ V_1\ T_1 \\ + 6\ T_1 \end{array}\right| \quad \ldots \quad (3)$$

Das erste Glied bestimmt den Widerstand der Lokomotive mit Einschluss des Tenders in englischen Pfunden, das zweite Glied bestimmt den Luftwiderstand, das dritte den Widerstand, den die Unebenheit der Bahn und die schlängelnde Bewegung der Wägen verursacht, das vierte Glied endlich die Axenreibung.

Reduzirt man diese Werthe auf französische Einheiten, indem man setzt:

$$W_{\text{,}} = 2{\cdot}205\ W \qquad T_{\text{,}} = 0{\cdot}984\ T \qquad V_{\text{,}} = 2{\cdot}23\ V \qquad \mathfrak{B}_{\text{,}} = 35{\cdot}3\ V$$

wobei $\mathfrak{B}$ das Volumen des Trains in Kubikmetern bedeutet, so findet man:

$$\frac{W}{T} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{L}{T}\left[2{\cdot}23 + 0{\cdot}138\ V + 0{\cdot}0000068\ T\ V^2\right] \\ + 0{\cdot}000124\ \frac{\mathfrak{B}\ V^2}{T} \\ + 0{\cdot}0185\ V \\ + 2{\cdot}68 \end{array} \right\} \quad . \; . \quad (4)$$

Diese Berechnungsweise verdient aber wenig Vertrauen. Das Glied $0{\cdot}0000068\ T\ V^2$ scheint mit der Natur der Sache in keinem richtigen Zusammenhang zu sein, der Luftwiderstand des Trains ist seinem Volumen proportional angenommen, was gewiss unrichtig ist, und der von der schlängelnden Bewegung herrührende Widerstand ist wahrscheinlich zu klein in Rechnung gebracht; wenigstens ist es auffallend, dass er 5 Mal kleiner ist, als nach der Regel von *Harding*.

Ich glaube, dass man durch die folgende Berechnung, die auf einer Combination der durch verschiedene Beobachter gemachten Erfahrungen beruht, der Wahrheit näher kommen dürfte, als durch die Berechnungen von *W. Harding* und von *Gooch*.

Widerstand des Trains und der Lokomotive. (Englische Maasseinheiten.)

1. Axenreibung eines Trains ohne Lokomotive, sowohl nach *Harding* als nach *Gooch*	$6\ T_{\text{,}}$
2. Widerstand, den die Bewegung des Trains auf der Bahn theils durch ihre Unebenheiten, theils durch die schlängelnde Bewegung verursacht, nach *Gooch*	$\frac{1}{15}\ V_{\text{,}}\ T_{\text{,}}$
3. Axenreibung der Lokomotive nach *Pambour*	$6\ L_{\text{,}}$
4. Reibungswiderstand, den die Mechanismen der Lokomotive verursachen, wenn dieselbe keinen Train zieht, nach *Pambour* . . .	$8\ L_{\text{,}}$

5. Bahn- und Rollungswiderstand der Lokomotive nach *Gooch* . . . . $\frac{1}{2} L_1 V_1$

6. Zunahme der Maschinenreibung, wenn die Lokomotive einen Train fortzieht, der einen Widerstand W_1 verursacht, nach *Pambour* $0{\cdot}14\ W_1$

7. Luftwiderstand des ganzen Trains sammt Lokomotive, nach *Pambour* . . . . . $0{\cdot}0025\,(F_1 + \frac{1}{4}\ i\ f)\ V_1^2$

   Hier bedeutet F_1 die Stirnfläche des Trains, f die Stirnfläche eines Wagens, i die Anzahl der Wägen.

8. Neigung der Bahn . . . . $2200 \sin \alpha\ (T_1 + L_1)$

   wobei α den Neigungswinkel der Bahn bezeichnet.

9. Krümmungswiderstand . . . . K_1

   Der Werth von K_1 wird in der Folge bestimmt werden.

Die Summe dieser Glieder gibt den Totalwiderstand W_1. Bildet man diese Summe, setzt dieselbe gleich W_1 und sucht aus dieser Gleichheit den Werth von W_1, so findet man:

$$W_1 = 6{\cdot}97\ T_1 + 0{\cdot}077\ T_1\ V_1 + 16{\cdot}27\ L_1 + 0{\cdot}581\ L_1\ V_1 + 0{\cdot}0029 \left(F_1 + \frac{1}{4}\ i\ f_1\right) V_1^2 \\ + 2556 \sin \alpha\ (T_1 + L_1) \\ + 1{\cdot}162\ K_1$$

Um den Widerstand mit französischen Einheiten zu berechnen, hat man zu setzen:

$$W_1 = 2{\cdot}205\ W \qquad T_1 = 0{\cdot}984\ T \qquad L_1 = 0{\cdot}984\ L \qquad F_1 = 10{\cdot}75\ F$$
$$f_1 = 10{\cdot}85\ f \qquad K_1 = 2{\cdot}205\ K \qquad V_1 = 2{\cdot}23\ V$$

und dann findet man:

$$W = 3{\cdot}11\ T + 0{\cdot}077\ V\ T + 7{\cdot}25\ L + 0{\cdot}577\ L\ V + 0{\cdot}0704 \left(F + \frac{1}{4}\ i\ f\right) V^2 \\ + 1162 \sin \alpha\ (T + L) \\ + 1{\cdot}162\ K$$

oder auch:

$$W = (3{\cdot}11 + 0{\cdot}077\ V)\ T + (7{\cdot}25 + 0{\cdot}577\ V)\ L + 0{\cdot}0704 \left(F + \frac{1}{4}\ i\ f\right) V^2 \\ + 1162 \sin \alpha\ (T + L) \\ + 1{\cdot}162\ K$$

Mittelst dieser Formel ist die nachstehende Tabelle unter folgenden Voraussetzungen berechnet:

$\sin. \alpha = 0 \quad K = 0 \quad F = 7 \quad f = 4 \quad i = \frac{T}{7} \quad L = 20$

d. h. es ist angenommen, dass auf einer horizontalen geraden Bahnstrecke mit einer Lokomotive von 20 Tonnen Gewicht, deren Stirnfläche 7 Quadratmeter beträgt, Wagen fortgeschafft werden, von denen jeder 7 Tonnen wiegt und eine Stirnfläche von 4 Quadratmetern hat.

Widerstände, welche jede Tonne von dem Totalgewicht des Trains mit Einschluß der Lokomotive auf horizontaler gerader Bahn verursacht.

Gewicht des Trains.	Werthe von $\frac{W}{L+T}$ wenn die Geschwindigkeit in Metern in einer Sekunde beträgt:				
	10	12	14	16	18
Tonnen.	Kilog.	Kilog.	Kilog.	Kilog.	Kilog.
50	7·90	8·98	10·17	11·61	12.91
100	6·65	7·57	8·51	9·56	10·76
150	6·13	6·92	7·81	8·78	9·87
200	5·84	6·58	7·63	8·35	9·39

Diese Werthe sind wahrscheinlich etwas zu klein, denn der Bahnwiderstand ist nach *Gooch* in Rechnung gebracht, und der Luftwiderstand der Räder ist unberücksichtigt geblieben.

Bedingungen, unter welchen ein vierrädriger Wagen ohne Zwang in einer Bahnkrümmung läuft. Wenn ein Laufwerk (Taf. III, Fig. 7), das aus einer Axe und aus zwei ungleich grossen Rädern besteht, auf eine ebene Fläche gelegt und in Bewegung gesetzt wird, so rollt es wie ein Kegel, ohne einen Widerstand zu verursachen um denjenigen Punkt C der Ebene herum, in welchem die Axe des Laufwerkes die Ebene durchschneidet. Legt man durch die Punkte A und a, in welchen die Räder in irgend einer Position des Laufwerks diese Ebene berühren, Ebenen senkrecht zur Axe des Laufwerkes, so werden die Oberflächen der Räder in Kreisen geschnitten, welche wir die Laufkreise der Räder nennen wollen. Zieht man von C aus nach allen Punkten des Laufkreises A gerade Linien, so liegen diese in einer Kegelfläche, welche die beiden Radflächen in ihren

Laufkreisen berührt. Diesen Kegel wollen wir den Laufkegel des Laufwerkes nennen. Nennt man A und a die Halbmesser der Laufkreise, R und r die Halbmesser C A und C a der Kreise, auf welchen die Laufkreise herumrollen, so ist:

$$\frac{A}{a} = \frac{R}{r}$$

d. h. bei einem solchen Laufwerk verhalten sich die Halbmesser der Laufkreise wie die Halbmesser der Bahnkreise.

Legt man zwei ganz gleiche Laufwerke mit ungleich grossen Rädern in der Weise auf eine Ebene, dass die Spitzen der Laufkegel zusammentreffen und verbindet dann die Axen der Laufwerke vermittelst eines Rahmens, der eine Aenderung ihrer relativen Lage nicht gestattet, in dem sie sich jedoch ungehindert drehen können, so entsteht ein vierräderiger Wagen mit convergirenden Axen. Setzt man diesen Wagen in Bewegung, so läuft er, ohne einen Widerstand zu verursachen, um den Punkt herum, in welchem die Spitzen der Laufkegel liegen. Ein vierräderiger Wagen kann also ohne einen andern Widerstand, als den der Axenreibung zu verursachen, in einer kreisförmigen Bahn laufen, wenn die Axen der Laufkegel nach dem Mittelpunkt der Bahn gestellt sind, und wenn sich die Halbmesser der Laufkreise wie die Halbmesser der Bahnkreise verhalten.

Dieses für eine ungezwungene Bewegung erforderliche Verhältniss der Laufkreise kann bei einem Wagen, der mit vier gleichen konischen Rädern versehen ist, hervorgebracht werden, wenn man denselben so auf die Bahnschienen stellt (Taf. III, Fig. 8), dass seine Stellung von der mittleren Stellung, in welcher die Laufkreise der Räder gleich grosse Halbmesser r haben, nach radialer Richtung um ein gewisses Maass σ abweicht. Nennt man α den Winkel, den eine Seite eines Radkegels mit der Axe bildet, so sind bei einer solchen Stellung des Wagens $r + \sigma \tang \alpha$ und $r - \sigma \tang \alpha$ die Halbmesser der Laufkreise. Nennt man ferner R den mittleren Halbmesser der Bahnkrümmung, $2 e_2$ die Spurweite der Bahn, so sind $R + e_2$ und $R - e_2$ die Halbmesser der Schienenkreise. Für eine ungezwungene Bewegung muss daher sein:

$$\frac{r + \sigma \operatorname{tang.} \alpha}{r - \sigma \operatorname{tang.} \alpha} = \frac{R + e_2}{R - e_2}$$

und hieraus folgt:

$$\left.\begin{aligned}\sigma &= \frac{r\, e_2}{R \text{ tang. } \alpha}\\ \text{tang. } \alpha &= \frac{r\, e_2}{R\, \sigma}\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Die erste dieser Gleichungen bestimmt die Verschiebung wenn die Conizität, die zweite Gleichung bestimmt die Conizität wenn die Verschiebung gegeben ist.

Bewegung der Bahnwagen in Krümmungen. Die Bedingungen, welche, wie wir gesehen haben, erfüllt sein müssten, damit ein Wagen in einer Bahnkrümmung keinen grösseren Widerstand verursacht, als auf einer geraden Bahnstrecke, sind bei den auf Eisenbahnen gebräuchlichen Wägen nicht erfüllt. Die Axen dieser Wägen haben gegen einander eine unveränderliche parallele Lage und es sind die Kräfte nicht vorhanden, welche erforderlich wären, um die Laufwerke stets um so viel nach aussen zu verschieben, dass das Verhältniss der Laufkreise jenem der Bahnkreise gleich würde.

Denken wir uns, dass ein mit zwei parallelen Axen und mit vier konischen Rädern versehener Wagen aus einer geraden Bahnstrecke in eine Bahnkrümmung einläuft, so ist leicht einzusehen, dass das äussere Vorderrad auf die äusseren Schienen auflaufen wird. Dabei wird der Laufkreis des äusseren Vorderrades vergrössert, der Laufkreis des inneren Vorderrades verkleinert, und wenn die Conizität α der Räder mit dem Spielraum σ der Räder zwischen den Schienen in dem durch die obigen Gleichungen (1) ausgedrückten Zusammenhange steht, so kann das vordere Laufwerk in eine solche Stellung kommen, dass sich die Halbmesser seiner Laufkreise wie die Halbmesser der Bahnkreise verhalten. Allein während die Halbmesser der Laufkreise des vorderen Laufwerks das richtige Verhältniss erhalten, tritt an den Rädern des hinteren Laufwerkes ein fehlerhaftes Verhältniss ein; denn indem der Wagen in die Krümmung einläuft, läuft das innere Hinterrad auf der innern Schiene auf und läuft das äussere Hinterrad von der äusseren Schiene ab. Dabei wird aber der Laufkreis des inneren Hinterrades vergrössert, jener des äusseren Hinterrades verkleinert, es tritt also gerade das Umgekehrte von dem ein, was eintreten sollte. Dazu kommt noch, dass die Axen der Laufwerke fehlerhafte Richtungen erhalten, denn der ganze Wagen kommt in eine gegen die Bahnrichtung verwendete Stellung, die von der Art ist, dass sich zwar die Richtung der hinteren Axe der radialen Richtung nähert, dass dagegen die Richtung der vordern Axe um so mehr von der richtigen radialen Richtung abweicht. Taf. IV, Fig. 2 zeigt die Stellung, in welcher ein vierräderiger Wagen eine Bahnkrümmung durchläuft. Am vordern Laufwerk haben die Laufkreise das richtige Verhältniss, vorausgesetzt, dass die Conizität der Räder der Bedingung (1) Seite 13 entspricht. Am hintern Laufwerke haben die Laufkreise ein verkehrtes Verhältniss. Die vordere Axe entfernt sich, die hintere Axe nähert sich der richtigen radialen Lage. Oder mit andern Worten: am vordern Laufwerke ist das Verhältniss der Laufkreise ein richtiges, die Axenrichtung eine fehlerhafte. Am hinteren Laufwerk ist umgekehrt die Axenrichtung eine beinahe richtige, das Verhältniss der Laufkreise ein fehlerhaftes. Jedes Laufwerk entspricht also annähernd nur einer, und zwar jedes einer andern von den beiden Bedingungen, die erfüllt sein müssten, wenn die Bewegung des Wagens in der Bahnkrümmung nicht mehr Widerstand verursachen sollte, als in einer geraden Bahnstrecke.

Es entsteht nun die Frage, ob die Wägen nicht in der Art eingerichtet werden könnten, dass sie eine natürliche Tendenz hätten, sich in jeder Bahnkrümmung so zu stellen, dass nicht nur am vordern, sondern auch am hinteren Laufwerk das richtige Verhältniss der Laufkreise sich einstellte. Dies kann man in der That bewirken, wenn man die Räder an der hinteren Axe verkehrt, d. h. so anbringt, dass die Spitzen der Radkegel gegen die Bahn einwärts gekehrt sind.

Taf. IV, Fig. 3 ist ein solcher Wagen dargestellt. Er ist so auf die Bahn gestellt, dass die den Berührungspunkten A_1 A_2 A_3 A_4 entsprechenden Laufkreise gleich gross sind. Wird dieser Wagen fortgezogen, so werden die Laufkreise der äusseren Räder grösser, jene der innern Räder kleiner, und wenn die Conizitäten die richtige Grösse haben, so gelangt der Wagen in eine Stellung (Fig. 1), in welcher die Laufkreise des vordern und des hintern Laufwerkes das richtige Verhältniss erhalten.

Leider ist diese Anordnung aus zwei Gründen von keinem praktischen Werth; denn erstlich ist die Stellung des hinteren Laufwerkes keine hinreichend stabile, und zweitens müsste ein solcher Wagen immer erst umgekehrt werden, wenn er nach entgegengesetzter Richtung zu laufen hätte, denn man sieht an der Figur 3, dass in beiden Laufwerken die Verhältnisse der Laufkreise verkehrt werden, wenn man den Wagen nach einer Richtung bewegt, die der in der Figur angegebenen Pfeilrichtung entgegengesetzt ist. Wir müssen also diese Einrichtung als eine praktisch unbrauchbare verwerfen.

Die Höherlegung der äußeren Schiene. Die Stellung, in welcher ein vierräderiger Wagen mit parallelen Axen eine Bahnkrümmung durchläuft, ist vorzugsweise für die Bewegung des äusseren Vorderrades eine ungünstige, indem durch die verwendete Stellung des Wagens der Winkel, den die Ebene des Laufkreises des äusseren Vorderrades mit der Bahnrichtung bildet, sehr gross ausfällt. Wenn nicht geeignete Mittel angewendet werden, wird der Spurkranz dieses Rades gegen die Schienen stossen, oder es kann sogar der Fall eintreten, dass das Rad auf die Schiene steigt, so dass der Wagen aus dem Geleise kommt. Es ist daher vorzugsweise von Wichtigkeit, der Bewegung des äusseren Vorderrades nachzuhelfen, um das Aufsteigen dieses Rades oder das Anstossen seines Spurkranzes an die Schiene zu verhüten. Dies kann bewirkt werden, wenn man die äussere Schiene um so viel höher legt als die innere, dass das ganze vordere Laufwerk nach radialer Richtung einwärts gleitet, wenn es um so viel nach auswärts gelaufen ist, dass der Spurkranz des äusseren Rades der inneren Fläche der äusseren Schiene ganz nahe kommt. Das vordere Laufwerk muss also, wenn es die auf Taf. IV, Fig. 4 dargestellte Stellung erreicht hat, durch sein eigenes Gewicht und insbesondere durch die Belastung seiner Zapfen mit einer Kraft nach einwärts getrieben werden, die nicht nur die Reibung zu überwinden vermag, welche dem Einwärtsgleiten der Räder entgegenwirkt, sondern auch noch eine Ablenkungskraft für die Bewegung des Wagens in der kreisförmigen Bahnkrümmung liefert. Allein bei der früher beschriebenen Stellung, in welcher ein Wagen eine Bahnkrümmung durchläuft, ist die vordere Axe nach einwärts, die hintere Axe nach auswärts geneigt, es liegt also die Belastung vorzugsweise auf dem äusseren Zapfen der vorderen Axe und auf dem inneren Zapfen der hinteren Axe; wir werden uns also der Wahrheit ziemlich nähern, wenn wir annehmen, dass der innere Zapfen der Vorderaxe gar nicht, der äussere Zapfen dieser Axe dagegen mit dem halben Gewicht der ganzen Wagenkonstruktion und der darauf liegenden Last belastet ist.

Nennen wir Q das totale Gewicht des Wagens sammt Belastung, $2\,e_2$ die Spurweite der Bahn, h die Ueberhöhung der äusseren Schiene, V die Fahrgeschwindigkeit des Wagens, α die Conizität der Räder, d. h. den Winkel, den die Seite des Radkegels mit der Axe bildet, σ den Spielraum des Rades zwischen den Schienen, R den mittleren Halbmesser der Bahnkrümmung, f den Reibungscoeffizienten zwischen den Rädern und den Schienen, $g = 9{\cdot}808$ Meter die Beschleunigung durch die Schwere, r den Halbmesser des mittleren Laufkreises eines Rades, φ den Winkel $A\,B\,C$ (Fig. 4), den die untere

Seite des Radkegels des äusseren Vorderrades mit dem Horizont bildet, so ist zunächst annähernd, wie man leicht findet:

$$\varphi = \alpha + \frac{h}{2\,e_2} + \frac{\sigma \text{ tang } \alpha}{e_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Da wir voraussetzen, dass das äussere Vorderrad mit dem halben Gewicht $\frac{Q}{2}$ des Wagens nach vertikaler Richtung gegen die Bahn drückt, so ist $\frac{Q}{2} \sin \varphi$ die aus diesem Druck entspringende Kraft, mit welcher das Rad nach der Richtung A B herabzugleiten sucht. Diese Kraft muss also die Reibung $\frac{Q}{2} f$ überwinden und noch überdies eine Ablenkungskraft $\frac{\frac{1}{2} Q}{g} \frac{V^2}{R}$ liefern. Man hat daher:

$$\frac{Q}{2} \sin \varphi = \frac{Q}{2} f + \frac{\frac{Q}{2}}{g} \frac{V^2}{R}$$

demnach:

$$\sin \varphi = f + \frac{V^2}{g\,R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Da φ jederzeit ein kleiner Winkel ist, darf man $\sin \varphi = \varphi$ setzen, und dann wird:

$$\varphi = f + \frac{V^2}{g\,R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Aus (1) und (3) folgt durch Elimination von φ:

$$\alpha + \frac{h}{2\,e_2} = \frac{\sigma \text{ tang } \alpha}{e_2} = f + \frac{V^2}{g\,R} \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Allein wenn die Räder die angemessene Conizität haben, ist:

$$\frac{\sigma \text{ tang } \alpha}{e_2} = \frac{r}{R}$$

Die Gleichung (4) gibt daher:

$$\frac{h}{2\,e_2} = \frac{V^2}{g\,R} + f - \alpha - \frac{r}{R} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Durch die Schienenüberhöhung, welche diese Gleichung bestimmt, wird also den Hauptübelständen, welche in der Bewegung des äusseren Vorderrades vorkommen können, abgeholfen. Allein der Zustand des hinteren Laufwerkes wird dadurch nicht verbessert;

es stellt sich zu weit nach einwärts und sollte hinaus getrieben werden, was durch die Höherlegung der äusseren Schiene nicht geschehen kann. Allein weil die Stellung des hinteren Laufwerkes keine gefährliche ist, so kann dieselbe doch nur in so fern nachtheilig wirken, als ein gewisser Kraftaufwand nothwendig ist, um den aus der fehlerhaften Stellung dieses Laufwerkes entspringenden Reibungswiderstand zu überwinden, und diesen Kraftverlust muss man sich nun einmal gefallen lassen.

Die Gleichung (5) zeigt, dass die richtige Schienenüberhöhung von der Fahrgeschwindigkeit, vom Bahnhalbmesser, vom Reibungscoeffizienten und von der Conizität der Räder abhängt. Der Quotient $\frac{r}{R}$ ist nicht zu beachten. Ungünstige Verhältnisse sind also: eine grosse Fahrgeschwindigkeit, eine starke Krümmung, trockene bestaubte Schienen und eine schwache Conizität der Räder. Der Reibungscoeffizient ist für trockene bestaubte Schienen $\frac{1}{3}$, für nasse oder leicht beschneite Schienen $\frac{1}{10}$. Die Befahrung von Bahnkrümmungen geschieht also bei nassem Wetter und im Winter leichter als bei gutem Wetter. Eine starke Conizität der Räder ist für Bahnkrümmungen günstig; allein man kann in dieser Hinsicht nicht wohl über eine gewisse Grenze gehen, weil sonst die Bahnschienen zu stark auseinandergedrängt würden.

Wir wollen sehen, wie die numerischen Werthe ausfallen, welche die Gleichung (5) liefert.

Ein Krümmungshalbmesser von 200 Metern wird zu den kleinen noch zulässigen gerechnet, und eine Fahrgeschwindigkeit von 10 Metern in einer Sekunde ist für eine solche Krümmung eine beträchtliche. Bei gewöhnlichem Wetter, wenn die Schienen weder bestaubt noch nass sind, ist der Reibungscoeffizient $\frac{1}{6}$. Eine Conizität von $\frac{1}{7}$ ist für den Bahnbau noch zulässig. Setzen wir also:

$$V = 10^{m} \qquad R = 200^{m} \qquad f = \frac{1}{6} \qquad \alpha = \frac{1}{7} \qquad g = 9 \cdot 808 \qquad r = 0 \cdot 5$$

$$2\, e_2 = 1 \cdot 5 \text{ Meter (schmale deutsche Spur)}$$

so gibt die Gleichung (5)

$$\frac{h}{2\, e_2} = 0 \cdot 072\,, \quad h = 0 \cdot 1 \text{ Met.}$$

Diese Ueberhöhung ist aber eine sehr beträchtliche zu nennen. Eine Fahrgeschwindigkeit von 10 Metern in der Sekunde ist also in einer Bahnkrümmung von 200 Metern Halbmesser zu gross.

Geleiserweiterung in Bahnkrümmungen. Für die Befahrung von geraden Bahnstrecken ist ein geringer Spielraum der Räder zwischen den Schienen und eine schwache Conizität der Räder vortheilhaft. Ein so geringer Spielraum ist aber insbesondere bei nur schwacher Conizität der Räder nicht genügend, damit die Räder in stärkeren Bahnkrümmungen in diejenige Stellung gelangen können, bei welcher das richtige Verhältniss zwischen den Halbmessern der Laufkreise und den Halbmessern der Bahnkreise eintreten kann. In stärkeren Krümmungen muss also den Rädern ein grösserer Spielraum gelassen werden, was nur durch eine Geleiserweiterung geschehen kann.

Nennt man:

$2\,e_2$ die Spurweite in den geraden Bahnstrecken, d. h. den Horizontalabstand der Vertikalebenen, welche an die inneren Seiten der Bahnschienen tangirend angelegt werden können;

σ den Spielraum eines Rades in den geraden Bahnstrecken;

ξ den Horizontalabstand der Ebene des Laufkreises eines Rades von der Vertikalebene, welche an die innere Seite einer Schiene tangirend angelegt werden kann;

α die Conizität der Räder;

r den Halbmesser des Laufkreises eines Rades, wenn der Wagen auf einer geraden Bahnstrecke in der mittleren Stellung auf der Bahn steht;

σ_1 den Spielraum, der einem Rad in einer Bahnkrümmung, welcher ein mittlerer Halbmesser R entspricht, gelassen werden muss, damit das richtige Verhältniss der Laufkreise eintreten kann, wenn der Wagen um σ_1 nach auswärts verschoben wird.

Dies vorausgesetzt sind erstlich die Laufkreise der Räder, wenn der Wagen in der Bahnkrümmung um σ_1, d. h. um so viel nach aussen verschoben ist, dass die Spurkränze der äusseren Räder die inneren Seiten der Schienen berühren, gleich:

$$r + \sigma \operatorname{tang} \alpha \text{ und } r - (2\,\sigma_1 - \sigma) \operatorname{tang} \alpha$$

und sind ferner die Halbmesser der Bahnkreise:

$$R + (e_2 + \sigma_1 - \sigma + \xi) \qquad R - (e_2 + \sigma_1 - \sigma + \xi)$$

Da sich nun die Laufkreise wie die Bahnkreise verhalten sollen, so hat man:

$$\frac{r + \sigma \operatorname{tang} \alpha}{r + \sigma \operatorname{tang} \alpha - 2\,\sigma_1 \operatorname{tang} \alpha} = \frac{R + (e_2 + \sigma_1 - \sigma + \xi)}{R - (e_2 + \sigma_1 - \sigma + \xi)} \quad . \quad . \quad (1)$$

Allein $\sigma_1 - \sigma + \xi$ ist gegen $R + e_2$ wie gegen $R - e_2$ verschwindend klein, kann also gegen diese Grössen vernachlässigt werden. Unter dieser Voraussetzung findet man aus (1):

$$2 (\sigma_1 - \sigma) = 2 \frac{r\, e_2 - \sigma\, R \tang \alpha}{\tang \alpha\, (R + e_2)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Kraft zur Fortbewegung eines Wagens in einer Bahnkrümmung Die Bestimmung der Kraft, welche zur Fortbewegung eines Wagens in einer Bahnkrümmung erforderlich ist, verursacht, wenn man die Sache mit voller Strenge nehmen will, sehr viele kaum zu bewältigende Schwierigkeiten, die mit dem Zweck, um den es sich handelt, in keinem Verhältniss stehen; wir wollen uns daher mit einer Annäherung begnügen. Zu diesem Behufe nehmen wir statt eines wirklichen mit gleichen conischen Rädern versehenen Wagens einen ideellen Wagen an, der mit dünnen cylindrischen Rädern versehen ist, deren Laufkreise sich am vorderen Laufwerk direkt, am hinteren Laufwerk verkehrt wie die Bahnkreise verhalten, stellen diesen Wagen auf eine ganz ebene Fläche, auf welcher zwei den Bahnkreisen gleiche concentrische Kreise verzeichnet sind, und suchen die Kraft zu bestimmen, welche im Stande ist, die Widerstände zu überwältigen, die der Fortbewegung dieses ideellen Wagens in den auf der Ebene verzeichneten Kreisen entgegen wirken. Taf. IV, Fig. 5, zeigt den ideellen Wagen und die ideelle Bahn.

Wir denken uns, dass der Wagen aus der Position D E A B in die Position $D_1\, E_1\, A_1\, B_1$ gelange, und nehmen an, dass die Widerstände, welche dabei die Laufwerke verursachen, gerade so gross wären, als in dem Falle, wenn man die Laufwerke auf folgende Weise aus den Positionen D E und A B in die Positionen $D_1\, E_1$ und $A_1\, B_1$ brächte.

Wir bringen das hintere Laufwerk aus der Lage D E in die Lage $D_1\, E_1$, indem wir es zuerst auf der Ebene um seine Spitze S herumrollen, bis der Punkt E nach einem gewissen Punkt G kommt, der in der Verlängerung von $D_1\, E_1$ liegt, drehen hierauf das Laufwerk um eine durch G gehende vertikale Axe um den Winkel $S\, G\, D_1 = \varphi$, so dass die Axe des Laufwerkes die Richtung $G\, D_1$ erhält, und schieben es endlich nach dieser Richtung um $G\, E_1$ nach auswärts. Das Rollen des Laufwerkes um die Spitze des Laufkegels verursacht keinen Widerstand. Beim Drehen des Laufwerks um den Punkt G schleift das äussere Rad auf der Bahn fort ohne zu rollen; es muss also die Reibung überwunden werden, die dem Druck dieses Rades gegen die Bahn entspricht. Beim Hinausschleifen des ganzen Laufwerkes um die Weglänge GE_1 müssen die Reibungen beider Räder auf der Bahn überwunden werden.

Da wir voraussetzen, dass die Räder die richtige Conizität haben, so ist die Höhe TA des Laufkegels des vorderen Laufwerkes gleich dem Halbmesser des äusseren Bahnkreises. Um also das vordere Laufwerk aus der Position AB in die Position A_1B_1 zu bringen, haben wir nichts zu thun, als es zuerst nach der Richtung AT um AH, d. h. um die Projection von AA_1 auf AT einwärts zu schieben, und es dann um die Spitze des Laufkegels herumzurollen, bis die Axe des Laufkegels in die Lage TA_1 kommt. Von diesen zwei Bewegungen erfordert nur die erstere, nämlich das Hereinschleifen, einen Kraftaufwand.

Die Fortbewegung des Wagens aus der Position $DEAB$ in die Position $D_1E_1A_1B_1$ erfordert also die Ueberwältigung dreier Reibungswiderstände: 1) die mit Schleifen des äusseren Hinterrades verbundene Drehung des hinteren Laufwerkes aus der Position SG in die Position GD_1; 2) das Hinausschleifen des hinteren Laufwerkes um GE_1; 3) das Schleifen nach einwärts des vorderen Laufwerkes um AH.

Nennen wir:

$2e_2$ die Spurweite der Bahn;

2Δ die Entfernung der Axen der Laufwerke des Wagens;

r die Halbmesser der mittleren Laufkreise der Räder;

σ den Spielraum eines Rades;

α die Conizität der Räder, d. h. den Winkel, den eine Seite des Radkegels mit seiner Axe bildet;

R den mittleren Halbmesser der Bahnkrümmung;

Q das Gewicht des ganzen Wagenbaues;

f den Reibungscoeffizienten für das Schleifen der Räder auf der Bahn;

K die Zugkraft, welche auf den Wagen wirken muss, um die Widerstände, die das Schleifen der Räder auf der Bahn verursacht, zu überwinden;

ω den Centriwinkel, welcher der Fortbewegung des Wagens in der Bahn um DD_1 oder AA_1 entspricht;

Θ den Winkel ESG, um welchen das hintere Laufwerk gerollt wird;

φ den Winkel SGD_1, um welchen das hintere Laufwerk drehend geschleift wird.

Da wir annehmen, dass das hintere Laufwerk aus σ nach einwärts, das vordere Laufwerk aus σ nach auswärts verschoben sei, und dass die Conizität der Räder eine solche sei, dass sich bei dieser verschobenen Stellung des Wagens die Halbmesser der Laufkreise am vorderen Laufwerk direkt, am hinteren Laufwerk verkehrt wie die Bahnkreise verhalten: so sind die Höhen S E und T A der Laufkegel gleich dem äusseren Bahnhalbmesser $R + e_2$; es ist demnach $\Theta = \omega$, folglich: $\varphi = \Theta + \omega = 2\,\omega$. Die Wirkung, welche der mit Schleifen des äusseren Hinterrades verbundenen Drehung des hinteren Laufwerkes aus der Position S G in die Position G D_1 entspricht, ist demnach:

$$\frac{Q}{4}\, f\, 2\, e_2\, 2\, \omega = Q\, f\, e_2\, \omega \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Der Weg E_1 G, um welchen das hintere Laufwerk nach auswärts geschleift wird, ist nahe gleich $\overline{E\,E_1}\ \sin \widehat{E_1\,E\,G}$, oder nahe gleich:

$$(R - e_2)\,\omega \,.\left(\frac{\varDelta}{R - e_2} - \frac{\sigma}{\varDelta}\right)$$

Die Wirkung, welche dem Hinausschleifen des hinteren Laufwerkes um G E_1 entspricht, ist demnach:

$$\frac{Q}{2}\, f\,(R - e_2)\,\omega \left(\frac{\varDelta}{R - e_2} - \frac{\sigma}{\varDelta}\right) = \frac{Q}{2}\, f\,\omega \left(\varDelta - \frac{\sigma\,(R - e_2)}{\varDelta}\right) \quad (2)$$

Die Weglänge A H, um welche das vordere Laufwerk nach einwärts geschleift wird, ist $\overline{A\,A_1}\ \sin \widehat{A\,A_1\,H}$ gleich oder nahe gleich:

$$(R + e_2)\,\omega \,.\left(\frac{\varDelta}{R + e_2} + \frac{\sigma}{\varDelta}\right)$$

Die dieser Schleifung entsprechende Wirkung ist demnach:

$$\frac{Q}{2}\, f\,(R + e_2)\,\omega \left(\frac{\varDelta}{R + e_2} + \frac{\sigma}{\varDelta}\right) = \frac{Q}{2}\, f\,\omega \left(\varDelta + \frac{\sigma\,(R + e_2)}{\varDelta}\right) \quad (3)$$

Die Summe der drei Wirkungen (1), (2), (3) ist demnach:

$$Q\, f\, e_2\,\omega + \frac{Q}{2}\, f\,\omega \left[\varDelta - \frac{\sigma\,(R - e_2)}{\varDelta}\right] + \frac{Q}{2}\, f\,\omega \left[\varDelta + \frac{\sigma\,(R + e_2)}{\varDelta}\right]$$
$$= Q\, f\,\omega \left[e_2 + \varDelta + \frac{\sigma\, e_2}{\varDelta}\right]$$

oder auch, weil $\frac{\sigma}{\varDelta}$ eine kaum beachtenswerthe Grösse ist, gleich:

$$Q\, f\,\omega\,(e_2 + \varDelta) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Die Wirkung, welche die Zugkraft K entwickelt, wenn sie den Wagen um den Centriwinkel ω fortbewegt, ist aber K . R ω; man hat daher die Gleichheit:

$$K\,R\,\omega = Q\,f\,\omega\,(e_2 + \Delta)$$

demnach:

$$K = Q\,f\,\frac{e_2 + \Delta}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Dies ist also annähernd die Zugkraft, welche am Wagen wirken muss, um das Schleifen der Räder auf der Bahn, wenn sie gekrümmt ist, zu bewältigen. Ein enger Radstand, eine kleine Spurweite, eine schwache Bahnkrümmung und ein glitschriger Zustand der Schienen sind also für die Befahrung von Bahnkrümmungen hinsichtlich des Kraftaufwandes vortheilhaft.

Setzen wir beispielsweise für trockene Witterung $f = \frac{1}{3}$, und ferner $R = 200$, $2\,e_2 = 1{\cdot}5$, $2\,\Delta_2 = 3^m$, so wird $K = \frac{Q}{266}$. Dieser Widerstand ist ungefähr gleich der Hälfte von demjenigen, der auf horizontaler gerader Bahn zu überwinden ist, kommt also kaum in Betrachtung gegen die Widerstände, welche die fast auf jeder Bahn vorkommenden Bahnsteigungen verursachen. Nicht der Widerstand, sondern die Gefahr des Ausgleisens bei grösserer Fahrgeschwindigkeit macht also stärkere Bahnkrümmungen unzulässig.

Richtige Conizitäten der Räder eines Wagens mit drei Axen. Es sei (Taf. IV, Fig. 6) ein Wagen mit drei Laufwerken. Derselbe sei so auf die Bahn gestellt, dass sowohl das vordere als auch das hintere Laufwerk um den Spielraum σ nach aussen verschoben ist. A und A_1 sind die Axenmittel dieser Laufwerke, O der Mittelpunkt der Bahnkrümmung, O D_1 C_1 E_1 B_1 eine auf A A_1 senkrechte, mithin A A_1 in C_1 halbirende Linie. Nennt man r_1 für das hintere, r_3 für das vordere Laufwerk den Halbmesser des mittleren Laufkreises, α_1 für das hintere, α_3 für das vordere Laufwerk die richtigen Conizitäten, so hat man:

$$\text{tang}\,\alpha_1 = \frac{r_1\,e_2}{R\,\sigma} \qquad \text{tang}\,\alpha_3 = \frac{r_3\,e_2}{R\,\sigma} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Die richtige Conizität der mittleren Räder kann am leichtesten durch Konstruktion auf folgende Art gefunden werden.

Man verlängere die Axenrichtung B D, mache B O_1 = R + e_2, verbinde b und b_1 mit O_1, errichte in D auf B O_1 eine Senkrechte, bis die Linien $b\ o_1$ und $b_1\ o_1$ geschnitten werden, mache $C\,m = C\,D$, $m\,a = m\,a_1 = D\,d$, so ist $b\,b_1\,a\,a_1$ der Radkegel des äusseren der mittleren Räder. In dem Fall, wenn $\overline{C\,B} = \overline{C\,D}$ ist, fällt die Linie $a\,a_1$ auf $b\,b_1$, wird demnach die Conizität unendlich gross.

Zusammenhängung der Wägen. Die Zusammenhängung der Wägen soll in der Weise geschehen, dass sich die Wägen auf geraden Bahnstrecken nicht leicht aus ihrer normalen Stellung verdrehen können, dass sie aber in Bahnkrümmungen nicht verhindert werden, in die für ihre Bewegung günstigste Stellung zu gelangen.

Bringt man im Mittelpunkt des Rahmenbaues eines jeden Wagens einen vertikalen Zapfen an, und verbindet je zwei aufeinander folgende Zapfen der Wagenreihe durch Stangen oder Stangenketten, so hat man eine Zusammenhängung, welche die Wägen, wenn sie durch Krümmungen laufen, nicht verhindert, in ihre zweckmässigsten Stellungen zu gelangen; allein in geraden Bahnstrecken gestattet diese Zusammenhängung, dass sich jeder Wagen um seinen Mittelpunkt drehen, dass also eine merkliche schlängelnde Bewegung eintreten kann. Werden die Wägen an den Bufferbalken mit geeigneten Gliederungen zusammengehängt, so wird jeder Wagen, wenn der Zug auf einer geraden Bahnstrecke fährt, durch die in den Zusammenhängungen herrschenden Spannungen nach der Richtung der Bahn gestreckt, die Wägen können also nicht leicht in eine schlängelnde Bewegung gerathen, sie können sich aber, wenn die Zusammenhängung richtig gemacht wird, in Krümmungen in die richtige Stellung begeben. Diese Zusammenhängung, bei welcher die Wägen gleichsam die Glieder einer Kette bilden, ist also der ersteren, bei welcher die Mittelpunkte der Wägen an eine Kette gehängt sind, vorzuziehen.

Um zwei Wägen, die ungleich grosse Radstände haben, vermittelst eines vertikalen Bolzens so aneinander hängen zu können, dass sie beide in Bahnkrümmungen ungezwungen die richtige Stellung annehmen können, müssen die Zusammenhängungspunkte a und a_1 gleich weit vom Mittelpunkt o der Bahn entfernt sein, wenn jeder der beiden Wägen eine richtige Stellung auf der Bahn einnimmt. Siehe Taf. IV, Fig. 7. Es muss demnach sein: $o\,a = o\,a_1$.

Grösster zulässiger Druck eines Triebrades gegen die Bahn. Der grösste Druck, den ein Triebrad gegen die Schienen ausüben darf, richtet sich theils nach den Querschnittsdimensionen der Schiene und der Constructionsart des Unterbaues, auf welchem die Schiene aufliegt, vorzugsweise aber nach dem Widerstand, den das Material der Rad-ringe und der Schienen dem Aufrauhen oder Aufschiefern entgegengesetzt, wenn die belasteten Triebräder auf den Schienen schleifen. Kennt man einmal den grössten Druck eines Rades gegen die Schiene, bei welchem noch kein Aufrauhen oder Aufschiefern der Schiene oder der Radkränze eintritt, so kann man dann den Querschnitt der Schiene nach statischen Regeln leicht so bestimmen, dass sie diesem Druck mit genügender Sicherheit zu widerstehen vermag. Es kommt also zunächst darauf an, diesen grössten Druck, bei dem die Schienen und die Räder an ihrer Oberfläche nicht angegriffen werden, wenn ein Schleifen eintritt, zu bestimmen. Dieser grösste Druck richtet sich aber theilweise nach der Grösse des Rades. Die Berührung des Radumfanges und der Schiene ist keine geometrische; an der Berührungsstelle wird der Radumfang abgeplattet und die Schiene eingedrückt; Radumfang und Schiene berühren sich also nicht in einem Punkt, sondern in einer Fläche, und die Intensität des wechselseitigen Druckes ist nach dem Quotienten aus der Grösse des Druckes und der Grösse der Berührungsfläche zu beurtheilen, und nach dieser Intensität ist die angreifende Wirkung, wenn ein Schleifen eintritt, zu bemessen.

Es sei Taf. V, Fig. 1, A B die Oberfläche der Schiene, D_1 die Position des Rades, wenn es die Schiene nur geometrisch in E_1 berührt, D F E G D das in die Schiene eingedrungene von F bis G deformirte Rad.

Setzen wir $\overline{m_1 H_1} = \overline{E_1 m} = \xi$, $\overline{m_1 n_1} = v_1$, $\overline{m n} = v$, den Durchmesser des Rades gleich D, den absoluten Druck des Rades gegen die Schiene gleich $\mathfrak{P}$, ϱ und σ zwei Coeffizienten, durch welche die Zusammendrückbarkeit der Materiale, aus welchen das Rad und die Schiene bestehen, gemessen werden kann, $H_1 E_1 = e$ die ursprüngliche Höhe von dem Theil des Radumfanges, welcher durch den Druck deformirt wird.

Dies vorausgesetzt ist:

$$\overline{n_1 p_1}^2 = \xi^2 = \overline{E_1 p_1}\,(D - \overline{E_1 p_1})$$

Allein es ist $\overline{E_1 p_1}$ gegen D verschwindend klein, daher kann man schreiben: $\xi^2 = \overline{E_1 p_1}\, D$, und hieraus folgt: $\overline{E_1 p_1} = \frac{\xi^2}{D}$; demnach: $\overline{m_1 n_1} = e - \frac{\xi^2}{D}$. Die Stelle n_1 des Radumfangs wird um $\overline{m_1 n_1} - \overline{m n} = e - \frac{\xi^2}{D} - v$ zusammengedrückt. Die Intensität der zusammendrückenden Kraft kann der Zusammendrückung proportional gesetzt, kann also durch $\varrho \left(e - \frac{\xi^2}{D} - v\right)$ ausgedrückt werden. Die

Schiene wird bei m um $\overline{m\ n} = v$ zusammengedrückt. Die entsprechende Intensität der zusammendrückenden Kraft kann also gleich $\sigma\, v$ gesetzt werden. Allein die wechselseitigen Pressungen bei n müssen gleich gross sein. Man hat daher:

$$\sigma\, v = \varrho \left(e - \frac{\xi^2}{D} - v \right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; : \quad (1)$$

Dies ist die Gleichung der Kurve F E G. Der totale Druck längs der Fläche $\overline{F\ G}$ zwischen dem Rade und der Schiene muss gleich $\mathfrak{P}$ sein; man hat daher:

$$\mathfrak{P} = 2 \int_0^K v\, \sigma\, d\xi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

wobei der Kürze wegen $\overline{F_1\ H_1} = K$ gesetzt wurde; es ist demnach $K^2 = e\,(D - e)$, oder weil e gegen D verschwindend klein ist:

$$K^2 = e\, D \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Sucht man aus (1) den Werth von v und setzt ihn in die Gleichung (2), so findet man:

$$\mathfrak{P} = 2\, \frac{\sigma\, \varrho}{\sigma + \varrho} \int_0^K \left(e - \frac{\xi^2}{D} \right) d\xi$$

Mit Berücksichtigung von (3) gibt die Integration dieses Ausdruckes:

$$\mathfrak{P} = \frac{4}{3}\, \frac{1}{\frac{1}{\sigma} + \frac{1}{\varrho}}\; e^{\frac{3}{2}}\, D^{\frac{1}{2}}$$

und hieraus folgt:

$$e = \left\{ \frac{3}{4} \left(\frac{1}{\sigma} + \frac{1}{\varrho} \right) \right\}^{\frac{2}{3}} \frac{\mathfrak{P}^{\frac{2}{3}}}{D^{\frac{1}{3}}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Nennt man endlich $\mathfrak{J}$ die Intensität der Pressung bei E, so ist dieselbe $\sigma\, \overline{E\ E_1}$; allein $\overline{E\ E_1}$ ist derjenige Werth von v, der sich aus (1) ergibt, wenn man in dieser Gleichung ξ gleich Null setzt; es ist demnach $\overline{E\ E_1} = e \cdot \frac{\varrho}{\sigma + \varrho}$, und man hat daher:

$$\mathfrak{Z} = \sigma\,\overline{\mathrm{E}\,\mathrm{E}_1} = \mathrm{e}\,\frac{\sigma\,\varrho}{\sigma+\varrho} = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{1}{\sigma}+\frac{1}{\varrho}\right)^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{\mathfrak{P}^{\frac{2}{3}}}{\mathrm{D}^{\frac{1}{3}}}$$

und hieraus folgt:

und:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{P} &= \mathfrak{Z}^{\frac{3}{2}}\,\frac{4}{3}\sqrt{\frac{1}{\sigma}+\frac{1}{\varrho}}\,\sqrt{\mathrm{D}} \\ \mathrm{D} &= \frac{\mathfrak{P}^2}{\mathfrak{Z}^3\left(\frac{4}{3}\right)^2\left(\frac{1}{\sigma}+\frac{1}{\varrho}\right)} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Da $\mathfrak{Z}$ constant sein soll, σ und ϱ ebenfalls bestimmte, dem Schmiedeisen, aus welchem die Schienen und die Radumfänge bestehen, entsprechende Werthe haben, so kann man auch setzen:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{D} &= \mathfrak{A}\,\mathfrak{P}^2 \\ \mathfrak{P} &= \frac{1}{\sqrt{\mathfrak{A}}}\sqrt{\mathrm{D}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

wobei nun $\mathfrak{A}$ eine gewisse, am zweckmässigsten durch die Erfahrung zu bestimmende Constante bedeutet.

Die in neuester Zeit nach dem System von Herrn *Engerth* für die Sömmering-Bahn erbauten Lokomotive haben sehr stark belastete Axen. Die Räder dieser Lokomotive haben einen Durchmesser von 3·5 österreichischen Fuss oder von 1·1 Meter, und jedes der zwei vordersten Räder übt gegen die Bahn einen Druck von 122.7 österreichischen Centnern oder 6871 Kilogramm aus. Wenn wir diese Thatsache zur Bestimmung des Coeffizienten $\mathfrak{A}$ benützen, finden wir: $\mathfrak{A} = \frac{\mathrm{D}}{\mathfrak{P}^2} = \frac{1{\cdot}1}{(6{\cdot}872)^2} = \frac{1}{43}$, und dann wird:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{D} &= \frac{\mathfrak{P}^2}{43} \\ \mathfrak{P} &= 6{\cdot}6\,\sqrt{\mathrm{D}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Diese Formeln geben folgende numerische Resultate:

für $\mathrm{D} =$	0·6	0·8	1·0	1·2	1·4	1·6	1·8	2 Meter
wird $\mathfrak{P} =$	5·1	5 9	6·6	7·2	7·8	8·3	8·8	9·3 Tonnen.

Es scheint, dass diese Belastungen in der That die grössten sind, welche man zulassen darf, und die man nur in ausserordentlichen Fällen eintreten lassen soll. In allen gewöhnlicheren Fällen dürfte es angemessen sein, Räder von 1 Meter Durchmesser nicht stärker als mit 5 Tonnen zu belasten. Wenn wir diese Annahme zu Grunde legen, so wird:

$$\left.\begin{aligned} D &= \frac{\mathfrak{P}^2}{25} \\ \mathfrak{P} &= 5\sqrt{D} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

für D =	0·6	0·8	1·0	1·2	1·4	1·6	1·8	2 Meter
wird $\mathfrak{P}$ =	3·87	4·47	5·00	5·48	5·92	6·33	6·71	7·07 Tonnen.

Bestimmen wir nun auch die Dimensionen, welche der Querschnitt einer Schiene erhalten muss, damit sie eine hinreichende respektive Festigkeit gewährt. Nehmen wir an, dass man sich für eine gewisse Querschnittsform der Schienen entschieden habe, so sind die Verhältnisse aller Abmessungen des Querschnitts vollkommen bestimmt, und jede einzelne Dimension des Querschnittes kann als ein Vielfaches oder als ein aliquoter Theil der Schienenhöhe, die wir mit h bezeichnen wollen, ausgedrückt werden, und dann kommt es nur auf den absoluten Werth von h an, um auch alle übrigen Dimensionen des Querschnittes mit jeder wünschenswerthen Schärfe bestimmen zu können. Aus den bekannten Formeln über die Festigkeit der Materialien folgt aber, dass das Brechungsmoment einer solchen Schiene dem Kubus der Schienenhöhe h proportional ist. Anderseits ist aber dieses Brechungsmoment auch dem Produkt $\mathfrak{P}\, l$ proportional zu setzen, wobei $\mathfrak{P}$ den Druck bezeichnet, welcher gegen die Schiene ausgeübt wird, und l die Entfernung zweier unmittelbar auf einander folgenden Schienenstühle ausdrückt. Wir können daher schreiben: $h^3 = \mathfrak{A}^3 \mathfrak{P}\, l$, und daraus folgt:

$$h = \mathfrak{A}\sqrt[3]{\mathfrak{P}\, l} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

wobei $\mathfrak{A}$ eine Constante bezeichnet, die von der Querschnittsform, nicht aber von der Querschnittsgrösse abhängt.

Beträgt die Entfernung der Querschwellen 1 Meter und der Druck eines Rades gegen die Bahn 5 Tonnen, so leistet eine Schiene von I förmigem Querschnitt hinreichenden Widerstand, wenn sie eine Höhe von 0.14 Metern hat und jeder Meter Schienenlänge 42 Kilogramm wiegt. Vermittelst dieser Erfahrungsdaten gibt der Ausdruck (9), wenn man in demselben $\mathfrak{h} = 0{\cdot}14$, $\mathfrak{P} = 5$, $\mathfrak{l} = 1$ setzt, $\mathfrak{A} = 0{\cdot}082$. Wir erhalten daher zur Bestimmung der Schienenhöhe den Ausdruck:

$$\mathfrak{h} = 0{\cdot}082 \sqrt[3]{\mathfrak{P}\mathfrak{l}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

wobei $\mathfrak{h}$ und $\mathfrak{l}$ in Metern, $\mathfrak{P}$ in Tonnen zu 1000 Kilogramm auszudrücken sind.

Stabilität der Wagenbewegung. Die Wägen sollten sich, um ihrem Zweck ganz vollkommen zu entsprechen, ganz geschmeidig, d. h. in einer solchen Weise längs der Bahn hinbewegen, dass jeder beliebige Punkt des Wagenbaues, so wie jeder Punkt der fortzuschaffenden Körper, eine mit der Axenlinie der Bahn parallele Kurve beschreiben würde, in welchem Falle die Bewegung für die Personen gar nicht spürbar wäre. Allein in solcher Weise erfolgt die Bewegung nicht, sondern der auf den Federn liegende Bau wogt beständig auf und nieder, wankt hin und her, neigt sich vor und zurück. Diese drei Bewegungen wollen wir das Wogen, Wanken und Nicken nennen. Die Gesetze, nach welchen diese Bewegungen erfolgen, werden wir in der Folge mit aller Schärfe kennen lernen, wenn wir die störenden Bewegungen der Lokomotive durch analytische Mittel untersuchen, einstweilen möge eine einfache Besprechung dieses Gegenstandes genügen.

Die Störungen in der Bewegung der Bahnwägen entstehen entweder direkt, oder indirekt durch die Einwirkung der Bahn auf die Räder. Die Schienen sind nie vollkommen glatt; ihre Verbindung unter einander, so wie auch ihr Aufliegen auf dem Unterbau ist nie fehlerfrei. Auch die Räder haben, wenn sie längere Zeit im Gebrauch waren, mancherlei Unvollkommenheiten an sich, sie sind dann nicht mehr glatt und nehmen insbesondere durch die ungleiche Elastizität, welche der Speichenbau verursacht, eine polygonale Form an. Diese Unvollkommenheiten der Bahn und der Räder machen, dass die Räder, während sie auf der Bahn fortrollen, fort und fort, insbesondere aber an den Schienenstössen in die Höhe geprellt werden und dadurch entsteht das Wanken, Wogen und Nicken und in Folge des Wankens auch noch ein Hin- und Herschlängeln der Wägen zwischen den Schienen. Das Wanken ist nämlich ein Hin- und Herpendeln des auf den Federn liegenden Baues um eine durch seinen Schwerpunkt gehende Längenaxe. So wie nun eine solche pendelnde Bewegung eintritt, fassen die Axengabeln die Axenbüchsen und suchen sie auf den Axen hin und her zu schieben; da aber die Axenbüchsen nicht verschiebbar sind, so werden die Axen mit den Rädern zwischen den Schienen hin- und hergeschoben, und diese Bewegung in Verbindung mit der fortrollenden Bewegung der Räder bringt das Schlängeln hervor.

Es ist nun die Frage, was man zu thun hat, damit diese störenden Bewegungen in einem möglichst schwachen Grad eintreten? Natürlich, dass eine solide Anlage und Ausführung des Bahnbaues, so wie eine sorgfältige Instandhaltung der Wägen die erste und wichtigste Bedingung ist. Allein damit ist noch nicht alles gethan, sondern es hängt auch sehr viel von der Construktionsart der Wägen ab, und in dieser Hinsicht mögen folgende Bemerkungen zur Aufklärung der Sache dienen.

Zunächst ist klar, dass die störenden Oscillationen von dem Starrheitsgrad der Federn abhängen. Starre Federn verursachen schnell auf einander folgende Oscillationen von geringer Ausdehnung, bringen also harte Erschütterungen hervor. Weiche Federn verursachen langsam erfolgende Oscillationen von grösserer Ausdehnung. Es ist selbstverständlich, dass nur durch die Erfahrung derjenige Starrheitsgrad der Federn bestimmt werden kann, bei welchem die nachtheiligen Folgen der störenden Bewegungen am kleinsten ausfallen.

Das Wogen ist von der Bauart der Wägen ganz unabhängig und richtet sich auf einer Bahn von gewisser Beschaffenheit nur allein nach dem Starrheitsgrad der Federn und dem Gewicht des auf den Federn liegenden Baues.

Das Wanken hängt wesentlich theils von der Spurweite, theils von der Höhe des Schwerpunktes über den Axen der Räder ab. Eine grosse Spurweite und eine möglichst tiefe Lage des Schwerpunktes schützen gegen das Wanken, und folglich auch gegen die durch das Wanken entstehende schlängelnde Bewegung.

Das Nicken hängt ab von der Anzahl, der Entfernung und Belastung der Axen. Ein grosser Radstand, eine starke Belastung der äusseren Axen und eine schwache Belastung der inneren Axen, wenn welche vorhanden sind, schwächen das Nicken. Am besten ist es aber, gar keine mittleren Axen anzuwenden, sondern die Wägen entweder nur mit zwei weit auseinander gestellten Axen, oder mit zwei weit auseinander gestellten vierräderigen Laufwerken zu versehen. Die Stabilität der Bewegung in geraden Bahnstrecken verlangt also eine Radstellung, die für die Befahrung von Bahnkrümmungen nachtheilig ist, denn für Krümmungen ist eine enge Radstellung und eine schmale Spurweite günstig. Indessen Krümmungen sind doch nur Ausnahmen und die Widerstände, welche Krümmungen verursachen, sind in Vergleich mit denen der Steigungen von keiner grossen Bedeutung; es ist daher angemessen, die Wägen auf Stabilität zu bauen. Am besten entspricht man jedenfalls sowohl den Bedingungen der Stabilität, als auch jenen der Krümmungen durch zwei weit auseinander gestellte, gegen einander verstellbare vierräderige Laufwerke, d. h. durch die amerikanische Construktion der sogenannten Salonwägen. Allein eine Bahn mag noch so gut gebaut sein und die Wägen mögen den Bedingungen der Stabilität noch so gut entsprechen, so gibt es doch Verhältnisse, unter welchen sehr heftige störende Bewegungen eintreten können. Dies geschieht nämlich, wie wir in der Folge nachweisen werden, wenn die Zeit einer Wogung, oder die Zeit einer Wankung, oder endlich wenn die Zeit einer Nickung genau mit der Zeit übereinstimmt, in welcher die Lokomotive eine Schienenlänge durchläuft; denn in jedem dieser drei Fälle summiren sich die störenden Wirkungen, welche durch die Stösse an den Schienenverbindungen hervorgebracht werden, und je nachdem die erste, oder die zweite, oder die dritte der genannten Schwingungszeiten mit der Zeit übereinstimmt, in welcher die Lokomotive über eine Schiene läuft, wird im ersten Falle das Wogen, im zweiten das Wanken, im dritten das Nicken allmählig stärker und stärker. Damit eine solche Ansammlung der störenden Einwirkungen nicht eintreten kann, muss die Länge einer Schiene so gross sein, dass die Zeit, welche die Lokomotive braucht um eine Schiene zu überlaufen, selbst bei ihrer grössten Fahrgeschwindigkeit grösser ist, als die grösste der drei Schwingungszeiten, welche dem Wanken, Wogen und Nicken entsprechen.

Sehr lange Schienen sind also nicht blos desshalb vortheilhaft, weil dadurch die Anzahl der Schienenverbindungen und mithin die Anzahl der störenden Einwirkungen vermindert wird, sondern man schützt sich zugleich durch lange Schienen gegen die Ansammlung der störenden Bewegungen. Auch wäre es in dieser Hinsicht gut, wenn die Längen der einzelnen Schienen ungleich wären und die Bewegung der Lokomotive nicht mit Gleichförmigkeit erfolgte.

Ergebnisse der vorhergehenden Studien. Wenn wir in Kürze die wesentlichsten Ergebnisse der vorhergehenden Untersuchungen über die Bewegung der Wägen auf geraden und gekrümmten Bahnstrecken zusammenfassen, so erhalten wir für den Bau der Bahn und der Wägen folgende leitende Gesetze:

A. Hinsichtlich der Stabilität der Bewegung auf geraden Bahnstrecken ist vortheilhaft:

1. eine grosse Geleisweite;
2. ein grosser Radstand der Wägen;

3. Wägen mit zwei weit auseinander gestellten Axen, oder Wägen mit zwei weit auseinander gestellten, gegen einander beweglichen vierräderigen Laufwerken;
4. ein geringer Spielraum der Räder zwischen den Schienen;
5. eine schwache Conizität der Räder;
6. eine niedrige Lage des Schwerpunktes des auf den Federn liegenden Baues;
7. sehr lange Bahnschienen;
8. eine Zusammenhängung der Wägen, bei welcher sie selbst die Glieder einer Kette bilden.

B. Für die Befahrung von Bahnkrümmungen ist vortheilhaft:
1. eine enge Geleisweite;
2. ein enger Radstand und keine Mittelräder;
3. Wägen mit weit auseinander gestellten, gegen einander beweglichen vierräderigen Laufwerken;
4. schwache Bahnkrümmungen;
5. eine angemessene Conizität der Räder und insbesondere der Lokomotivräder;
6. eine angemessene Höherlegung der äusseren Schienen;
7. eine angemessene Geleiserweiterung;
8. eine mässige Fahrgeschwindigkeit.

Die Bewegungen der Lokomotive.

Einleitendes. Die vollständige Lokomotive besteht aus drei Massensystemen: 1. Das Massensystem der Lauf- und Triebwerke. 2. Das zu einem starren Ganzen verbundene System des Rahmenbaues, des Kessels und der theils mit dem Rahmenbau, theils mit dem Kessel unveränderlich vereinigten Maschinencylinder und Kolbenstangenführungen. 3. Das gegen den Rahmenbau und gegen den Kessel bewegliche System der Kolbenmassen und Bewegungsmechanismen. Im Beharrungszutand, den wir vorzugsweise im Auge behalten müssen, kommen im ganzen Bewegungssysteme folgende Einzelbewegungen vor: 1. Der mittlere Fortlauf der Bewegung. 2. Die durch den Kurbelmechanismus verursachten periodischen Bewegungen des Fortlaufes. 3. Die Bewegungen, welche durch die hin und her gehenden Massen der Kolben, Kolbenstangen, Schubstangen, Kupplungsstangen etc. entstehen. 4. Die mannigfaltigen Bewegungen, welche in dem Rahmen- und Kesselbau durch den Bewegungsmechanismus der Maschine hervorgerufen werden. Die mittlere Fortbewegung betrifft die Anzahl der Umdrehungen, welche die Triebräder in einer gewissen Zeit, z. B. in einer Minute machen. Alle Umdrehungen erfolgen im Beharrungszustand gleich schnell, die Lokomotive bewegt sich daher während jeder Umdrehungszeit der Triebräder um gleich viel fort. Die periodische Bewegung des Fortlaufes betrifft die Art und Weise, wie die Bewegung innerhalb jeder Umdrehung der Triebräder erfolgt; diese Bewegung ist nicht gleichförmig, sondern erfolgt periodisch, weil wegen des Kurbelmechanismus die Kräfte und Widerstände nur in einzelnen Augenblicken im Gleichgewicht sind, in den übrigen Zeitmomenten aber bald die Kräfte, bald die Widerstände überwiegen. Die Bewegungen, welche die hin und her gehenden Massen verursachen, sind von zweifacher Art, theils ein Schwingen des Rahmenbaues nach der Längenrichtung der Lokomotive (das Zucken), theils eine drehende Schwingung des Rahmenbaues um eine durch seinen Schwerpunkt gehende Vertikalaxe (Schlingern). Die Bewegungen, welche der Mechanismus verursacht, sind von dreierlei Art: 1. Ein vertikales Auf- und Niederschwingen des Schwerpunktes des auf den Federn liegenden Baues (das Wogen). 2. Eine drehende Schwingung des Rahmen- und Kesselbaues um eine durch den Schwerpunkt gehende Längenaxe (das Wanken). 3. Eine drehende Schwingung um eine durch den Schwerpunkt des Rahmen- und Kesselbaues gehende horizontale Queraxe (das Nicken).

Von allen diesen Bewegungen ist nur *eine* nützlich und zweckentsprechend, nämlich die mittlere Fortbewegung, alle übrigen der aufgezählten Bewegungen sind zweckwidrig, zweckstörend, sind störende Bewegungen, die durch die Zusammenhängung der Lokomotive mit den Last- und Personenwagen auf diese theilweise übertragen werden und die mannigfaltigen Rüttlungen und Schüttlungen hervorrufen, denen man beim Fahren ausgesetzt ist. Das Studium aller dieser störenden Bewegungen ist von grösster praktischer Wichtigkeit, weil man dadurch kennen lernt, was zu thun ist, um diese störenden Bewegungen aufzuheben oder wenigstens zu schwächen.

Der mittlere Fortlauf der Lokomotive.

Die Abfahrt. Bedingungen, welche erfüllt sein müssen, damit die Räder im Moment der Abfahrt so wie auch während der Fahrt nicht glitschen. Es sei W der totale Widerstand, welcher der Fortbewegung des ganzen Wagenzuges entgegenwirkt. W ist also auch die Zugkraft, mit welcher man vorn an dem Rahmen der Lokomotive anziehen müsste, um den Wagenzug in Bewegung zu bringen.

P die Kraft, mit welcher ein Kolben der Lokomotive getrieben wird, d. h. die Differenz der Pressungen, welche gegen beide Flächen des Kolbens ausgeübt werden. Diese Kraft P ist bei einer nicht expandirenden Lokomotive während des ganzen Kolbenschubes beinahe constant, bei einer expandirenden Lokomotive während der Dauer der Expansion variabel. Wir wollen eine nicht expandirende Lokomotive voraussetzen, dürfen also P als eine constante Kraft betrachten.

F der Reibungswiderstand sämmtlicher Triebräder, d. h. die Reibung, welche der Summe der Pressungen entspricht, mit welcher die Räder der Kurbelaxen und sämmtliche mit diesen Rädern verkuppelten Räder gegen die Bahn gepresst werden.

Nehmen wir an, dass im Moment der Abfahrt die Kurbeln zufällig so gestellt sind, dass beide Kolben vorwärts laufen, wenn die Fahrt nach vorwärts beginnt, und dass die Kurbeln mit den Axen der Cylinder die Winkel α und $90 + \alpha$ bilden.

Der Halbmesser einer Kurbel sei r, der Halbmesser eines Triebrades, so wie auch eines jeden mit einem Triebrad gekuppelten Rades R.

Im Moment der Abfahrt wird jeder der beiden Kolben mit einer Kraft P nach rechts getrieben, und dies hat zur Folge, dass auf jeden der beiden Kurbelzapfen nach horizontaler Richtung eine Pressung P nach vorwärts ausgeübt wird. Dies ist streng richtig, wie lang oder wie kurz die Schubstangen sein mögen. Allein durch die im Innern eines Cylinders herrschenden Spannungen wird nicht nur der Kolben, sondern auch der Cylinder eben so stark, aber nach entgegengesetzter Richtung gepresst, jeder Cylinder wird also mit einer Kraft P nach links getrieben, wenn sein Kolben mit einer Kraft P nach rechts gedrückt wird; und da die Cylinder mit dem Rahmenbau fest verbunden sind, so wird dieser letztere mit einer Kraft 2 P nach links getrieben, wenn beide Kolben mit einer Kraft 2 P nach rechts getrieben werden. Nun ist aber der Widerstand W als eine der Bewegung der Lokomotive entgegenwirkende Kraft anzusehen, der Rahmenbau wird also im Ganzen mit einer Kraft $W + 2P$ nach links getrieben, und wenn dennoch eine Bewegung nach rechts eintreten soll, so kann dies nur dadurch geschehen, dass die Kurbelaxe gegen die Axenhalter einen Druck ausübt, der wenigstens gleich $W + 2P$ ist.

Nehmen wir vorläufig an, die Reibung sämmtlicher Triebräder gegen die Bahn sei so stark, dass ein Glitschen dieser Räder nicht eintritt. Dann unterliegt es keiner Schwierigkeit, die Kraft zu bestimmen, mit welcher die Kurbelaxe durch die auf die Kurbelzapfen wirkenden Kräfte gegen die Axenhalter vorwärts treibt. Heissen wir diese Kraft für einen Augenblick X, so muss das statische Moment derselben in Bezug auf eine durch den Berührungspunkt B der Räder mit der Bahn gehende Queraxe eben so gross sein, als die Summe der Momente der Pressungen auf die Kurbelzapfen in Bezug auf die gleiche Axe. Das Moment von X ist R X. Die von B aus auf die Richtungen der Kurbelzapfenpressungen gefällten Perpendikel haben annähernd die Längen $R + r \sin \alpha$, $R + r \sin (90 + \alpha)$, oder $R + r \sin \alpha$ und $R + r \cos \alpha$. Die Summe jener Momente ist daher:

$$P (R + r \sin \alpha) + P (R + r \cos \alpha) = 2 P R + P r (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

Man hat daher:

$$R X = 2 P R + P r (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

und:

$$X = 2 R + P \frac{r}{R} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

Wenn die Räder auf der Bahn nicht glitschen, so wird die Bewegung beginnen, wenn P wenigstens so gross ist, dass $X = W + 2 P$ wird, d. h. wenn

$$2 P + P \frac{r}{R} (\sin \alpha + \cos \alpha) = W + 2 P$$

ist. Hieraus folgt für den kleinsten Werth von P:

$$P = W \frac{\frac{R}{r}}{\sin \alpha + \cos \alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Dieser Ausdruck wird innerhalb α gleich 0 und α gleich 90° am allergrössten, wenn $\alpha = 0°$ oder wenn $\alpha = 90°$ ist, und in beiden dieser Fälle wird der Werth von P:

$$W \cdot \frac{R}{r} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

So stark muss also ein Kolben getrieben werden, damit der Widerstand W auch dann überwunden werden kann, wenn der Zufall es wollte, dass im Moment der Abfahrt einer der beiden Kolben am Ende, der andere dagegen in der Mitte seines Schubes stünde, also überhaupt nur eine Maschine treibend wirkte.

Nun wollen wir weiter sehen, was nothwendig ist, damit die Triebräder auf der Bahn nicht glitschen.

Die auf die Kurbelzapfen wirkenden Kräfte bestreben sich, die Kurbelaxe mit einem Moment gleich $P\,(r \sin\alpha + r \cos\alpha)$ zu drehen. Um dies zu verhindern, muss am Umfang des Triebrades eine Kraft $P\,\frac{r}{R}\,(\sin\alpha + \cos\alpha)$ nach entgegengesetzter Richtung wirken, d. h. die Reibung F aller gekuppelten Räder auf der Bahn muss daher wenigstens $P\,\frac{r}{R}\,(\sin\alpha + \cos\alpha)$ sein, oder der kleinste Werth von F, durch welchen ein Glitschen der Räder verhindert wird, ist:

$$F = P\,\frac{r}{R}\,(\sin\alpha + \cos\alpha) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Dieser Werth von F wird am grössten, wenn $\alpha = 45^{\circ}$, d. h. wenn $\sin\alpha + \cos\alpha = 2\sqrt{\frac{1}{2}} = 1{\cdot}414$ und beträgt dann:

$$1{\cdot}414\,P\,\frac{r}{R} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Am leichtesten tritt also im Moment, wenn der Wagenzug abfahren soll, ein Glitschen der Räder auf der Bahn ein, wenn die Kurbeln im ersten und zweiten, oder im dritten und vierten Quadranten so stehen, dass sie gegen eine Vertikallinie Winkel von 45° bilden; und wenn in dieser ungünstigsten Stellung ein Glitschen nicht eintreten soll, muss die Reibung aller gekuppelten Räder gegen die Bahn wenigstens $1{\cdot}414\,P\,\frac{r}{R}$ betragen.

Setzt man hier für P den oben (2) gefundenen Werth $W\,\frac{R}{r}$, der vorhanden sein muss, damit die Lokomotive die für die Abfahrt nöthige Zugkraft selbst dann besitzt, wenn im Moment der Abfahrt einer der Kolben am Anfang, der andere in der Mitte des Schubes stünde, so findet man für den Betrag der Reibung, welche gegen das Glitschen sichert, folgenden Werth:

$$1{\cdot}414\,.\,W\,.\,\frac{R}{r}\,.\,\frac{r}{R} = 1{\cdot}414\,W \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Wenn also die Abfahrt auch unter den ungünstigsten Verhältnissen ohne Glitschen der Räder erfolgen soll, muss die Reibung aller gekuppelten Räder auf der Bahn 1·414 Mal so viel betragen, als der Widerstand, und es genügt nicht, wenn sie nur, wie man gewöhnlich glaubt, genau so viel beträgt, als der Widerstand selbst.

Ist der Wagenzug in den Beharrungszustand seiner Bewegung getreten, in welchem alle Umdrehungen eines Triebrades in gleichen Zeiten geschehen, so tritt in den Cylindern eine Dampfspannung ein, bei welcher die durch die Pressungen auf die Kolben während einer Umdrehung eines Rades entwickelte Arbeitsgrösse durch die Ueberwältigung des Widerstandes W consumirt wird. Nennen wir für einen Augenblick P_1 diese Kraft, mit welcher ein Kolben im Beharrungszustand getrieben wird, so entwickeln beide Kolben während einer Umdrehung eines Triebrades zusammen eine Wirkungsgrösse $2 \times 4\, r \times P_1 = 8\, r\, P_1$. Bei einer Umdrehung eines Triebrades legt aber der Wagenzug einen Weg $2\, R\, \pi$ zurück, wird also der Widerstand W durch eine Weglänge $2\, R\, \pi$ überwunden, es beträgt mithin die durch den Widerstand consumirte Wirkung $2\, R\, \pi\, W$. Es ist demnach im Beharrungszustand der Bewegung:

$$8\, r\, P_1 = 2\, R\, \pi\, W$$

folglich:

$$P_1 = \frac{\pi}{4} \frac{R}{r} W$$

Setzt man diesen Werth von P_1 statt P in den Ausdruck (4), so erhält man die Reibung, welche im Beharrungszustand der Bewegung die sämmtlichen Triebräder hervorbringen müssen, damit sie während des Laufes nicht glitschen. Diese Reibung ist demnach:

$$1{\cdot}414 \,.\, \frac{\pi}{4} \frac{R}{r} W \,.\, \frac{r}{R} = 1{\cdot}11\, W \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

Vergleicht man diesen Werth mit (5), so sieht man, dass die Fortsetzung der Fahrt mit einer geringeren Reibung der Räder auf der Bahn erfolgen könnte, als die Abfahrt.

Der Beharrungszustand des Fortlaufes der Lokomotive. Wenn eine gleichförmig geheizte Lokomotive mit einer angehängten Wagenreihe auf einer geradlinigen Bahnstrecke durch längere Zeit fortgelaufen ist, nähert sich ihre Bewegung immer mehr und mehr einem Beharrungszustand, in wechem alle Umdrehungen der Triebräder in gleichen Zeiten geschehen, und der ferner von der Art ist, dass die Zustände der Lokomotive am Anfange und am Ende jeder Umdrehung der Triebräder in jeder Hinsicht ganz identisch sind. Es müssen also am Anfange und am Ende jeder Umdrehung der Triebräder gleiche Werthe haben: 1) die Geschwindigkeiten der Lokomotive; 2) die lebendigen Kräfte der Massen der Lokomotive; 3) die Dampfspannungen im Kessel; 4) die im Kessel enthaltene Wasser- und Dampfmenge; 5) die Temperaturen in allen Theilen der Lokomotive.

Diese Identität der Zustände am Anfange und am Ende jeder Umdrehung der Triebräder ist nur unter folgenden Bedingungen möglich:

1. Die Gleichheit der Geschwindigkeiten und der lebendigen Kräfte am Anfange und Ende jeder Umdrehung der Triebräder ist nur möglich, wenn die Summe der Wirkungen, welche die Pressungen des Dampfes gegen die Kolben während jeder Umdrehung der Triebräder entwickeln, eben so gross ist, als die Summe der Wirkungen, welche sämmtliche der Bewegung der Lokomotive entgegen wirkenden Widerstände während jeder Umdrehung der Triebräder consumiren.
2. Die Gleichheit der Wasser- und Dampfvolumen im Kessel am Anfange und am Ende jeder Umdrehung ist nur möglich, wenn die Pumpen bei jeder Umdrehung eben so viel Wasser in den Kessel liefern, als aus demselben in Dampf oder flüssiger Form entweicht.
3. Die Gleichheit der Dampfspannungen kann nur stattfinden, wenn aus dem Kessel während jeder Umdrehung eben so viel Dampf entfernt wird, als in der Zeit einer Umdrehung durch die in den Kessel eindringende Wärme gebildet wird.
4. Die Gleichheit der Temperaturverhältnisse ist nur möglich, wenn während jeder Umdrehung der Triebräder die durch den Brennstoff entwickelte Wärmemenge eben so gross ist, als die aus der Lokomotive entweichende.

Werden diese vier Gleichheiten mit mathematischer Schärfe analytisch ausgedrückt, so erhält man vier Gleichungen, aus welchen alle auf den Beharrungszustand sich beziehenden Fragen beantwortet werden können.

Um diese vier Gleichheiten analytisch auszudrücken, wählen wir folgende Bezeichnungen:

O der Querschnitt eines Dampfcylinders;
l die Länge des Kolbenschubes;
v die mittlere Geschwindigkeit der Dampfkolben;
V die mittlere Fortlaufgeschwindigkeit der Lokomotive;
D der Durchmesser eines Triebrades;
l_1 die Länge des Weges, den ein Kolben bei einem Schub zurücklegt, bis die Dampfzuströmung aufgehoben wird;
m der Coeffizient für den schädlichen Raum, d. h. die Zahl, mit welcher man das Volumen $O\,l$, das der Kolben bei einem Schub beschreibt, multipliziren muss, um zu erhalten die Summe von dem Volumen eines Dampfkanales und dem Volumen zwischen Cylinderdeckel und Kolben, wenn dieser am Ende eines Schubes ist;

y der Druck des Dampfes im Cylinder hinter dem Kolben auf einen Quadratmeter, nachdem derselbe vom Beginne des Schubes an einen Weg x zurückgelegt hat;

ϱ der Druck auf einen Quadratmeter, welcher im Cylinder vor dem Kolben herrscht, nachdem derselbe vom Beginne des Schubes an einen Weg x zurückgelegt hat:

p_1 der Druck des Dampfes im Cylinder hinter dem Kolben auf einen Quadratmeter in dem Moment, wenn die Dampfzuströmung durch den Steuerungsschieber aufgehoben wird;

p_m r_m die mittleren Werthe von y und ϱ, d. h. diejenigen constanten Werthe, welche während eines Schubes eben so grosse Wirkungen produziren und consumiren würden, wie die veränderlichen Werthe von y und ϱ. Es ist also:

$$p_m \, l = \int_0^l y \, d\, x \qquad r_m \, l = \int_0^l \varrho \, d\, x$$

t die Zeit eines Kolbenschubes; es ist also $v = \frac{l}{t}$;

S die Dampfmenge in Kilogrammen, welche in jeder Sekunde gebildet wird;

s die Dampfmenge in Kilogrammen, die in jeder Sekunde verloren geht durch unvollkommene Verschlüsse und Dichtungen;

q die Wassermenge, die in jeder Sekunde durch den aus der Maschine entweichenden Dampf mit fortgerissen wird;

u_0 die Temperatur des Wassers, mit welchem der Kessel gespeist wird;

u die Temperatur des Dampfes im Kessel;

q_0 die Wassermenge in Kilogrammen, die in jeder Sekunde in den Kessel getrieben wird;

W der totale Widerstand des Trains und der Lokomotive in Kilogrammen, oder die Kraft, welche an der Lokomotive ziehend im Stande wäre, alle Hindernisse zu überwinden, die durch die Differenz der gegen die Kolben wirkenden Pressungen überwunden werden;

$\mathfrak{W}$ die Wärmemenge, welche in jeder Sekunde in den Kessel eindringt;

$\mathfrak{w}$ die Wärmemenge, welche in jeder Sekunde aus den Oberflächen aller Theile der Lokomotive in die Luft entweicht.

Dies vorausgesetzt, können wir nun die Bedingungen des Beharrungszustandes analytisch ausdrücken.

Es ist:

$\int_0^l O\, y\, d\, x$ die Wirkung des Dampfes gegen einen Kolben während eines Schubes;

$\int_0^l O\, \varrho\, d\, x$ die schädliche Gegenwirkung des vor dem Kolben herrschenden Druckes während eines Schubes;

$W\, D\, \pi$ die Wirkung, welche der Ueberwindung des Widerstandes W durch eine Weglänge $D\, \pi$ während einer Umdrehung entspricht.

Die Gleichheit der während einer Umdrehung produzirten und consumirten Wirkungen wird ausgedrückt durch:

$$4 \int_0^l O\, y\, d\, x - 4 \int_0^l O\, \varrho\, d\, x = W\, D\, \pi$$

Dividirt man diese Gleichung durch l und berücksichtigt man, dass:

$$\frac{\int_0^l y\, d\, x}{l} = p_m \qquad \frac{\int_0^l \varrho\, d\, x}{l} = r_m$$

so findet man:

$$O\,(p_m - r_m) = W\, \frac{D\, \pi}{4\, l} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Bei einem Kolbenschub wird der Raum $O\, l_1 + m\, O\, l$ eines Cylinders mit Dampf erfüllt. Dieser Dampf hat in dem Augenblick, wenn die Füllung beendigt ist, eine Spannung p_1, ein Kubikmeter dieses Dampfes hat also ein Gewicht $\alpha + \beta\, p_1$. Bei jedem einfachen Kolbenschub consumirt also ein Cylinder dem Gewicht nach eine Dampfmenge $O\,(l_1 + m\, l)\,(\alpha + \beta\, p_1)$, und da bei einer Umdrehung vier Cylinder-Füllungen vorkommen, so ist der Dampfverbrauch bei einer Umdrehung der Triebräder $4\, O\,(l_1 + m\, l)\; \alpha + \beta\, p_1)$. Es ist aber die Zeit einer Umdrehung $\frac{2\, l}{v}$, demnach der mittlere Dampfverbrauch in 1 Sekunde:

$$\frac{4\, O\,(l_1 + m\, l)\,(\alpha + \beta\, p_1)}{\frac{2\, l}{v}} = 2\, O\, v \left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta\, p_1)$$

Da aber ausserdem in jeder Sekunde auch noch eine Dampfmenge s durch unvollkommene Dichtungen verloren geht, so hat man:

$$S = 2\, O\, v \left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta\, p_1) + s \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

In jeder Sekunde muss diese Dampfmenge S aus Wasser von u_0 Grad Temperatur gebildet werden. Dazu ist eine Wärmemenge $(650 - u_0)\,S$ nothwendig. In jeder Sekunde entweichen aber auch q Kilogramm Wasser mit u Grad Temperatur, wodurch ein Wärmeverlust von $q\,(u - u_0)$ Wärmeeinheiten entspringt. Da noch überdies $\mathfrak{w}$ Wärmeeinheiten durch Abkühlung an der Oberfläche verloren gehen, so hat man schliesslich die Gleichung:

$$\mathfrak{W} = (650 - u_0)\,S + q\,(u - u_0) + \mathfrak{w} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Nebst diesen Gleichungen besteht noch wegen des geometrischen Zusammenhanges der Maschinenbestandtheile die Beziehung:

$$\frac{V}{v} = \frac{D\,\pi}{2\,l} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Diese vier Gleichungen sind keine Annäherungen, sondern absolute Wahrheiten, vorausgesetzt, dass für die einzelnen Zeichen die vollkommen wahren Werthe gesetzt werden. Allein die ganz wahre Bestimmung einiger dieser Grössen, und namentlich der Werthe von p_m r_m s q $\mathfrak{w}$ ist mit unüberwindlichen Schwierigkeiten verbunden; man muss sich daher mit Annäherungswerthen begnügen.

Lokomotive mit nicht expandirenden Maschinen. Wir wollen zunächst die aufgefundenen Bedingungsgleichungen des Beharrungszustandes auf Lokomotive mit nicht expandirenden Maschinen anwenden, erlauben uns aber einige Voraussetzungen zu machen, durch welche die Rechnung wesentlich vereinfacht wird, ohne der Genauigkeit der Resultate merklich zu schaden. Wir nehmen an:

1. Die Dampfeinströmung daure bis an's Ende des Kolbenschubes, wir setzen also $l_1 = l$. Dies ist bekanntlich bei Schiebern der Fall, die nur sehr schwache äussere und innere Ueberdeckung haben.
2. Die Spannung des Dampfes im Cylinder hinter dem Kolben habe während der ganzen Dauer des Schubes einen unveränderlichen Werth p. Dann ist $p_m = p_1 = p$. Diese Voraussetzung nähert sich der Wahrheit um so mehr, je kleiner die Geschwindigkeit der Kolben ist, und je geringer die Hindernisse sind, welche der Ueberströmung des Dampfes aus dem Kessel in den Cylinder entgegenwirken, je grösser also die Querschnitte der Regulator- und der Dampfeinströmungs-Oeffnungen sind.
3. Die Spannung vor dem Kolben habe einen constanten Werth r, der von dem atmosphärischen Druck nicht beträchtlich abweicht.

Diese Annahme nähert sich der Wahrheit um so mehr, je kleiner die Geschwindigkeit des Kolbens ist und je grösser die Oeffnungen sind, durch welche der Dampf ausströmt. Unter dieser Voraussetzung ist $r_m = r$.

4. Wir erlauben uns auch noch den Dampfverlust s, den Wärmeverlust $\mathfrak{w}$ und die vom Dampf mit fortgerissene Wassermenge q zu vernachlässigen, setzen also:

$$s = o \quad \mathfrak{w} = o \quad q = o$$

Unter diesen Voraussetzungen werden die Bedingungen (1) bis (4) des Beharrungszustandes:

$$\left.\begin{aligned} p &= r + \frac{W}{O}\frac{D\pi}{41} \\ S &= 2\,O\,v\,(1 + m)\,(\alpha + \beta p) \\ \mathfrak{W} &= (650 - u_o)\,S \\ \frac{V}{v} &= \frac{D\pi}{21} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Da diese Gleichungen keine absoluten Wahrheiten, sondern nur Annäherungen ausdrücken, so werden auch die Folgerungen, die sich aus denselben ziehen lassen, nur als Annäherungen an die Wahrheit zu betrachten sein. Um jedoch das Wort „Annäherung" nicht so oftmals wiederholen zu müssen, wollen wir die aus (5) sich ergebenden Folgerungen so aussprechen, wie wenn die Gleichungen (5) vollkommen wahr wären.

In diesen vier Gleichungen kommen nebst den constanten Grössen $\alpha\ \beta\ \pi\ r$ die nach Umständen veränderlichen Grössen $p\ W\ D\ e\ S\ O\ v\ V\ \mathfrak{W}\ u_o$ vor, deren Anzahl 10 ist. Es können also $\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 210$ verschiedene Fragen gestellt und beantwortet werden. Einige dieser Fragen sind von besonderem praktischen Interesse, wir wollen uns daher mit deren Beantwortung beschäftigen.

Geschwindigkeit der Lokomotive bei einer bestimmten Dampfproduktion. Es sei gegeben $W\ D\ l\ O\ S\ u_o$ und zu suchen $V\ v\ p\ \mathfrak{W}$. Das will sagen: an eine wirklich existirende Lokomotive sei eine Wagenreihe angehängt, die mit Einschluss des Widerstandes, den die Lokomotive verursacht, einen totalen Widerstand W der Bewegung entgegensetzt. Im Kessel werde in jeder Sekunde eine Dampfmenge von S Kilogramm gebildet und die Temperatur des Tenderwassers sei u_o.

Es soll nun berechnet werden: 1) die Spannung p des Dampfes in den Cylindern; 2) die Geschwindigkeit v der Kolben; 3) die Geschwindigkeit V der Fahrt; 4) die Wärmemenge, welche per 1″ in den Kessel eindringt.

Die erste der Gleichungen (5) gibt direkt für die Dampfspannung p den Werth:

$$p = r + \frac{W}{O} \frac{D\pi}{4l} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (6)$$

Aus der zweiten dieser Gleichungen folgt:

$$v = \frac{S}{2\,O\,(1+m)\,(\alpha + \beta p)} \quad \dots\dots\dots \quad (7)$$

Die vierte Gleichung gibt:

$$V = v \,.\, \frac{D\pi}{2l} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (8)$$

Die dritte Gleichung gibt endlich:

$$\mathfrak{W} = (650 - u_0)\,S \quad \dots\dots\dots\dots \quad (9)$$

Aus der Gleichung (6) ersieht man, dass die Spannung des Dampfes in den Cylindern unabhängig ist von der Geschwindigkeit der Fahrt und von der in jeder Sekunde gebildeten Dampfmenge, also auch unabhängig ist von der mehr oder weniger lebhaften Kesselheizung, und dass diese Spannung abhängt: 1) von der vor dem Kolben herrschenden Spannung; 2) von dem Verhältniss $\frac{D}{l}$ zwischen dem Durchmesser der Triebräder und der Länge des Kolbenschubes; 3) von dem Querschnitt O der Dampfcylinder und 4) von dem zu bewältigenden Widerstand W. Für eine bestimmte Lokomotive haben $\frac{D}{l}$ und O ganz bestimmte Werthe und kann man auch r als eine constante Grösse ansehen. Die Dampfspannung p ist also für jede bestimmte Lokomotive nur allein mit dem Widerstand W veränderlich. Ein Lokomotivführer mag also seine Maschine wie immer behandeln, er mag viel oder wenig einfeuern, den Regulator mehr oder weniger öffnen, es wird doch, wenn der Beharrungszustand eingetreten ist, in den Cylindern immer die gleiche Dampfspannung eintreten, so lange der Widerstand der gleiche bleibt. Diese Dampfspannung fällt gross aus, wenn der Widerstand gross, die Cylinder klein und die Triebräder gross sind.

Da nun p von S nicht abhängt, so zeigt die Gleichung (7), dass die Geschwindigkeit v der Kolbenbewegung der in einer Sekunde produzirten Dampfmenge proportional ist. Bei ungeändertem Widerstand bringt also eine zwei-, drei-, viermal grössere Dampfproduktion eine zwei-, drei-, viermal grössere Geschwindigkeit hervor.

Die Voraussetzung, dass die Werthe von W und r constant und von S und V unabhängig sind, findet in den meisten Fällen nicht statt. In einem Beharrungszustand, in welchem eine grössere Dampferzeugung stattfindet, muss erstlich eine grössere Geschwindigkeit eintreten, muss also schon wegen des Luftwiderstandes der Totalwiderstand W wachsen. In einem Beharrungszustand, in welchem eine grössere Dampferzeugung stattfindet, muss ferner eine grössere Dampfmenge durch das Blasrohr ausströmen, muss also nothwendig der vor dem Kolben herrschende Widerstand r grösser sein. Mit dem Wachsen von S nimmt also W und r zu, und folglich auch vermöge Gleichung (6) der Werth von p. So wie aber p und folglich auch $(\alpha + \beta p)$ wächst, so kann vermöge Gleichung (7) die Geschwindigkeit v nicht mehr in dem Maase wachsen, als S wächst, sondern in einem geringeren Grade.

Das so eben mit Worten Gesagte kann auch auf dem Wege der Rechnung nachgewiesen werden, wenn man für W und r ihre wahren analytisch ausgedrückten Werthe einführt.

Vortheilhafteste Verhältnisse hinsichtlich des Brennstoffverbrauches. Wir wollen uns die Frage zur Beantwortung vorlegen, unter welchen Bedingungen das Verhältniss zwischen der Effektleistung einer Lokomotive und dem Brennstoffaufwand am günstigsten ausfällt.

Es ist $W V$ die nützliche Wirkung, welche eine Lokomotive in einer Sekunde entwickelt, $\frac{W V}{\mathfrak{W}}$ die nützliche Wirkung, welche die Lokomotive mit jeder in den Kessel eindringenden Wärmeeinheit hervorbringt. Dieses Verhältniss bestimmt also das Güteverhältniss der Maschinenleistung, und soll einen möglichst grossen Werth haben. Aus den Gleichungen (5) findet man leicht:

$$\frac{W V}{\mathfrak{W}} = \frac{1}{(650 - u_0)} \frac{p - r}{\alpha + \beta p} \frac{1}{1+m}$$

Für grössere Dampfspannungen über 3 Atmosphären, wie sie bei Lokomotiven vorkommen, ist α gegen βp eine kleine Grösse, man begeht daher keinen merklichen Fehler, wenn man in diesem Ausdruck α gegen βp vernachlässiget; dann erhält man aber:

$$\frac{W V}{\mathfrak{W}} = \frac{1}{\beta (650 - u_0)} \left(1 - \frac{r}{p}\right) \frac{1}{1+m} \quad . \; . \; . \; . \quad (10)$$

Das Güteverhältniss der Maschinenleistung richtet sich also, wie aus diesem Ausdruck erhellt, einzig und allein nach dem Verhältniss der mittleren Pressungen, die im Beharrungszustand der Bewegung hinter dem Kolben und vor demselben eintreten. Oder eine im Verhältniss zu dem schädlichen Vorderdruck r grosse Dampfspannung p ist die Bedingung einer günstigen Kraftentwicklung.

Um also eine vortheilhafte Leitung einer Lokomotive zu erzielen, ist im Wesentlichen nur nothwendig, solche Verhältnisse eintreten zu lassen, dass im Beharrungszustand der Bewegung in den Dampfcylindern eine hohe Dampfspannung stattfindet.

Es ist aber vermöge Gleichung (6):

$$p = r + \frac{W}{O} \frac{D\pi}{4 l}$$

woraus man sieht, dass die Dampfspannung gross ausfällt, wenn der Widerstand W und die Triebräder gross, das Volumen $O\,l$ des Dampfcylinders dagegen klein ist. Um also kleine Lasten vortheilhaft fortschaffen zu können, muss man Lokomotive mit grossen Triebrädern und kleinen Cylindern anwenden. Um aber grosse Lasten vortheilhaft, jedoch nicht mit einer zu übermässigen Dampfspannung fortzuschaffen, muss man Lokomotive mit kleinen Triebrädern und grossen Cylindern benutzen. Personenzuglokomotive erfordern also grosse Triebräder und kleine Cylinder, Lastenzuglokomotive dagegen kleine Triebräder und grosse Cylinder.

Abmessungen einer zu erbauenden Lokomotive. An eine neu zu erbauende Lokomotive stellt man zunächst die Bedingung, dass dieselbe einen gewissen Widerstand W mit einer gewissen Geschwindigkeit V zu überwinden im Stande sein soll. Damit aber die Lokomotive hinsichtlich des Brennstoffaufwandes vortheilhaft wirken kann, muss im Beharrungszustand der Bewegung in den Cylindern eine Dampfspannung p von einer gewissen Höhe eintreten, die jedoch diejenigen Grenzen nicht überschreiten darf, an welchen der Zustand des Kessels gefährlich werden könnte. Für die vortheilhafteste Leistung einer Lokomotive ist die Kolbengeschwindigkeit nicht ganz gleichgültig. In dem aufgefundenen Güteverhältniss (10) erscheint sie zwar nicht direkt, ist aber doch darin versteckt enthalten, denn eine grosse Kolbengeschwindigkeit vergrössert nicht nur den schädlichen Vorderdruck, sondern kann auch bewirken, dass zuletzt, wenn die Dampfzuströmung aufgehoben wird, eine Dampfspannung p_1 eintritt, die beträchtlich höher ist, als die mittlere Pressung p_m, wodurch das Güteverhältniss ungünstig wird. Aber nicht nur für die

Brennstofföknomie, sondern auch für den soliden Fortbestand des geordneten Zusammenhanges der Maschinenbestandtheile ist eine mässige Geschwindigkeit vortheilhaft. Aus diesen Andeutungen geht hervor, dass für eine neu zu erbauende Lokomotive die Grössen $p\ r\ V\ v\ W\ u_0$ angenommen, die Grössen O, $\frac{D}{l}$, S und $\mathfrak{W}$ dagegen aus den Gleichungen (5) gesucht werden müssen.

Die letzte dieser Gleichungen (5) gibt zunächst:

$$\frac{D}{l} = \frac{2}{\pi} \frac{V}{v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Setzt man diesen Werth in die erste der Gleichungen (5) und sucht sodann O, so findet man:

$$O = \frac{1}{2} \frac{W}{p - r} \frac{V}{v} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Aus der zweiten und dritten der Gleichungen (5) folgt nun weiter:

$$\left.\begin{aligned} S &= 2\ O\ v\ (1 + m)\ (\alpha + \beta\ p) \\ \mathfrak{W} &= (650 - u_0)\ S \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (13)$$

Durch (11) wird ein gewisses Verhältniss zwischen dem Durchmesser eines Triebrades und der Länge des Kolbenschubes bestimmt, die absoluten Werthe dieser Grössen bleiben jedoch willkürlich. Berücksichtiget man, dass die Communicationswechsel jedes Mal mit gewissen Störungen verbunden sind, so erscheint ein langer Kolbenschub als vortheilhaft, aber gewisse Grenzen kann man nicht überschreiten, weil sonst wegen (11) die Durchmesser der Triebräder zu gross genommen werden müssten. Die Gleichung (12) bestimmt den Querschnitt eines Dampfcylinders. Dieser ist, wie man sieht, dem Widerstand W und der Fahrgeschwindigkeit V direkt, der Pressungsdifferenz $p - r$ und der Kolbengeschwindigkeit v dagegen verkehrt proportional. Eine Lokomotive erfordert durchaus compendiöse Maschinen, also auch kleine Dampfcylinder; man muss daher eine hohe Dampfspannung und eine grosse Kolbengeschwindigkeit eintreten lassen, obgleich diese letztere für die Kraftleistung ungünstig ist.

Wie die Grössen $p\ r\ V\ v$ zu nehmen sind, um im Ganzen vortheilhafte und für die Ausführung zweckmässige Dimensionen in allen Theilen der Lokomotive zu erhalten, soll in der Folge angegeben werden; vorläufig handelt es sich nur um Grundsätze.

Lokomotive mit expandirenden Maschinen. Die früher aufgestellten Gleichungen (1) bis (4) gelten auch für expandirende Maschinen, es kömmt nur darauf an, dass man die richtigen Werthe von p_m r_m und p_1 einführt. Wir berechnen zunächst p_m unter folgenden Voraussetzungen: 1) die Spannung des Dampfes im Cylinder habe vom Beginne des Kolbenschubes an bis zur Absperrung hin einen unveränderlichen Werth p. Dann ist p_1 ebenfalls gleich p; 2) die Expansion, welche beginnt, nachdem der Kolben einen Weg l_1 zurückgelegt hat, dauere bis an das Ende des Kolbenschubes fort; 3) die Expansion erfolge sowohl ohne Wärme-, als auch ohne Dampfverlust.

Nennen wir y die Spannung des Dampfes im Cylinder hinter dem Kolben, nachdem derselbe einen Weg x zurückgelegt hat, der grösser als l_1 ist, so hat man:

$$p_m = \frac{O\,p\,l + \int_{l_1}^{l} O\,y\,d\,x}{O\,l} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

In dem Moment, in welchem die Absperrung eintritt, ist in dem Volumen $O\,l_1$, das bis dahin der Kolben zurückgelegt hat und in dem schädlichen Raum $m\,O\,l$ eine Dampfmenge

$$(O\,l_1 + m\,O\,l)\,(\alpha + \beta\,p) = O\,l\left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta\,p)$$

eingeschlossen. Nachdem der Kolben den Weg x zurückgelegt hat, befindet sich diese Dampfmenge in einem Volumen $O\,x + m\,O\,l$ und die Spannung ist y; man hat daher die Gleichheit:

$$O\,l\left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta\,p) = O\,(x + m\,l)\,(\alpha + \beta\,y)$$

Hieraus folgt:

$$y = \frac{l_1 + m\,l}{x + m\,l}\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) - \frac{\alpha}{\beta}$$

und nun findet man:

$$\int_{l_1}^{l} O\,y\,d\,x = O\,(l_1 + m\,l)\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\int_{l_1}^{l}\frac{d\,x}{x + m\,l} - O\,\frac{\alpha}{\beta}\,(l - l_1)$$

$$= O\,(l_1 + m\,l)\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\,\text{lognat}\,\frac{l + m\,l}{l_1 + m\,l} - O\,\frac{\alpha}{\beta}\,(l - l_1)$$

Der Werth von p_m wird demnach:

$$p_m = \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\left[\frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l} + m\right) \text{lognat} \frac{l + m\,l}{l_1 + m\,l}\right] - \frac{\alpha}{\beta} \quad . \quad (2)$$

Oder wenn wir der Kürze wegen:

$$\frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l} + m\right) \text{lognat} \frac{l + m\,l}{l_1 + m\,l} = k \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

setzen, so erhält man:

$$p_m = \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) k - \frac{\alpha}{\beta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Die vor dem Kolben herrschende Spannung ist bei einer expandirenden Maschine weniger veränderlich, als bei einer nicht expandirenden Maschine und ist nicht viel grösser, als der atmosphärische Druck. Wir erlauben uns daher für r_m einen bestimmten, von dem atmosphärischen Druck nicht beträchtlich verschiedenen Werth, den wir mit r bezeichnen wollen, in Rechnung zu bringen. Setzt man in die Gleichungen (1) bis (4), Seite 39 und 40 für p_m den obigen Werth (4), ferner $r_m = r$, $p_1 = p$, und vernachlässigt die Verluste s und $\mathfrak{w}$, so erhält man folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
&O\left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) k - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)\right] = W \frac{D\pi}{4\,l} \\
&S = 2\,O\,v\left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta\,p) \\
&\frac{V}{v} = \frac{D\pi}{2\,l} \\
&\mathfrak{W} = (650 - u_0)\,S \\
&k = \frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l} + m\right) \text{lognat} \frac{l + m\,l}{l_1 + m\,l}
\end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \quad (5)$$

welche ähnlich wie die Gleichungen (5), Seite 41 zur Beantwortung verschiedener Fragen gebraucht werden können.

Geschwindigkeit einer expandirenden Maschine. Als erste Awendung dieser Gleichungen wollen wir die Frage beantworten, mit welcher Geschwindigkeit eine expandirende Maschine einen Wagenzug, der einen bestimmten Widerstand W verursacht, fortzieht, wenn in jeder

Sekunde eine gewisse Dampfmenge S produzirt wird. In diesem Falle ist gegeben $W\ D\ l\ O\ \frac{l_1}{l}\ m\ S\ \alpha\ \beta\ r$; zu suchen dagegen $p\ v\ V\ \mathfrak{W}$.

Aus der ersten der Gleichungen (5) folgt:

$$p = \frac{1}{k}\left[\frac{W}{O}\frac{D\pi}{4l} + \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)\right] - \frac{\alpha}{\beta}$$

oder wenn man für k seinen Werth setzt:

$$p = \frac{\frac{W}{O}\frac{D\pi}{4l} + \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)}{\frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l} + m\right)\text{lognat}\,\frac{l + m\,l}{l_1 + m\,l}} - \frac{\alpha}{\beta} \quad \ldots \quad (6)$$

Hat man p berechnet, so gibt die zweite der Gleichungen (5):

$$v = \frac{S}{2\,O\left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta\,p)} \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

und nun ist noch ferner:

$$\left.\begin{aligned} V &= \frac{D\pi}{2l}\,v \\ \mathfrak{W} &= (650 - u_0)\,S \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Vortheilhafteste Leistungen einer expandirenden Lokomotive. Es ist $W\,V$ die nützliche Wirkung der Lokomotive, $\frac{W\,V}{\mathfrak{W}}$ die Wirkung, die sie mit jeder in den Kessel eindringenden Wärmeeinheit entwickelt. Dieses Verhältniss muss für die vortheilhaftesten Umstände ein Maximum werden.

Aus den Gleichungen (5) findet man leicht:

$$\frac{W\,V}{\mathfrak{W}} = \frac{1}{650 - u_0}\,\frac{\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)k - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)}{\left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta\,p)} \quad \ldots \quad (9)$$

Es ist nun die Frage, wie p und wie $\frac{l_1}{l}$ genommen werden soll, damit dieses Güteverhältniss den grössten Werth erhält. Dieser Ausdruck kann auch geschrieben werden, wie folgt:

$$\frac{W\ V}{\mathfrak{W}} = \frac{1}{(650-u_0)\beta} \frac{k - \frac{\alpha + \beta r}{\alpha + \beta p}}{\left(\frac{l_1}{l} + m\right)}$$

und hieraus ersicht man zunächst, dass eine im Verhältniss zum schädlichen Vorderdruck r möglichst hohe Dampfspannung vortheilhaft ist.

Setzt man zur Berechnung des vortheilhaftesten Werthes von $\frac{l_1}{l}$ der Kürze wegen $\frac{W\ V}{\mathfrak{W}} = y$, $\frac{l_1}{l} = x$, so wird:

$$k = x + (x + m) \text{ lognat } \frac{1+m}{x+m}$$

$$y = \frac{1}{(650-u_0)\beta} \frac{x + (x+m) \text{ lognat } \frac{1+m}{x+m} - \frac{\alpha + \beta r}{\alpha + \beta p}}{x + m}$$

Differenzirt man diesen Ausdruck, so findet man:

$$\frac{d\ y}{d\ x} = -\frac{1}{(650 - u_0)\ \beta} \frac{x - \frac{\alpha + \beta r}{\alpha + \beta p}}{(x + m)^2}$$

Für den vortheilhaftesten Werth von x muss $\frac{d\ y}{d\ x}$ gleich Null werden. Dies ist der Fall für:

$$x = \frac{l_1}{l} = \frac{\alpha + \beta r}{\alpha + \beta p} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Bezeichnet man die am Ende des Kolbenschubes in dem Cylinder vorhandene Spannung mit z, so hat man zur Bestimmung derselben die Gleichung:

$$(O\ l_1 + m\ O\ l)\ (\alpha + \beta\ p) = (O\ l + m\ O\ l)\ (\alpha + \beta\ z)$$

Hieraus folgt:

$$z = \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) \frac{\frac{l_1}{l} + m}{1 + m} - \frac{\alpha}{\beta}$$

Setzt man hier für $\frac{l_1}{l}$ den obigen, der vortheilhaftesten Expansion entsprechenden Werth (10), so erhält man die Dampfspannung, welche in dem Cylinder am Ende des Kolbenschubes eintritt, wenn die vortheilhafteste Expansion stattfindet. Dieser Werth von z ist:

$$z = r + \frac{m}{1 + m}(p - r)$$

ist also wegen des schädlichen Raumes etwas grösser als der schädliche Vorderdruck. Die vortheilhafteste Expansion ist also diejenige, bei welcher am Ende eines Kolbenschubes die Pressungen zu beiden Seiten eines Kolbens beinahe gleich gross sind, bei welcher also ein Kolben, wenn er an das Ende eines Schubes gelangt, gar nicht mehr treibend wirken kann.

Wesentliche Dimensionen einer neu zu erbauenden Lokomotive mit expandirenden Maschinen. Für neu zu erbauende Lokomotive mit expandirenden Maschinen müssen die Grössen

$$W \quad V \quad v \quad p \quad \frac{l_1}{l} \quad m \quad \alpha \quad \beta$$

angenommen, dagegen die Grössen

$$O \quad \frac{D}{e} \quad S \quad \mathfrak{W}$$

bestimmt werden, was vermittelst der Gleichungen (5) geschehen kann.

Durch Elimination von $\frac{D\pi}{2l}$ folgt aus der ersten und dritten dieser Gleichungen:

$$O = \frac{W V}{2 v \left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) k - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)\right]} \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

Hat man diesen Werth von O berechnet, so gibt die zweite dieser Gleichungen:

$$S = 2 \, O \, v \left(\frac{l_1}{l} + m\right)(\alpha + \beta \, p) \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

Ferner die dritte:

$$\frac{D}{e} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{V}{v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Endlich die vierte:

$$\mathfrak{W} = (650 - u_0) \, S \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

Vergleichung der Güteverhältnisse von Lokomotiven mit expandirenden und mit nicht expandirenden Maschinen. Dividirt man das für expandirende Maschinen gefundene Güteverhältniss (9) durch das für nicht expandirende Maschinen gefundene Güteverhältniss (10), Seite 43, so erhält man einen Quotienten γ, welcher ausdrückt, wie viel Mal die Wirkung einer Wärmeeinheit bei einer expandirenden Maschine grösser ist, als bei einer nicht expandirenden. Wenn man annimmt, dass die Spannung des Dampfes hinter dem Kolben in den expandirenden Maschinen bis zum Beginn der Expansion eben so gross ist, als in den nicht expandirenden Maschinen während des ganzen Kolbenschubes, findet man für den bezeichneten Quotienten γ folgenden Ausdruck:

$$\gamma = \frac{\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) k - \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)}{p - r} \cdot \frac{1 + m}{\frac{l_1}{l} + m}$$

Setzen wir $p = 60000$, $\frac{\alpha}{\beta} = 3018$, $m = 0{\cdot}05$, $r = 12500$, so wird mit Berücksichtigung des Werthes von k (5):

$$\text{für } \frac{l_1}{l} = \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{2} \qquad \frac{3}{4}$$

$$\gamma = 1{\cdot}58 \qquad 1{\cdot}33 \qquad 1{\cdot}23$$

Das Expansionsprinzip verspricht, wie man aus diesen Zahlen ersieht, keine glänzenden Resultate. Berücksichtigt man, dass eine Expansionssteuerung einen grösseren Widerstand verursacht und einen complizirteren, daher schwieriger zu behandelnden Mechanismus erfordert, dass ferner bei etwas starker Expansion ungleichförmige Bewegungen entstehen und eine zu schwache Feueranfachung durch das Blasrohr eintritt, dass endlich expandirende Maschinen für gleiche Kraftentwickelung grössere Cylinder erhalten müssen, die für die Befestigung wenigstens sehr unbequem sind: so kann man von der Anwendung des Expansionsprinzips bei Lokomotiv-Maschinen kaum einen praktischen Vortheil erwarten, und es erklärt sich hieraus die Thatsache, dass die Lokomotive mit expandirenden Maschinen keine allgemeine Verbreitung gefunden haben.

Die periodische Bewegung im Beharrungszustand.

Im Beharrungszustand der Bewegung geschehen alle Umdrehungen der Triebräder einer Lokomotive in gleichen Zeiten. Während jeder Umdrehung der Triebräder legt die Lokomotive, wenn die Räder nicht schleifen, einen Weg $D\pi$ zurück, und wenn man diesen durch die constante Zeit einer Umdrehung dividirt, so erhält man die mittlere Geschwindigkeit derjenigen Fortbewegung, die wir bereits untersucht haben. Die Bewegung des Schwerpunktes der Lokomotive erfolgt aber während einer Umdrehung nicht mit Gleichförmigkeit, sondern mit periodisch veränderlicher Geschwindigkeit, weil wegen der Kurbelmechanismen die treibenden Kräfte mit den Widerständen nicht in jedem Augenblick im Gleichgewicht sein können. Wir wollen uns nun mit der während jeder Umdrehung eines Triebrades wegen der Kurbelmechanismen eintretenden ungleichförmigen Bewegungen des Schwerpunktes der Lokomotive beschäftigen. Diese Bewegung ist aber nicht zu verwechseln mit der des Rahmens und der damit verbundenen Theile des ganzen Baues, sondern sie betrifft nur allein die Art und Weise, wie der dem Massensystem in jedem Augenblick seiner Bewegung entsprechende Schwerpunkt in Folge der Kurbelmechanismen im Raum fortrückt.

Wir müssen uns aber, um diese veränderliche Bewegung des Schwerpunktes zu bestimmen, folgende Voraussetzungen erlauben.

Wir nehmen an:

1. zwei Maschinen, die ohne Expansion auf zwei unter einem rechten Winkel gestellte Kurbeln wirken;
2. die Pressungen gegen beide Flächen eines Kolbens seien während der ganzen Dauer eines jeden Schubes unveränderlich;
3. das Verhältniss zwischen der Länge einer Schubstange und der Länge eines Kurbelhalbmessers sei so gross, dass man keinen merklichen Fehler begeht, wenn man es als unendlich gross annimmt;
4. der der Lokomotive entgegenwirkende Widerstand sei constant;
5. die totale lebendige Kraft des ganzen Massensytems der Lokomotive dürfe ausgedrückt werden durch das Produkt aus der Masse der Lokomotive in das Quadrat der Geschwindigkeit ihres Schwerpunktes;
6. die Geschwindigkeit der Massen aller an die Lokomotive angehängten Wägen sei eine absolut unveränderliche.

Für die in der Rechnung erscheinenden Grössen wählen wir folgende Bezeichnungen:

o der Querschnitt eines Dampfcylinders;
l die Länges des Kolbenschubes;
D der Durchmesser eines Triebrades;
p die Pressung des Dampfes auf einen Quadratmeter der Kolbenfläche;

r die Pressung auf einen Quadratmer der Vorderfläche eines Kolbens; p und r sind vermöge der zweiten Voraussetzung constant;

W der constante Widerstand, welcher der Bewegung der Lokomotive entgegenwirkt;

M die Masse der Lokomotive;

L das Gewicht der Lokomotive in Tonnen zu 1000 Kilogrammen, demnach $M = \frac{1000\ L}{2\ g}$ wobei g die Beschleunigung beim freien Fall bezeichnet;

V die mittlere, V_1 das Maximum der, V_2 das Minimum der Geschwindigkeit des Schwerpunktes der Lokomotive;

φ der Winkel, den in irgend einem Augenblick der Bewegung die Kurbel der rechtseitigen Maschine mit der Bewegungsrichtung des Kolbens bildet, demnach $\frac{\pi}{2} + \varphi$ der analoge Winkel für die linkseitige Maschine;

μ derjenige Werth von φ, bei welchem das Minimum der Geschwindigkeit eintritt.

Während die Kurbel den Winkel φ beschreibt, legt der Kolben der rechtseitigen Maschine einen Weg $\frac{1}{2}(1 - \cos\varphi)$, der Kolben der linkseitigen Maschine einen Weg $\frac{1}{2}\sin\varphi$ zurück (was jedoch nur für eine unendlich lange Schubstange richtig ist). Die beiden Kolben entwickeln dabei zusammen eine Wirkung:

$$O\ (p - r)\ \frac{1}{2}\ (1 - \cos\varphi + \sin\varphi).$$

Gleichzeitig legt die Lokomotive einen Weg $\frac{D}{2}\varphi$ zurück, wird also der Widerstand W durch den Weg $\frac{D}{2}\varphi$ überwunden, wird also eine Wirkung $W\ \frac{D}{2}\varphi$ consumirt. Nennen wir V_0 die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Lokomotive bewegte, als der Winkel φ gleich Null war, y die dem Winkel φ entsprechende Geschwindigkeit, so ist $M\ (y^2 - V_0^2)$ die Aenderung der lebendigen Kraft der Lokomotiv-Masse während der Bewegung durch den Winkel φ.

Da wir vorausgesetzt haben, dass der Wagenzug seine Geschwindigkeit nicht ändere, so besteht nun die Gleichheit:

$$O\ (p - r)\ \frac{1}{2}\ (1 - \cos\varphi + \sin\varphi) - W\ \frac{D}{2}\varphi = M\ (y^2 - V_0^2) \quad . \quad (1)$$

Diese Gleichung gilt jedoch nur von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \frac{\pi}{2}$, weil ausserhalb dieser Gränzen die Richtungen der Pressungen gegen die Kolben Aenderungen erleiden. Innerhalb dieser Gränzen gilt jedoch die Gleichung (1), es mag ein Beharrungszustand vorhanden sein oder nicht. Allein da wir gerade die Bewegung der Lokomotive in ihrem Beharrungszustand kennen lernen wollen, so müssen wir die Bedingung seines Bestehens analytisch ausdrücken und in (1) einführen. Nun geht aus der Natur der Sache hervor, dass im Beharrungszustand der Bewegung für $\varphi = \frac{\pi}{2}$ wiederum die Geschwindigkeit V_0 eintreten muss; wir erhalten daher die Bedingung, welche den Beharrungszustand charakterisirt, wenn wir in (1) φ gleich $\frac{\pi}{2}$ und y gleich V_0 setzen; wir finden demnach:

$$O (p - r) \frac{l}{2} . 2 - W \frac{D}{2} \frac{\pi}{2} = 0$$

oder:

$$W = \frac{4 O (p - r) l}{D \pi} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Führt man diesen Werth von W in (1) ein, so erhält man:

$$O (p - r) l \left[\frac{1}{2} (1 - \cos \varphi + \sin \varphi) - \frac{2 \varphi}{\pi} \right] = M (y^2 - V_0^2) \qquad (3)$$

und diese Gleichung drückt nun das Gesetz aus, nach welchem im Beharrungszustand die Bewegung der Lokomotive erfolgt, während der Winkel φ von 0 in $\frac{\pi}{2}$ übergeht.

Es liegt in der Natur der Sache, dass innerhalb dieser Grenzen ein Minimum und ein Maximum der Geschwindigkeit vorkommen muss. Für diejenigen Werthe von φ, für welche y ein Maximum oder ein Minimum wird, muss $\frac{d (y^2)}{d \varphi} = 0$ sein. Differenzirt man die Gleichung (3) und setzt $\frac{d (y^2)}{d \varphi} = 0$, so findet man:

$$O (p - r) l \left[\frac{1}{2} (\sin \varphi + \cos \varphi) - \frac{2}{\pi} \right] = 0$$

oder $\sin \varphi + \cos \varphi = \frac{4}{\pi}$. Aus dieser Gleichung findet man, mit Berücksichtigung, dass $\sin \varphi + \cos \varphi = \sqrt{1 + \sin 2 \varphi}$ ist:

$$\sin 2 \varphi = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 - 1 = 0{,}6205$$

Die innerhalb 0 und 180° liegenden Winkel, welche dieser Gleichung entsprechen, sind: $38^\circ + 21'$ und $141^\circ + 39'$. Die dem Minimum und Maximum der Geschwindigkeit entsprechenden Werthe von φ sind demnach:

$$19^\circ + 10' + 30'' \text{ (Minimum)}$$
$$70^\circ + 49' + 30'' \text{ (Maximum)}$$

Es ist klar, dass der erstere dieser Werthe dem Minimum, und der letztere dem Maximum entspricht. Denn wenn φ sehr klein ist, wirkt beinahe nur die linkseitige Maschine treibend; wird dagegen φ nahe 45°, so wirken beide Maschinen beinahe mit voller Kraft.

Bezeichnen wir durch μ die Bogenlänge, welche dem Winkel von $19^\circ + 10' + 30''$ entspricht, so müssen der Gleichung (3) sowohl der Werth $\varphi = \mu$ und $y = V_2$, als auch der Werth $\varphi = \frac{\pi}{2} - \mu$ und $y = V_1$ genügen. Man erhält daher:

$$O\,(p - r)\,l \left[\frac{1}{2}\,(1 - \cos\mu + \sin\mu) - \frac{2\,\mu}{\pi}\right] = M\,(V_2^2 - V_0^2)$$

$$O\,(p - r)\,l \left[\frac{1}{2}\,(1 - \sin\mu + \cos\mu) - \frac{2\left(\frac{\pi}{2} - \mu\right)}{\pi}\right] = M\,(V_1^2 - V_0^2)$$

Die Differenz dieser Gleichungen gibt:

$$O\,(p - r)\,l \left[- \sin\mu + \cos\mu - 1 + 4\,\frac{\mu}{\pi}\right] = M\,(V_1^2 - V_2^2) \quad . \quad (4)$$

Nun ist aber $\frac{1}{2}\,(V_1 + V_2) = V$, und wenn wir das Verhältniss $\frac{V_1 - V_2}{V} = i$ setzen, so wird $V_1^2 - V_2^2 = (V_1 + V_2)\,(V_1 - V_2) = 2\,V \times i\,V = 2\,i\,V^2$. Die Gleichung (4) wird demnach:

$$O\,(p - r)\,l \left[- \sin\mu + \cos\mu - 1 + 4\,\frac{\mu}{\pi}\right] = 2\,i\,V^2\,M$$

und hieraus folgt:

$$i = \frac{O\,(p - r)\,l \left[- \sin\mu + \cos\mu - 1 + \frac{4\,\mu}{\pi}\right]}{2\,V^2\,M} \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Nach diesem Werth von i ist die Ungleichförmigkeit zu beurtheilen, welche in der Bewegung des Schwerpunktes der Lokomotive vermöge der Kurbelmechanismen eintritt. Es ist:

$$\frac{4\,\mu}{\pi} = \frac{4\,(19 \times 60 \times 60 + 10 \times 60 + 30)}{60 \times 60 \times 180} = 0{\cdot}4261$$

$$\sin\mu = \sin\,(19^{\circ} + 10' + 30'') = 0{\cdot}3284$$

$$\cos\mu = \cos\,(19^{\circ} + 10' + 30'') = 0{\cdot}9444$$

Ferner:

$$M = \frac{1000\ L}{2\ g} = \frac{1000\ L}{2 \times 9{\cdot}808}$$

und hierdurch wird der Werth von i:

$$i = \frac{O\,(p - r)\,l}{2424\ L\ V^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Es sei z. B.:

$O = 0{\cdot}1$, $p - r = 40000$, $l = 0{\cdot}6$, $L = 18$ Tonnen, $V = 10$ Meter,

so wird $i = 0{\cdot}00055$, d. h. der Unterschied zwischen der grössten und kleinsten Geschwindigkeit ist 0·00055 von der mittleren Geschwindigkeit. Dieser Unterschied beträgt also 0·0055 Meter.

An diesem Beispiel ersieht man, dass die durch die Kurbelmechanismen verursachte Ungleichförmigkeit der Bewegung des Schwerpunktes so unbedeutend ist, dass man sie durch die delikatesten Messinstrumente wohl kaum zu entdecken im Stande wäre. Diese Ungleichförmigkeit ist also für die Praxis eine nicht beachtenswerthe.

Uebergang aus einem Beharrungszustand in einen andern. Der Uebergang aus einem Beharrungszustand in einen andern kann verursacht werden: 1. durch eine Aenderung des Widerstandes, den die Lokomotive zu überwinden hat, also insbesondere durch Steigen oder Fallen der Bahn; 2. durch eine Aenderung der Kesselheizung; 3. durch eine Aenderung der Regulatorstellung; 4. durch eine Aenderung des Expansionsgrades, wenn der Steuerungsmechanismus eine variable Expansion zulässt; 5. durch eine Aenderung der Ausströmungsöffnung des Blasrohres; 6. durch das gleichzeitige Eintreten zweier oder mehrerer der unter (1) bis (5) genannten Veränderungen.

Um die Erscheinungen, welche bei dem Uebergang aus einem Beharrungszustand in einen andern vorkommen, leichter zu besprechen, wollen wir den ersteren A, den letzten B nennen.

Geschieht der Uebergang aus A in B nur durch eine Zunahme des Widerstandes, und bleibt alles Andere ungeändert, so muss zunächst eine Abnahme der Geschwindigkeit eintreten, denn im Zustand A war die Spannung des Dampfes in den Cylindern so, dass sie den Widerständen im Mittel genommen das Gleichgewicht hielt; wenn also plötzlich der Widerstand wächst, so kann in diesem Augenblick und in den darauf folgenden die Spannung des Dampfes nicht im Stande sein, den grösseren Widerstand zu bewältigen. Allein so wie die Geschwindigkeit der Lokomotive abnimmt, entsteht eine Verminderung des Dampfverbrauches, während die Dampferzeugung in beinahe ungeschwächtem Maasse fortgeht; es muss also im Kessel eine Dampfansammlung und daher eine Steigerung der Spannung eintreten. Allein so wie die Spannung des Dampfes im Kessel wächst, muss sie auch in den Cylindern hinter den Kolben allmählig zunehmen, und dies wird so lange fortdauern, bis in den Cylindern eine Spannung eintritt, welche im Stande ist, dem im Zustand B vorhandenen Widerstand das Gleichgewicht zu halten, und bis ferner der Dampfverbrauch genau so gross wird, als er im Zustand A war. Allein da bis zu diesem Augenblick hin die Spannung des Dampfes fort und fort nicht hinreichend war, dem grösseren Widerstand das Gleichgewicht zu halten, so muss die Geschwindigkeit der Lokomotive bei dem Uebergang aus A in B fortwährend abnehmen. Diese Abnahme erfolgt jedoch nicht gleichförmig, sondern sie erfolgt anfangs rasch und wird allmählig schwächer und schwächer. Im Zustand B herrschen also im Allgemeinen in der Lokomotive stärkere Dampfspannungen, und ist ihre Geschwindigkeit kleiner, als im Zustand A.

Wird die Aenderung des Zustandes A durch eine Verstärkung der Heizung bewirkt, so wird zunächst die Dampfproduktion gesteigert, es muss also eine Dampfansammlung und mithin eine Erhöhung der Dampfspannung im Kessel eintreten. Dadurch wird aber auch die Spannung des Dampfes in den Cylindern hinter den Kolben gesteigert, und da sich, der Voraussetzung gemäss, der Widerstand nicht geändert hat, so werden die Kolben mit einer Kraft getrieben, die mehr als hinreichend ist, um die Widerstände zu bewältigen; es muss also die Geschwindigkeit der Maschine fort und fort bis zu einer gewissen Gränze zunehmen, und diese Gränze wird durch den Umstand gesteckt, dass mit der Geschwindigkeitszunahme ein stärkerer Dampfverbrauch eintritt, was zur Folge hat, dass die Differenz zwischen der Dampfproduktion und dem Dampfverbrauch allmählig abnehmen und zuletzt ganz verschwinden muss; was aber ferner zur Folge hat, dass die Dampfspannungen fort und fort abnehmen werden, bis wiederum die im Zustand A dagewesenen Spannungen eintreten.

Im Beharrungszustand B ist also eine grössere Geschwindigkeit vorhanden, sind aber die Spannungszustände beinahe so, wie sie in A waren. Ich sage „beinahe", denn die grössere Geschwindigkeit der Lokomotive verursacht einen stärkeren Blasrohrdruck und einen stärkeren Luftwiderstand, es wächst also überhaupt der Totalwiderstand, den der Dampf zu überwinden hat, und daher muss im Zustand B die Dampfspannung etwas grösser sein, als sie im Zustand A war. Auch wird aus diesem Grunde die Fahrgeschwindigkeit in einem etwas schwächeren Maasse wachsen, als die Zunahme der Dampfproduktion.

Geschieht die Aenderung des Zustandes A durch eine Verengung der Blasrohrmündung, so wird zunächst der Blasrohrdruck und mithin der totale Widerstand, der vom Dampf überwunden werden muss, vermehrt. Die Spannung, welche der Dampf im Zustand A hatte, wird also zur Bewältigung des totalen Widerstandes nicht mehr hinreichen, in der Bewegung muss also eine Verzögerung, folglich eine Veränderung des Dampfverbrauches, daher eine Dampfansammlung und mithin eine Erhöhung der Dampfspannung eintreten. Diese Veränderungen werden so lange fortdauern, bis ein Zustand B eintritt, in welchem Dampfverbrauch und Dampfproduktion gleich gross geworden sind und in welchem ferner der Druck des Dampfes mit dem durch die Verengung der Blasrohrmündung verstärkten Widerstand in's Gleichgewicht gekommen ist. In diesem Zustand B wird jedoch die Dampfproduktion grösser sein als sie im Zustand A war, denn indem der Dampf mit einer grösseren Spannkraft durch das Blasrohr entweicht, wird die anfachende Wirkung dieses Vorganges und folglich die Dampfproduktion gesteigert; man kann desshalb ohne Rechnung nicht wohl entscheiden, ob die Geschwindigkeit der Lokomotive im Zustande B grösser oder kleiner sein wird, als sie in A war; denn einerseits müsste die Geschwindigkeit abnehmen, weil der Widerstand vermehrt wurde, anderseits müsste die Geschwindigkeit wachsen, weil die Dampfproduktion zunimmt. Auf welcher Seite das Uebergewicht liegt, kann nur durch Rechnung oder durch Versuche entschieden werden.

Wird eine Aenderung des Beharrungszustandes A vermittelst des Regulators veranlasst, und zwar durch eine Verminderung der Einströmungsöffnung, so wird zunächst der Uebergang des Dampfes aus dem Kessel in die Cylinder erschwert. Im Zustand A war die Spannung des Dampfes im Kessel gerade hinreichend, um die produzirte Dampfmenge durch die Regulatoröffnung in den Cylinder zu treiben; so wie aber die Regulatoröffnung plötzlich verengt wird, nimmt die Dampfüberströmung ab, es muss also eine Dampfansammlung, mithin eine Steigerung der Dampfspannung im Kessel eintreten, und diese Veränderungen werden so lange fortdauern, bis die Dampfspannung eine Höhe erreicht hat, bei der sie im Stande ist, allen Dampf, der produzirt wird, durch die enge Regulatoröffnung zu treiben. Die Geschwindigkeit der Lokomotive nimmt anfangs ab, erreicht nach einiger Zeit ein Minimum, und nimmt dann so lange zu, bis sie so gross geworden ist, als sie im Zustand A war. Der Zustand B unterscheidet sich also von A nur durch eine höhere Dampfspannung im Kessel; alles Uebrige wird nicht geändert.

Wird der Zustand A verändert, indem man eine stärkere Expansion eintreten lässt, so wird anfänglich die Wirkung der Maschine und auch der Dampfverbrauch verändert, es muss also eine Abnahme der Geschwindigkeit und eine Ansammlung des Dampfes im Kessel, mithin eine Spannungserhöhung in demselben eintreten. So wie aber diese wächst, wird die Leistung der Maschine allmählig gesteigert, und nimmt die Geschwindigkeit wiederum zu, bis endlich ein Zustand B eintritt, in welchem eine höhere Dampfspannung und eine grössere Geschwindigkeit der Maschine vorhanden ist. Eine grosse Geschwindigkeit muss zuletzt eintreten, weil durch die erhöhte Expansion die Kraftleistungen der Maschine gesteigert werden. Eine höhere Dampfspannung muss eintreten, weil im Zustand B die Cylinder weniger gefüllt werden, als sie in A gefüllt wurden, und demnach in beiden Zuständen wegen der gleich gebliebenen Dampferzeugung auch der Dampfverbrauch keine Aenderung erlitten hat.

Die Führung einer Lokomotive beruht wesentlich auf der richtigen Kenntniss der Erscheinungen und Wirkungen, von welchen eine Aenderung des Beharrungszustandes begleitet ist.

Will man bei ungeändertem Widerstand für einige Zeit schneller oder langsamer fahren, so kann dies bewirkt werden, indem man die Regulatoröffnung in ersterem Fall vergrössert, in letzterem vermindert, oder indem man eine schwächere oder stärkere Expansion eintreten lässt. Allein es ist nicht möglich, durch eine Aenderung der Regulatoröffnung die Geschwindigkeit dauernd zu erhöhen oder zu vermindern.

Will man bei einer schwachen Aenderung des Widerstandes eine Aenderung der Geschwindigkeit der Lokomotive verhindern, so kann dies abermals vermittelst des Regulators oder vermittelst des Expansionsapparates bewirkt werden.

Um immer eine hinreichende Quantität von ziemlich hoch gespanntem Dampf im Kessel vorräthig zu haben, ist es angemessen, bei normaler Geschwindigkeit mit einer ziemlich engen Regulatoröffnung zu fahren, die Dampferzeugung vorzugsweise auf solchen Bahnstrecken, die nur einen geringen Widerstand verursachen, zu begünstigen und diesen Dampf für andere Bahnstrecken, die grössere Widerstände veranlassen, aufzusparen. Dies kann bewirkt werden, wenn man beim Bahnabwärtsfahren nachfeuert und die Regulatoröffnung, so wie auch die Blasrohröffnung verengt, beim Bahnaufwärtsfahren dagegen diese beiden Oeffnungen erweitert. Das Abwärtsfahren erfolgt auf diese Weise mit schwacher Kraft, mit starkem Blasrohrdruck, aber mit lebhafter Anfachung, das Aufwärtsfahren dagegen mit erhöhter Kraft, mit schwachem Blasrohrdruck und mit schwacher Anfachung.

Auch die Speisung des Kessels mit Wasser aus dem Tender muss mit Beachtung der Bahnverhältnisse geschehen. Wenn plötzlich eine grosse Wassermenge in den Kessel gebracht wird, tritt in demselben eine niedrigere Temperatur ein, wird sogar ein Theil des vorhandenen Dampfes condensirt, muss also die Spannung des Dampfes und mithin die Leistungsfähigkeit der Maschine abnehmen; es ist daher angemessen, die Kesselspeisung wie die Kesselfeuerung vorzugsweise beim Bahnabwärtsfahren zu begünstigen.

Die störenden Bewegungen einer Lokomotive.

Einleitendes. Stellt man sich in die Nähe des Geleises einer Eisenbahn, und beobachtet mit Aufmerksamkeit die Bewegung einer im vollen Laufe vorüber fahrenden Lokomotive, so hat es das Ansehen, als erfolgte diese Bewegung genau nach der Richtung des Geleises und mit vollkommen gleichförmiger Geschwindigkeit. Stellt man sich hingegen auf die Plattform der Lokomotive, so fühlt und sieht man sogleich, dass sie nicht so sanft, als es von dem ersten Standpunkt aus zu sein schien, dem Geleise folgt, sondern dass sie sehr mannigfaltigen heftigen Erschütterungen, Zuckungen und Schwankungen ausgesetzt ist. Man fühlt, dass die Stelle, auf der man steht, auf und nieder, vorwärts und rückwärts, so wie auch hin und her oscillirt, sieht ferner, dass der Kessel und alle mit demselben in Verbindung stehenden Theile sehr mannigfaltige geradlinige und drehende Schwingungen machen, und insbesondere, dass die Lokomotive dem Geleise nicht genau folgt, sondern zwischen demselben hin und her schlängelt.

Die wirkliche Bewegung der Lokomotive erfolgt also nicht in so einfacher Weise, als sie einem neben der Bahn stehenden Beobachter vor sich zu gehen scheint, sondern die ganze Bewegung ist im Gegentheil aus sehr vielen einzelnen Bewegungen zusammengesetzt.

Allein die Lokomotive sollte sich, um ihrem Zweck vollkommen zu entsprechen, mit absolut gleichförmiger Geschwindigkeit und in der Weise fortbewegen, dass jeder ihrer Punkte eine mit der Axe des Geleises vollkommen congruente Kurve beschriebe, so zwar, dass die in den Wägen befindlichen Gegenstände und Personen von der Fortbewegung des Zuges gar nicht affizirt würden. Diese Abweichungen des wirklichen Bewegungszustandes von dem gleichförmig mittleren sind demnach schädliche Störungen, die so viel als möglich geschwächt oder beseitiget werden sollten, denn diese Störungen zerrütteln den Bau der Lokomotive und können, wenn sie in einer gewissen Stärke auftreten, ein Ausgleisen der Lokomotive veranlassen.

Die praktische Beseitigung oder Schwächung dieser Störungen erfordert eine genaue Kenntniss der Ursachen und Umstände, durch welche sie hervorgerufen werden, und diese Kenntniss erlangt man, wenn man die wahre Bewegung der Lokomotive mit Hilfe der allgemeinen Grundsätze der Mechanik untersucht und berechnet, was in der folgenden Untersuchung geschehen soll.

Zuvörderst wollen wir die einzelnen Elementarbewegungen, aus welchen die totale Bewegung zusammengesetzt ist, namhaft machen; diese Elementarbewegungen sind:

1. Der mittlere Fortlauf. Das ist diejenige gleichförmige Bewegung, welche eintreten müsste, wenn die verschiedenen Störungen gar nicht vorhanden wären, und wenn in jedem Augenblick die auf die Lokomotive einwirkenden treibenden Kräfte mit den Widerständen im Gleichgewicht wären.

2. Die periodische Bewegung des Schwerpunktes. Im Beharrungszustand der Bewegung ist wohl die Kraft, mit welcher die Lokomotive durch den Dampfdruck getrieben wird, mit den Widerständen, im Mittel genommen, im Gleichgewicht, aber nicht in jedem einzelnen Zeitaugenblick der Bewegung, denn die beiden Kolben wirken auf zwei unter einem rechten Winkel gegen einander gestellte Kurbeln ein, was zur Folge hat, dass das statische Moment der Kraft, mit welcher die Kurbelaxe umgetrieben wird, einen periodisch veränderlichen Werth hat. Dieses Moment ist am kleinsten, wenn einer der beiden Kolben am Ende, der andere gleichzeitig auf halbem Schub steht, es ist am grössten, wenn beide Kurbeln mit der Bewegungsrichtung der Kolben Winkel von 45° bilden. Die Maschine wird also im Beharrungszustand ihrer Bewegung mit einer Kraft vorwärts getrieben, die bald stärker, bald schwächer ist, als die Widerstände, ihre Geschwindigkeit muss also bald zu-, bald abnehmen. Die hieraus entstehende Zuckung ist jedoch, wie wir früher (Seite 56) gezeigt haben, wegen der grossen Masse der Lokomotive, so wie auch wegen der Raschheit, mit der sie sich in der Regel bewegt, so schwach, dass ihre Existenz zwar durch Rechnung nachgewiesen, aber durch das Gefühl, so wie auch durch Messungen gar nicht erkannt werden kann.

3. Das Zucken. Die Massen der Kolben, der Kolbenstangen und Schubstangen, so wie auch die Massen einiger Steuerungstheile haben gegen das Wagengestell eine hin- und hergehende Bewegung. Der Schwerpunkt des vollständigen Lokomotivbaues hat daher gegen den Rahmenbau eine periodisch veränderliche Lage, allein diese Massenbewegungen können (nach dem Grundsatz der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes eines Massensystems) auf die Bewegungen des Schwerpunktes keinen Einfluss ausüben, es muss also die Verschiebung des Schwerpunktes, welche durch den Hin- und Hergang der Massen angeregt wird, durch eine gewisse Bewegung der Massen des Rahmen- und Kesselbaues aufgehoben werden. Gehen beide Kolben vorwärts, so muss gleichzeitig der Rahmen mit dem Kessel zurückweichen, gehen beide Kolben rückwärts, so muss der Rahmen mit dem Kessel vorwärts rücken. Bewegen sich die Kolben mit gleicher Geschwindigkeit nach entgegengesetzter Richtung, so kann in diesem Augenblick der Rahmenbau mit dem Kessel weder vorwärts, noch rückwärts. Man sieht also, dass durch die hin- und hergehenden Bewegungen der Massen des Kolbens, der Kolbenstange, der Schubstange etc., ein Vorwärts- und Rückwärtsbewegen des Rahmenbaues, mithin ein Zucken desselben veranlasst wird.

Man kann sich diese Wirkung der hin- und hergehenden Massen auch auf folgende Art erklären. Diese hin- und hergehenden Massen einer Maschine werden durch die erste Hälfte eines Schubes beschleuniget, in der zweiten Hälfte verzögert; dies ist aber nur möglich, wenn die auf diese Massen nach entgegengesetzter Richtung wirkenden Kräfte, nämlich der Druck des Dampfes gegen eine Kolbenfläche, und der Rückdruck des Kurbelzapfens gegen die Schubstange nicht gleich gross sind, sondern wenn der Rückdruck des Kurbelzapfens gegen die Schubstange in der ersten Hälfte des Schubes kleiner, in der zweiten Hälfte des Schubes grösser ist, als der Dampfdruck gegen den Kolben. Nun wirkt aber der in einem Cylinder befindliche Dampf nicht nur gegen eine der Grundflächen des Kolbens, sondern auch gleichzeitig gegen die dieser Grundfläche zugewendete Deckelfläche des Cylinders, und diese Pressungen sind von gleicher Stärke. Durch die Wirkung des Dampfes auf jede der beiden Maschinen wird daher der Rahmenbau durch ungleiche Kräfte nach entgegengesetzter

Richtung gepresst und die Resultirende dieser Kräfte wirkt in den auf einander folgenden Schubhälften abwechselnd vorwärts und rückwärts; es wird demnach der Wagenbau durch die Wirkung des Dampfes auf jede der beiden Maschinen abwechselnd vorwärts und rückwärts getrieben und da die Kurbeln der beiden Maschinen nicht um 180°, sondern um 90° gegeneinander gestellt sind, so können sich diese Wirkungen der beiden Maschinen auf das Wagengestelle, mit Ausnahme einzelner Zeitmomente, nicht aufheben, Wagenbau und Kessel müssen daher wegen der abwechselnden Beschleunigung und Verzögerung der hin- und hergehenden Massen in eine zuckende Bewegung gerathen. Diese störende Bewegung kann jedoch, wie zuerst *Le Chatelier* gezeigt hat, vollständig aufgehoben werden, wenn die Triebräder der Lokomotive mit Massen versehen werden, die durch ihre Centrifugalkraft die ungleiche Wirkung der Schubstangen gegen die Kurbelzapfen aufheben.

4. *Das Schlingern.* Nebst diesen zuckenden Bewegungen, veranlassen die hin- und hergehenden Massen auch noch eine oscillirende drehende Bewegung der Lokomotive um eine durch ihren Schwerpunkt gehende Vertikalaxe; denn die Pressungen des Dampfes gegen die Deckelflächen der Cylinder und die Pressungen der Schubstangen gegen die Kurbelzapfen, halten sich auch in Bezug auf Drehung um eine vertikale Schwerpunktsaxe nicht das Gleichgewicht. Diese Kräfte bestreben sich also, die Lokomotive abwechselnd hin und her zu drehen, und da die Räder zwischen den Schienen einen gewissen, wenn auch kleinen Spielraum haben, so setzt sich jene Drehung mit der fortschreitenden Bewegung zu einer schlängelnden Bewegung zusammen, die, insbesondere wenn der Druck der Vorderräder gegen die Bahn schwach ist, ein Ausgleisen der Lokomotive veranlassen kann.

Auch diese Schlängelung kann ganz aufgehoben werden, wenn man die Triebräder mit Massen versieht, die durch ihre Centrifugalkraft die Drehung aufheben, welche durch die hin- und hergehenden Massen angeregt wird.

Nebst den bisher angeführten Elementarbewegungen kommen noch drei andere, einzig und allein von dem Bau der Lokomotive herrührende schwingende Bewegungen vor. Der zu einem Ganzen vereinigte Bau des Rahmens, des Kessels und der Cylinder wird stets durch Federn getragen, die auf den Axenbüchsen der Trieb- und Tragräder direkt oder indirekt aufsitzen, dieser Bau liegt also auf einer elastischen Unterlage, die möglicher Weise dreierlei Bewegungen zulässt und diese Möglichkeiten werden durch den Druck, den die Gleitstücke, wegen der im Allgemeinen schiefen Lage der

Schubstangen, gegen die Führungen beim Vorwärtsfahren nach vertikaler Richtung aufwärts, beim Zurückfahren nach vertikaler Richtung abwärts ausüben, zur Wirklichkeit. Diese Bewegungen befolgen sehr komplizirte Gesetze, weil die Gleitstücke ihren Ort verändern und die Intensitäten ihrer Pressungen mit der wechselnden Neigung der Schubstangen periodisch veränderlich sind. Diese drei Bewegungen sind nun:

5. *Das Wogen.* Vertikalschwingung des Schwerpunktes. Der an den Federn hängende Bau wird durch sein Gewicht nach abwärts, durch die Elastizitätskraft der Federn und durch die Pressungen der Gleitstücke gegen die Führungslineale nach aufwärts zur Bewegung angeregt. Allein die Elastizitätskräfte der Federn sind mit ihrem Biegungszustand, und die Pressungen der Gleitstücke gegen die Führungslineale sind mit der Stellung der Schubstangen periodisch veränderlich, und dadurch entsteht nach vertikaler Richtung eine schwingende Bewegung des Schwerpunktes, die wir das Wogen der Lokomotive nennen wollen.

6. *Das Wanken.* (Drehung um eine durch den Schwerpunkt des Baues gehende Längenaxe.) Die auf den Wagenbau nach vertikaler Richtung wirkenden Kräfte sind im Allgemeinen in Bezug auf eine durch den Schwerpunkt des Baues gehende Längenaxe nicht im Gleichgewicht, müssen daher, da sie periodisch veränderlich sind, ein Hin- und Herdrehen, also ein Wanken des ganzen Baues hervorbringen. Dadurch werden die Räder der Lokomotive bald stark, bald schwach gegen die Bahn gedrückt, und wenn in einem Moment, in welchem der Druck eines Vorderrades gegen die Bahn schwach ist, durch eine an der Bahn befindliche Unebenheit ein Stoss gegen dieses schwach niederdrückende Rad ausgeübt wird, so kann ein Ausgleisen der Lokomotive die Folge sein. Dieses Wanken, so wie auch das früher besprochene Auf- und Niederwogen der Lokomotive kann nicht vollständig aufgegeben werden, denn die Federn müssen vorhanden sein, weil sonst die von den Unebenheiten der Bahn entstehenden Stösse zu hart wären, und die Pressungen der Gleitstücke gegen die Leitlineale können auch nicht aufgehoben werden; diese störenden Bewegungen können jedoch durch eine zweckmässige Bauart der Lokomotive so weit gemässigt werden, dass sie nicht mehr gefährlich werden. Durch welche Construktionsweise dieses möglich wird, wird sich in der Folge zeigen.

7. *Das Nicken.* (Drehung um eine durch den Schwerpunkt des Baues gehende Queraxe.) Jene vertikal aufwärts wirkenden Pressungen der Federn und der Gleitstücke sind aber auch in Bezug auf eine durch den Schwerpunkt des Baues gehende horizontale

Queraxe nicht im Gleichgewicht, müssen also periodische Drehungen um diese Axe, demnach ein abwechselndes Heben und Senken der Enden des auf den Federn liegenden Baues hervorbringen. Jedesmal, wenn das vordere Ende des Wagenbaues aufwärts schwingt, ist der Druck der Vorderräder gegen die Bahn schwach, und wenn in einem solchen Moment durch eine Unebenheit der Bahn die Vorderräder in die Höhe gestossen werden, kann es geschehen, dass ihre Berührung mit der Bahn aufhört und dass sie aus dem Geleise gelenkt werden. Es ist also auch diese Störung hinsichtlich des Ausgleisens sehr bedenklich, und soll daher so weit als möglich geschwächt werden, was wiederum nur durch eine geeignete Bauart der Lokomotive geschehen kann.

Die aus dem Wogen, Wanken und Nicken sich zusammensetzende Bewegung kann man das Gaukeln nennen.

Den mittleren Fortlauf der Lokomotive und die periodische Bewegung des Schwerpunktes haben wir bereits in dem vorhergehenden Abschnitte behandelt; die übrigen der genannten Bewegungen werden wir in diesem Abschnitt erschöpfend untersuchen.

Das Zucken und Schlingern.

Bewegungen einer frei hängenden Lokomotive. Wenn man eine nicht balancirte Lokomotive an vier langen Ketten, welche den Rahmen an seinen vier Ecken fassen, aufhängt, so dass sie frei in der Luft schwebt, und sich wie ein Pendel in horizontalem Sinne nach jeder Richtung bewegen kann, hierauf den Kessel heizt, und den Dampf auf die Maschine wirken lässt, so gerathen nicht nur die Kolben, die Kolbenstangen, die Schubstangen, die Kurbelaxen und Triebräder in Bewegung, sondern es entsteht auch in dem Rahmenbau und in den damit verbundenen Theilen eine aus zwei Schwingungen zusammengesetzte Bewegung; aus einer Schwingung in der Richtung der Längenaxe der Lokomotive und aus einer drehenden Schwingung um eine Vertikalaxe. Die Ursachen, welche diese beiden Schwingungen veranlassen (die hin- und hergehenden Massen), sind auch dann vorhanden, wenn die Lokomotive nicht aufgehängt wird, sondern auf der Bahn steht und fortrollt, und sie sind es, welche das Zucken und Schlingern hervorbringen. In dem grössern Werke über den Lokomotivbau sind diese Schwingungen ausführlich untersucht, allein in dieser Abhandlung wollen wir uns darauf beschränken, zu zeigen, wie diese Störungen durch Anwendung von Balancirungsmassen aufgehoben werden können.

Aufhebung des Zuckens und Schlingerns durch rotirende Massen. Die das Zucken und Schlingern aufhebenden Balancirungsmassen können auf folgende Weise bestimmt werden:

Die Wirkungen, welche die hin- und hergehenden Massen der Kolben, der Kolbenstangen, der Schubstangen und Kupplungsstangen in horizontalem Sinne hervorrufen, sind beinahe so, wie wenn diese Massen direkt mit den Kurbelzapfen verbunden wären und mit denselben herumrotirten, indem die Horizontalbewegungen dieser Massen von den Horizontalbewegungen der Kurbelzapfen nur wegen der endlichen Länge der Schubstangen etwas abweichen. Wir wollen daher die hin- und hergehenden Massen ganz wegnehmen, und dafür an die Kurbeln eben so grosse Massen anbringen, die dann mit den Kurbeln herumrotiren und durch ihre Centrifugalkraft in horizontalem Sinne Wirkungen ausüben, welche mit denen der horizontalen Massen übereinstimmen. Diese Wirkungen der rotirenden Massen können nur dadurch ganz beseitigt werden, indem wir die Triebräder mit rotirenden Balancirungsmassen verbinden, und dieselben so placiren und so gross nehmen, dass die Centrifugalkräfte derselben mit den Centrifugalkräften der mit den Kurbeln rotirenden Massen im Gleichgewicht sind.

Wir wollen zunächst diese Balancirungsmassen für eine Personenlokomotive mit innen liegenden Cylindern und inneren Rahmen bestimmen. Siehe Tafel V, Fig. 2, 3 und 4.

Nennen wir: S die Summe der Gewichte eines Kolbens einer Kolbenstange und einer Schubstange. q das Gewicht des über die runde Triebaxe hinausragenden Theiles des Kurbelkörpers einer Maschine. r den Halbmesser der Kurbel. ϱ die Entfernung des Schwerpunktes des Gewichtes q von der geometrischen Drehungsaxe des Triebrades. ω die Winkelgeschwindigkeit der Kurbelaxe. g die Beschleunigung durch die Schwere. Dies vorausgesetzt sind $\frac{S}{g}\,\omega^2 r$, $\frac{q}{g}\,\omega^2 \varrho$ die Centrifugalkräfte der Gewichte S und q einer von den beiden Maschinen, z. B. der hinteren Maschine (Fig. 2). Die Richtungen dieser Kräfte stimmen mit der Richtung der hinteren Kurbel überein. Diesen Centrifugalkräften kann man das Gleichgewicht halten durch Anbringung zweier Massen B und b, erstere am Hinterrad, letztere am Vorderrad, beide in einer Entfernung ϱ_1 von der Axe, und jede in denjenigen Radien der Räder, welche der Richtung der hinteren Kurbel entgegengesetzt sind. Die Centrifugalkräfte dieser Gewichte B und b sind: $\frac{B}{g}\,\omega^2 \varrho_1$, $\frac{b}{g}\,\omega^2 \varrho_1$. Nennt man $2\,e_1$ die horizontale Distanz der Schwerpunkte von B und b, $2\,e$ die horizontale

Distanz der Maschinenaxen, so erhalten wir nach dem bekannten Hebelgesetze für das Bestehen des Gleichgewichtes zwischen den Centrifugalkräften folgende Bedingungsgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} 2\, e_2 \frac{b\, \omega^2\, \varrho_2}{g} &= (e_2 - e)\left[\frac{S}{g}\, \omega^2\, r + \frac{q}{g}\, \omega^2\, \varrho\right] \\ 2\, e_2 \frac{B\, \omega^2\, \varrho_2}{g} &= (e_2 + e)\left[\frac{S}{g}\, \omega^2\, r + \frac{q}{g}\, \omega^2\, \varrho\right] \end{aligned}\right\} \quad . \; . \quad (1)$$

Aus diesen Gleichungen folgt:

$$\left.\begin{aligned} b &= \left(\frac{S\, r + q\, \varrho}{\varrho_2}\right) \frac{e_2 - e}{2\, e_2} \\ B &= \frac{S\, r + q\, \varrho}{\varrho_2}\; \frac{e_2 + e}{2\, e_2} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Hiermit sind nun die Balancirungsmassen B und b bestimmt, welche die Wirkung der Massen einer Maschine aufheben. Um nun auch die Wirkung der Massen der zweiten (der vorderen) Maschine aufzuheben, muss man an die Räder noch zwei Massen B_1 und b_1, die so gross als B und b sind, so anbringen, dass sie der Richtung der vorderen Kurbel entgegengesetzt stehen. Fig. 3 und 4. Die störenden Wirkungen der Massen beider Maschinen werden also vollständig aufgehoben, indem man am Hinterrad die Massen B und b_1 so anbringt, wie Fig. 3 zeigt, und am Vorderrad die Massen B_1 und b so wie Fig. 4 zeigt.

Da es in construktiver Hinsicht unbequem ist, an jedes Rad zwei Massen anzubringen, so kann man für die zwei Massen eines Rades eine einzige Masse Q aufsuchen, deren Wirkung mit denen der beiden Massen äquivalent ist. Nennt man γ den Winkel, den die nach den Schwerpunkten von B und Q und von B_1 und Q gehenden Radien miteinander bilden, und setzt voraus, dass die Entfernung des Schwerpunktes der Masse Q von der Axe ebenfalls gleich ϱ_2 ist, so ist: $\frac{Q}{g}\, \omega^2\, \varrho_2$ die Centrifugalkraft von Q, und diese ersetzt die Centrifugalkraft von B und b_1 $(= b)$, wenn

$$\frac{Q}{g}\, \omega^2\, \varrho_2 \cos\gamma = \frac{B}{g}\, \omega^2\, \varrho_2$$

$$\frac{Q}{g}\, \omega^2\, \varrho_2 \sin\gamma = \frac{b}{g}\, \omega^2\, \varrho_2$$

Hieraus folgt:

$$Q \cos \gamma = B, \qquad Q \sin \gamma = b$$

$$Q = \sqrt{B^2 + b^2}, \quad \sin \gamma = \frac{b}{Q}, \quad \cos \gamma = \frac{B}{Q}.$$

Führt man hier für b und B die Werthe von (2) ein, so findet man:

$$\left.\begin{aligned} Q &= \frac{S\,r + q\,\varrho}{\varrho_2} \sqrt{\frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{e}{e_2}\right)^2\right]} \\ \sin\gamma &= \frac{S\,r + q\,\varrho}{2\,Q\,\varrho_2}\left(1 + \frac{e}{e_2}\right) \\ \cos\gamma &= \frac{S\,r + q\,\varrho}{2\,Q\,\varrho_2}\left(1 + \frac{e}{e_2}\right) \\ \operatorname{tang}\gamma &= \frac{e_2 - e}{e_2 + e} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Diese Ausdrücke gelten auch für Personenlokomotive mit aussen liegenden Cylindern. Allein für diese letzteren ist

$$e > e_2, \text{ demnach } \frac{e}{e_2} > 1 \text{ und } e_2 - e \text{ negativ},$$

während für innere Cylinder

$$e < e_2, \text{ demnach } \frac{e}{e_2} < 1 \text{ und } e_2 - e \text{ positiv ist.}$$

Dies hat zur Folge: 1. Dass Q für aussen liegende Maschinen grösser ausfällt, als für innen liegende. 2. Dass für aussen liegende Maschinen $\sin\gamma$ negativ, $\cos\gamma$ positiv ausfällt, so dass die Balancirungsgewichte für Maschinen mit aussen liegenden Cylindern so anzubringen sind, wie Fig. 5 und 6 zeigen.

Für aussen liegende Maschinen ist $\frac{e}{e_2}$ sehr wenig von der Einheit verschieden, wird demnach $\sin\gamma$ oder γ nahe gleich Null, so dass in diesem Falle die Balancirungsgewichte gegen die Maschinenkurbeln entgegengesetzt angebracht werden dürfen.

Wir wollen nun noch die Balancirungsgewichte für Lokomotive mit gekuppelten Rädern bestimmen: Die Maschinen sollen innen liegen, die Kupplungskurbeln seien den Maschinenkurbeln parallel Fig. 7.

Nebst den vorhergehenden Bezeichnungen stellen wir noch folgende auf: S_1 das Gewicht aller auf einer Seite der Maschine vorkommenden Kupplungsstangen. r_1 den Halbmesser einer Kupplungskurbel. q_1 die Summe der Gewichte aller auf einer Seite der Maschine vorkommenden Kupplungskurbeln. ϱ_1 die Entfernung des Schwerpunktes einer Kupplungskurbel von der Axe. B und b die Balancirungsgewichte, deren Centrifugalkraft den Centrifugalkräften von S, q, S_1, q_1 das Gleichgewicht hält. ϱ_2 ihre Entfernungen von der Axe. $2 e_1$ die horizontalen Entfernungen der Kurbelzapfen der Kupplungskurbeln, welche sich an einer Axe befinden. Wir setzen voraus, dass die Halbmesser, in welchen die Schwerpunkte von B und b liegen, r und r_1 entgegengesetzt sind. Nun sind:

$$\frac{S}{g}\,\omega^2\,r,\ \frac{q}{g}\,\omega^2\,r,\ \frac{S_1}{g}\,\omega^2\,r_1,\ \frac{q_1}{g}\,\omega^2\,r_1,\ \frac{B}{g}\,\omega^2\,\varrho_2,\ \frac{b}{g}\,\omega^2\,\varrho_2$$

die Centrifugalkräfte der sechs Gewichte S q S_1 q_1 B b.

Nach dem Gesetz des Hebels halten sich diese sechs Kräfte das Gleichgewicht, wenn dieselben folgenden Bedingungen entsprechen:

$$\begin{aligned}\frac{B}{g}\,\omega^2\,\varrho_2 \times 2\,e_2 &= \left(\frac{S}{g}\,\omega^2\,r + \frac{q}{g}\,\omega^2\,\varrho\right)(e_2 + e)\\ &+ \left(\frac{S_1}{g}\,\omega^2\,r_1 + \frac{q_1}{g}\,\omega^2\,\varrho_1\right)(e_2 + e_1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{b}{g}\,\omega^2\,\varrho_2 \times 2\,e_2 &= \left(\frac{S}{g}\,\omega^2\,r + \frac{q}{g}\,\omega^2\,\varrho\right)(e_2 - e)\\ &- \left(\frac{S_1}{g}\,\omega^2\,r_1 + \frac{q_1}{g}\,\omega^2\,\varrho_1\right)(e_1 - e_2)\end{aligned}$$

Hieraus folgt:

$$\left.\begin{aligned}B &= \frac{S\,r + q\,\varrho}{\varrho_2}\;\frac{e_2 + e}{2\,e_2} + \frac{S_1\,r_1 + q_1\,\varrho_1}{\varrho_2}\;\frac{e_1 + e_2}{2\,e_2}\\ b &= \frac{S\,r + q\,\varrho}{\varrho_2}\;\frac{e_2 - e}{2\,e_2} - \frac{S_1\,r_1 + q_1\,\varrho_1}{\varrho_2}\;\frac{e_1 - e_2}{2\,e_2}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\quad(4)$$

Diese zwei Massen heben die Wirkungen auf, die durch die Massen der hinteren Maschine und der hinteren Kupplungsstangen verursacht werden. Um auch die Massenwirkung der vorderen Maschine und der vorderen Kupplungsstangen aufzuheben, sind noch zwei Balancirungsmassen B_1 und b_1 nothwendig, die so gross sind, als B und b, von der Axe um ϱ_2 entfernt sind, aber gegen die vorderen Kurbeln eine entgegengesetzte Lage haben. Die Figuren 8 und 9 zeigen die Positionen der Gewichte B b B_1 b_1.

Statt der zwei Massen, die an einem Rade anzubringen sind, kann man auch hier mit nur einer Masse Q ausreichen, wenn man sie so wählt, dass ihre Centrifugalkraft den Resultirenden der Centrifugalkräfte von B und b, gleich ist. Dies ist der Fall wenn:

$$B = Q \cos\gamma, \quad b = Q \sin\gamma,$$

d. h. wenn

$$Q = \sqrt{B^2 + b^2}, \quad \sin\gamma = \frac{b}{Q}, \quad \cos\gamma = \frac{B}{Q} \quad \dots \quad (5)$$

setzt man für B und b die Werthe aus (4), so findet man:

$$\left.\begin{aligned}
Q &= \frac{S\,r + q\,\varrho}{\varrho_2} \sqrt{\left\{ \frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{e}{e_2}\right)^2\right] + \left[1 + \frac{e\,e_1}{e_2^2}\right] \frac{S_1\,r_1 + q_1\,\varrho_1}{S\,r + q\,\varrho} + \frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{e_1}{e_2}\right)^2\right] \left[\frac{S_1\,r_1 + q_1\,\varrho_1}{S\,r + q\,\varrho}\right]^2 \right\}} \\
\sin\gamma &= \frac{1}{2\,\varrho_2\,Q}\left[(S\,r + q\,\varrho)\left(1 - \frac{e}{e_2}\right) - (S_1\,r_1 + q_1\,\varrho_1)\left(\frac{e_1}{e_2} - 1\right)\right] \\
\cos\gamma &= \frac{1}{2\,\varrho_2\,Q}\left[(S\,r + q\,\varrho)\left(1 + \frac{e}{e_2}\right) + (S_1\,r_1 + q_1\,\varrho_1)\left(\frac{e_1}{e_2} + 1\right)\right]
\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Obgleich diese Formeln für eine spezielle Anordnung einer Lokomotive hergeleitet wurden, so bedarf es doch keiner neuen Herleitung, um die Balancirungsgewichte für andere Anordnungen zu erhalten. Zunächst bedarf es gar keiner Aenderung der Form, wenn die Cylinder nicht innen, sondern aussen liegen; es ist in diesem Falle nur $\frac{e}{e_2} > 1$ und $\frac{e}{e_1} > 1$ während $\frac{e_1}{e_2}$ stets grösser als 1 bleibt. Wir haben angenommen, dass die Kupplungskurbeln den Maschinenkurbeln parallel gestellt sind. Stehen die Kupplungskurbeln den Maschinenkurbeln entgegengesetzt, so ist $(S_1\,r_1 + q_1\,\varrho_1)$ negativ zu setzen. Hieraus sieht man, dass die Balancirungsmassen am grössten ausfallen, wenn die Maschinen aussen liegen und die Kupplungskurbeln zugleich Maschinenkurbeln sind. Am kleinsten fallen hingegen die Balancirungsgewichte aus, wenn die Maschinen innen und möglichst nahe neben einander liegen, und wenn die Kupplungskurbeln gegen die Maschinenkurbeln entgegengesetzte Richtungen haben. Auch über den Ort, wo die Balancirungsmassen anzubringen sind, kann kein Zweifel entstehen. Fällt $\sin\gamma$ und $\cos\gamma$ positiv aus, so fallen die Balancirungsgewichte in die mit I. bezeichneten Quadranten, die dem Quadranten, welchen die Maschinenkurbeln bilden, entgegengesetzt sind. Wird $\sin\gamma$ positiv, $\cos\gamma$ negativ, so ist $\gamma > 90°, < 180°$ und die Balancirungsgewichte fallen in die mit II. bezeichneten Quadranten. Ist $\sin\gamma$ und $\cos\gamma$ negativ, so ist $\gamma > 180°, < 270°$ und die Balancirungsgewichte fallen in die mit III. bezeichneten Quadranten. Ist endlich $\sin\gamma$ negativ, $\cos\gamma$ positiv, so fallen die Balancirungsgewichte in die mit IV. bezeichneten Quadranten. Bei schweren Güterzugmaschinen mit gekuppelten Rädern und aussen liegenden Maschinen fallen die Balancirungsgewichte so schwer aus, dass man das ganze Gewicht Q auf sämmtliche an einer Seite der Maschine befindlichen Räder vertheilen muss.

Um die Richtigkeit der aufgestellten Gleichungen thatsächlich nachzuweisen, habe ich ein Modell anfertigen lassen, in welchem nur allein das Massensystem einer Lokomotive dargestellt ist. Es ist an vier langen Kettchen an ein Gerüst gehängt, und kann durch eine Riementransmission in beliebige rasche Bewegung versetzt werden, ohne dass dadurch die Horizontalschwankungen des Modelles alterirt werden. Ist das Modell nicht balancirt und wird es rasch gedreht, so ist der stärkste Mann bei äusserster Anstrengung nicht im Stande, das Modell ruhig schwebend festzuhalten. Werden dagegen Balancirungsgewichte angebracht, die vermittelst der entwickelten Theorie berechnet sind, so bleibt das Modell, wenn es auch noch so schnell gedreht wird, vollkommen ruhig, und wenn man den Rahmen ganz zart zwischen zwei Fingern hält, merkt man nicht die geringste Tendenz zu irgend einer horizontalen Bewegung.

Die vertikalen Wirkungen der Balancirungsgewichte. Wenn man die Horizontalwirkungen der hin- und hergehenden Massen durch rotirende Balancirungen aufhebt, so wird zwar das Zucken und Schlingern vollständig beseitigt, allein indem die Balancirungsmassen im Kreise herumgeschleudert werden, werden die Räder bald stärker, bald schwächer gegen die Bahn gedrückt, und wenn die Drehung der Räder mit einer gewissen Geschwindigkeit erfolgt, kann es sogar geschehen, dass die Räder in die Höhe springen, wenn das Balancirungsgewicht vertikal über der Axe steht.

Nennt man G das Gewicht des Triebwerkes und des daran angebrachten Balancirungsgewichtes, $\mathfrak{P}$ den Druck des Federstieles gegen die Achsenbüchse, so ist $\mathfrak{P} + \frac{1}{2} G$ die Kraft, mit welcher das Triebrad gegen die Bahn gedrückt wird, wenn die Lokomotive ruht. Nun ist:

$$\frac{Q}{g}\left(\frac{V}{\frac{1}{2} D}\right)^2 \varrho_2$$

Die Centrifugalkraft des Balancirungsgewichtes, wobei v die Fahrgeschwindigkeit der Lokomotive, D den Durchmesser des Triebrades und ϱ_2 die Entfernung des Schwerpunktes von Q von der Axe bedeutet. Wenn nun das Rad nicht aufspringen soll, wenn das Balancirungsgewicht über die Radaxe zu stehen kommt, muss:

$$\frac{Q}{g}\left(\frac{v}{\frac{1}{2}D}\right)^2 \varrho_2 < \mathfrak{P} + \frac{1}{2}G$$

oder

$$v < \frac{1}{2}D\sqrt{\frac{g\left(\mathfrak{P}+\frac{1}{2}G\right)}{Q\,\varrho_2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Es sei z. B. für eine Schnellzuglokomotive:

$$\mathfrak{P} + \frac{1}{2}G = 4000, \quad Q = 100, \quad D = 2{\cdot}5, \quad \varrho_2 = 1^m$$

so wird:

$$\frac{1}{2}D\sqrt{\frac{g\left(\mathfrak{P}+\frac{1}{2}G\right)}{Q\,\varrho_2}} = 25 \text{ Meter.}$$

Das Rad wird also nicht aufspringen, wenn die Laufgeschwindigkeit kleiner als 25 Meter ist, eine Geschwindigkeit, die nicht viel grösser ist, als diejenige der schnelllaufenden Schnellzüge.

Balancirung durch hin- und hergehende Massen. Diese allerdings fatale Wirkung der rotirenden Balancirungsgewichte gegen die Bahn macht es wünschenswerth, die Balancirung auf andere Weise zu bewerkstelligen.

Ein Mittel, wodurch die Horizontalwirkungen der hin- und hergehenden Massen gänzlich aufgehoben werden können, ohne dass gleichzeitig schädliche Wirkungen nach vertikaler Richtung hervorgerufen werden, besteht in der Anbringung von horizontal hin- und herlaufenden Gegenmassen. Wendet man statt einer einfachen Kurbel eine Doppelkurbel $A\,B\,C$ Fig. 10 und 11 an, hängt bei C eine Schubstange ein, die so lang ist, als $A\,E$, lässt das Ende D durch Lineale führen, und befestigt in D eine Masse, die so gross ist, als die Masse des Kolbens und der Kolbenstange, so hat man eine in jeder Hinsicht vollkommene Balancirung der hin- und hergehenden Massen. Auch durch Gegenmaschinen kann man den gleichen Zweck erreichen, wie dies bei der *Bodmer*'schen Lokomotive der Fall ist, allein dieses letztere Mittel macht die Anordnung zu komplizirt.

Blos passive Gegenmassen lassen sich jedoch einfach realisiren. Gänzlich aufgehoben würden alle störenden Bewegungen ohne Ausnahme durch Dampfmaschinen mit direkt rotirenden Kolben. Leider ist es bis jetzt nicht gelungen, für derlei Maschinen ganz solide Konstruktionen ausfindig zu machen.

Das Gaukeln oder das Wanken, Wogen und Nicken.

Die Kräfte, welche das Gaukeln verursachen. Das Wanken, Wogen und Nicken oder die gaukelnde Bewegung des auf den Federn liegenden Baues wird durch die Kräfte verursacht, welche auf dieses Massensystem einwirken und sich nicht das Gleichgewicht halten. Diese Kräfte sind folgende:

1. das Gewicht des auf den Federn ruhenden Baues;
2. die Elastizitätskräfte der Federn;
3. die Pressungen der Gleitstücke gegen die Führungslineale;
4. der Widerstand des durch die Lokomotive fortzuziehenden Trains;
5. die Pressungen des Dampfes gegen die Deckelflächen der Dampfcylinder;
6. die Pressungen der Triebaxe gegen die Axengabeln.

Wenn eine Lokomotive ruhig auf der Bahn steht, wird das Gewicht des auf den Federn liegenden Baues durch die Elastizitätskräfte der Federn getragen, und jede derselben befindet sich dabei in einem mehr oder weniger deformirten Zustande. So wie aber in dem auf den Federn liegenden Bau eine gaukelnde Bewegung veranlasst wird, werden die Federn bald mehr, bald weniger deformirt, und wirken dann mit veränderlichen Intensitäten auf den Bau ein, so dass in demselben die einmal hervorgerufene gaukelnde Bewegung fortdauernd erhalten wird.

Die Schubstangen bilden mit den Kolbenstangen Winkel, die mit den Kurbelstellungen veränderlich sind; dies hat zur Folge, dass die Gleitstücke gegen die Führungslineale beim Vorwärtsfahren nach aufwärts, beim Rückwärtsfahren nach abwärts Pressungen ausüben, deren Angriffspunkte und Intensitäten veränderlich sind.

Am hinteren Ende des Rahmenbaues wirkt der Widerstand, den der fortzuschaffende Wagenzug verursacht. Der Angriffspunkt dieses Widerstandes liegt tiefer als der Schwerpunkt des auf den Federn liegenden Baues, und die Intensität desselben ist, streng genommen, wegen der nicht ganz gleichförmigen Bewegung der Lokomotive etwas veränderlich.

Die mit dem Rahmenbau fest verbundenen Dampfcylinder werden durch den Druck des Dampfes gegen die Deckelflächen der Cylinder bald vorwärts, bald rückwärts getrieben. Laufen beide Kolben vorwärts, so werden die Cylinder durch den Dampfdruck zurück getrieben. Laufen beide Kolben nach rückwärts, so werden die Cylinder nach vorwärts getrieben. Laufen die Kolben nach entgegengesetzter Richtung, so wird einer von den Cylindern nach vorwärts, der andere nach rückwärts getrieben.

Durch den Druck des Dampfes gegen die Kolben wird die Axe der Triebräder mit veränderlicher Kraft bald vorwärts, bald rückwärts getrieben. Die Axenbüchsen drücken desshalb bald stärker, bald schwächer gegen die Axengabeln.

Durch das veränderliche Spiel dieser Kräfte wird das Wanken, Wogen und Nicken hervorgebracht. Das Wanken entsteht, weil diese Kräfte in Bezug auf eine durch den Schwerpunkt des Baues gehende Queraxe nicht im Gleichgewichte sind. Das Wogen wird veranlasst, weil die Summe der vertikal aufwärts wirkenden Kräfte veränderlich ist, während das vertikal abwärts wirkende Gewicht des Baues einen konstanten Werth hat. Das Nicken wird hervorgerufen, weil die Kräfte in Bezug auf eine durch den Schwerpunkt des Baues gehende Längenaxe nicht im Gleichgewichte sind.

Die Bestimmung dieser störenden Bewegungen ist der Gegenstand der folgenden Untersuchung, die dabei vorkommenden Rechnungen sind zwar weitläufig, stehen aber in keinem Missverhältnisse mit den Resultaten, welche sie uns liefern.

Druck der Gleitstücke gegen die Führungslineale. Es sei, Taf. VI, Fig. 1:

r der Halbmesser einer Maschinenkurbel;
L die Länge einer Schubstange;
α der Winkel, den in irgend einem Augenblick der Bewegung eine Kurbel mit der Bewegungsrichtung des Kolbens bildet;
λ der Winkel, den gleichzeitig die Schubstange mit der Kolbenstange oder mit der Bewegungsrichtung des Kolbens bildet;
P die Kraft, mit welcher der Kolben treibend einwirkt;
S der in der Schubstange wirkende Widerstand;
N die Kraft, mit welcher das Gleitstück nach aufwärts getrieben wird, wenn die Bewegung nach vorwärts erfolgt.

Dies vorausgesetzt, ist zunächst

$$r \sin \alpha = L \sin \lambda$$

demnach

$$\sin \lambda = \left(\frac{r}{L}\right) \sin \alpha \qquad \operatorname{tang} \lambda = \frac{\left(\frac{r}{L}\right) \sin \alpha}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \sin^2 \alpha}}$$

Es ist aber ferner $S \cos \lambda = P$, $S \sin \lambda = N$, demnach

$$N = P \operatorname{tang} \lambda = P \frac{\left(\frac{r}{L}\right) \sin \alpha}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \sin^2 \alpha}} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Das Verhältniss $\left(\frac{r}{L}\right)$ ist bei Lokomotiven immer höchstens $\frac{1}{6}$, der Werth von $\left(\frac{r}{L}\right)^2 \sin^2\alpha$ beträgt also im Maximum $\frac{1}{36}$, kann also gegen die Einheit vernachlässigt werden; dann wird aber

$$N = P \frac{r}{L} \sin \alpha \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Bezeichnen wir für die zweite Maschine die Kraft, mit welcher ihr Kolben treibend wirkt, mit P_1 und den Druck des Gleitstückes gegen das Führungslineal mit N_1, so ist, da die Kurbeln der beiden Maschinen einen rechten Winkel bilden,

$$N_1 = P_1 \frac{r}{L} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = P_1 \frac{r}{L} \cos \alpha \quad . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Es folgt sowohl aus der Betrachtung der Figur, so wie auch aus den Werthen von N und N_1, dass diese Pressungen der Gleitstücke gegen die Führungslineale stets nach aufwärts gerichtet bleiben, so lange die Bewegung der Kurbeln nach der Richtung des Pfeiles erfolgt, denn das Zeichen von P stimmt stets mit dem Zeichen von $\sin \alpha$, und das Zeichen von P_1 stimmt stets mit dem Zeichen von $\cos \alpha$ überein. Erfolgt dagegen die Bewegung der Kurbeln nach einer Richtung, die der des Pfeiles in der Figur entgegengesetzt ist, so fallen die Zeichen von P und $\sin \alpha$, so wie auch von P_1 und $\cos \alpha$ entgegengesetzt aus, die Werthe von N und N_1 werden also dann beständig negativ oder die Pressungen der Gleitstücke gegen die Führungslineale sind, beim Rückwärtsfahren einer Lokomotive, deren Cylinder vor der Triebaxe liegen, nach abwärts gerichtet.

Dass diese Pressungen spürbare Wirkungen hervorbringen können, sieht man am besten durch ihre numerischen Werthe.

Es sei z. B. für eine Personenzuglokomotive der Durchmesser eines Dampfcylinders = 0·4 Meter, die Spannung des Dampfes hinter den Kolben auf 1 Quadratmeter bezogen, 50000 Kilogramm, der schädliche Widerstand vor den Kolben 12500 Kilogramm, das Verhältniss $\frac{r}{L} = 6$, so sind die grössten Werthe von N und N_1

$$\frac{0{\cdot}4^2 \times 3{\cdot}14}{4}\,(50000 - 12500)\,\frac{1}{6} = 785 \text{ Kilogramm.}$$

Allgemeine Gleichungen zur Bestimmung der gaukelnden Bewegung. Um die Bewegungen des auf den Federn liegenden Baues zu bestimmen, nehmen wir ein die Bewegung der Lokomotive begleitendes Axensytem $O\xi$ $O\upsilon$ $O\zeta$ an, O der Schwerpunkt des auf den Federn liegenden Baues, $O\zeta$ vertikal oder senkrecht gegen die Ebene des Rahmenbaues, $O\xi$ parallel mit der Längenrichtung der Lokomotive und parallel mit der Ebene des Rahmens, $O\upsilon$ quer über die Ebene des Rahmens. Während die gaukelnde Bewegung stattfindet, schwingt der Punkt O nach vertikaler Richtung auf und nieder, und ändern die drei Axen $O\xi$ $O\upsilon$ $O\zeta$ ihre Richtungen. Steht die Lokomotive ganz ruhig auf der Bahn, so hat der Punkt O eine gewisse Position O_1, und haben die Axen $O\xi$ $O\upsilon$ $O\zeta$ gewisse Richtungen $O_1\,\xi_1$ $O_1\,\upsilon_1$ $O_1\,\zeta_1$. Projiziren wir die Axe $O\zeta$ auf die Ebene von $O_1\,\zeta_1\,\xi_1$ und auf die Ebene von $O_1\,\zeta_1\,\upsilon_1$, und nennen für irgend einen Augenblick ζ die Höhe des Punktes O über O_1, und ψ den Winkel, den die Projektion $O\zeta$ auf der Ebene von $O_1\,\zeta_1\,\upsilon_1$ mit $O_1\,\zeta_1$ bildet, φ den Winkel, welchen die Projektion von $O\zeta$ auf der Ebene von $O_1\,\zeta_1\,\xi_1$ bildet, so wird durch die drei Grössen $\zeta\,\psi\,\varphi$ die gaukelnde Bewegung bestimmt. ζ bestimmt das Wogen, ψ das Wanken, φ das Nicken; oder ζ bestimmt die Vertikalschwingungen des Schwerpunktes, ψ die drehenden Schwingungen um die Längenaxe, φ die drehenden Schwingungen um die Queraxe.

Nennen wir ΣZ die Summe der Vertikalkräfte, welche zur Zeit t auf den Bau einwirken, $\binom{M}{\psi}$ die Summe der statischen Momente der Kräfte, welche zur Zeit t den Winkel ψ zu vergrössern suchen, also die Summe der Momente der Kräfte in Bezug auf die Längenaxe, $\binom{M}{\varphi}$ die Summe der statischen Momente der Kräfte, welche zur Zeit t den Winkel φ zu vergrössern suchen, also die Summe der Momente der Kräfte in Bezug auf die Queraxe, M die Masse des auf den Federn liegenden Baues, A das Trägheitsmoment der Masse M in Bezug auf die Längenaxe, B das Trägheitsmoment der

Masse M in Bezug auf die Queraxe, so sind die Gleichungen, welche ζ ψ und φ bestimmen:

$$\left.\begin{aligned} M\frac{d^2\zeta}{dt^2} &= \frac{1}{2}\Sigma Z \\ A\frac{d^2\psi}{dt^2} &= \frac{1}{2}\binom{M}{\psi} \\ B\frac{d^2\varphi}{dt^2} &= \frac{1}{2}\binom{M}{\varphi} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Ausmittlung der Werthe von ΣZ, $\binom{M}{\psi}$, $\binom{M}{\varphi}$. Um das Verständniss der folgenden Untersuchung zu erleichtern, wollen wir derselben eine Lokomotive von ganz bestimmter und bekannter Bauart zu Grund legen. Wir wählen eine *Stephenson*'sche Personenzuglokomotive mit inneren Cylindern, innerem Rahmen und mit sechs nicht gekuppelten Rädern (Taf. VI, Fig. 2, 3, 4, 5).

Der Erfahrung zufolge dürfen wir annehmen, dass die zum Zusammendrücken einer Feder erforderliche Kraft der Zusammendrückung proportional sei. Die Richtigkeit dieses Satzes werden wir in der Folge auch theoretisch nachweisen; er gilt jedoch nur für nicht zu starke Zusammendrückungen. Die Zahl, mit welcher man die Zusammendrückung einer Feder multipliziren muss, um die zusammendrückende Kraft zu erhalten, wollen wir den Starrheits-Coeffizienten der Feder heissen. Ist also f der Starrheits-Coeffizient einer Feder, x ihre Zusammendrückung, so ist $f\,x$ die zusammendrückende Kraft.

Nennen wir nun, Taf. VI, Fig. 2 bis Fig. 5,

G das Gewicht des auf den Federn liegenden Baues, mit Einschluss des im Kessel enthaltenen Wassers;

Δ_1 den Horizontalabstand des Schwerpunktes des auf den Federn liegenden Baues von der hinteren Laufaxe;

Δ_2 den Horizontalabstand dieses Schwerpunktes von der mittleren Triebaxe;

Δ_3 den Horizontalabstand dieses Schwerpunktes von der vorderen Laufaxe;

$2\,e$ die Entfernung der Federn an einer Seite der Lokomotive von den Federn der andern Seite;

f_1 f_2 f_3 f_4 f_5 f_6 die Starrheits-Coeffizienten der in den Punkten 1, 2, 3, 4, 5, 6 (Fig. 5) wirkenden Federn;

ζ_1 ζ_2 . . . ζ_6 die Zusammendrückungen dieser Federn durch das Gewicht des Baues, wenn derselbe ruhig auf den Federn liegt und die Lokomotive ruhig auf der Bahn steht.

Dies vorausgesetzt, sind $f_1\,\zeta_1\quad f_2\,\zeta_2\ \ldots\ f_6\,\zeta_6$ die Kräfte, mit welchen die Federn nach vertikaler Richtung auf den Bau aufwärts wirken, wenn die Lokomotive in vollkommen ruhigem Zustand auf der Bahn steht. Für den Gleichgewichtszustand der Federn im ruhenden Zustand des Baues bestehen demnach folgende Beziehungen:

$$\left.\begin{array}{c} G = f_1\,\zeta_1 + f_2\,\zeta_2 + \ldots\ldots + f_6\,\zeta_6 \\ \Delta_1\,(f_1\,\zeta_1 + f_4\,\zeta_4) + \Delta_2\,(f_2\,\zeta_2 + f_5\,\zeta_5) = \Delta_3\,(f_3\,\zeta_3 + f_6\,\zeta_6) \\ f_1\,\zeta_1 + f_2\,\zeta_2 + f_3\,\zeta_3 = f_4\,\zeta_4 + f_5\,\zeta_5 + f_6\,\zeta_6 \end{array}\right\}\ \ldots\ (2)$$

Wir wollen diese Gleichungen zunächst benützen, um die Bedingungen ausfindig zu machen, bei deren Erfüllung alle Federn durch den auf denselben ruhig liegenden Bau um gleich viel zusammengedrückt werden, wollen aber voraussetzen, dass die auf eine und dieselbe Axe einwirkenden Federn gleich starr sind, dass also $f_1 = f_4$, $f_2 = f_5$, $f_3 = f_6$ und $\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3\ \ldots = \zeta_6 = z$ sei, wobei z die in allen Federn entstehende Zusammendrückung bedeutet. In diesem Falle werden die zwei ersten der Gleichungen (2):

$$\left.\begin{array}{l} G = 2\,z\,(f_1 + f_2 + f_3) \\ o = \Delta_1\,f_1 + \Delta_2\,f_2 - \Delta_3\,f_3 \end{array}\right\}\ \ldots\ldots\ (3)$$

und die dritte dieser Gleichungen wird identisch erfüllt.

Dies sind also die Bedingungen, bei deren Erfüllung alle Federn durch die Last des Baues um gleich viel zusammengepresst werden, vorausgesetzt, dass die auf eine Axe wirkenden Federn gleich starr sind. Wir werden in der Folge veranlasst sein, auf diese Bedingungen (3) zurückzukommen.

Wir denken uns nun, dass man den Bau aus der Gleichgewichtsposition, die durch die Gleichungen (2) charakterisirt wird, in eine andere Lage bringt, indem man den Bau parallel zu seiner Gleichgewichtslage um ζ hebt, sodann um eine durch den Schwerpunkt gehende Queraxe um einen Winkel φ (Fig. 2) so dreht, dass der vordere Theil der Lokomotive höher zu stehen kommt, und endlich um eine durch den Schwerpunkt gehende Längenaxe um einen kleinen Winkel ψ (Fig. 3, 4) so dreht, dass sich die rechte Seite der Lokomotive hebt, die linke aber senkt, so sind dann:

Die Zusammendrückungen der Federn:	Die zusammendrückenden Kräfte:
$\zeta_1 - \zeta + \Delta_1\,\varphi + \varepsilon\,\psi$	$\mathfrak{f}_1\,(\zeta_1 - \zeta + \Delta_1\,\varphi + \varepsilon\,\psi)$
$\zeta_2 - \zeta + \Delta_2\,\varphi + \varepsilon\,\psi$	$\mathfrak{f}_2\,(\zeta_2 - \zeta + \Delta_2\,\varphi + \varepsilon\,\psi)$
$\zeta_3 - \zeta - \Delta_3\,\varphi + \varepsilon\,\psi$	$\mathfrak{f}_3\,(\zeta_3 - \zeta - \Delta_3\,\varphi + \varepsilon\,\psi)$
$\zeta_4 - \zeta + \Delta_1\,\varphi - \varepsilon\,\psi$	$\mathfrak{f}_4\,(\zeta_4 - \zeta + \Delta_1\,\varphi - \varepsilon\,\psi)$
$\zeta_5 - \zeta + \Delta_2\,\varphi - \varepsilon\,\psi$	$\mathfrak{f}_5\,(\zeta_5 - \zeta + \Delta_2\,\varphi - \varepsilon\,\psi)$
$\zeta_6 - \zeta - \Delta_3\,\varphi - \varepsilon\,\psi$	$\mathfrak{f}_6\,(\zeta_6 - \zeta - \Delta_3\,\varphi - \varepsilon\,\psi)$

und es ist nun:

a. die Summe aller den Rahmenbau aufwärts drückenden Federkräfte:

$$
\begin{aligned}
&\mathfrak{f}_1\,\zeta_1 + \mathfrak{f}_2\,\zeta_2 + \mathfrak{f}_3\,\zeta_3 + \mathfrak{f}_4\,\zeta_4 + \mathfrak{f}_5\,\zeta_5 + \mathfrak{f}_6\,\zeta_6 - \zeta\,[\mathfrak{f}_1 + \mathfrak{f}_2 + \mathfrak{f}_3 + \mathfrak{f}_4 + \mathfrak{f}_5 + \mathfrak{f}_6] \\
&\qquad + \varphi\,[\Delta_1\,(\mathfrak{f}_1 + \mathfrak{f}_4) + \Delta_2\,(\mathfrak{f}_2 + \mathfrak{f}_5) - \Delta_3\,(\mathfrak{f}_3 + \mathfrak{f}_6)] \\
&\qquad\qquad + \varepsilon\,\psi\,[\mathfrak{f}_1 + \mathfrak{f}_2 + \mathfrak{f}_3 + \mathfrak{f}_4 + \mathfrak{f}_5 + \mathfrak{f}_6]
\end{aligned}
$$

b. die algebraische Summe der statischen Momente der Federkräfte in Bezug auf die Queraxe:

$$
\begin{aligned}
&+ \Delta_3\,[\mathfrak{f}_3\,(\zeta_3 - \zeta - \Delta_3\,\varphi + \varepsilon\,\psi) + \mathfrak{f}_6\,(\zeta_6 - \zeta - \Delta_3\,\varphi - \varepsilon\,\psi)] \\
&- \Delta_2\,[\mathfrak{f}_2\,(\zeta_2 - \zeta + \Delta_2\,\varphi + \varepsilon\,\psi) + \mathfrak{f}_5\,(\zeta_5 - \zeta + \Delta_2\,\varphi - \varepsilon\,\psi)] \\
&- \Delta_1\,[\mathfrak{f}_1\,(\zeta_1 - \zeta + \Delta_1\,\varphi + \varepsilon\,\psi) + \mathfrak{f}_4\,(\zeta_4 - \zeta + \Delta_1\,\varphi - \varepsilon\,\psi)]
\end{aligned}
$$

c. die algebraische Summe der Momente der Federkräfte in Bezug auf die durch den Schwerpunkt gehende Längenaxe:

$$
\varepsilon \times \left\{
\begin{aligned}
&\mathfrak{f}_4\,(\zeta_4 - \zeta + \Delta_1\,\varphi - \varepsilon\,\psi) + \mathfrak{f}_5\,(\zeta_5 - \zeta + \Delta_2\,\varphi - \varepsilon\,\psi) \\
&\qquad + \mathfrak{f}_6\,(\zeta_6 - \zeta - \Delta_3\,\varphi - \varepsilon\,\psi) \\
&- \mathfrak{f}_1\,(\zeta_1 - \zeta + \Delta_1\,\varphi + \varepsilon\,\psi) - \mathfrak{f}_2\,(\zeta_2 - \zeta + \Delta_2\,\varphi + \varepsilon\,\psi) \\
&\qquad - \mathfrak{f}_3\,(\zeta_3 - \zeta - \Delta_3\,\varphi + \varepsilon\,\psi)
\end{aligned}
\right\}
$$

Diese Ausdrücke werden sehr vereinfacht, wenn man berücksichtigt, dass in der Wirklichkeit die auf eine und dieselbe Axe wirkenden Federn gleich starr, und in ruhigem Zustande um gleich viel zusammengepresst sind. Wir können also nehmen:

$$
\mathfrak{f}_1 = \mathfrak{f}_4,\quad \mathfrak{f}_2 = \mathfrak{f}_5,\quad \mathfrak{f}_3 = \mathfrak{f}_6
$$
$$
\zeta_1 = \zeta_4,\quad \zeta_2 = \zeta_5,\quad \zeta_3 = \zeta_6
$$

Führt man diese Werthe in die obigen Ausdrücke ein und berücksichtigt die Gleichgewichtsbedingungen (2), so erhält man folgende Resultate:

a. Summe aller Federkräfte:

$$G - 2\,\zeta\,(f_1 + f_2 + f_3) + 2\,\varphi\,(\Delta_1\,f_1 + \Delta_2\,f_2 - \Delta_3\,f_3)$$

b. Summe der Momente in Bezug auf die Queraxe:

$$+ 2\,\zeta\,(\Delta_1\,f_1 + \Delta_2\,f_2 - \Delta_3\,f_3) - 2\,\varphi\,(f_1\,\Delta_1^2 + f_2\,\Delta_2^2 + f_3\,\Delta_3^2)$$

c. Summe der Momente in Bezug auf die Längenaxe:

$$- 2\,\varepsilon^2\,\psi\,(f_1 + f_2 + f_3)$$

Somit sind nun die von den Federkräften herrührenden Bestandtheile der Summen $\Sigma\,Z$, $\left(\frac{M}{\psi}\right)$, $\left(\frac{M}{\varphi}\right)$ berechnet, und wir gehen nun zur Bestimmung derjenigen Glieder über, welche die Pressungen der Gleitstücke gegen die Führungslineale liefern.

Nennen wir

P die Kraft, mit welcher der Kolben der vorderen Maschine getrieben wird.

P_1 die Kraft, mit welcher der Kolben der hinteren Maschine getrieben wird. Diese Kräfte P und P_1 haben zwar gleiche Intensitäten, es ist aber gleichwohl zweckmässiger, sie so in Rechnung zu bringen, als wären sie ungleich.

L die Länge einer Schubstange.

r den Halbmesser einer Kurbel.

e den Horizontalabstand der Axen der beiden Cylinder von der Längenaxe der Lokomotive (Fig. 5).

ω die Winkelgeschwindigkeit der Triebräder.

D den Durchmesser eines Triebrades.

α den Winkel, den die Kurbel der vorderen Maschine mit der Axe des Cylinders in dem Zeitmoment bildet, in welchem die Position des Baues durch die Grössen ζ, φ und ψ bestimmt wird.

$\frac{\pi}{2} - \alpha$ den Winkel, den gleichzeitig die Kurbel der hinteren Maschine mit der Richtung ihres Cylinders bildet. (Fig. 2).

Dies vorausgesetzt, sind, vermöge der (Seite 75) gegebenen Erläuterungen, $P\,\frac{r}{L}\sin\alpha$, $P_1\,\frac{r}{L}\cos\alpha$ die Pressungen der Gleitstücke gegen die oberen Führungslineale, und sind ferner $r\cos\alpha + L - \Delta_2$, $r\sin\alpha + L - \Delta_2$ die Horizontalabstände der beiden Gleitstücke von der durch den Schwerpunkt des Baues gehenden Queraxe.

Die Momente dieser Pressungen sind demnach

d. in Bezug auf die durch den Schwerpunkt gehende Queraxe

$$P \frac{r}{L} \sin \alpha \, (r \cos \alpha + L - \Delta_2) + P_1 \frac{r}{L} \cos \alpha \, (r \sin \alpha + L - \Delta_2)$$

oder

$$\frac{1}{2} (P + P_1) \frac{r}{L} \sin 2 \alpha + (L - \Delta_2) \frac{r}{L} (P \sin \alpha + P_1 \cos \alpha)$$

e. in Bezug auf die durch den Schwerpunkt gehende Längenaxe $O\,x_1$

$$P \frac{r}{L} \sin \alpha \, . \, e - P_1 \frac{r}{L} \cos \alpha \, . \, e$$

oder

$$\frac{r}{L} e \, (P \sin \alpha - P_1 \cos \alpha)$$

endlich ist die Summe der vertikal aufwärts wirkenden Pressungen

f. $$\frac{r}{L} (P \sin \alpha + P_1 \cos \alpha)$$

Nun haben wir noch die auf den Rahmenbau einwirkenden Horizontalkräfte zu berücksichtigen.

Heissen wir K den numerischen Werth der Kraft, mit welcher ein Kolben getrieben wird (also die Differenz der Pressungen gegen die beiden Flächen eines Kolbens), so ist, wie schon früher gezeigt wurde, der Widerstand des ganzen Trains $2 K \frac{2 l}{D \pi}$, wobei l die Länge des Kolbenschubes bezeichnet. Nennen wir h_1 die Höhe des Schwerpunktes des Baues über dem Zusammenhängungspunkt der Lokomotive mit dem Tender, so ist das Moment dieses Zuges in Bezug auf die durch den Schwerpunkt gehende Queraxe

g. $$- h_1 \, . \, 2 K \frac{2 l}{D \pi}$$

Streng genommen ist der Zug in der Zusammenhängung der Lokomotive mit dem Tender nicht constant gleich dem mittleren Widerstand des Trains, sondern bei einem etwas unruhigen Lauf der Lohomotive periodisch veränderlich.

Wenn die Kurbeln der beiden Maschinen die in Fig. 2 dargestellte Stellung haben, wird beim Vorwärtslaufen der Lokomotive der vordere Kolben vorwärts, der Kolben der hinteren Maschine dagegen rückwärts getrieben; wird demnach der Cylinder der vorderen Maschine mit einer Kraft P zurück, der Cylinder der hinteren Maschine mit einer Kraft P_1 nach vorwärts getrieben. Nennen wir h die Höhe des Schwerpunktes über der Axe des Triebrades, so ist

$$h. \qquad h\,(P_1 - P)$$

das Moment in Bezug auf die durch den Schwerpunkt gehende Queraxe.

Nun haben wir noch das Moment der Pressungen zu bestimmen, welche die Triebaxe gegen die Axengabeln ausübt. Dabei wollen wir uns aber erlauben, die Umdrehungsgeschwindigkeit der Triebaxe als constant anzunehmen, und die hin- und hergehenden Massen der Schubstangen, Kolbenstangen und Kolben zu vernachlässigen, oder, mit andern Worten, wir wollen die Pressungen der Triebaxe gegen die Axengabeln nach statischen Gesetzen berechnen; der Fehler, den wir dadurch begehen, ist von keinem Belang.

Zerlegt man die Pressungen der Schubstangen gegen die Kurbelzapfen in horizontale und vertikale Kräfte, so sind die ersteren P und P_1, die letzteren dagegen $P \frac{r}{L} \sin \alpha$, $P_1 \frac{r}{L} \cos \alpha$.

Wir setzen voraus, dass die Triebräder auf der Bahn nicht glitschen, sondern nur rollen, dann können wir das Radwerk als einen Hebel ansehen, der im Berührungspunkte seinen Drehungspunkt hat. Nennen wir für einen Augenblick $\mathfrak{K}$ den numerischen Werth des Druckes der Triebaxe gegen die Axenhalter, so haben wir zur Bestimmung desselben die Gleichung:

$$\mathfrak{K} \frac{D}{2} = P \left(\frac{D}{2} + r \sin \alpha\right) - P_1 \left(\frac{D}{2} - r \cos \alpha\right) + P \frac{r}{L} \sin \alpha \; r \cos \alpha + P_1 \frac{r}{L} \cos \alpha \; r \sin \alpha$$

und hieraus folgt:

$$\mathfrak{K} = P - P_1 + \frac{2\,r}{D} (P \sin \alpha + P_1 \cos \alpha) + \frac{r^2}{L\,D} (P + P_1) \sin 2\,\alpha$$

Das Moment dieses Druckes in Bezug auf die durch den Schwerpunkt gehende Queraxe ist:

$$i. \qquad + \mathfrak{K}\,h = + h \left[P - P_1 + \frac{2\,r}{D} (P \sin \alpha + P_1 \cos \alpha) + \frac{r^2}{L\,D} (P + P_1) \sin 2\,\alpha \right]$$

Hiermit sind nun endlich alle Bestandtheile der zu berechnenden Summe bestimmt; wir dürfen jedoch nicht übersehen, dass in der Summe der Vertikalkräfte auch das Gewicht des Baues aufgenommen werden muss. Fassen wir sämmtliche Resultate a b c d e f g h i zusammen und berücksichtigen das Gewicht G des Baues, so finden wir nun:

$$\Sigma Z = -2\zeta(f_1 + f_2 + f_3) + 2\varphi(\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3) + \frac{r}{L}(P \sin\alpha + P_1 \cos\alpha)$$

$$\binom{M}{\psi} = \left\{ \begin{array}{l} 2\zeta(\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3) - 2\varphi(f_1 \Delta_1^2 + f_2 \Delta_2^2 + f_3 \Delta_3^2) \\ + \frac{1}{2}(P + P_1)\frac{r^2}{L}\sin 2\alpha + (L - \Delta_2)\frac{r}{L}(P \sin\alpha + P_1 \cos\alpha) \\ - h_1\, 2K\frac{2l}{D\pi} + h(P_1 - P) + h(P - P_1) \\ + h(P + P_1)\frac{r^2}{DL}\sin 2\alpha + \frac{2r}{D}h(P \sin\alpha + P_1 \cos\alpha) \end{array} \right.$$

$$\binom{M}{\varphi} = -2\varepsilon^2\psi(f_1 + f_2 + f_3) + \frac{r}{L}e(P \sin\alpha - P_1 \cos\alpha)$$

oder auch, wenn man in $\binom{M}{\psi}$ zusammengehörige Glieder vereiniget:

$$\left. \begin{array}{l} \Sigma Z = -2\zeta(f_1 + f_2 + f_3) + 2\varphi(\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3) \\ \qquad + \frac{r}{L}(P \sin\alpha + P_1 \cos\alpha) \\ \binom{M}{\psi} = -h_1\, 2K\frac{2l}{D\pi} + 2\zeta(\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3) \\ \qquad - 2\varphi(f_1 \Delta_1^2 + f_2 \Delta_2^2 + f_3 \Delta_3^2) \\ \qquad + \frac{1}{2}(P + P_1)\frac{r^2}{L}\left(1 + \frac{2h}{D}\right)\sin 2\alpha \\ \qquad + \left[(L - \Delta_2)\frac{r}{L} + \frac{2rh}{D}\right](P \sin\alpha + P_1 \cos\alpha) \\ \binom{M}{\varphi} = -2\varepsilon^2\psi(f_1 + f_2 + f_3) + \frac{r}{L}e(P \sin\alpha - P_1 \cos\alpha) \end{array} \right\} \quad (4)$$

Rechnen wir die Zeit t von einem Augenblick des Beharrungszustandes an, in welchem die Kurbel der vorderen Maschine mit der Richtung ihrer Kolbenstange einen Winkel α_0 bildete, so können wir in den Gleichungen (4), die für die Zeit t gelten, $\alpha = \alpha_0 - \omega t$

setzen. Dies setzt jedoch voraus, dass α_0 gleich oder kleiner als 90° ist, indem die Gleichungen (4) zunächst nur gelten, so lange α zwischen 0 und 90° liegt.

Hierdurch erhalten wir nun:

$$\left.\begin{aligned}
\Sigma Z &= -2\,\zeta\,(f_1 + f_2 + f_3) + 2\,\varphi\,(\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3) \\
&\quad + \frac{r}{L}\,[P \sin(\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos(\alpha_0 - \omega t)] \\
\binom{M}{\psi} &= \left\{\begin{aligned}
&- h_1\, 2\, K\, \frac{2\, l}{D\,\pi} + 2\,\zeta\,(\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3) \\
&- 2\,\varphi\,(f_1 \Delta_1^2 + f_2 \Delta_2^2 + f_3 \Delta_3^2) \\
&+ \frac{1}{2}\,(P + P_1)\,\frac{r^2}{L}\left(1 + \frac{2\,h}{D}\right) \sin 2\,(\alpha_0 - \omega t) \\
&+ \left[(L - \Delta_2)\,\frac{r}{L} + \frac{2\,r\,h}{D}\right] [P \sin(\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos(\alpha_0 - \omega t)]
\end{aligned}\right. \\
\binom{M}{\varphi} &= -2\,\varepsilon^2\,\psi\,(f_1 + f_2 + f_3) + \frac{r}{L}\,e\,[P \sin(\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos(\alpha_0 - \omega t)]
\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Aus diesen Werthen von $\Sigma Z \binom{M}{\psi} \binom{M}{\varphi}$ könnte man bereits sehr viele wichtige Schlüsse ziehen, allein da eine vollständige Kenntniss der Bewegungszustände doch nur durch die Integrale der Bewegungsgleichungen erlangt werden kann, so wollen wir uns hier nicht länger aufhalten, sondern machen sogleich die Vorbereitungen zur Fortsetzung der Untersuchung.

Die Differenzialgleichungen der gaukelnden Bewegung. Setzen wir zur Abkürzung:

$$\left.\begin{aligned}
m &= \frac{f_1 + f_2 + f_3}{M}, \quad m_1 = \frac{\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3}{B}, \quad m_2 = \frac{\varepsilon^2 (f_1 + f_2 + f_3)}{A} \\
n &= \frac{\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3}{M}, \qquad n_1 = \frac{\Delta_1^2 f_1 + \Delta_2^2 f_2 + \Delta_3^2 f_3}{B} \\
p &= \frac{r}{2\,L\,M}, \qquad p_1 = (L - \Delta_2)\,\frac{r}{2\,L\,B} + \frac{r\,h}{B\,D}, \qquad p_2 = \frac{r\,e}{2\,A\,L} \\
e &= \frac{2\,l\,h_1\,K}{B\,D\,\pi}, \qquad q_1 = \frac{r^2}{2\,L\,B}\left(1 + \frac{2\,h}{D}\right)
\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

so findet man mit Berücksichtigung der aufgefundenen Ausdrücke für ΣZ, $\binom{M}{\psi}$, $\binom{M}{\varphi}$

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d^2 \zeta}{d t^2} &= - m \zeta + n \varphi + p \left[P \sin(\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos(\alpha_0 - \omega t)\right] \\
\frac{d^2 \varphi}{d t^2} &= - c + m_1 \varphi - n_1 \varphi + \frac{1}{2} (P + P_1) q_1 \sin 2 (\alpha_0 - \omega t) \\
&\qquad + p_1 \left[P \sin(\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos(\alpha_0 - \omega t)\right] \\
\frac{d^2 \psi}{d t^2} &= - m_2 \psi + p_2 \left[P \sin(\alpha_0 - \omega t) - P_1 \cos(\alpha_0 - \omega t)\right]
\end{aligned}\right\} (7)$$

Ueber die Integration der Gleichungen (7). Werden diese Gleichungen integrirt, so erhält man ζ, ψ und φ als Funktionen von t ausgedrückt. Diese Integrale bestimmen demnach die Gesetze, nach welchen das Wogen, das Nicken und das Wanken erfolgt. Die Integrationen dieser Gleichungen können durch verschiedene Methoden bewerkstelligt werden: 1. Indem man die Form der Integrale annimmt und gewisse in diesen Formen vorkommende Constanten so bestimmt, dass den Differenzialgleichungen (7) ein Genüge geleistet wird. Dieses am schnellsten zum Ziele führende Verfahren habe ich vorzugsweise in meinem grösseren Werke über den Lokomotivbau befolgt. 2. Indem man die von *Lagrange* erfundene Methode der Integration durch die Variation der Constanten befolgt. Auch nach dieser Methode habe ich in dem grösseren Werke die Integrationen bewerkstelligt. 3. Wenn man den Weg einschlägt, welchen *Dienger* in seinem Werke über die Integralrechnung vorzeichnet. Schwierigkeiten von Belang stehen daher der Durchführung der Integration nicht im Wege, allein jede der angedeuteten Methoden führt zu äusserst ausgedehnten, weitläufigen Rechnungen. Ich will mich desshalb hier nicht in eine vollständige Integration dieser Gleichungen einlassen, sondern begnüge mich, aus denselben diejenigen Folgerungen zu ziehen, welche in praktischer Hinsicht von Wichtigkeit sind. Für den praktischen Zweck kommt es nicht so sehr darauf an, das Gesetz zu kennen, nach welchem die mannigfaltigen Schwingungen erfolgen, wohl aber ist es von grösster Wichtigkeit, zu erfahren, unter welchen Umständen diese Schwingungen gar nicht oder nur in einem schwachen Grade eintreten, und diese Kenntniss liefern die Gleichungen (7), auch wenn man sie nicht vollständig integrirt.

Der Vertilgungskrieg. Es ist klar, dass die totale Bewegung aus vielen einzelnen Schwingungen besteht, von denen jede durch gewisse Kräfte veranlasst wird. Diese Kräfte sind nichts anderes, als die einzelnen Glieder der Ausdrücke (7). Diese Schwingungen werden demnach gar nicht eintreten, wenn die Kräfte zum Verschwinden gebracht werden, und sie werden nur in einem schwachen Grad eintreten, wenn jene Kräfte kleine Werthe haben. Wir wollen also jene Glieder der Gleichungen (7) zum Verschwinden zu bringen oder wenigstens möglichst zu schwächen suchen.

Der Coeffizient m kann, wie die Ausdrücke (6) zeigen, nicht gleich Null gemacht werden, er hat stets einen reellen positiven Werth; die Schwingung, welche m verursacht, kann daher nicht beseitigt werden. Die Coeffizienten m_2 und n_1 können ebenfalls nicht verschwinden, wir müssen sie also einstweilen stehen lassen.

Die Coeffizienten m_1 und n können auf Null gebracht werden, wenn man nimmt:

$$\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3 = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

Der Coeffizient p_1 verschwindet, wenn:

$$L - \Delta_2 = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

$$h = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (10)$$

Der Coeffizient c verschwindet, wenn man setzt:

$$h_1 = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

Die Coeffizienten p p_2 q_1 können nicht zum Verschwinden gebracht werden, man muss daher suchen, sie möglichst klein zu machen. Es ist also vortheilhaft, wenn

$$p = \frac{r}{2 L M}, \quad p_2 = \frac{r e}{2 A L}, \quad q_1 = \frac{r^2}{2 L B}\left(1 + \frac{2 h}{D}\right) \quad . \; . \; . \quad (12)$$

so klein als möglich gemacht wird.

Wir wollen nun vor allem Andern die Bedeutung der Bedingungen (8) bis (12) ausfindig zu machen suchen. Die Bedeutung der Bedingung (8) haben wir bereits Seite 78 aufgefunden. Wenn nämlich der Gleichung (8) entsprochen ist, so ist das Federwerk in der Weise angeordnet, dass alle Federn durch den auf ihnen liegenden Bau immer gleich viel zusammengedrückt werden, wenn der Bau auf die Federn gelegt und dann sich selbst überlassen wird. Die Bedingung (8) gibt uns also eine für die Anordnung des Federwerkes wichtige Anleitung.

Die Bedingung $L - \Delta_2 = 0$ oder $L = \Delta_2$ sagt uns, dass die Maschinencylinder so gelegt werden sollen, dass die Kreuzköpfe, wenn die Kolben in der Mitte des Schubes stehen, in die Ebene fallen, welche quer durch den Schwerpunkt des Baues gelegt werden kann. Diese Lage haben die Cylinder in der That bei der Personenlokomotive von *Crampton*. Bei allen übrigen bis jetzt in Gebrauch gekommenen Lokomotiven liegen die Cylinder viel zu weit vornen, so dass die Kreuzköpfe, wenn die Kolben die mittlere Stellung erreichen, viel zu weit vor den Schwerpunkt des Baues fallen. Dass die Erfüllung dieser Bedingung von Wichtigkeit ist, kann leicht ohne Rechnung eingesehen werden, denn bei dieser Lage der Cylinder geht die Richtung der Pressungen der Kreuzköpfe gerade dann, wenn sie am stärksten wirken, durch die Querebene des Schwerpunktes, können sie also kein Nicken, sondern nur ein Wanken und Wogen verursachen.

Die Bedingung $h = 0$ sagt uns, dass der Schwerpunkt des Baues in der Höhe der Triebaxe liegen soll. Diese Bedingung ist abermals bei der Maschine von *Crampton* annähernd erfüllt, und könnte sogar bei dieser Maschine ganz genau erfüllt werden. Bei sämmtlichen Lokomotiven, bei welchen die Triebaxe unter dem Kessel liegt, kann h nicht gleich Null werden. Es hat daher die Triebaxe nur dann eine richtige Lage, wenn sie sich, wie bei der Maschine von *Crampton*, hinter der Feuerbüchse befindet und wenn die Triebräder so gross sind, dass die Triebaxe in die Höhe des Schwerpunktes des auf den Federn liegenden Baues zu liegen kommt.

Die Bedingung $h_1 = 0$ sagt uns, dass der Zusammenhängungspunkt des Tenders mit der Lokomotive in der Höhe des Schwerpunktes des auf den Federn liegenden Baues sich befinden soll. Auch dies ist bei der Lokomotive von *Crampton* realisirbar, bei den Lokomotiven von *Stephenson* aber nicht.

p fällt klein aus, wenn L gegen r gross ist. Es ist daher vortheilhaft, wenn die Schubstangen im Verhältniss zu dem Kurbelhalbmesser lang sind. Die Maschinen von *Stephenson* haben alle kurze Schubstangen. Die Maschinen von *Crampton* und von *Norris* haben lange.

p_2 wird klein, wenn $\frac{r}{L}$ klein und wenn e klein ist. Aber e wird klein, wenn die Cylinder innen und möglichst nahe neben einander liegen, wird dagegen gross, wenn die Cylinder aussen liegen. Innen liegende Cylinder sind demnach vortheilhafter, als aussen liegende.

q_1 wird klein, wenn $\frac{r}{L}$ klein und wenn $h = 0$ ist, also auch in dieser Hinsicht ist es gut, wenn die Schubstangen lang sind und wenn der Schwerpunkt nicht hoch über der Triebaxe liegt.

Wir wollen nun sehen, was sich ferner noch aus den Gleichungen (7) folgern lässt.

Nehmen wir an, dass den Bedingungen (8), (9), (10), (11) entsprochen sei, dass demnach $m_1 = 0,\ n = 0,\ p_1 = 0,\ c = 0$ ist, dann werden die Gleichungen (7):

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d^2 \zeta}{d t^2} &= - m \zeta + p \left[P \sin(\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos(\alpha_0 - \omega t)\right] \\
\frac{d^2 \varphi}{d t^2} &= - n_1 \varphi + \frac{1}{2} (P + P_1) q_1 \sin 2 (\alpha_0 - \omega t) \\
&\quad + p_1 \left[P \sin(\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos(\alpha_0 - \omega t)\right] \\
\frac{d^2 \psi}{d t^2} &= - m_2 \psi + p_2 \left[P \sin(\alpha_0 - \omega t) - P_1 \cos(\alpha_0 - \omega t)\right]
\end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Diese Gleichungen können leicht integrirt werden, weil die veränderlichen Grössen $\zeta\ \varphi\ \psi$ gesondert sind, so dass jede derselben von den beiden andern unabhängig ist.

Suchen wir der Gleichung für ζ zu genügen, indem wir setzen:

$$\zeta = \mathfrak{M} \sin k t + \mathfrak{N} \cos k t + \mathfrak{P} \sin(\alpha_0 - \omega t) + \mathfrak{Q} \cos(\alpha_0 - \omega t) \quad (14)$$

wobei $\mathfrak{M}\ \mathfrak{N}\ \mathfrak{P}\ \mathfrak{Q}$ Grössen sein sollen, die von ζ und t nicht abhängen. Durch zweimaliges Differenziren von (14) findet man:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d^2 \zeta}{d t^2} &= - k^2 (\mathfrak{M} \sin k t + \mathfrak{N} \cos k t) \\
&\quad - \omega^2 \left[\mathfrak{P} \sin(\alpha_0 - \omega t) + \mathfrak{Q} \cos(\alpha_0 - \omega t)\right]
\end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Führt man die Werthe (14) und (15) in die erste der Gleichungen (13) ein, so folgt:

$$\begin{aligned}
&- k^2 (\mathfrak{M} \sin k t + \mathfrak{N} \cos k t) - \omega^2 \left[\mathfrak{P} \sin(\alpha_0 - \omega t) + \mathfrak{Q} \cos(\alpha_0 - \omega t)\right] = \\
&- m (\mathfrak{M} \sin k t + \mathfrak{N} \cos k t) - m \left[\mathfrak{P} \sin(\alpha_0 - \omega t) + \mathfrak{Q} \cos(\alpha_0 - \omega t)\right] \\
&\qquad + p \left[P \sin(\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos(\alpha_0 - \omega t)\right]
\end{aligned}$$

Dieser Gleichung wird identisch entsprochen, wenn wir setzen:

$$k^2 = m, \quad - \omega^2 \mathfrak{P} = - m \mathfrak{P} + p P, \quad - \omega^2 \mathfrak{Q} = - m \mathfrak{Q} + p P_1$$

hieraus folgt:

$$k = \sqrt{m}, \qquad \mathfrak{P} = \frac{p P}{m - \omega^2}, \qquad \mathfrak{Q} = \frac{p P_1}{m - \omega^2}$$

Wir erhalten demnach:

$$\left.\begin{array}{l} \zeta = \mathfrak{M} \sin \sqrt{m}\, t + \mathfrak{N} \cos \sqrt{m}\, t \\ + \frac{p}{m - \omega^2} [P \sin (\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos (\alpha_0 - \omega t)] \end{array}\right\} \quad . \; . \; (16)$$

$\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{N}$ bleiben unbestimmt und sind die beiden willkürlichen Constanten des Integrales.

Jedes der vier Glieder rechter Hand des Gleichheitszeichens drückt eine Elementarschwingung aus; die ganze Bewegung ζ des Wogens besteht demnach aus vier Elementarschwingungen. Die Schwingungen $\mathfrak{M} \sin \sqrt{m}\, t$, $\mathfrak{N} \cos \sqrt{m}\, t$ sind von den die Kolben treibenden Kräften und von der Geschwindigkeit der Bewegung ganz unabhängig, und richten sich nur nach m, also nach dem Starrheitsgrad der Federn. Die Zeit $\mathfrak{T}$ einer solchen Elementarschwingung ist: $\mathfrak{T} = \frac{2\pi}{\sqrt{m}}$ oder wenn man für m seinen Werth setzt:

$$\mathfrak{T} = 2\pi \sqrt{\frac{M}{f_1 + f_2 + f_3}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (17)$$

Diese Schwingungen erfolgen schnell oder langsam, je nachdem die Werthe von f_1 f_2 f_3 gross oder klein sind, d. h. je nachdem die Federn starr oder weich sind.

Die Schwingungen $\frac{p\,P}{m - \omega^2} \sin (\alpha_0 - \omega t)$, $\frac{p\,P_1}{m - \omega^2} \cos (\alpha_0 - \omega t)$ sind abhängig nicht nur von der Starrheit der Federn, sondern auch von der Kraft, mit welcher die Maschinen getrieben werden und von der Winkelgeschwindigkeit der Bewegung des Triebrades. Die Schwingungszeit $\mathfrak{T}_1$ einer solchen Schwingung ist: $\mathfrak{T}_1 = \frac{2\pi}{\omega}$, stimmt demnach genau mit einer Umdrehung der Triebaxe überein. Wir wollen die ersteren der beiden Schwingungen Wagenschwingungen, die letzteren Kurbelschwingungen nennen.

Wagenschwingungen werden durch die Kurbelschwingungen hervorgerufen; sind die letzteren klein, so werden es auch die ersteren. Es kommt also darauf an, die Kurbelschwingungen möglichst zu schwächen, d. h. zu bewirken, dass

$$\frac{p\,P}{m - \omega^2}$$

möglichst klein wird. Setzen wir für p und m die Werthe, welche die Ausdrücke (6) enthalten, so wird:

$$\frac{p\,P}{m - \omega^2} = \frac{r}{2\,L\,M} \cdot \frac{P}{\frac{f_1 + f_2 + f_3}{M} - \omega^2}$$

oder

$$\frac{p\,P}{m - \omega^2} = \frac{1}{2}\,\frac{r}{L}\,\frac{P}{f_1 + f_2 + f_3 - \omega^2 M} \quad \ldots\ldots \quad (18)$$

Die Kurbelschwingungen fallen also klein aus, wenn 1) $\frac{r}{L}$ klein ist, d. h. wenn die Schubstangen im Verhältniss zu den Kurbeln lang sind; 2) wenn p klein ist, d. h. wenn die Maschinen nur schwach getrieben werden, also nicht stark angestrengt sind, keine zu grossen Lasten fortzuschaffen haben; 3) wenn $f_1 + f_2 + f_3 - \omega^2 M$ möglichst gross ist. Wenn diese Differenz nahe gleich Null wird, werden die Kurbelschwingungen ausserordentlich gross. Es ist also eine wesentliche Bedingung, dass

$$\omega^2 M < f_1 + f_2 + f_3 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

oder

$$\omega < \sqrt{\frac{f_1 + f_2 + f_3}{M}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

Es ist aber, wenn man mit V die Laufgeschwindigkeit der Lokomotive und mit D den Durchmesser eines Triebrades bezeichnet,

$$\omega = \frac{V}{\frac{1}{2} D} = \frac{2\,V}{D}$$

Die Bedingung (20) kann also auch ausgedrückt werden durch

$$V < \frac{D}{2} \sqrt{\frac{f_1 + f_2 + f_3}{M}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

oder durch

$$D > 2\,V \sqrt{\frac{f_1 + f_2 + f_3}{M}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

Die grösste zulässige Fahrgeschwindigkeit wird demnach durch den Starrheitsgrad der Federn und durch den Durchmesser der Triebräder bestimmt.

Der Ausdruck (22) bestimmt, wie gross der Durchmesser der Triebräder wenigstens sein muss, damit eine Lokomotive mit jeder Geschwindigkeit, die kleiner oder gleich V ist, ohne Gefahr laufen kann. Schnellzuglokomotive müssen also grosse Triebräder erhalten; langsam gehende Güterzuglokomotive dürfen kleine Triebräder erhalten. Am gefährlichsten wird der Fahrzustand, wenn $m = \omega^2$ ist.

Es ist aber $m = \frac{(2\pi)^2}{\mathfrak{T}^2}$, $\omega^2 = \frac{(2\pi)^2}{\mathfrak{T}_1^2}$; m wird demnach gleich ω^2, wenn $\mathfrak{T} = \mathfrak{T}_1$, d. h. wenn die Zeit einer Wagenschwingung gleich ist der Zeit einer Umdrehung der Triebaxe, und dies ist auch sehr begreiflich, denn in diesem Falle erhält die Wagenschwingung durch jede Kurbelschwingung einen neuen Impuls, muss also eine Ansammlung dieser Impulse stattfinden.

Wenden wir uns nun zur zweiten der Gleichungen (13). Diese ist:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2 \varphi}{d t^2} &= - n_1 \varphi + \frac{1}{2} (P + P_1) q_1 \sin 2 (\alpha_0 - \omega t) \\ &+ p_1 [P \sin (\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos (\alpha_0 - \omega t)] \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; (23)$$

Hier können wir aber, ohne einen merklichen Fehler zu begehen, die Schwingung, welche das Glied $\frac{1}{2}(P + P_1) q_1 \sin 2 (\alpha_0 - \omega t)$ verursacht, ganz vernachlässigen, denn q_1 ist eine sehr kleine Grösse, und $P + P_1$ ist in gewissen Quadranten gleich Null. In dieser Voraussetzung erhalten wir:

$$\frac{d^2 \varphi}{d t^2} = - n_1 \varphi + p_1 [P \sin (\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos (\alpha_0 - \omega t)] \quad (24)$$

Diese Gleichung stimmt der Form nach mit der ersten der Gleichungen (13) überein, wir erhalten demnach das Integrale von (24), wenn wir in (16) ζ mit φ, m mit n_1, p mit p_1 verwechseln. Es ist demnach:

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= \mathfrak{M} \sin \sqrt{n_1}\, t + \mathfrak{N} \cos \sqrt{n_1}\, t \\ &+ \frac{p_1}{n_1 - \omega^2} [P \sin (\alpha_0 - \omega t) + P_1 \cos (\alpha_0 - \omega t)] \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; (25)$$

Das Nicken besteht also ebenfalls wie das Wogen aus zwei elementaren Wagenschwingungen und aus zwei Kurbelschwingungen.

Nennt man $\mathfrak{T}_2$ die Zeit einer Wagenschwingung, $\mathfrak{T}_3$ die Zeit einer Kurbelschwingung, so ist hier:

$$\mathfrak{T}_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{n_1}}, \quad \mathfrak{T}_3 = \frac{2\pi}{\omega}$$

oder wenn man für n_1 seinen Werth aus (6) einführt:

$$\mathfrak{T}_2 = 2\pi \sqrt{\frac{B}{\Delta_1^2 f_1 + \Delta_2^2 f_2 + \Delta_3^2 f_3}}, \quad \mathfrak{T}_3 = \frac{2\pi}{\omega}, \quad . \; . \; (26)$$

Der Ausschwungwinkel einer Kurbelschwingung ist, wenn p_1 nicht verschwindet:

$$\varphi_1 = \frac{p_1 P}{n_1 - \omega^2} = \frac{p_1 P B}{\Delta_1^2 f_1 + \Delta_2^2 f_2 + \Delta_3^2 f_3 - B \omega^2} \quad . \; . \; . \; (27)$$

Es ist

$$p_1 B = (L - \Delta_2) \frac{r}{2 L} + \frac{r}{D} h \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (28)$$

Dieser Ausdruck wird gross, wenn Δ_2 gegen L klein und h gross ist. Beides ist bei den Maschinen von *Stephenson* der Fall; diese Maschinen incliniren daher stark zum Nicken. Die Maschinen von *Crampton* können, wie wir gesehen haben, so konstruirt werden, dass $L = \Delta_2$ und $h = o$ wird. Die Maschinen von *Crampton* können also so konstruirt werden, dass $\varphi_1 = o$ wird, dass also gar kein Nicken eintritt.

Der Werth von φ_1 fällt ferner gross aus, wenn $\Delta_1^2 f_1 + \Delta_2^2 f_2 + \Delta_3^2 f_3$ sehr gross ist gegen $B \omega^2$, wenn also:

$$\Delta_1^2 f_1 + \Delta_2^2 f_2 + \Delta_3^2 f_3 > B \omega^2 \, . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (29)$$

Nennen wir $\mathfrak{P}_1$ $\mathfrak{P}_2$ $\mathfrak{P}_3$ die Axenbelastungen und ordnen das Federwerk so an, dass alle Federn durch die Belastungen um gleich viel und zwar um s zusammengedrückt werden, so ist:

$$\mathfrak{P}_1 = 2s\, f_1 \,, \qquad \mathfrak{P}_2 = 2s\, f_2 \,, \qquad \mathfrak{P}_3 = 2s\, f_3 \quad . \; . \; . \; . \; (30)$$

und dann wird (29)

$$\Delta_1^2 \mathfrak{P}_1 + \Delta_2^2 \mathfrak{P}_2 + \Delta_3^2 \mathfrak{P}_3 > 2s\, B\, \omega^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (31)$$

Nennen wir den Ausdruck linker Hand von $>$ das Trägheitsmoment der Axenbelastung. Es ist leicht einzusehen, dass dieses Trägheitsmoment dann sehr gross ausfällt, wenn gar keine oder nur eine schwach belastete Mittelaxe vorhanden ist, und wenn der Radstand gross ist. Beides ist der Fall bei den Maschinen von *Crampton*. Diese Maschinen incliniren also selbst dann nur wenig zum Nicken, wenn L nicht gleich Δ_2 und wenn h nicht gleich Null wäre. Die Personenlokomotive von *Stephenson* haben dagegen eine stark belastete Mittelaxe (die Triebaxe) und gewöhnlich einen kleinen Radstand, insbesondere wenn die hintere Laufaxe vor der Feuerbüchse liegt. Diese Maschinen incliniren also auch aus diesem Grunde zum Nicken und sind deshalb in der That gefährliche Konstruktionen zu nennen. Diese *Stephenson*'schen Maschinen, bei welchen die hintere Laufaxe vor der Feuerbüchse liegt, sind aber auch ganz ausser Gebrauch gekommen, und nur die Konstruktionen, bei welchen die hintere Laufaxe hinter der Feuerbüchse liegt, werden heut zu Tage noch gebraucht.

Es ist $\omega = \frac{V}{\frac{1}{2} D} = \frac{2 V}{D}$. Führt man diesen Werth in (31) ein, so findet man:

$$v < D \sqrt{\frac{\Delta_1^2 \mathfrak{P}_1 + \Delta_2^2 \mathfrak{P}_2 + \Delta_3^2 \mathfrak{P}_3}{8 s B}} \quad \ldots \ldots \quad (32)$$

$$D > v \sqrt{\frac{8 s B}{\Delta_1^2 \mathfrak{P}_1 + \Delta_2^2 \mathfrak{P}_2 + \Delta_3^2 \mathfrak{P}_3}} \quad \ldots \ldots \quad (33)$$

Der erste dieser Ausdrücke bestimmt die grösste zulässige Fahrgeschwindigkeit der Lokomotive. Der Letztere bestimmt den kleinsten Durchmesser, welchen die Triebräder der Lokomotive erhalten müssen, damit man ohne Gefahr mit jeder Geschwindigkeit fahren kann, welche kleiner oder gleich v ist.

Diese grösste zulässige Fahrgeschwindigkeit ist also dem Durchmesser der Triebräder proportional und fällt überdies gross aus, wenn das Trägheitsmoment der Axenbelastung gross ist und wenn s klein ist, d. h., wenn die Federn starr sind. Die Maschine von *Crampton* gestattet daher, ohne dass ein heftiges Nicken eintritt, eine weit grössere Fahrgeschwindigkeit als die Lokomotive von *Stephenson*.

Wir kommen nun zur Behandlung der dritten der Gleichungen (13). Diese ist:

$$\frac{d^2 \psi}{d t^2} = - m_3 \psi + p_3 [P \sin (\alpha_0 - \omega t) - P_1 \cos (\alpha_0 - \omega t)]$$

Das Integrale derselben ist:

$$\left.\begin{array}{l} \psi = \mathfrak{M} \sin \sqrt{m_3}\, t + \mathfrak{N} \cos \sqrt{m_3}\, t \\[1ex] + \frac{p_3}{m_3 - \omega^2} [P \sin (\alpha_0 - \omega t) - P_1 \cos (\alpha_0 - \omega t)] \end{array}\right\} \quad \ldots \quad (34)$$

Das Wanken besteht also ebenfalls aus zwei Wagenschwingungen und aus zwei Kurbelschwingungen. Die Schwingungszeit $\mathfrak{T}_4$ einer Wagenschwingung ist:

$$\mathfrak{T}_4 = \frac{2 \pi}{\sqrt{m_3}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (35)$$

Die Schwingungszeit einer Kurbelschwingung ist:

$$\mathfrak{T}_3 = \frac{2\pi}{\omega} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (36)$$

Letztere ist wieder gleich der Umdrehungszeit eines Triebrades.

Der grösste Ausschwungswinkel ψ_1 einer Kurbelschwingung ist:

$$\psi_1 = \frac{p_2 P}{m_3 - \omega^2} = \frac{\frac{r e}{2 A L} P}{\varepsilon^2 \frac{f_1 + f_2 + f_3}{A} - \omega^2}$$

oder:

$$\psi_1 = \frac{r e P}{2 L} \frac{1}{\varepsilon^2 (f_1 + f_2 + f_3) - \omega^2 A} \quad \ldots \ldots \quad (37)$$

Dieser Werth von ψ_1 fällt klein aus 1) wenn $\frac{r}{L}$ klein ist, d. h. wenn die Schubstangen im Verhältniss zu den Kurbeln lang sind; 2) wenn P klein ist, d. h. wenn die Lokomotive nicht stark angestrengt wird; 3) wenn e klein ist, d. h. wenn die Cylinder nicht aussen, sondern innen liegen; 4) wenn $\varepsilon^2 (f_1 + f_2 + f_3)$ gross ist gegen $\omega^2 A$, d. h. wenn die Federn starr sind, und wenn die Lokomotive nicht mit innern, sondern mit äusseren Rahmen versehen ist, für welche ε gross ist. Wenn $\varepsilon^2 (f_1 + f_2 + f_3)$ gleich $\omega^2 A$ wäre, würde ψ_1 unendlich gross werden können. Damit dies nicht geschieht, muss

$$\omega < \varepsilon \sqrt{\frac{f_1 + f_2 + f_3}{A}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (38)$$

werden. Wegen $\omega = \frac{2 V}{D}$ folgt aus diesem Ausdruck:

$$V < \frac{D}{2} \varepsilon \sqrt{\frac{f_1 + f_2 + f_3}{A}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (39)$$

$$D > \frac{2 V}{\varepsilon} \sqrt{\frac{A}{f_1 + f_2 + f_3}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (40)$$

Der erstere dieser Ausdrücke bestimmt die hinsichtlich des Wankens zulässige grösste Fahrgeschwindigkeit; der letztere bestimmt den kleinsten Durchmesser, den das Triebrad erhalten muss, damit man ohne Gefahr mit jeder Geschwindigkeit fahren kann, die gleich oder kleiner als V ist. Diese grösste Fahrgeschwindigkeit fällt gross aus, wenn 1) die Triebräder gross sind, wenn 2) äussere Rahmen vorhanden sind, wenn 3) die Federn starr sind.

Hiermit haben wir nun den ganzen Reichthum der Folgerungen gewonnen, welche aus den Gleichungen der störenden Bewegung des Gaukelns gezogen werden können.

Diese Störungen, welche wir untersucht haben, rühren alle von der Bauart der Lokomotive her. Es entstehen aber auch noch Störungen, die durch die Unvollkommenheiten des Bahnbaues verursacht werden. Auch diese Störungen lassen sich durch Rechnungen verfolgen, allein sie würden uns zu weitläufig werden, und es ist auch ohne Rechnung leicht einzusehen, dass die von den Unvollkommenheiten des Bahnbaues herrührenden Störungen klein ausfallen: 1) wenn die Spurweite gross ist; 2) wenn äussere Rahmen vorhanden sind; 3) wenn der Radstand gross ist; 4) wenn der Wagen keine oder nur schwach belastete Mittelräder hat.

Es muss noch hervorgehoben werden, dass diese aufgefundenen Grundbedingungen der Stabilität der Bewegung vorzugsweise nur für Schnellzug- und Personenzuglokomotive von Wichtigkeit sind. Die Lastenlokomotive haben nur kleine Fahrgeschwindigkeit, sind sehr massig, erhalten sehr steife Federn und grössere Radstände, und dadurch entsteht eine für diese Art von Lokomotiven genügende Stabilität.

Zusammenstellung der Resultate über die Störungen.

Wenn wir die Hauptergebnisse der abgehandelten Störungstheorie zusammenstellen, so lauten dieselben wie folgt:

Zucken und Schlingern.

1. Die Störungen, welche durch die hin- und hergehenden Massen der Kolben, Kolbenstangen, Schubstangen entstehen, können durch Anbringung von rotirenden oder von hin- und herlaufenden Balancirungsgewichten vollkommen aufgehoben werden.

2. Die Bewegungen des Zuckens und Schlingerns sind nicht gross, aber heftig, insbesondere bei grosser Fahrgeschwindigkeit, weil die Schwingungszeiten mit der Umdrehungszeit der Triebräder übereinstimmen.

3. Die Balancirungsgewichte fallen

klein aus:	*gross aus:*
a) wenn die Cylinder innen liegen;	a) wenn die Cylinder aussen liegen;
b) wenn die hin- und hergehenden Massen klein sind;	b) wenn die hin- und hergehenden Massen gross sind;
c) wenn die Triebräder gross sind;	c) wenn die Triebräder klein sind;

d) wenn die Kupplungskurbeln den Maschinenkurbeln entgegengesetzt sind.

d) wenn die Kupplungskurbeln mit den Maschinenkurbeln parallel sind.

4. Die Balancirungsgewichte fallen daher

am kleinsten aus:

e) bei Schnellzugmaschinen mit innen liegenden Cylindern und grossen Triebrädern und leichten Schubstangen aus Gussstahl.

am grössten aus:

e) bei schweren Gütermaschinen mit aussen liegenden Cylindern, kleinen Triebrädern, schweren schmiedeisernen Kupplungsstangen, Maschinenkurbeln zugleich Kupplungskurbeln.

5. Bei Maschinen mit aussen liegenden Cylindern sind die Balancirungsgewichte den Maschinenkurbeln entgegengesetzt anzubringen.

6. Bei schweren Gütermaschinen fallen die Balancirungsgewichte so gross aus, dass sie auf sämmtliche Räder vertheilt werden müssen.

7. Die rotirenden Balancirungsgewichte veranlassen, dass der Druck der Triebräder gegen die Bahn veränderlich wird.

8. Wenn die Fahrgeschwindigkeit eine gewisse Grenze überschreitet, springen die Räder in die Höhe, wenn die Balancirungsgewichte über die Axen zu stehen kommen.

9. Die Horizontalwirkungen der hin- und hergehenden Massen können gänzlich aufgehoben werden, ohne dass schädliche Vertikalwirkungen entstehen, wenn man statt rotirender Balancirungsgewichte hin- und herlaufende Gegenmassen anwendet.

10. Direkt rotirende Maschinen würden weder ein Zucken noch ein Schlingern veranlassen, brauchten daher keinerlei Balancirungsgewichte.

Wogen, Wanken und Nicken.

1. Die störenden Bewegungen des Wogens, Wankens und Nickens können bei Maschinen mit Kurbel-Schubstangen-Mechanismen nie vollständig aufgehoben, wohl aber durch gewisse Konstruktionsarten sehr geschwächt werden.

2. Direkt rotirende Maschinen würden weder ein Wogen noch ein Wanken oder Nicken verursachen.

3. Diese störenden Bewegungen fallen am kleinsten aus, wenn die Richtungen der störenden Kräfte nach dem Schwerpunkt des auf den Federn liegenden Baues zielen.

4. Die Bahn soll von bester Beschaffenheit sein.

5. Die Bahnschienen sollen möglichst lang sein und sorgfältigst verbunden werden.

6. Eine grosse Spurweite ist vortheilhaft.

7. Der Radstand der Wagen soll gross sein und sie sollen keine oder nur schwach belastete Mittelaxen erhalten. Dies gilt für Bahnwagen wie für Lokomotive.

8. Starre Federn, die jedoch nur bei bester Beschaffenheit der Bahn zulässig sind, vermindern die störenden Bewegungen.

9. Die Höhe des Schwerpunktes über der Ebene der Bahn ist gleichgültig; die Höhe dieses Punktes über den Wagenaxen soll dagegen klein sein.

10 Der Zusammenhängungspunkt des Tenders mit der Lokomotive soll in der Höhe des Schwerpunktes des auf den Federn liegenden Baues sich befinden.

11. Die Schubstangen sollen möglichst lang sein.

12. Aeussere Rahmen schützen gegen das Wanken.

13. Innen liegende Cylinder sind hinsichtlich des Wankens vortheilhaft.

14. Das Federwerk muss so angeordnet werden, dass alle Federn durch den auf ihnen liegenden Bau um gleich viel zusammengedrückt werden.

15 Die Cylinder sollen so gelegt werden, dass die mittlere Position der Gleitstücke in die Ebene fällt, welche quer durch den Schwerpunkt des auf den Federn liegenden Baues gelegt werden kann.

16. Es gibt gefährliche Geschwindigkeiten, bei welchen sich die störenden Bewegungen ansammeln. Dieselben treten dann ein, wenn die Schwingungszeit einer Wagenschwingung mit der Zeit einer Umdrehung der Triebaxe übereinstimmt.

17. Damit diese gefährlichen Geschwindigkeiten nicht eintreten können, müssen die Triebräder so grosse Durchmesser erhalten, dass die Zeit einer Umdrehung der Triebräder grösser ausfällt, als die Schwingungszeit der langsamsten von den Wagenschwingungen.

18. Am besten kann den Bedingungen der Stabilität der Bewegung durch die Bauart der *Crampton*'schen Schnellzuglokomotive entsprochen werden.

19. Die Maschine von *Norris* hat hinsichtlich der Stabilität gute Eigenschaften und kann wesentlich verbessert werden, wenn die Cylinder so gelegt werden, wie unter 14. angegeben wurde.

20 Von den Personenlokomotiven von *Stephenson* ist diejenige mit inneren Cylindern, äusseren Rahmen und mit einer Laufaxe hinter der Feuerbüchse zu empfehlen.

21. Bei Güter- und Lasten-Lokomotiven ist die Stabilität der Bewegung wenig zu beachten.

Detail-Construktionen.

Allgemeine Grundsätze. Die heftigen und hastigen Bewegungen, welchen die Fahrzeuge und insbesondere die Lokomotive der Eisenbahnen ausgesetzt sind, machen es dringend nothwendig, dass bei dem Bau derselben die allgemeinen Grundsätze, welche überhaupt zu einem soliden Maschinenbau führen, in einem erhöhten Maasse beobachet werden; es erscheint daher angemessen, diese Grundsätze dem Studium der construktiven Details vorauszuschicken. Von einer Lokomotive müssen wir verlangen, dass sie im Stande sein soll, auf einer Bahn, deren Steigungs- und Krümmungsverhältnisse bekannt sind, eine gegebene Last mit einer vorgeschriebenen Geschwindigkeit und mit grösstmöglicher Sicherheit und auch mit möglichster Ersparung an Brennstoff fortzuschaffen. Zugkraft, Geschwindigkeit, Sicherheit, Brennstoffverbrauch sind also die zu beachtenden Hauptpunkte.

Die Fahrgeschwindigkeit. Die Geschwindigkeit, welche der Berechnung einer neu zu erbauenden Lokomotive zu Grunde gelegt werden soll, richtet sich theils nach den Verkehrsverhältnissen der Bahn, theils nach dem Zwecke, dem die Lokomotive vorherrschend oder ausschliesslich zu dienen hat.

Durch eine mässige Fahrgeschwindigkeit wird die Bahn, wird die Lokomotive und werden die Wagen geschont; wird ferner Brennstoff erspart und eine grössere Sicherheit des Verkehrs erzielt. Man darf also als Grundsatz aussprechen, dass man auf jeder Bahn mit der kleinsten Geschwindigkeit fahren soll, durch welche den Anforderungen des Verkehrs noch entsprochen werden kann. Allein diese Anforderungen wachsen in dem Maase, als die Eisenbahnen an Ausdehnung und Zusammenhang gewinnen, und in der Nähe von grossen Städten spricht sich insbesondere das Bedürfniss nach möglichst grossen Fahrgeschwindigkeiten aus, so dass die kleinste, den Verkehrsverhältnissen genügende Geschwindigkeit, wenigstens für den Personenverkehr und theilweise sogar auch für den Gütertransport, bereits so gross ist, als die grösste Geschwindigkeit, die sich überhaupt mit der Sicherheit der Fahrt noch verträgt.

Der Berechnung von neu zu erbauenden Lokomotiven darf man in der Regel folgende Fahrgeschwindigkeiten zu Grunde legen:

Benennung der Züge.	Fahrgeschwindigkeit in Metern per 1 Sekunde.
Schnellzüge	16 bis 20
Gewöhnliche Personenzüge	12 „ 16
Güterzüge	8 „ 12
Berglokomotive	5 „ 6

Zur Reduktion der Geschwindigkeiten in Metern per 1 Sekunde auf Geschwindigkeiten in Kilometern oder in Meilen per 1 Stunde dienen folgende Angaben.

Länge einer Meile in Kilometern à 1000 Meter.

	Kilometer
Deutsche Meile (15 auf einen Grad) .	= 7·420
Oesterreichische Meile	= 7·586
Preussische Meile	= 7·533
Englische Meile	= 1·631

Geschwindigkeit eines Zuges in:

1) Metern und in 1 Sekunde	= V
2) Deutschen Meilen per 1 Stunde . .	= 0·485 V
3) Oesterreichischen Meilen per 1 Stunde	= 0·475 V
4) Preussischen Meilen per 1 Stunde .	= 0·478 V
5) Kilometern per 1 Stunde	= 3·600 V
6) Englischen Meilen per 1 Stunde . .	= 2·208 V

Gewicht des durch eine Lokomotive fortzuschaffenden Trains. In der Regel wird von einer zu erbauenden Lokomotive verlangt, dass sie im Stande sein soll, auf der von ihr zu befahrenden Bahn einen Train von einem gewissen Gewicht fortzuschaffen, wenn in den Cylindern eine gewisse Dampfspannung eintritt.

Dieses Traingewicht ist nicht constant, sondern richtet sich theils nach der Lebhaftigkeit des auf der Bahn herrschenden Verkehrs, insbesondere aber auch nach den auf der Bahn vorkommenden Steigungen und Krümmungen. Wenn wir von den gegenwärtig auf den Eisenbahnen Deutschlands bestehenden Verkehrsverhältnissen ausgehen, dürfen wir für die zu erbauenden Lokomotive folgende Traingewichte festsetzen:

a) Wenn die stärksten Steigungen der Bahn nicht mehr als $\frac{1}{150}$ betragen, und die kleinsten Krümmungshalbmesser der Bahn nicht unter circa 200 Meter sind.

Art der Züge.	Gewicht des Trains ohne Lokomotive in Tonnen.
Personen-Schnellzüge . . .	50 bis 100
Gewöhnliche Personenzüge .	100 „ 150
Güterzüge	150 „ 300

b) Wenn die stärksten Steigungen mehr als $\frac{1}{150}$ und bis zu $\frac{1}{40}$ betragen, wird man in der Regel das Gewicht des Trains nicht grösser als 150 Tonnen annehmen dürfen; mit einer geringeren Belastung kann man sich aber nicht begnügen, denn jedenfalls sollen doch die Personenzüge, die bei etwas lebhaftem Verkehr ein Gewicht von 150 Tonnen haben, ohne getheilt werden zu müssen, auch auf diesen stark ansteigenden Bahnstrecken fortgeschafft werden können.

Verhältniß zwischen dem Gewicht einer Lokomotive und ihrer normalen Zugkraft. Die Leistungsfähigkeit einer Lokomotive kann nach dem Produkt $W V$, aus dem Widerstand W, den sie bei einer angemessenen nicht zu hohen Dampfspannung zu überwinden vermag, und der normalen Fahrgeschwindigkeit V gemessen werden. Das Gewicht L, das eine Lokomotive erhält, wenn man in ihrem Bau keine todten Gewichte anbringt, sondern alle Theile so construirt, dass die Lokomotive eine gewisse Leistungsfähigkeit erhält, nimmt mit dieser Leistungsfähigkeit zu; allein das Verhältniss $\frac{W V}{L}$ ist nicht constant, sondern es ist für schwächere Schnellläufer grösser, als für stärkere langsamer laufende Güterzugmaschinen.

Durch eine Vergleichung der Lokomotive, wie sie gegenwärtig gebaut werden, habe ich gefunden, dass man annähernd setzen darf:

$$\frac{W V}{L} = 590 + 22 V$$

oder

$$\frac{W}{L} = \frac{590 + 22 V}{V} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

wobei V die normale Fahrgeschwindigkeit in Metern und in einer

Sekunde, L das Gewicht der Lokomotive mit Wasserfüllung in Tonnen à 1000 Kilogr., W den in Kilogr. ausgedrückten normalen totalen Widerstand des Trains bedeutet, den die Lokomotive, bei einer nicht zu hohen Dampfspannung, zu überwinden vermag. In W sind demnach alle Widerstände enthalten, welche durch die Differenz der Pressungen gegen die Flächen der beiden Kolben überwunden werden müssen. Diese Formel gibt:

für $V =$	5	6	8	10	12	14
$\frac{W}{L} =$	140	120	96	81	71	64

Bestimmung des Totalwiderstandes W eines Trains und des Gewichtes der Lokomotive. Wir haben schon (Seite 10) für den Totalwiderstand W eines Trains einen Ausdruck aufgestellt. Vernachlässigen wir in demselben den Krümmungswiderstand, setzen statt L, $\frac{L}{W}\,W$ und suchen sodann W, so finden wir:

$$W = \frac{(3{\cdot}11 + 0{\cdot}077\,V + 1162 \sin\alpha)\,T + 0{\cdot}0704\left(F + \frac{1}{4}\,i\,f\right)V^2}{1 - (7{\cdot}25 + 0{\cdot}577\,V + 1162 \sin\alpha)\,\frac{L}{W}} \quad . \quad (2)$$

Die Bedeutung der in dieser Formel erscheinenden Zeichen ist folgende:

- T das Gewicht in Tonnen à 1000 Kilogr. aller Wagen mit Einschluss ihrer Belastung, die von der Lokomotive fortgezogen werden sollen;
- V die Fahrgeschwindigkeit der Lokomotive in Metern und in einer Sekunde;
- α der Steigungswinkel der stärksten auf der Bahn vorkommenden Steigung;
- F die Stirnfläche der Lokomotive in Quadratmetern (gewöhnlich gleich 7 bis 8 Quadratmeter);
- f die Stirnfläche jedes von der Lokomotive fortzuziehenden Wagens in Quadratmetern; gewöhnlich ist f gleich 4 Quadratmeter;
- i die Anzahl der von der Lokomotive fortzuziehenden Wägen;
- W der totale Widerstand des Trains in Kilogrammen.

Um vermittelst dieser Formel W zu berechnen, muss man für $\frac{L}{W}$ den Werth substituiren, den die Formel (1) für denjenigen Werth von V gibt, für welchen W berechnet werden soll. Hat man den Werth von W bestimmt, so gibt sodann eben diese Formel (1) annähernd das Gewicht, das die Lokomotive erhalten wird, wenn ihre Construktion in einer Weise durchgeführt wird, die dem Widerstand W und der Geschwindigkeit V angemessen ist.

Es sei z. B.:

$$T = 100 \quad V = 14 \quad F = 7 \quad f = 4 \quad i = 14 \quad \sin\alpha = \frac{1}{200}$$

Diese Daten entsprechen einer Schnellzuglokomotive, die im Stande sein soll, einen Train von 100 Tonnen mit einer Geschwindigkeit von 14 Metern auf einer Bahnstrecke von $\frac{1}{200}$ Steigung fortzuführen. Für $V = 14$ gibt die Formel (1) oder die darnach berechnete Tabelle $\frac{W}{L} = 64$ und nun findet man aus (2) $W = 1382$ Kilogr. und dann wird wegen $\frac{W}{L} = 64$, $L = 21$ Tonnen.

Es sei ferner:

$$T = 150 \quad V = 5 \quad F = 8 \quad f = 4 \quad i = 20 \quad \sin\alpha = \frac{1}{40}$$

Diese Daten entsprechen einer Rampen- oder Berglokomotive, die im Stande sein soll, einen Train von 150 Tonnen Gewicht mit einer Geschwindigkeit von 5 Metern in 1 Sekunde auf einer Bahnstrecke von $\frac{1}{40}$ Steigung fortzuziehen.

Für $V = 5$ gibt zunächst die Formel (1) $\frac{W}{L} = 140$ und dann findet man aus (2) $W = 6840$; das Gewicht L der Lokomotive wird daher annähernd $\frac{6840}{140} = 49$ Tonnen.

Verhältniß zwischen dem Totalgewicht einer Lokomotive und dem Druck aller Triebräder gegen die Bahn. Es sei L_1 in Tonnen à 1000 Kilogramm der Druck aller Triebräder gegen die Bahn, f der Reibungscoeffizient der Räder auf den Schienen, so ist $1000\,L_1\,f$ die grösste Zugkraft, welche die Lokomotive ausüben kann, ohne zu glitschen. Nennen wir ferner c die Zahl, welche ausdrückt, wie vielmal diese Zugkraft grösser sein soll, als der Widerstand des Trains, so hat man:

$$c\,W = 1000\,L_1\,f \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Der Reibungscoeffizient f hängt theils von der Witterung, theils von dem Zustand der Schienen und Räder ab:

Für ganz trockene Witterung, wenn die Schienen leicht bestaubt sind, ist nahe . . . . $f = \frac{1}{3}$

Bei feuchtem neblichem Wetter ist . . . . . . $f = \frac{1}{6}$

Bei Regen und Schneewetter ist . . . . $f = \frac{1}{10}$

Wenn es sich um die Construktion einer Lokomotive handelt, wird es in der Regel am angemessensten sein, für f den Werth $\frac{1}{6}$ in Rechnung zu bringen.

Was den Werth von c betrifft, so haben wir (Seite 35) gefunden, dass derselbe 1·41 oder 1·11 ist Der erstere dieser Werthe gilt für die Abfahrt; der letztere für die Fortsetzung der Fahrt. Wir haben nämlich gefunden, dass die Reibung der Triebräder auf der Bahn 1·41 Mal so gross sein soll, als der totale Widerstand des Trains, damit im Moment der Abfahrt ein Glitschen der Räder auch dann nicht eintritt, wenn sich die Kurbeln der Maschine in der für die Zugkraft ungünstigsten Stellung befinden; dass aber jenes Verhältniss c nur 1·11 zu sein braucht, damit während der Fahrt ein Glitschen der Räder nicht eintritt.

Der Berechnung einer zu construirenden Lokomotive darf man jederzeit den Werth $c = 1 \cdot 11$ zu Grunde legen, vorausgesetzt, dass man den grössten auf der zu befahrenden Bahnstrecke vorkommenden Widerstand in Rechnung bringt, denn dieser Widerstand ist immer beträchtlich grösser, als der im Moment der Abfahrt zu überwindende.

Aus den Gleichungen (1) und (3) folgt durch Elimination von W:

$$\frac{L_1}{L} = \frac{c}{1000\,f}\,\frac{590 + 22\,V}{V} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Hierdurch ist nun das Verhältniss zwischen dem Druck der Triebräder gegen die Bahn und dem totalen Gewicht der Lokomotive bestimmt. Es richtet sich, wie man sieht, nach der normalen Fahrgeschwindigkeit und nach dem Reibungscoeffizienten. Aus (4) folgt auch:

$$V = \frac{590}{\frac{1000\,f}{c}\,\frac{L_1}{L} - 22} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Das Verhältniss $\frac{L_1}{L}$ ist bei den gegenwärtig im Gebrauch befindlichen Lokomotiven folgendes:

a) bei Personenlokomotiven von *Stephenson* mit zwei mittleren Triebrädern . . . . $\frac{L_1}{L} = 0{\cdot}44$

b) Personenlokomotive von *Crampton* . . . . . . $\frac{L_1}{L} = 0{\cdot}5$

c) Güterlokomotive nach *Norris* mit vier gekuppelten Triebrädern, eine Axe hinter der Feuerbüchse, die andere vor derselben . . . . $\frac{L_1}{L} = 0{\cdot}6$

d) Güterlokomotive mit vier gekuppelten Triebrädern, die Triebaxen zwischen der Feuerbüchse und der Rauchkammer . . . . $\frac{L_1}{L} = 0{\cdot}73$

e) Güterlokomotive, alle Räder zusammengekuppelt $\frac{L_1}{L} = 1{\cdot}0$

Führen wir diese Werthe von $\frac{L_1}{L}$ in (5) ein und setzen überdies $c = 1{\cdot}11$, $f = \frac{1}{6}$, so findet man:

$$\text{für } \frac{L_1}{L} = 0{\cdot}44 \quad 0{\cdot}5 \quad 0{\cdot}6 \quad 0{\cdot}73 \quad 1{\cdot}0$$

$$V = 14 \quad 11 \quad 8{\cdot}6 \quad 6{\cdot}7 \quad 4{\cdot}6 \text{ Meter.}$$

Hieraus sieht man, dass im Wesentlichen das System der Triebräder durch die Fahrgeshwindigkeit bestimmt wird.

Sicherheit der Fahrt. Bei einer Lokomotive sollte nichts unterlassen werden und sollten keine Kosten gescheut werden, um einen möglichst soliden und dauerhaften Bau zu Stande zu bringen. Was hilft die Zugkraft, die Geschwindigkeit der Bewegung, die Brennstoffökonomie, wenn das Leben einer grösseren Menschenzahl auf das Spiel gesetzt ist? Alles, was zur Sicherheit der Fahrt beitragen kann, soll daher insbesondere bei Personen- und Schnellzuglokomotiven beobachtet werden. In dieser Hinsicht ist zumeist die Construktionsart der Lokomotive von Wichtigkeit, und sind solche Anordnungen zu wählen, bei welchen die störenden Bewegungen nur in einem möglichst schwachen Maasse auftreten. Die Personenzuglokomotive von *Crampton*, die *Stephenson*'sche Lokomotive mit innen liegenden Cylindern, mit äusseren Rahmen und mit einer Laufaxe hinter der Feuerbüchse, endlich die Lokomotive von *Norris*, insbesondere wenn dieselbe in der Art modifizirt wird, dass die Cylinder die richtige Lage erhalten, sind daher für Schnellzüge und Personenzüge zu empfehlen und werden auch gegenwärtig am häufigsten angewendet. Von besonderer Wichtigkeit für die Sicherheit ist die Wahl des Construktions-Materials für die einzelnen Theile des Baues. Die Anwendung des Gusseisens, das gegen Stösse so wenig Sicherheit gewährt, soll möglichst vermieden und nur für die gefässartigen Theile (Cylinder) gebraucht werden.

Möglichst zähes, gut verschweisstes Schmiedeeisen, Gelb- und Rothgussmetall, insbesondere aber Schweiss- und Gussstahl, sind zu empfehlen. Die Anwendung des Gussstahles findet in neuerer Zeit, seitdem die Fabrikation desselben so grosse Fortschritte gemacht hat, und die Erzeugungskosten allmälig beträchtlich abgenommen haben, mehr und mehr Verbreitung, und die Zeit scheint nicht ferne zu sein, in der man die Lauf- und Triebaxen, die Radbandagen, die Kurbeln, Schubstangen und Kupplungsstangen und überhaupt alle stark angestrengten Theile nur noch von Gussstahl herstellen wird; ja die Bestrebungen gehen in erfreulicher Weise sogar so weit, dass man mit dem Schmiedeeisen für die Bahnschienen nicht mehr zufrieden ist, sondern Stahlbahnen statt Eisenbahnen herzustellen strebt.

Von besonderer Wichtigkeit für die Sicherheit ist die Solidität der Verbindung der einzelnen Theile. In dieser Hinsicht hat der Lokomotivbau grosse Fortschritte gemacht; man ist bemüht, die Verbindung mit Schrauben und Nieten wo nur möglich zu vermeiden und dafür molekulare Verbindungen anzuwenden. Die Grossschmiede hat so grosse Fortschritte gemacht, dass man gegenwärtig die grössten und selbst sehr complizirte Bestandtheile durch Schweissarbeit herzustellen versteht. Noch nicht vor langer Zeit wurden bei der Kesselconstruktion Verbindungen mit Nieten und Winkeleisen häufig angewendet; gegenwärtig sind die Winkeleisen bei dem Kesselbau fast gänzlich beseitigt, und werden insbesondere die Feuerbüchsen und die Wasserkasten ohne Anwendung von Winkeleisen durch getriebene Platten aus Schmiedeeisen und Kupfer hergestellt. An den Axen und Rädern sind ebenfalls die Vernietungen und Verschraubungen beseitigt und ist dafür solide Schweissarbeit eingeführt. Insbesondere hat auch die Anfertigung der Rahmen grosse Fortschritte gemacht. Früher wurden die Rahmen aus vielen Stücken zusammengenietet und zusammengeschraubt, gegenwärtig bestehen dieselben, selbst wenn ihre Formen complizirt sind, aus Schweissarbeit. Auch die Drehungsaxen mit den daran vorkommenden Hebeln und anderen Theilen, die Kurbeln mit daran geformten Excentriks werden gegenwärtig aus einem Stück Schmiedeeisen oder Stahl hergestellt. Von besonderer Wichtigkeit ist es auch, sich gegen die Abnützungen der aneinander sich reibenden Theile zu schützen. Es ist gegenwärtig allgemein anerkannt, dass man den Reibungsflächen eine möglichst grosse Ausdehnung geben und für eine gleichförmige Vertheilung des Druckes über die Reibungsflächen Sorge tragen soll. Insbesondere werden diese Grundsätze bei der Construktion der Achsenbüchsen, der Gleitstücke und Führungslineale, bei den Dimensionen der Zapfen und Axenhälse wohl beachtet. Wesentlich ist es auch bei allen Theilen, die den heftigsten Erschütterungen ausgesetzt sind, stetige, d. h. solche Formen anzuwenden, bei welchen die Querschnitte stetig in einander übergehen. Ueberall, wo plötzliche Querschnittsänderungen vorkommen, häufen sich die Molekularschwingungen, und treten Reflektionen von Erschütterungswellen ein, die selbst in sonst ganz gesundem Material Trennungen der Moleküle herbeiführen können.

Brennstoffverbrauch. Es unterliegt wohl keinem Zweifel, dass man für eine sparsame Verwendung des Brennstoffs sorgen soll, wenn dadurch keine sonstigen Nachtheile herbeigeführt werden. Allein zu kleinlich soll man in dieser Hinsicht nicht sein. Wenn eine grössere Brennstofförkonomie nur durch Complikationen der Construktion herbeigeführt werden kann, so ist es angemessener, sich einen grösseren Brennstoffverbrauch gefallen zu lassen und die einfache Construktion zu wählen. Die Verhältnisse sind einmal bei den Lokomotiven so ungünstig, dass fast Alles, was eine erhebliche Brennstofförkonomie herbeiführen könnte, nicht angewendet werden kann. Der Feuerrost muss klein gemacht werden; die Heizfläche des Kessels ist im Verhältniss zur Dampfmenge, die erzeugt werden soll, klein. Das Feueranfachen muss durch ein Blasrohr bewirkt werden; der schädliche Druck vor dem Kolben fällt daher gross aus. Die Kolbengeschwindigkeit ist sehr gross, der Dampf kann schwer zu den Cylindern hinein und heraus, was die Wirkung des Dampfes sehr schwächt. Das Expansionsprinzip führt zu fatalen Complikationen in der Construktion und Behandlung der Maschine; die Anwendung desselben hat man daher fast allgemein aufgegeben. Das Condensationsprinzip ist gar nicht anwendbar. Die gegeneinander beweglichen Bestandtheile müssen ziemlich fest an einander schliessend erhalten werden; der eigene Reibungswiderstand fällt daher gross aus. Die todte Last, welche bei jedem Train fortzuschaffen ist, ist sehr gross gegen die Nutzlast. Man sieht, dass beinahe Alles, was bei stehenden Maschinen verwirklicht werden kann, um eine vortheilhafte Verwendung des Brennstoffes zu erzielen, bei den Lokomotiven nicht in Anwendung kommen kann. Nur zwei Dinge gibt es bei den Lokomotiven, durch welche der Brennstoffverbrauch gemässigt werden kann. 1. Eine hohe Dampfspannung und 2. eine sorgfältige Bedienung der Feuerung. In diesen beiden Hinsichten ist bereits die Grenze des Ausführbaren erreicht. Es werden Spannungen von 6 bis 8 Atmosphären angewendet, und die Lokomotivführer und Heizer wissen mit der Behandlung des Feuers so wohl umzugehen, als man nur immer verlangen kann.

Nach diesen allgemeinen Erörterungen wenden wir uns nun zum Studium des construktiven Details.

Die Details des Wagenbaues.

Die Axenlager. Constructionen für Axenlager gibt es in Hülle und Fülle, und es werden noch fortwährend neue ausgedacht. Die Axenbüchsen für die Laufräder der Transportwagen und der Lokomotive haben Bedingungen, denen ohne Schwierigkeit entsprochen werden kann; sie haben nämlich nur zu tragen, sind nur nach vertikaler Richtung belastet, und es handelt sich nur darum, dass durch diesen Druck bei der grossen Geschwindigkeit der Bewegung kein Warmlaufen und Abnützen der Zapfen, Hälse und der Lager selbst entsteht, und dafür ist bei der Mehrzahl der üblichen Construktionen sehr wohl gesorgt; denn 1. erhalten die Zapfen und Hälse sehr grosse Dimensionen, so dass die Reibungsfläche sehr gross ausfällt. 2. liegen die Axenbüchsen ganz zwanglos auf den Zapfen und Hälsen, werden nur durch den Federstiel angedrückt und durch die gabelförmigen Mitnehmer umfasst; es findet daher eine sehr gleichförmige Vertheilung des Druckes statt. Endlich wird 3. stets für eine reichliche continuirliche Oelung Sorge getragen. Anders verhält es sich bei den Axenbüchsen der Triebräder der Lokomotive. Mit Ausnahme der von uns Seite 4 zuerst beschriebenen und auf Taf. I. Fig. 9 und 10 angedeuteten Lokomotive sind bei allen übrigen die Axenbüchsen zwei Kräften von ungefähr gleicher Energie ausgesetzt, und sollen demnach diese Axenbüchsen so construirt werden, dass sie gegen die schädlichen Einwirkungen von jeder derselben Schutz gewähren, was bei den üblichen Constructionen nicht der Fall ist. Diese Axenbüchsen der Triebaxen der Lokomotive werden, wie die der Laufaxen, durch die Federstiele nach vertikaler Richtung gegen die Zapfen und Hälse gedrückt; sie werden aber auch durch die Axengabeln nach horizontaler Richtung getrieben und zwar bald nach vorwärts, bald nach rückwärts. Die Maschinencylinder sind mit den Rahmen verbunden, und der Dampf, wenn er in dem Cylinder wirkt, drückt nicht nur gegen eine Fläche des Kolbens, sondern auch gleichzeitig und eben so stark gegen einen der beiden Deckel des Cylinders. Treibt der Dampf einen Kolben vorwärts, so treibt er gleichzeitig den Cylinder nach rückwärts. Durch den ersteren Druck wird (durch Vermittlung der Kolbenstange, der Schubstange und der Kurbel) die Axenbüchse vorwärts getrieben, durch die letztere Kraft werden die Axengabeln zurückgetrieben. Wird ein Kolben durch den Dampf nach rückwärts getrieben, so wird gleichzeitig der Cylinder und mit ihm auch die Rahmen und die Axengabeln nach vorwärts gedrängt. Beim Vorwärtslaufen eines Kolbens wird daher die Axenbüchse, wie Taf. VII. Fig. 1 zeigt, bei a gegen die Gabel nach vorwärts angedrückt, beim Rückwärtslaufen eines Kolbens wird dagegen die Axenbüchse bei a_1 Fig. 2 gegen die Axengabel nach rückwärts getrieben; so wie nun zwischen den Axengabeln und der Axenbüchse, so wie auch zwischen den Höhlungen der letzteren und dem Zapfen der kleinste Spielraum vorhanden ist, so schlagen die Axenbüchsen zwischen den Gabeln gewaltsam hin und her und es tritt ein Auswühlen der Lagerfutter durch die Zapfen ein. Gegen das Hin- und Herschlagen der Axenbüchse zwischen den Gabeln werden Stellkeile angebracht, die ihrem Zweck sehr wohl entsprechen; allein gegen das Auswühlen der Büchsen durch die Zapfen ist bei den üblichen Triebaxenlagern nicht gesorgt, und dies ist ein offenbarer Construktionsfehler.

Nur allein die Lokomotive Taf. I. Fig. 9 und 10 ist hinsichtlich der Axenlager richtig construirt. Durch die inneren Rahmen sind nämlich die Cylinder direkt an die Axen gehängt, und die zu diesem Zweck vorhandenen Lager sind so construirt, dass sie vollkommen gegen die Wirkungen des Horizontalschubes schützen. Dies hat zur Folge, dass die Axenlager an den äusseren Rahmen wie die ganz gewöhnlichen Lager der Laufaxen nur einem Vertikaldruck ausgesetzt sind, daher ganz so, wie gewöhnliche Laufaxenlager construirt sein können.

Taf. VII. Fig. 3 zeigt die Construktion eines Horizontalschublagers, mit welchem der innere Rahmen obiger Lokomotive versehen ist. Fig. 4 und Fig. 5 stellen dagegen das Lager am äusseren Rahmen vor.

Dieses Construktionsprinzip sollte bei allen Lokomotiven in Anwendung gebracht werden, d. h. die Triebaxen sollten stets mit vier Lagern versehen werden; mit zwei Lagern, welche gegen den Horizontalschub des Rahmenbaues wirken, und mit zwei Laufaxenlagern wegen der Vertikal-Belastung.

Auf Tafel VII. Fig. 6, 7, 8, 9 sind zwei der gewöhnlichen Axenlager für Lokomotiv-Triebaxen dargestellt.

Fig. 6 und 7 Axenlager für Lokomotiv-Triebaxen. (Innere Rahmen.)

Fig. 8 und 9 Axenlager für Lokomotiv-Triebaxen. (Aeussere Rahmen.)

Der Gestellbau. Rahmenbau.

Das Kräftesystem, welchem der Gestellbau ausgesetzt ist. Der eigentliche Bau einer Lokomotive spricht sich am entschiedensten im Gestell- oder Rahmenbau aus. Dieser Bau richtet sich nach dem Kräftesystem, das auf den Gestellbau einwirkt, und dieses wird wieder wesentlich durch die Cylinder-Lagerung bedingt. Die auf den Gestellbau einwirkenden Kräfte sind theils Vertikalkräfte, theils Horizontalkräfte. Die ersteren entspringen aus dem Gewicht des Kessels und aller Bestandtheile, welche der Rahmenbau zu tragen hat und aus den vertikal aufwärts zielenden Kräften, mit welchen die Federn auf das Gestell einzuwirken haben, um dasselbe zu tragen. Die Horizontalkräfte entspringen aus den Pressungen, welche der Dampf gegen die Deckelflächen der mit dem Rahmenbau zu verbindenden Maschinencylinder ausübt und aus den Pressungen der Axenbüchsen gegen die Axenhalter, welche durch die Pressungen der Schubstangen und bei gekuppelten Maschinen der Kupplungsstangen gegen die Kurbelzapfen entstehen. Endlich gehört auch noch hierher der nach rückwärts zielende Widerstand des Wagen-Trains. Wir sind schon mehrmals, namentlich in der Störungstheorie veranlasst worden, von diesem Kräftesystem zu sprechen, müssen es aber für ein gründliches Verständniss des Rahmenbaues noch einmal in's Auge fassen.

Wird ein Kolben durch den Dampf vorwärts getrieben, so drückt der Dampf gleichzeitig und eben so stark gegen den Stopfbüchsendeckel. Durch die erstere dieser Pressungen werden die Axenbüchsen nach vorwärts gegen die Axenhalter des Rahmens gedrängt, durch die letztere wird dagegen der Rahmenbau nach rückwärts getrieben. Wird ein Kolben durch den Dampf zurückgetrieben, so wird gleichzeitig der Bodendeckel des Cylinders zurückgetrieben. Der Rahmenbau wird also nun vorwärts und die Axenbüchsen werden dagegen zurückgedrängt. Das folgende Schema gibt eine Uebersicht von den auf den Rahmenbau wirkenden Kräften in den verschiedenen Stellungen der Kurbeln.

Quadranten.	Druckrichtungen.			
	A.	B.	C.	D.
I.	→	→	⇇	⇉
II.	→	←	⇄	⇆
III.	←	←	⇉	⇇
IV.	←	→	⇆	⇄

Unter dem ersten Quadranten soll derjenige verstanden werden, wenn beide Kolben vorwärts laufen. Die Pfeile der Columne A geben die Kolbenrichtungen der vordern Maschine. Die Pfeile der Columne B die Bewegungsrichtungen des Kolbens der hintern Maschine. Die Pfeile der Columne C deuten an, in welcher Weise der Rahmenbau durch die Pressungen gegen die Deckelflächen angegriffen wird. Die Pfeile der Columne D deuten an, in welcher Weise der Rahmenbau durch die Pressungen der Axenbüchsen gegen die Axenhalter angegriffen wird

Im ersten Quadranten wird also der Rahmenbau durch die Deckelpressungen zurück, durch die Pressungen gegen die Axenhalter vorwärts getrieben. Im zweiten Quadranten wird der Rahmenbau durch die Deckelpressungen rechts, durch die Axenhalterpressungen links gedreht. Im dritten Quadranten wird der Rahmenbau durch die Deckelpressungen vorwärts, durch die Axenhalterpressungen rückwärts gedrängt. Im vierten Quadranten wird der Rahmenbau durch die Deckelpressungen links, durch die Axenhalterpressungen rechts gedreht. Die Deckelpressungen haben (eine nicht expandirende Maschine vorausgesetzt) einen constanten, die Axenhalterpressungen dagegen einen mit der Stellung der Kurbeln variabeln Werth.

Die Figuren 10 bis 17 auf Taf. VII. zeigen, wie bei verschiedenen Stellungen der Kurbeln die Axenbüchsen gegen die Axenhalter und wie die Axen oder Axenzapfen gegen die Lagerfutter drücken.

Berücksichtigt man diese Einwirkung der Kräfte auf den Rahmenbau, so ist es nicht schwierig zu sagen, wie derselbe gebaut werden soll.

Beispiele über Gestellconstruktionen.

A. **Für Maschinen mit innen liegenden Cylindern.** Der auf Taf. VIII. Figur 1 skizzirte Rahmenbau ist zuerst von *Stephenson* angewendet worden und zeichnet sich durch Solidität besonders aus, $f\,d\,g$ $f_2\,d_2\,g_2$ $f_1\,d_1\,g_1$ sind drei innere Rahmen, die bei g g_2 g_1 die Cylinder anfassen und bei f f_2 f_1 an der Feuerbüchse angeschraubt sind. d d_1 d_2 sind drei Lager, welche die Axe in der Art anfassen, dass dieser Rahmen mit dem Kesselbau vertikal auf- und niederschwanken kann, dass aber die Cylinder in horizontaler Richtung gegen die Kurbelaxe unabänderlich verbunden sind. Mit einem Wort, d d_1 d_2 sind Horizontalschublager. Jeder Rahmen selbst, mit den daran befindlichen Axengabeln ist eine geschmiedete Platte von 1·5 bis 2 Centimeter Dicke. Diese Rahmen bewirken es: 1. Dass die Cylinder mit dem ganzen Rahmenbau die Schwingungen des Wogens, Wankens und Nickens vollbringen können, dass aber gleichwohl die Entfernung der Cylinder von den Kurbelaxen unveränderlich erhalten wird. 2. Dass die Triebaxe an den Stellen d d_1 d_2 unterstützt wird, was ihre Bruchfestigkeit in hohem Grade erhöht und schwächere Querschnittsdimensionen derselben zulässt. Insbesondere der mittlere Rahmen leistet in dieser Hinsicht gute Dienste. 3. Dass die äusseren Rahmen a b c a_1 b_1 c_1 nur zu tragen haben, also nur vertikalen Kräften ausgesetzt sind, daher mit gewöhnlichen Laufaxen zu versehen sind.

Fig. 2, 3, 4 zeigen diese Rahmen in Ansicht und Grundriss. Fig. 5 zeigt einen Axenhalter der inneren Rahmen. Die äusseren Rahmen können einfach oder doppelt gemacht werden. Bei den Lokomotiven von *Stephenson* sind Doppelrahmen angewendet. Fig. 6 zeigt eine äussere Ansicht eines äusseren Rahmens. Fig. 7 und 8 zeigen die Einrichtung eines Axenlagers für die äusseren Rahmen. Fig. 9 stellt den Rahmenbau der Lokomotive von *Stephenson* mit innen liegenden Cylindern und mit Blindaxe dar. a ist die hinter der Feuerbüchse befindliche Triebaxe, b die Blindaxe vor der Feuerbüchse gelegen, c d zwei Laufaxen. Es sind äussere und innere Rahmen vorhanden. In den inneren sind a und b, in den äusseren Rahmen sind c und d gelagert. Die Lager a_1 a_2 für a sollten Doppellager sein, weil sie zu tragen haben und dem Horizontalschub der Kupplungsstangen e e_1 ausgesetzt sind. Die Lager b_1 b_2 sind Horizontalschublager. c_1 c_2 d_1 d_2 sind Laufaxenlager, weil sie nur zu tragen haben.

Eigenthümlich ist der in Fig. 10 dargestellte Rahmenbau einer Maschine von *Gooch*. Die Maschine hat innen liegende Cylinder a a_1, welche auf eine vor der Feuerbüchse angebrachte Kurbelaxe b b_1 treibend einwirken. c c_1 ist eine hinter der Feuerbüchse liegende Axe. Die Räder dieser Axen sind durch Kupplungsstangen d d_1 verkuppelt und für diese zwei Axen ist ein besonderer kurzer Rahmen angebracht. Vornen ist, wie bei der Maschine von *Norris*, ein vierrädriges, um einen Vertikalzapfen drehbares Gestell vorhanden.

B. **Für Maschinen mit außen liegenden Cylindern.** Bei Maschinen mit aussen liegenden Cylindern findet man entweder äussere und innere oder auch bloss innere Rahmen angewendet, Taf. IX. Fig. 1 zeigt die Anordnung mit äusseren und inneren Rahmen, Fig. 2 eine Anordnung mit nur innen liegenden Rahmen. Fig. 3 ist der Rahmenbau der *Crampton*'schen Maschine. Bei der Anordnung Fig. 1 sind a a_1 b b_1 Laufaxenlager der äusseren Träger. Bei c und c_1 findet man gewöhnlich nur Laufaxenlager angewendet, was nicht richtig ist, denn diese Lager müssen nicht nur stark tragen, sondern sie haben auch den Horizontalschub der Cylinder auszuhalten. Wenn man ganz rationell construiren will, muss man bei c und c_i Doppellager, eines für Schub, eines zum Tragen anwenden. Fig. 4 und 5 zeigt die Construktion dieser Lager.

Bei der Anordnung 2 genügen bei a a_i c c_i Laufaxenlager, müssen aber bei b und b_i Schublager angewendet werden. Bei der Maschine von *Crampton* (Fig. 3) muss die Triebräderaxe bei h und h_i gelagert werden. Allein es sollen diese Lager Doppellager sein, weil sie nicht nur zu tragen, sondern auch dem Horizontalschub der Cylinder zu widerstehen haben. Für die Laufaxen genügen bei c d c_i d_i Laufaxenlager. Die Cylinder liegen sowohl auf dem innern als auch auf dem äussern Rahmen auf und sind auf diese Weise sehr wohl getragen und gegen jede Verschiebung gesichert.

Fig. 6 zeigt eine äussere Ansicht des inneren Rahmens der *Crampton*'schen Lokomotive. Die Axengabel für die Triebaxe ist nach aufwärts gekehrt, weil dieselbe viel höher liegt als die Laufaxen.

Bei allen Lokomotiven werden die Rahmen fest mit den Seitenwänden der Feuerbüchse verbunden, wodurch bewirkt wird: 1. Dass überhaupt der Kessel mit dem Rahmenbau unveränderlich vereinigt wird und 2. dass die beiden Rahmen des Baues nicht nach entgegengesetzter Richtung gegen einander verschoben werden können, wenn die Kolben der beiden Maschinen nach entgegengesetzten Richtungen laufen. Die einfachen Rahmen werden mit den Axenhaltern aus einem Stück geschmiedet, die Doppelrahmen werden längs ihres Umfanges durch eine Saumbarre ausgesteift.

Fig. 7 und 8 zeigen die Querschnitte dieser beiden Rahmen.

Bei den Maschinen, bei welchen die stets sehr stark belasteten Triebräder in der Mitte der Maschine liegen, müssen die Rahmen, um hinreichende Festigkeit zu gewähren, durch Querwände, die an den Kessel genietet sind, verstärkt werden.

Achsenbüchsen und Oelung der Transportwagen.

Die Lokomotive entfernen sich nie weit von ihren Stationsplätzen, wo sich die Werkstätten befinden, in welchen sie reparirt werden. Nach einer Fahrt von 3 bis 5 Stunden kehren sie wieder zurück und während der Fahrt werden nicht nur die Axen, sondern auch alle gegeneinander beweglichen Theile an den verschiedenen Haltpunkten geölt. Eine continuirliche Oelung der Lokomotivbestandtheile ist daher nicht nothwendig. Anders verhält es sich bei den Achsenbüchsen der Transportwagen. Diese haben in der Regel keine bestimmten Stationen, durchlaufen die grössten Wegestrecken continuirlich, und da die Zahl der Axenbüchsen eines Trains sehr gross ist, so findet man auf den Haltpunkten nicht die Zeit, welche zum Oelen dieser grossen Anzahl von Axenbüchsen nothwendig ist. Die Axen der Lastwagen bedürfen aber insbesondere einer reichlichen und continuirlichen Oelung, weil die Räder klein sind und sehr viele Umdrehungen machen. Aus diesen Gründen ist man von jeher darauf bedacht gewesen, die bestmögliche Einrichtung zur continuirlichen Oelung der Transportaxenzapfen auszudenken und in Anwendung zu bringen, und dadurch erklärt sich die grosse Anzahl von Construktionen, die bis jetzt ausgedacht worden sind. In der Publication industrielle von *Armengaud* findet man (Vol. 13, Pl. 17, Text pag. 197) eine grosse Anzahl von solchen Axenbüchsen dargestellt und beschrieben. Wir müssen uns hier auf einige gute Beispiele beschränken, und zwar wählen wir die einfacheren.

Zunächst ist hinsichtlich der Einfettung der Axenbüchsen die Erfahrung hervorzuheben, dass die Anwendung von fettem dünnflüssigem Oel besser ist als die Einfettung mit Salben oder butterigem Fette.

Der Widerstand für eine Tonne Belastung beträgt nach den Versuchen von *Morin* bei Anwendung von Oel 3 bis 3·5 Kilg., bei Anwendung von Salbenfett 5 bis 5·5 Kilg.

Die Abnützung der Bronze- oder Compositionslager beträgt bei vierrädrigen Wagen auf eine Wegestrecke von 100000 Kilometer bei Anwendung von Oel 2·055 Kilg., bei Anwendung von Salbenfett 5·472 Kilg. Metall. Bei gut construirten Achsenbüchsen ist der Oelverbrauch für ein Kilometer Wegestrecke 0·0249 Grammes.

Die verschiedenen Axenbüchsen können nach der Art und Weise, wie die Oelung erfolgt, in mehrere Klassen eingetheilt werden und zwar: 1) Axenbüchsen, bei welchen die Zapfen unten beständig in ein Oelbad eintauchen; 2) Axenbüchsen mit einem obern und einem untern Oelbehälter. Der Zapfen ist mit einer Scheibe versehen, welche in das Oel des untern Behälters eintaucht. Das Oel bleibt durch Adhäsion an dem Rand der Scheibe hängen, wird aber durch einen Abstreifer weggenommen, in den obern Behälter gebracht und aus demselben durch Kanälchen dem Zapfen zugeleitet; 3) Axenbüchsen mit einem untern Behälter, in welchem ein Cylinder in der Weise schwimmt, dass er unten in ein Oelbad eintaucht, oben aber an der untern Fläche des Zapfens anliegt. So wie sich der Zapfen dreht, geräth auch der Schwimmer durch die

Reibung am Zapfen in eine drehende Bewegung, wobei er Oel mit in die Höhe nimmt und an den Zapfen abgibt; 4) Axenbüchsen, bei welchen das Oel durch Aufsaugung aus dem untern Oelbehälter an den Zapfen gebracht wird. Wir geben einige Beispiele von diesen Einrichtungen:

Taf. IX., Fig. 9. Axenbüchse von *Juzet*, (1859) mit Oelbad.

Fig. 10. Axenbüchse von *Nozo*, (1855) mit zwei Oelbehältern, Hebescheibe D, Abstreifer C, unterem Behälter B, oberem Behälter B_1.

Taf. X., Fig. 1. Axenbüchse von *Reifert*, (1845) mit einer schwimmenden Walze f aus Werg oder aus Blech.

Fig. 2 und 3. Axenbüchse der Transportwagen der Badischen Eisenbahn mit einem Saugdocht.

Fig. 4. Amerikanische Axenbüchse mit einem Oelbade und mit Wergausstopfung, die in das Oelbad eintaucht.

Welche von diesen Oelungsarten die besten Resultate gibt, ist durch die Erfahrung noch nicht ausgemittelt und wird vielleicht auch niemals ausgemittelt werden können, denn die Unterschiede in den Leistungen dieser verschiedenen Einrichtungen sind wahrscheinlich so klein, dass sie sich durch Versuche kaum herausstellen können. Die Futter dieser Axenbüchsen werden aus Metallcomposition gemacht. Die Zusammensetzungen derselben weichen wenig von einander ab, wie folgende Beispiele zeigen:

	Kupfer.	Zinn.	Nickel.
Metallcomposition für Axenlagerfutter.	2	80	18
	3·5	83·3	11·1
	13·3	73·3	13·3
	22·2	33·3	44·4

Wahrscheinlich werden die Schalen um so dauerhafter sein, je mehr sie Kupfer enthalten, aber auch der Preis wird diesem Gehalt entsprechend höher sein.

Die Räder der Lastwagen und Lokomotive.

Beschreibung und Anfertigung. Man hat zahllos viele Räderconstruktionen ausgedacht. Gegenwärtig werden, Ausnahmsfälle abgerechnet, nur dreierlei Construktionen gebraucht: 1. für Transportwagen: Räder mit gusseisernen Naben, mit in die Naben eingegossenen, untereinander nicht geschweissten Speichen und mit Spurkränzen. 2. für Lokomotiv-Lauf- und Triebaxen: Räder mit gusseisernen Naben, mit eingegossenen und untereinander zusammengeschweissten Speichen und mit schmiedeeisernen Spurkränzen.

3. für Lokomotiv-Lauf- und Triebaxen: Räder ganz aus Schmiedeeisen geschweisst und mit Spurkränzen aus Schmiedeeisen oder aus Gussstahl.

Taf. X., Fig. 5, 6, 7, 8 zeigen zwei Construktionen der ersten Art. Fig. 5 ist das Rad von *Lash und Bell*. Die Speichen bestehen aus mehreren dreieckig zusammengebogenen Schienen aus Flacheisen (Fig. 6). Die innern Enden werden verzinnt, in die Gussform eingelegt und in die Nabe eingegossen. Fig. 7 zeigt das Rad von *Braham und Fox*. Es unterscheidet sich von dem vorhergehenden nur durch die Form der Speichentheile, die hier nicht eckig, sondern wie Fig. 8 zeigt, rund sind.

Fig. 9, 10, 11 zeigen das *Sharp*'sche Rad. Die Nabe ist von Gusseisen, das Speichensystem wird aus T-förmigen Theilen Fig. 10, 11, gebildet. Diese Theile werden in die Nabe eingegossen und aussen untereinander verschweisst; über den verschweissten Ring wird der Bandagenring aus Schmiedeeisen oder aus Gussstahl angelegt. Die Anfertigung dieser Räder ist ähnlich den ganz geschweissten Rädern, die wir nun ausführlich beschreiben wollen.

Taf. XI., Fig. 1, 2, 3, 4 zeigt ein ganz geschweisstes Rad, das im fertigen Zustande ganz wie das vorige Rad aussieht. Die Anfertigung dieser Räder geschieht in folgender Art. Zuerst werden so viel T-förmige Ankerstücke a geschmiedet, als das Rad Speichen erhält. Die innern Enden dieser Anker sind keilförmig, die Umfangstheile der Anker sind an den Enden nahezu rechtwinkelig. Diese Ankerstücke werden dann in eine Muldenform so eingelegt, dass die Keile aneinander schliessen (Fig. 3), und werden die Anker in der Mulde vermittelst Holzkeilen fest nach radialer Richtung zusammengetrieben. Die Mulde hat in der Mitte eine Oeffnung, die etwas grösser ist, als die Nabe. Nun wird diese Mulde in einen auf einer Schmiedeesse aufgeschichteten Haufen von glühenden Kohlen eingegraben, jedoch so, dass die äusseren Theile der Speichen aus dem Haufen hervorragen, und wird das ganze Keilsystem in die Schweissglühhitze gebracht. Mittlerweile werden zwei ringförmige Platten b b (Fig. 4) angefertigt und schweissglühend gemacht. Nun wird eine dieser Platten auf die breite Ambosfläche eines Dampfhammers gelegt, darauf kommt das Keilsystem zu liegen und endlich die zweite Ringplatte. Nun lässt man den Block des Dampfhammers anfangs mit schwachen, allmälig aber mit stärkeren und zuletzt mit ganz starken Schlägen wirken, so dass die ganze Masse heftig zusammengequetscht wird. Dadurch schweissen die Ringplatten b b an die Keile an, werden aber auch diese miteinander verschweisst, weil die Keile durch die vertikalen Schläge in horizontaler Richtung gegeneinander getrieben werden. Auf diese Weise entsteht die geschweisste Nabe des Rades. Ist das Arbeitsstück erkaltet, so werden die Umfangstheile der Anker durch keilförmige Eisenstücke zu einem vollständigen Ring zusammengeschweisst. Dieser Radkörper wird nun auf der Drehbank eingespannt und wird die Nabe aus- und abgedreht, sowie auch der äussere Ring abgedreht. Um den Bandagenring anzufertigen und mit dem Radkörper zu verbinden, wird auf folgende Art verfahren. Es wird gerades gewalztes Bandageneisen genommen von einer Länge gleich der Peripherielänge des Rades und in einem Schweissofen so stark erhitzt, dass es sich rund biegen lässt. Hierauf wird es aus dem Glühofen gezogen, an eine aus keilförmigen Stücken zusammengesetzte Form tangirend angeklemmt und durch ein Hebelwerk um diese Form rund herum gebogen, so dass ein offener Ring entsteht, dessen innerer Durchmesser etwas kleiner ist als der äussere Durchmesser des Radkörpers. Dann wird das offene Ende durch Eisenkeile geschlossen. Ist dieser Ring erkaltet, so wird er auf einer Drehbank innen so ausgedreht, dass der innere Durchmesser desselben etwas, etwa um 4 Mm., kleiner ist, als der äussere Durchmesser des Radkörpers. Dieser ausgedrehte Bandagenring wird dann so stark im Kohlenfeuer erwärmt, dass die innere Höhlung des Ringes etwas weiter wird, als der äussere Durchmesser des Radkörpers, so dass nun der Ring, den Radkörper umschliessend, angelegt werden kann. Endlich wird der Ring mit kaltem Wasser, das man darüber giesst, plötzlich abgekühlt, wodurch er sich zusammenzieht und sich mit ungemein grosser Gewalt an den Radkörper anlegt. Damit der Bandagenring durch Erschütterungen seine richtige Lage nicht ändern kann, wird derselbe noch durch mehrere starke Eisenbolzen mit dem Radumfang verbunden (Fig. 8). Nachdem zwei Räder so weit als beschrieben worden, fertig sind, werden dieselben vermittelst einer hydraulischen Presse auf die Köpfe der Axen in kaltem Zustand aufgezogen; dann wird die Axe auf einer Drehbank eingespannt und wird der Spurkranz nach seiner äusseren Form abgedreht.

Im Gebrauch nützen sich diese Spurkränze sehr schnell ab, und verlieren ihre richtige äussere Form. Diese rasche Abnützung entseht vorzugsweise dadurch, dass die Querschnittsform des Schienenkopfes mit der im neuen Zustand des Rades konischen Umfangsform des Spurkranzes nicht übereinstimmt. Fig. 6 zeigt den Spurkranz im neuen Zustand. Fig. 7 zeigt, wie sich die Form des Spurkranzes durch Abnützung ändert. Fig. 8 zeigt einen Schienenkopf, der mit dem Spurkranz übereinstimmt, und wahrscheinlich gegen Abnützung besser schützen würde als die gewöhnliche gewölbte Form.

Durchmesser der Triebräder. Wir haben in der Störungstheorie gefunden, dass der Durchmesser D der Triebräder der Fahrgeschwindigkeit V proportional sein soll; können daher setzen:

$$D = \mathfrak{A}\, V \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

webei $\mathfrak{A}$ eine Grösse ist, die wohl am sichersten aus Thatsachen bestimmt werden kann. Die folgende Tabelle enthält solche Thatsachen.

	D	V	$\frac{D}{V}$
Personenzuglokomotive von *Stephenson*	1·7^m	14^m	0·12
Güterzuglokomotive von *Stephenson* mit 4 gekuppelten Rädern	1·4^m	10^m	0·14
Güterzuglokomotive von *Stephenson* mit 6 gekuppelten Rädern	1·2^m	8^m	0·15
Sömeringlokomotive (*Engerth*)	1·0^m	6^m	0·17
Schnellzuglokomotive von *Crampton*	2·2^m	16^m	0·14
		Mittel.	0·14

Das Verhältniss $\frac{D}{V}$ ist also in der That auch in der Praxis beinahe constant. Nehmen wir nicht den mittleren Werth, sondern

$$\frac{D}{V} = 0{\cdot}126 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

so macht das Rad in jeder Sekunde 2·5 Umdrehungen.

Anzahl der Triebräder. Wir haben Seite 27 gefunden, dass ein Rad von einem Durchmesser D nicht zu stark angegriffen wird, wenn es gegen die Schienen einen Druck von

$$\mathfrak{P} = 5 \sqrt{D} \text{ Tonnen} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

ausübt. Setzt man für D seinen Werth aus (2), so findet man auch

$$\mathfrak{P} = 1{\cdot}8 \sqrt{V} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Nennt man L_1 in Tonnen den Druck sämmtlicher Triebräder gegen die Bahn, i die Anzahl der Triebräder, so hat man:

$$i = \frac{L_1}{\mathfrak{P}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Die Gleichungen 2 bis 5 geben:

für $D =$	1·0	1·2	1·4	1·6	1·8	2·0	2·2
$V =$	8·0	9·5	11·0	12·7	14·3	16·0	18·0
$\mathfrak{P} =$	5·0	5·5	6·0	6·4	6·75	7·1	7·5
$\frac{i}{L_1} =$	0·20	0·18	0·17	0·16	0·15	0·14	0·13

Anzahl und Durchmesser der Laufräder einer Lokomotive. Der Durchmesser der Laufräder der Lokomotive beträgt in der Wirklichkeit nur noch 1^m. Dieser Durchmesser entspricht einem Bahndruck von höchstens 5 Tonnen. Die Anzahl der Laufräder ist daher

$$i_1 = \frac{L_2}{5} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

wobei L_2 den Druck sämmtlicher Laufräder gegen die Bahn bedeutet.

Durchmesser der Laufräder der Transportwagen. Die Laufräder der Transportwagen haben in der Regel einen Durchmesser von 3′ englisch oder nahezu 1 Met. Vierrädrige Wagen dürfen daher sammt Belastung höchstens 20 Tonnen Gewicht haben. Dieses Gewicht beträgt jedoch gewöhnlich nur die Hälfte, nämlich 10 Tonnen.

Anzahl der Speichen der Räder. Durch Vergleichung der Lokomotiv- und Laufräder hat sich für die Anzahl $\mathfrak{N}$ der Speichen eines Rades folgende Regel herausgestellt:

$$\mathfrak{N} = 18 \sqrt{D - 0{\cdot}8}$$

Abmessungen der Bandagen. Der Querschnitt $\beta\,\Delta$ (Fig. 9) beträgt bei Lokomotivrädern 10 englische Quadratzoll oder 64·5 qcm. Das Verhältniss $\frac{\beta}{\Delta}$ variirt von 3 bis 4. Nach dieser Regel wird:

für $\frac{\beta}{\Delta} =$	3	3·5	4	
$\beta =$	14	15	16	cm.
$\Delta =$	4·7	4·3	4	cm.

Gekuppelte Räder. Gekuppelte Räder müssen selbstverständlich gleich grosse Durchmesser haben. Neuen Rädern gleiche Durchmesser geben, ist keine Kunst; aber es dahin zu bringen, dass sich sämmtliche gekuppelte Räder einer Lastenlokomotive um gleich viel und in gleicher Weise abnützen, ist kaum zu erreichen und wäre doch so wünschenswerth. Das Einzige, was man thun kann, um eine ziemlich gleiche Abnützung zu erzielen, besteht darin, dass sämmtliche Räder gleich stark belastet werden; aber auch dann werden insbesondere auf Bahnen mit kleinen Krümmungshalbmessern die bei schweren Gütermaschinen nicht zu vermeidenden Mittelräder eine stärkere Abnützung erleiden, als die Vorder- und Hinterräder.

Lauf- und Triebaxen.

Einleitendes. Bei der Construktion eines Axensystems einer Lokomotive ist zu beachten: a) die Disposition der Axen, b) die Stärke der einzelnen Theile der Axen, c) die Form der Axen, d) das Constructionsmaterial, e) die Arbeitsprozesse der Anfertigung.

Die Disposition der Axen. In dieser Hinsicht hat man Sorge zu tragen 1) dass die Triebaxen eine Belastung erhalten, durch welche die Lokomotive eine angemessene und hinreichende Zugkraft gewährt, 2) dass die Vorderaxen hinreichend stark belastet werden, damit sie nicht aus dem Geleise springen, 3) dass der Radstand eine den Krümmungen der Bahn angemessene Grösse erhalte, 4) dass die miteinander zu verkuppelnden Axen gleich grosse Belastungen erhalten, damit die Abnützung der Räder gleich ausfällt. Um diesen Anforderungen zu entsprechen, beachten wir zunächst zwei Bedingungen, welche uns die Störungstheorie geliefert hat.

Diese sind:

$$\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3 = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

$$\Delta_1^2 f_1 + \Delta_2^2 f_2 + \Delta_3^2 f_3 \text{ möglichst gross} \quad . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Die erste dieser Bedingungen sagt aus, dass alle Federn um gleich viel zusammengedrückt sein sollen. Die zweite, dass das Trägheitsmoment der Axenbelastung möglichst gross sein soll, was dann der Fall ist, wenn keine oder nur schwach belastete Mittelaxen angewendet werden und wenn der Radstand gross ist.

Nennen wir s die Zusammendrückung, welche in jeder Feder der Lokomotive eintreten soll, $\mathfrak{P}_1$ $\mathfrak{P}_2$ $\mathfrak{P}_3$ die Axenbelastungen, $\mathfrak{Q}_1$ $\mathfrak{Q}_2$ $\mathfrak{Q}_3$ die Pressungen der Räder gegen die Bahn, $\mathfrak{G}$ das Totalgewicht der Lokomotive mit Wasserfüllung, so ist:

$$f_1 \, s = \mathfrak{P}_1, \quad f_2 \, s = \mathfrak{P}_2, \quad f_3 \, s = \mathfrak{P}_3$$

Der Erfahrung gemäss beträgt das Gewicht eines Lauf- oder Triebwerkes (Axe mit 2 Rädern) 0·36 von der Axenbelastung. Es ist demnach

$$\mathfrak{Q}_1 = (\mathfrak{P}_1 + 0{\cdot}36\ \mathfrak{P}_1) = 1{\cdot}36\ \mathfrak{P}_1$$

$$\mathfrak{Q}_2 = 1{\cdot}36\ \mathfrak{P}_2$$

$$\mathfrak{Q}_3 = 1{\cdot}36\ \mathfrak{P}_3$$

und

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{Q}_1 + \mathfrak{Q}_2 + \mathfrak{Q}_3 = 1{\cdot}36\ (\mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}_2 + \mathfrak{P}_3)$$

$$f_1\ s = 0{\cdot}7\ \mathfrak{Q}_1 \qquad f_2\ s = 0{\cdot}7\ \mathfrak{Q}_2 \qquad f_3\ s = 0{\cdot}7\ \mathfrak{Q}_3$$

Die Gleichung (1) wird demnach:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta_1\ \mathfrak{P}_1 + \Delta_2\ \mathfrak{P}_2 - \Delta_3\ \mathfrak{P}_3 = 0 \\ \text{oder auch:} \\ \Delta_1\ \mathfrak{Q}_1 + \Delta_2\ \mathfrak{Q}_2 - \Delta_3\ \mathfrak{Q}_3 = 0 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

und ferner ist:

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{Q}_1 + \mathfrak{Q}_2 + \mathfrak{Q}_3 = 1{\cdot}36\ (\mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}_2 + \mathfrak{P}_3)\ \ldots\ldots \quad (4)$$

Wir wollen diese Gleichungen auf die üblichsten Construktionen anwenden.

Lokomotive von *Stephenson* Taf. I., Fig 11. Bei dieser Lokomotive beträgt der Druck der Triebräder gegen die Bahn 0·44 vom Gesammtgewicht, ist demnach $\mathfrak{Q}_2 = 0{\cdot}44\ \mathfrak{G}$, können wir ferner die Position der Hinteraxe und der Triebaxe als gegeben ansehen, sind folglich Δ_1 und Δ_2 als bekannte Grössen zu betrachten. Es wird aber ferner gefordert, dass der Druck $\mathfrak{Q}_3$ der Vorderräder gegen die Bahn einen gewissen Werth habe. Mit diesen Daten findet man aus (3) und (4)

$$\mathfrak{Q}_2 = 0{\cdot}44\ \mathfrak{G}, \qquad \mathfrak{Q}_3 = \mathfrak{Q}_3$$

$$\mathfrak{Q}_1 = \mathfrak{G} - \mathfrak{Q}_2 - \mathfrak{Q}_3 = \mathfrak{G} - 0{\cdot}44\ \mathfrak{G} - \mathfrak{Q}_3 = 0{\cdot}56\ \mathfrak{G} - \mathfrak{Q}_3$$

$$\Delta_3 = \frac{\Delta_1\ \mathfrak{Q}_1 + \Delta_2\ \mathfrak{Q}_2}{\mathfrak{Q}_3} = \frac{\Delta_1\ (0{\cdot}56\ \mathfrak{G} - \mathfrak{Q}_3) + \Delta_2\ 0{\cdot}44\ \mathfrak{G}}{\mathfrak{Q}_3}$$

$$\Delta_1 + \Delta_3 = \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{Q}_3}\ (0{\cdot}56\ \Delta_1 + 0{\cdot}44\ \Delta_2)$$

Hiermit ist die Position der Vorderaxe richtig bestimmt.

Die Lokomotive von Crampton. Bei dieser beträgt der Druck der Triebräder gegen die Bahn 0·5 vom Gesammtgewicht. Nehmen wir an die Lokomotive werde mit einem beweglichen Vordergestell versehen und erhalte keine Mittelaxe. Nennen wir Δ_3 die Entfernung des Drehzapfens des Gestelles vom Schwerpunkt, so haben wir für diesen Fall zu setzen:

$$\mathfrak{Q}_2 = 0·5\ \mathfrak{G} \qquad \mathfrak{Q}_3 = 0.5\ \mathfrak{G} \qquad \mathfrak{Q}_1 = 0$$

und dann wird

$$\mathfrak{Q}_2\ \Delta_2 = \mathfrak{Q}_3\ \Delta_3$$

oder

$$\Delta_3 = \Delta_2$$

Hiermit ist die Position des beweglichen Gestelles bestimmt.

Die Lokomotive von Norris. Bei dieser Lokomotive beträgt der Druck der vier Triebräder gegen die Bahn 0·6 $\mathfrak{G}$, ist demnach der Druck der 4 Laufräder des beweglichen Vordergestells gegen die Bahn 0·4 $\mathfrak{G}$. Nennen wir Δ_2 die Entfernung des Punktes, welcher von den Triebaxen gleich weit entfernt ist, vom Schwerpunkt; Δ_3 die Entfernung des Drehpunktes des Vordergestelles vom Schwerpunkt, so haben wir

$$0·6\ \mathfrak{G}\ \Delta_2 = 0·4\ \mathfrak{G}\ \Delta_3$$

$$\Delta_3 = \frac{0·6}{0·4}\ \Delta_2 = 1·5\ \Delta_2$$

wodurch die Position des Vordergestelles bestimmt ist.

Güterlokomotive mit 6 gekuppelten Rädern. Da alle Räder einer solchen Lokomotive gleich stark belastet werden sollen, so ist $\mathfrak{Q}_1 = \mathfrak{Q}_2 = \mathfrak{Q}_3 = \frac{1}{3}\ \mathfrak{G}$. Wir erhalten daher:

$$\Delta_1 \frac{1}{3}\ \mathfrak{G} + \Delta_2\ \frac{1}{3}\ \mathfrak{G} = \Delta_3\ \frac{1}{3}\ \mathfrak{G}$$

oder

$$\Delta_1 + \Delta_2 = \Delta_3$$

Bringt man die Mittelaxe genau unter dem Schwerpunkt an, so ist $\Delta_2 = 0$ und dann wird $\Delta_1 = \Delta_3$.

Stärke der Axen. Diesen Punkt haben wir bereits im ersten Bande dieses Werkes behandelt. Die Regeln zur Bestimmung der Axenzapfen, der geraden Lauf- und Triebaxen, sowie der Kurbelaxen findet man in den Resultaten Seite 279 bis 282 zusammengestellt.

Form der Axen. Es gilt im Allgemeinen die Regel, dass die Formen der Axen so einfach als möglich gewählt werden sollen, weil dadurch die Anfertigung erleichtert und die grösste Sicherheit erzielt wird. In Frankreich und Deutschland werden gegenwärtig Maschinen mit innenliegenden Cylindern nur selten angewendet, in England sind sie jedoch noch sehr stark im Gebrauch. Kurbelaxen trifft man daher gegenwärtig in der Regel nur an englischen, selten an deutschen oder französischen Maschinen. Die Figuren 10 bis 14 sind Beispiele von Lauf- und Triebaxen.

Tafel XI., Fig. 10. Laufaxe für Transportwagen.

Fig. 11. Laufaxe für eine Lokomotive mit innern Rahmen.

Fig. 12. Laufaxe für eine Lokomotive mit äussern Rahmen.

Fig. 13. Kurbelaxe für eine Lokomotive mit innern Rahmen.

Fig. 14. Kurbelaxe für eine Lokomotive mit innen liegenden Cylindern, mit innern und äussern Rahmen.

Construktionsmaterial und Anfertigungsprozeß.

In den Maschinenwerkstätten werden die Lauf- und Kurbelaxen in der Regel aus Eisenabfällen gefertigt. Drehbankspähne, Hobelspähne, Blechstücke aus den Kesselschmieden, und was sonst noch vorzüglich kleine Eisenstückchen liefert, wird dazu verwendet. Aus diesen Abfällen (ferails) werden kleine und grössere Luppen zusammengeschweisst, die dann im schweissglühenden Zustand weiter geformt und ausgearbeitet werden. Diese Art der Anfertigung von grösseren Eisenstücken ist jedoch nicht die beste, denn so wie man einmal direkt grössere Klumpen aus Schmiedeeisenabfällen bilden will, ist man niemals ganz sicher, dass im Innern derselben überall ein stetiges und inniges Verschweissen eintritt. Die beste Art der Herstellung von grossen Eisenkörpern ist diejenige, bei welcher zuerst aus kleinen Luppen Stangen und Platten von verschiedenen Formen ausgeschmiedet werden, die dann im schweissglühenden Zustand aneinandergelegt und untereinander zusammengeschweisst werden. Dabei muss beachtet werden, dass die Platten oder Stangen in der Weise zusammengelegt werden, dass keine Querspalten entstehen können. Grössere Schwierigkeiten verursacht die Herstellung der Kurbelaxen für Maschinen mit innen liegenden Cylindern. Aus einem Paquet kann eine solche Axe nicht gemacht werden, man muss zwei Axenhälften herstellen und in der Mitte zusammenschweissen, wobei verschiedene Methoden befolgt werden können. Man kann die beiden Axenhälften, wie Fig. 15 zeigt, überplatten und in einem Gesenk zusammenschmieden, oder man kann die Enden der Axenhälften keilförmig machen (Fig. 16) und die keilförmigen Räume durch Eisenkeile ausschweissen. In beiden Fällen werden die Axenhälften so gegeneinander gestellt, dass die Kurbelkörper gegeneinander rechte Winkel bilden. Zuweilen wird die ganze Axe zuerst so hergestellt, dass die Kurbelkörper in ganz paralleler Stellung aus der Axe hervorragen, wird dann der mittlere Theil der Axe in höchst möglichen Grad von Schweissglühhitze gebracht, und werden endlich die beiden Axenhälften um 90° gegeneinander verwunden. Fig. 17.

Eine ganz sichere und befriedigende Prozedur ist jedoch bis jetzt noch nicht ausfindig gemacht worden, und wir haben nicht viel Ursache, uns in dieser Hinsicht den Kopf zu zerbrechen, denn diese Kurbelaxen sind wenigstens im deutschen Lokomotivbau beinahe ganz aufgegeben.

Die Federn.

Beschreibung verschiedener Federn. Die Theorie der Federwerke ist bereits im ersten Bande vollständig behandelt worden. Die Ergebnisse dieser Theorie sind insbesondere in der französischen Bearbeitung der „Resultate" für den praktischen Gebrauch zusammengestellt; es erübriget also in diesem Betreff nur noch die Behandlung der praktischen Seite der Sache. Wir beschreiben zunächst verschiedene Federanordnungen.

Taf. XII., Fig. 1, 2 zeigt die bei den Badischen Transportwagen üblichen Federn. Die Federkapsel a ist mit zwei Zapfen b b versehen und liegt mit denselben in zwei an der Axenbüchse angegossenen Lagern.

Fig. 3. Die Federkapsel ist hier vermittelst eines Gehänges an die Axenbüchse gehängt.

Fig. 4 und 5. Feder einer Badischen Schnellzuglokomotive. Die Federkapsel a stützt sich unmittelbar auf die Axenbüchse. Die Federenden sind mit gabelförmigen Gehängen b b an den Rahmen gehängt.

Fig. 6, 7. Federn einer Badischen Schnellzuglokomotive. Die Federkapsel a liegt auf einer gabelförmigen Stütze. Sie liegt an dem Rahmen an und wird durch die Hülsen c c geführt.

Fig. 8. Feder zur Druckvertheilung für ein unbewegliches Vordergestelle.

Fig. 9. Transversalfeder zur Druckvertheilung auf die beiden Axenbüchsen.

Fig. 10. Federwerk mit Balancier zur Druckvertheilung auf zwei Axen.

Taf. XIII., Fig. 1. Federwerk mit Balancier zur Druckvertheilung gegen zwei Axenbüchsen.

Fig. 2. Federwerk zur Druckvertheilung auf zwei Axen.

Der Kesselbau.

Detailbeschreibung der Lokomotivkessel. Die Lokomotivkessel, welche gegenwärtig angewendet werden, stimmen sowohl hinsichtlich der Form als Einrichtung mit jenen überein, welche anfänglich gebraucht wurden. Der Unterschied zwischen diesen ältesten und neuesten Kesseln besteht nur darin, dass bei letzteren einfachere und solidere Verbindungen angewendet werden. Im Mittelalter des Lokomotivbaues wurden dagegen sehr verschiedene Kesselformen in Anwendung gebracht, weil man damals der Meinung war, dass vorzugsweise die Heizfläche der Feuerbüchse ausgiebig sei, dass man dahin trachten solle, die Heizfläche der Feuerbüchse möglichst gross zu machen. Dieser Irrthum ist aber jetzt durch die Theorie und durch die Praxis überwunden, und man ist endlich zur Einsicht gekommen, dass es nur auf die Totalgrösse der Heizfläche ankommt, und dass man, weil die Herstellung einer grossen festen Feuerbüchse mit praktischen Schwierigkeiten verbunden ist, den Grundsatz zu befolgen habe: die Feuerbüchse gerade nur so gross zu machen, dass der Verbrennungsakt vortheilhaft von Statten gehen kann. Wir beschränken uns daher auf die Beschreibung der wenigen jetzt im Gebrauch befindlichen Anordnungen und Detailverbindungen.

Auf Tafel XIII., Fig. 3 bis 14 sind zwei Kesselformen und die daran vorkommenden wichtigeren Detailverbindungen dargestellt.

A ist der Aschenfall, B die Feuerbüchse, C der Wasserkasten, D der Röhrenkessel, E die Rauchkammer, F die Heizöffnung. Die Wände und Decke der Feuerbüchse und die Röhren, welche B mit E verbinden, bilden die Heizfläche. Die Verbrennungsgase ziehen aus der Feuerbüchse und durch die Röhren, welche D enthält, nach der Rauchkammer und von da in das Kamin. Das zu verdampfende Wasser befindet sich in den Räumen zwischen der Heizfläche und der äusseren Umhüllung C und D. Die Feuerbüchse wird aus Kupferblech hergestellt. Die Heizröhren werden in der Regel aus Messing gemacht; die äussere Umhüllung F D E aus Eisenblech. Die Rückwand b b der Feuerbüchse ist eine grosse Kupferblechtafel mit nach einwärts umgebogenen Umfangsrändern. Aehnlich ist auch die Röhrenwand b_1 b_1 gebildet. Die beiden Seitenflächen b_2 b_2 und die Deckfläche b_3 bilden so zu sagen eine continuirliche Blechhaut, die an den eingebogenen Rändern der

Rück- und Röhrenwand anliegt und mit denselben vernietet wird. Die Metalldicke beträgt in der Rückwand, den Seitenwänden und in der Decke 1·4 Centimeter. Dieselbe ist jedoch in der Röhrenwand b_1 b_1 stärker und beträgt daselbst 2·2 Centimeter. Der Wasserkasten C ist aus Eisenblech in ganz ähnlicher Weise gebildet, wie die Feuerbüchse, nur mit dem Unterschiede, dass die Decke der Feuerbüchse eine ebene Fläche ist, während die Decke des Wasserkastens einen halben Cylinder bildet. B und C sind unten durch einen schmiedeeisernen Rahmen b_1 b_1 verbunden, der, wie Fig. 7 zeigt, an den Ecken so zugeschnitten ist, dass die vier Bleche, welche daselbst zusammenkommen, zwanglos und verschliessend anliegen können. Die Einfeuerungsöffnung F wird durch einen gusseisernen oder schmiedeeisernen Rahmen, Fig. 13, gebildet. Die Wände der Feuerbüchse werden durch den im Innern herrschenden Druck zusammengedrückt, jene des Feuerkastens auseinander getrieben. Um diesem Druck widerstehen zu können, sind die Wände der Feuerbüchse und des Wasserkastens durch kupferne Schrauben zusammengehängt. Fig. 10 zeigt diese Verbindung. Um diese Verbindung herzustellen, werden zuerst durch die Wände Löcher gebohrt und in dieselben Gewinde eingeschnitten. Hierauf werden kupferne Schraubenbolzen, c Fig. 10, durch die Wände geschraubt und werden aus den vorragenden Enden im kalten Zustande Bolzenköpfe gebildet, so dass die Verbindung c_1 entsteht. Die Bolzen haben 2·2 Centimeter Durchmesser, ihre Entfernung von einander beträgt 10 Centimeter. Die Decke der Feuerbüchse hat einen enormen Druck auszuhalten. Durch die Blechdicke allein kann sie nicht genügend fest gemacht werden, sie wird durch ein System von Deckbarren verstärkt. Fig. 9 zeigt diese Verbindung. Jede Deckbarre besteht aus zwei Schienen von Eisenblech, die durch Rondellen und Bolzen so verbunden werden, dass ihr Abstand im Lichten 2·5 Centimeter beträgt. Die Enden der Barren sind so zugeschnitten, dass sie auf dem Deckblech und dem Wandblech aufsitzen. An diese Deckbarren wird das Deckblech durch schmiedeeiserne Bolzen angehängt. d d_1 ist die Schlusswand des Röhrenkessels.

Fig. 11 und 12 zeigen die Verbindung der Röhren mit den Rohrwänden, und zwar Fig. 11 mittelst eingetriebener konischer Ringe, Fig. 12 mittelst der umgetriebenen Ränder der Röhren selbst. Fig. 14 zeigt die Auflage der Roststäbe auf dem unteren Rande der Feuerbüchse. Die Befestigung des Rahmens an den Wänden der Feuerbüchse muss so sein, wie Fig. 8 zeigt, dass derselbe zwar sicher trägt, jedoch wegen der Ausdehnung des Kessels durch die Wärme ein leichtes Schieben nach der Länge gestattet.

ZWEITER ABSCHNITT.

Der Bau der Dampfschiffe.

Allgemeines. Die Anordnung, Einrichtung und der Bau der Dampfschiffe richtet sich nach den Zwecken, welchen dieselben zu dienen haben. In dieser Hinsicht kann man folgende Eintheilung aufstellen;

A. Flussdampfschiffe: a) zum Personentransport, b) Schleppschiffe.
B. Landseedampfschiffe: a) für Personentransport, b) Schleppschiffe.
C. Meerdampfschiffe: a) für Personentransport, b) Schleppschiffe, c) für den Kriegsdienst.

Wenn irgend ein Dampfschiff seinem Zweck entsprechen soll, muss es folgende Eigenschaften besitzen.

1. *Stabilität.* Eine hinreichende und für den Zweck genügende Schwimmstabilität, welche zu bemessen ist, theils nach dem statischen Moment der Kraft, die erforderlich ist, um das Schiff aus seiner aufrechten Lage in eine um einen gewissen Winkel geneigte Lage zu bringen, theils nach der Grösse der lebendigen Kraft, die auf das Schiff einwirken muss, um eine gewisse Ablenkung aus der aufrechten Lage hervorzubringen. Flussdampfboote erfordern eine geringe, Landseeschiffe eine grössere, Meerschiffe (insbesondere wenn sie eine ausgedehnte Besegelung ertragen sollen) eine sehr grosse Stabilität.

2. *Tiefgang.* Einen angemessenen Tiefgang oder Tauchung, womit die Tiefe des Kiels unter der Oberfläche des Wassers zu verstehen ist. Bei Flussschiffen richtet sich die Tiefe theils nach der Grösse des Schiffes, theils nach den geringsten Wassertiefen, die im Fluss, in der Fahrlinie (im Fahrwasser) vorkommen. Bei Landseeschiffen kann diese Tauchung im Allgemeinen grösser sein, als bei Flussschiffen Bei Meerschiffen muss die Tauchung grösser sein, um eine grosse Stabilität hervorzubringen.

3. *Räumlichkeit.* Eine für die Aufnahme der fortzuschaffenden Körper angemessene Räumlichkeit. In dieser Hinsicht sind die Anforderungen sehr verschieden, je nachdem es sich um ein Fracht-,

Passagier- oder Kriegsschiff handelt. Im Allgemeinen kann man sagen, dass die Endtheile von scharf geformten Schiffen nur kleine und unpassend gestaltete Räume darbieten, dass dagegen in dieser Hinsicht Schiffsformen, welche vom Parallelepiped nur wenig abweichen, sehr bequem benutzbare Räume gewähren.

4. *Möglichst geringen Widerstand.* Die Kraft, mit welcher die Maschinen gegen das Wasser wirken müssen, damit ein Schiff eine gewisse Geschwindigkeit der Bewegung erlangt, richtet sich theils nach der Grösse des Schiffs, theils nach dem Verhältniss zwischen Länge, Breite und Tauchung, theils nach den Formen des eingetauchten Theiles des Schiffskörpers, insbesondere aber nach der Geschwindigkeit. Bei Schiffen, die nur mit kleiner Geschwindigkeit zu fahren haben, z. B. bei Kanalschiffen, die durch Pferde gezogen werden, hat die Form des Schiffes nur einen geringen Einfluss auf den Widerstand, bei schnell fahrenden Dampfschiffen dagegen hat das Verhältniss zwischen Länge und Breite und hat die Form des eingetauchten Theiles einen grossen Einfluss auf den Widerstand. Bei schnell fahrenden Schiffen sind daher insbesondere solche Formen und Verhältnisse zu wählen, durch welche der Widerstand klein ausfällt.

5. *Steuerbarkeit, Lenkbarkeit.* Ein Dampfschiff muss mit einer gewissen Leichtigkeit aus einer Richtung in jede beliebige andere gelenkt werden können. Dies nennt man die Steuerbarkeit des Schiffes. Kurze Schiffe sind leicht, lange sind schwer zu lenken.

6. *Festigkeit.* Das Schiff muss fest sein, darf nicht brechen, soll in allen Theilen genau oder nahezu gleich stark in Anspruch genommen sein. Die Kräfte, welche auf einen Schiffbau wirken, sind: 1) die Gewichte aller Theile des Schiffsbaues, 2) die Gewichte der Maschine, Kessel, Triebapparate und der Lasten, 3) die Pressungen des Wassers gegen den eingetauchten Theil des Schiffs. Diese Pressungen richten sich nach den Horizontal-Dimensionen des Schiffes und seiner Tauchung, nach der Form des eingetauchten Theiles und nach dem Zustand des Wassers, der entweder ein ruhiger oder ein bewegter ist.

Diese oberflächliche Aufzählung der bei einem Schiffbau zu beachtenden Verhältnisse lässt bereits erkennen, wie schwierig es ist, den mannigfaltigen Anforderungen auf befriedigende Weise zu entsprechen. Jedes einzelne dieser Verhältnisse stellt ein wissenschaftlich höchst schwieriges Problem dar, und obgleich der Schiffbau so alt ist als die Geschichte, so fehlt es dennoch überall an haltbaren Erfahrungen, die der Theorie zu Hilfe kommen könnten.

Druck des Wassers gegen den eingetauchten Theil des Schiffes. Denken wir uns eine in Ruhe befindliche Wassermasse mit horizontaler Oberfläche und nehmen wir an, dass ein Theil dieses Wassers erstarre, ohne dass dabei eine Aenderung des spezifischen Gewichtes eintritt, so ist kein Grund vorhanden, vermöge welchem dieser starr gewordene Theil des Wassers in Bewegung gerathen sollte. Allein dieser erstarrte Theil hat ein gewisses Gewicht, welches gleich ist dem Gewicht einer Wassermasse, deren Volumen gleich ist dem Volumen der starr gewordenen Flüssigkeit, und dieser Körper wird von dem denselben umgebenden Wasser gedrückt. Der Ruhezustand des starren Körpers ist daher nur möglich, wenn sich sämmtliche Pressungen des Wassers gegen die Oberfläche des Körpers auf eine einzig vertikal aufwärts gerichtete Kraft reduziren, deren Intensität gleich ist dem Gewicht des erstarrten Wassers und deren Richtung durch den Schwerpunkt der starr gewordenen Flüssigkeit geht. Ersetzt man die starr gewordene Flüssigkeit durch einen andern Körper, dessen Form mit jener der erstarrten Flüssigkeit congruent ist, so wird dieser Körper von der umgebenden Flüssigkeit genau so gedrückt, wie früher der erstarrte Körper gedrückt wurde. Hieraus ersieht man, dass ein in ruhendem Wasser ganz oder theilweise eingetauchter Körper von irgend einer Form durch das denselben umgebende Wasser vertikal aufwärts mit einer Kraft gedrückt wird, die gleich ist dem Gewicht der durch den Körper verdrängten Flüssigkeit, und dass diese Kraft durch den Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit geht oder im Schwerpunkt ihren Angriffspunkt hat. Diesen Wasserdruck wollen wir den „Auftrieb“ nennen.

Statische Stabilität des Schwimmens. Wenn das Gewicht eines Körpers grösser ist als das Gewicht eines Wasservolumens, das so gross ist, als das Volumen des Körpers, so kann dieser Körper im Wasser nicht schwimmen, sondern muss untersinken; denn in diesem Falle ist der Auftrieb, selbst dann, wenn der Körper im Wasser vollständig eingetaucht ist, kleiner als das Gewicht des Körpers.

Nehmen wir aber an, das Gewicht eines Körpers sei kleiner als das Gewicht des Wasservolumens, das er bei vollständiger Eintauchung verdrängt, legen diesen Körper ins Wasser und überlassen ihn dann sich selbst, so wird derselbe nicht untersinken, sondern nur theilweise untertauchen, und nach einiger Zeit ruhig in einer gewissen Lage im Wasser schwimmen. Dieser Zustand ist aber ein Gleichgewichtszustand, denn der Körper ist unter der Einwirkung von Kräften in Ruhe. Eine solche Ruhelage ist aber nur möglich, wenn 1. das Gewicht der Flüssigkeit, welche der Körper verdrängt, d. h. wenn der Auftrieb gleich ist dem Gewicht des Körpers und wenn 2. der Schwerpunkt des Körpers und der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit in einer und derselben Vertikallinie liegen. Die erste dieser Bedingungen bestimmt die Tiefe der Eintauchung, die zweite dagegen die Gleichgewichtslage.

Allein die Gleichgewichtslage kann stabil, sie kann auch labil sein. Man nennt die Lage eine stabile oder eine labile, je nachdem der Körper von selbst in dieselbe zurückkehrt, oder sich von derselben entfernt, nachdem man ihn aus dieser Lage abgelenkt hat, und wir wollen nun die Bedingungen des stabilen oder unstabilen Schwimmens zu bestimmen suchen.

Zunächst ist klar, dass ein Körper mit Stabilität schwimmt, wenn der Schwerpunkt des Körpers tiefer liegt, als der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit. Denn ist Fig. 1, Taf. XIV. eine Gleichgewichtslage, bei welcher der Schwerpunkt s des Körpers tiefer liegt, als der Schwerpunkt w der verdrängten Flüssigkeit, und man bringt den Körper dann in eine etwas andere Lage (Fig. 2), so rückt der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit nach der Seite hin, nach welcher die Ablenkung stattgefunden hat. Das Kräftepaar w und s sucht daher den Körper in seine ursprüngliche Lage (Fig. 1) zurückzudrehen.

Ist dagegen die Gleichgewichtslage des Körpers so beschaffen, dass der Schwerpunkt desselben höher liegt, als der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit, so ist die Lage des Körpers je nach Umständen eine stabile oder eine labile. Es sei Fig. 3 die Gleichgewichtslage des Körpers, Fig. 4 die abgelenkte Lage des Köpers. $x\ y$ die Vertikallinie, welche durch den Schwerpunkt des Körpers geht. Fällt der Schwerpunkt der Flüssigkeit, die der Körper in seiner geneigten Lage verdrängt, rechts von $x\ y$, z. B. nach w_1, so sind das Gewicht des Körpers und der Auftrieb ein Kräftepaar, welches den Körper in seine ursprüngliche Lage zurück drängt. Die Gleichgewichtslage (Fig. 3) ist daher in diesem Falle eine stabile. Fällt dagegen der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit links von $x\ y$, so hat jenes Kräftepaar das Bestreben, die Ablenkung des Körpers von der Gleichgewichtslage zu vergrössern, ist mithin die Gleichgewichtslage eine unstabile.

Um dieses Kennzeichen der stabilen oder labilen Gleichgewichtslage schärfer aussprechen zu können, wollen wir folgende Benennungen festsetzen. Wir nennen Schwimmfläche den Schnitt des Körpers durch die Horizontaloberfläche des Wassers, wenn sich der Körper in einer Gleichgewichtslage befindet; Schwimmaxe: die Richtung des Perpendikels, der vom Schwerpunkt des Körpers auf die Schwimmfläche gefällt werden kann; Auftriebrichtung: die Vertikallinie, welche durch den Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit geht, wenn der Körper irgend eine Lage hat, in der er so viel Flüssigkeit verdrängt, dass ihr Gewicht gleich ist jenem des Körpers; Metacentrum: der Durchschnittspunkt der Auftriebrichtungen, die der Gleichgewichtslage und der geneigten Lage des Körpers entsprechen. Wenn die Gleichgewichtslage eine stabile ist, wenn also der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit in der geneigten Lage des Körpers rechts von $x\,y$ nach W_1 fällt, liegt das Metacentrum in M_1, d. h. oberhalb des Schwerpunktes S des Körpers. Wenn dagegen die Gleichgewichtslage eine labile ist, wenn also der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit links von $x\,y$ nach W_2 fällt, liegt das Metacentrum in M_2, d. h. unterhalb des Schwerpunktes des Körpers. Die Gleichgewichtslage eines Körpers ist daher eine stabile oder eine labile, je nachdem das Metacentrum höher oder tiefer liegt, als der Schwerpunkt des Körpers.

Geometrische Bedeutung des Metacentrums. Bringt man einen Körper in alle möglichen Lagen, in welchen er gleich viel und zwar so viel Wasser verdrängt, dass das Gewicht desselben jedesmal gleich ist dem Gewicht des Körpers und bestimmt für jede Lage die Position des Schwerpunktes der verdrängten Flüssigkeit, so bilden alle Auftriebpunkte zusammen eine geschlossene Fläche. Zieht man hierauf sämmtliche Perpendikel, die vom Schwerpunkt des Körpers aus nach der Fläche der Auftriebpunkte gefällt werden können, so ist der Körper jederzeit in einer Gleichgewichtslage, wenn einer dieser Perpendikel eine Vertikallage hat. Legt man durch einen dieser Perpendikel eine Ebene, schneidet mit derselben die Fläche der Auftriebpunkte, und sucht den Krümmungsmittelpunkt für das durch den Fusspunkt der Perpendikel gehende Kurvenstückchen der Durchschnittslinie, so ist dieser Krümmungsmittelpunkt ein Metacentrum. Da durch einen und denselben Perpendikel unendlich viele Ebenen gelegt werden können, so entsprechen einem und demselben Perpendikel unendlich viele Metacentra, die aber alle in dem Perpendikel liegen. Liegen alle Metacentra eines Perpendikels höher oder tiefer als der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit, so ist die Gleichgewichtslage des Körpers, in welcher der Perpendikel vertikal steht, für alle Ablenkungsrichtungen im ersteren Falle eine stabile, im letzteren Falle eine labile. Liegen die Metacentra eines Perpendikels theilweise höher, theilweise tiefer als der Schwerpunkt, so ist die Gleichgewichtslage des Körpers stabil für diejenigen Ablenkungsrichtungen, für welche die Metacentra höher als der Schwerpunkt des Körpers liegen, dagegen labil für alle Ablenkungsrichtungen, für welche die Metacentra tiefer als die Schwerpunkte der Flüssigkeit liegen.

Die Richtigkeit aller dieser Sätze ergibt sich aus einer von *Gaubert* in seiner Mecanique analytique entwickelten Theorie des Gleichgewichtes schwimmender Körper.

Zur Erläuterung dieser Sätze wollen wir dieselben auf einen ellipsoidischen Cylinder anwenden. Nehmen wir an, ein Körper sei halb so schwer, als das Gewicht eines Wasservolumens, das gleich ist dem ganzen Volumen des Cylinders; der Schwerpunkt des Körpers falle aber nicht in den Mittelpunkt der Gestalt, sondern nach einem beliebigen Punkt des Körpers. Bringen wir den Körper in alle möglichen Lagen, in welchen er so viel Wasser verdrängt, als dem Gewicht entspricht, so geht die Ebene der Wasserfläche in jeder Lage des Ellipsoids durch dessen Mittelpunkt und die Fläche aller Auftriebpunkte hat eine der Begrenzungsfläche des Körpers ähnliche Form. In Fig. 5 sei A B C D der Cylinder, A_1 B_1 C_1 D_1 die Fläche der Auftriebpunkte. Nehmen wir, um das Verständniss zu erleichtern, an, der Schwerpunkt des Körpers liege in einem Punkt S innerhalb A_1 B_1 C_1 D_1, aber in der Ebene der Axen A C und B D, dann kann man von S aus gegen die Fläche 3 Perpendikel S W_1, S W_2, S W_3 fällen. Es gibt also für diesen Körper drei Lagen, in welchen er schwimmt. Dies ist nämlich der Fall, wenn S W_1 oder S W_2 oder S W_3 eine vertikale Lage hat.

Analytische Berechnung der Stabilitäts-Bedingung.

Wir haben gezeigt, dass ein Körper selbst dann, wenn sein Schwerpunkt höher liegt als der Schwerpunkt der Flüssigkeit, mit Stabilität schwimmen kann, wenn das Metacentrum höher liegt als der Schwerpunkt des Körpers. Diese Bedingung wollen wir nun analytisch auszudrücken suchen. Wir legen der Untersuchung eine Körperform zu Grunde, die durch eine Ebene in zwei congruente Hälften getheilt werden kann, und nehmen ferner an, dass der Schwerpunkt des Körpers in dieser mittleren Symetrieebene liege. Wird dieser Körper in der Weise ins Wasser gelassen, dass die Symetrieebene eine vertikale Lage hat, und dass das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit gleich ist dem Gewicht des Körpers, so befindet er sich nothwendig in einer Gleichgewichtsposition. Fig. 6 stelle den Körper in dieser Gleichgewichtslage vor.

S Schwerpunkt des Körpers, W Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit. Nehmen wir nun an, der Körper werde durch eine äussere Kraft aus seiner Gleichgewichtslage um einen Winkel φ abgelenkt, so dass er in die Position Fig. 7 gelangt und dann mit der äussern Kraft im Gleichgewicht ist. Ist für diese Lage W_1 der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit, so ist der oberhalb W_1 in der Symetrieebene liegende Punkt M das Metacentrum. Fällt man von S aus auf W_1 M den Perpendikel S C und bezeichnet seine Länge mit a, ferner das Gewicht von 1 Kubikmeter Wasser (= 1000 Kilg.) mit γ und das in Kubikmetern ausgedrückte Volumen des verdrängten Wassers mit $\mathfrak{B}$, so ist $\gamma\,\mathfrak{B}$ der in Kilogrammen ausgedrückte Werth des von W_1 aufwärts wirkenden Auftriebes, demnach $\gamma\,\mathfrak{B}\,a$ das in Kilogrammmetern ausgedrückte statische Moment der Kraft, welche erforderlich. Bezeichnet man die Höhe M S des Metacentrums über dem Schwerpunkt der Flüssigkeit mit e_1, den Ablenkungswinkel S M C mit φ und das Moment mit $\mathfrak{M}$, so ist:
$a = e_1 \sin\varphi$ und

$$\mathfrak{M} = \gamma\,\mathfrak{B}\,e_1 \sin\varphi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Dieses Stabilitätsmoment kann aber noch in anderer Weise ausgedrückt werden.

Wenn die Ablenkung des Körpers klein ist, durchschneiden sich die Schwimmflächen A B und A_1 B_1, welche der aufrechten und der geneigten Stellung des Körpers entsprechen, in einem Punkt D der Schwimmaxe, und diese zwei Flächen bilden zwei keilförmige Körper A D A_1, B D B_1. Der erste dieser Keile ist durch die Neigung des Schiffes aus dem Wasser getreten, der letzte dagegen ist untergetaucht, der Auftrieb ist daher an der linken Seite vermindert, auf der rechten Seite vergrössert. Es ist klar, dass das Gesammtmoment $\mathfrak{M}$ auch gleich ist dem Moment von B D B_1 + dem Moment von A D A_1 — dem Moment von A x B. Diese drei Momente berechnen sich auf folgende Art: Nennt man e die Höhe S W des Schwerpunktes des Schiffes über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit, so ist das Moment von A x B $= \gamma\,\mathfrak{B}\,e \sin\varphi$. Nehmen wir in den Punkten G und G_1, die von D gleich weit entfernt sind, unendlich kleine Flächenelemente an, errichten über denselben Prismen, die bis F und F_1 reichen und setzen D G = D G_1 = v, S D = b, d f die Flächenelemente bei G und G_1, so sind $v \tan\varphi = F\,G = F_1\,G_1$ die Höhen dieser Prismen; $df\, v \tan\varphi$ der Kubikinhalt derselben, und $\gamma\, df\, v \tan\varphi\,[v + b \sin\varphi]$ und $\gamma\, df\, v \tan\varphi\,[v - b \sin\varphi]$ die statischen Momente der Prismengewichte in Bezug auf S als Drehungspunkt. Nimmt man die Integrale dieser Differenzialausdrücke von $v = o$ bis $v = D\,A_1 = D\,B_1 = y$, so erhält man, wenn φ unendlich klein gedacht wird, die Momente der keilförmigen Wasserkörper. Diese Momente sind demnach:

$$\int_0^y \gamma \, df \, v \, \text{tang}\,\varphi \, [v + b \sin\varphi], \quad \int_0^y \gamma \, df \, v \, \text{tang}\,\varphi \, [v - b \sin\varphi]$$

Die Summe derselben ist demnach: $2 \int_0^y \gamma \, df \, v^2 \, \text{tang}\,\varphi$ oder:

$\gamma \, \text{tang}\,\varphi \left(2 \int_0^y df \, v^2\right)$. Allein es ist $2 \int_0^y df \, v^2$ das Trägheitsmoment der Schwimmfläche $A_1\,B_1$ oder auch wenn φ unendlich klein gedacht wird, das Trägheitsmoment der Schwimmfläche $A\,B$. Bezeichnet man dieses Trägheitsmoment mit μ, setzt also $2\int_0^y df \, v^2 = \mu$ und statt $\text{tang}\,\varphi$ den Winkel φ, so findet man für die Summe der Momente der keilförmigen Körper: $\gamma \, \mu \, \varphi$ und wir erhalten nunmehr auch

$$\mathfrak{M} = \gamma \, \mu \, \varphi - \gamma \, \mathfrak{B} \, e \, \varphi = \gamma \, [\mu - \mathfrak{B} \, e] \, \varphi \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Setzt man auch in (1) φ statt $\sin\varphi$, so folgt aus (1) und (2)

$$\mathfrak{M} = \gamma \, \mathfrak{B} \, e_1 \, \varphi = \gamma \, [\mu - \mathfrak{B} \, e] \, \varphi \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

und hieraus folgt auch:

$$e + e_1 = \frac{\mu}{\mathfrak{B}} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Die Höhe $e + e_1 = W\,M$ des Metacentrums über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit wird also gefunden, wenn man das Trägheitsmoment μ der Schwimmfläche in Bezug auf seine Symetrieaxe durch das Volumen der verdrängten Flüssigkeit dividirt. Die Stabilität des Gleichgewichtes erfordert, dass M oberhalb S liegt oder dass e_1 positiv ist; allein es ist vermöge (4) $e_1 = \frac{\mu}{\mathfrak{B}} - e$. e_1 fällt also positiv aus, wenn $\frac{\mu}{\mathfrak{B}} > e$. Die Bedingung der Stabilität ist demnach:

$$e < \frac{\mu}{\mathfrak{B}}$$

Zur Berechnung des Trägheitsmomentes μ hat man folgende Regel:

Es sei Fig. 8 die Form des Schnittes des Schiffskörpers durch die Schwimmfläche. $o\,p = \xi$, $m\,p = v$ die Coordinaten eines beliebigen Punktes der Schnittlinie, so hat man nach der Lehre vom Trägheitsmoment:

$$\mu = \int 2\,v\,d\xi\,\frac{1}{12}\,(2\,v)^2 = \frac{2}{3}\int v^3\,d\xi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

wobei das Integrale von $x = o$ bis $x = O\,O_1$ auszudehnen ist. Wir haben bisher die Stabilität in Bezug auf eine Drehung um eine durch den Schwerpunkt des Baues gehende Längenaxe betrachtet. Die gewonnenen Resultate gelten aber auch für Drehungen um jede andere durch den Schwerpunkt gehende Horizontalaxe. Dreht man das Schiff um eine durch den Schwerpunkt gehende Queraxe, so dass es eine Neigung nach vorwärts oder nach rückwärts erhält und bezeichnet durch μ_1 das Trägheitsmoment der Schwimmfläche in Bezug auf die Axe $A\,B$ Fig. 8, so ist vermöge Gleichung (3) $\mathfrak{M}_1 = \gamma\,[\mu_1 - \mathfrak{V}\,e]\,\varphi$ das statische Moment der Kraft, mit welcher sich das Schiff aufzurichten sucht, wenn es um einen Winkel φ vor oder rückwärts geneigt worden ist; ist ferner $\frac{\mu_1}{\mathfrak{V}}$ die Höhe des dieser Neigung entsprechenden Metacentrums über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit. Da offenbar μ_1 viel grösser ist als μ, so ist die Stabilität jedes Schiffes gegen das Nicken viel grösser als jene gegen das Wanken, und es ist überhaupt die erstere so gross, dass die Gefahr eines Umsturzes durch Nicken gar nicht vorhanden ist.

Das dem Wanken entsprechende Stabilitätsmoment (3) ist gänzlich unabhängig von der Querschnittsform des Schiffes (von der Form der Spanten), d. h. es ist hinsichtlich der statischen Stabilität ganz gleichgiltig, wie der Spantenriss aussieht. Jenes Moment richtet sich dagegen erstens nach dem Trägheitsmoment der Schwimmfläche in Bezug auf die Längenaxe $O\,O_1$. Breite Schiffe geben ein grosses Moment, schmale ein kleines. Nehmen wir z. B. an, der schwimmende Körper habe die Form eines Parallelepipeds und es sei B die Breite, L die Länge, T die Eintauchung, so hat man vermöge (5)

$$\mu = \frac{2}{3}\int y^3\,d\,x = \frac{2}{3}\,B^3\,L = \frac{2}{3}\,(B\,L)\,B^2$$

woraus man sieht, dass dieses Moment dem Flächeninhalt $B\,L$ der

Schwimmfläche und überdies dem Quadrat der Breite proportional ist. Wenn also bei Fahrzeugen nur allein die statische Stabilität zu beachten wäre, so würden breite Flösse die besten Fahrzeuge sein. Es ist auch in der That noch niemals vorgekommen, dass ein Floss umgestürzt worden wäre. Der Werth von $\mathfrak{M}$ richtet sich ferner nach dem Werth von e. Dieser soll so klein als möglich sein, d. h. der Schwerpunkt des Schiffs mit Einschluss seines Inhaltes soll möglichst tief liegen, oder die Höhe dieses Schwerpunktes über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit soll möglichst klein sein. Dieser Werth von e richtet sich theils nach der Querschnittsform des Schiffes, insbesondere nach dem Theil der Schiffshöhe, welcher über dem Wasser liegt, ferner nach der Vertheilung der den Schiffsbau bildenden Körper, endlich nach der Ladung des Schiffs. Hinsichtlich der Stabilität ist es also vortheilhaft, wenn sich ein Dampfschiff nur wenig über das Wasser erhebt, wenn Maschine und Kessel mit tief liegendem Schwerpunkt gebaut und möglichst tief in den Schiffsraum hinab gestellt, wenn endlich die Waaren und Lasten in den untersten Theil des Schiffsraums gebracht werden.

Vorbereitung zu einer praktischen zweckmäßigen Methode, nach welcher berechnet werden kann: a. das Volumen der verdrängten Flüssigkeit, b. der Schwerpunkt derselben, c. der Ort, nach welchem der Schwerpunkt der Maschine fallen muss, damit das Schiff überall gleich tief taucht, d. die Stabilitätsbedingung oder das Metacentrum.

Diese Berechnungen sind für die Beurtheilung eines Entwurfes zu einem Schiff von Wichtigkeit; wir wollen zu diesem Behuf genaue und bequem anwendbare Regeln aufstellen.

Um diese Berechnungen durchführen zu können, muss die Schiffsform durch genaue Zeichnungen dargestellt sein. Die Zeichnungen, welche die Form eines Schiffes vollkommen bestimmen, sind: 1. ein Spantenriss. 2. ein Wasserlinienriss. 3. ein Längenschnitt mit einer durch den Kiel gelegten Vertikalebene. Der Spantenriss wird erhalten, wenn man das Schiff durch eine grössere Anzahl (z. B. durch 20) vertikale, gleich weit abstehende Querebenen schneidet und die Schnittlinien (Spanten) auf eine diesen Ebenen parallele Ebene projizirt. Der Wasserlinienriss wird erhalten, wenn man das Schiff durch eine grösssere Anzahl Horizontalebenen, die gleich weit von einander entfernt sind, schneidet, und sämmtliche Schnittlinien, mit Einschluss der Linien des Deckrandes, auf eine horizontale Ebene projizirt. Der Längenschnitt zeigt die Formen der beiden Sterne, ferner die Kiellinie und die Decklinie.

Angenommen, man besitze von einem Schiff diese Risse, so lassen sich daraus Zahlentabellen aufstellen, die zur Durchführung der früher erwähnten Berechnungen gute Dienste leisten. Um diese Tabellen zu erhalten, verfahre man in folgender Weise: Man theile im Wasserlinienriss und im Längenprofil die ganze Schiffslänge, gemessen zwischen den Perpendikeln, in 20 gleiche Theile und lege durch dieselben Querebenen. Theile ferner im Spantenriss wie im Längenschnitt den Tiefgang in mehrere, z. B. in 5 bis 10 gleiche Theile und lege durch diese Theilungspunkte Horizontalebenen. Die Wasserlinien der Horizontalebenen und die Spanten der Vertikalebenen durchschneiden sich in gewissen Punkten der Schiffsfläche und die Abstände dieser Punkte von der mittleren Ebene des Längenschnitts können aus dem Spantenriss entnommen werden Wir nennen diese Abstände die „Schiffsordinaten" und messen ihre Längen (nicht mit einem absoluten Maas, sondern) vermittelst eines Transversal-Maasstabes, durch welchen die aus der Zeichnung entnommene halbe Schiffsbreite in 1000 gleiche Theile getheilt wird. Bezeichnen wir durch Y den absoluten Werth einer Schiffsordinate, durch y ihren mit dem Maasstab gemessenen Werth, durch B die ganze Schiffbreite, so ist $Y = y \cdot \frac{B}{2000}$. Die oben erwähnte, einer bestimmten Schiffsform entsprechende Tabelle wird erhalten, wenn man die sämmtlichen Schiffsordinaten entsprechenden Werthe von y in der Weise zusammenstellt, wie nachfolgendes Beispiel zeigt:

Ordinaten-System des Dampfschiffes Rainbow.

Hinterschiff.								Vorderschiff.							
Nr. des Querschnitts.	Ordinaten.						Verdeck.	Nr. des Querschnitts.	Ordinaten.						Verdeck.
	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.			I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	
0	20	20	20	20	20	20	700	10	770	860	930	950	980	990	1000
1	75	110	150	200	260	336	750	11	745	850	900	940	960	980	1000
2	165	250	325	385	455	520	810	12	710	810	860	910	940	960	1000
3	280	400	480	530	590	640	860	13	640	750	810	845	870	900	1000
4	400	530	610	665	710	750	900	14	545	665	730	760	800	830	960
5	515	640	700	750	790	830	930	15	440	550	620	660	700	735	890
6	610	710	770	820	860	890	960	16	320	460	530	570	610	645	820
7	680	770	830	880	910	930	980	17	200	300	350	390	430	460	670
8	730	820	880	910	945	960	990	18	90	160	210	230	260	290	500
9	760	860	910	940	970	990	1000	19	30	35	55	70	80	90	270
10	770	860	930	950	980	990	1000	20	—	—	—	—	—	—	30

Die Vertikalreihen geben die Ordinaten der Iten, IIten, . . . Wasserlinie Die Horizontalreihen dagegen die Ordinaten des 0ten, 1ten, 2ten — 20ten Querschnitts (siehe Fig. 9). Eine solche Tabelle, welche das ganze System der relativen Werthe der Ordinaten einer Schiffsform darstellt, ist nicht nur nützlich für verschiedene Berechnungen, sondern kann auch gebraucht werden, wenn man ein Schiff verzeichnen will, das einem vorhandenen Modellschiff geometrisch ähnlich ist.

Berechnung des Flächeninhalts eines Horizontalschnittes. Nennt man:

$y_0, y_1, y_2, y_3, \ldots y_{20}$ die Tabellenwerthe, welche dem zu berechnenden Horizontalschnitt entsprechen,

F den zu berechnenden Flächeninhalt eines Horizontalschnittes,

B den absoluten Werth der Schiffsbreite, gemessen am Deck,

L „ „ „ „ Schiffslänge, gemessen zwischen den Perpendikeln.

$\frac{F}{BL} = f$ das Verhältniss zwischen dem Flächeninhalt F und dem Flächeninhalt BL des Rechteckes, das dem Schwimmflächenschnitt umschrieben werden kann, so sind:

$\frac{B}{2000} y_0, \frac{B}{2000} y_1, \frac{B}{2000} y_2 \ldots\ldots$ die absoluten Werthe der Ordinaten des Horizontalschnittes und

$$\frac{B}{2000}(y_0 + y_1)\frac{L}{20}, \frac{B}{2000}(y_1 + y_2)\frac{L}{20} \ldots\ldots\ldots$$

annähernd die Flächeninhalte der durch die aufeinander folgenden Ordinaten entstehenden Flächenstreifen; man hat daher:

$$F = \frac{B}{2000}(y_0 + y_1)\frac{L}{20} + \frac{B}{2000}(y_1 + y_2)\frac{L}{20} + \ldots\ldots + \frac{B}{2000}\left(y_{19} + y_{20}\right)\frac{L}{20}$$

oder:

$$F = \frac{BL}{2000}\left\{\frac{1}{2}(y_0 + y_{20}) + y_1 + y_2 + \ldots + y_{19}\right\}$$

demnach:

$$f = \frac{F}{BL} = \frac{1}{2000}\left\{\frac{1}{2}(y_0 + y_{20}) + y_1 + y_2 + \ldots + y_{19}\right\} \quad (1)$$

Deplacement oder Volumen der verdrängten Flüssigkeit. Nennt man n die Anzahl der Horizontalschnitte I, II, III, . . . welche durch den eingetauchten Theil des Schiffes gelegt wurden,

$f_1\ f_2\ f_3\ \ldots\ldots\ f_n$ die nach der vorhergehenden Regel berechneten Werthe von f, welche den aufeinander folgenden Horizontalschnitten entsprechen,

$\mathfrak{B}$ das Volumen der verdrängten Flüssigkeit,

B, L, T Breite, Länge und Tauchung des Schiffes, so sind annähernd

$$f_1\ BL\ \frac{1}{2}\ \frac{T}{n},\quad [f_1\ BL + f_2\ BL]\ \frac{1}{2}\ \frac{T}{n},\quad (f_2\ BL + f_3\ BL)\ \frac{1}{2}\ \frac{T}{n},\ \ldots$$

die zwischen je zwei unmittelbar auf einander folgenden Horizontalschnitten enthaltenen Volumen des eingetauchten Theiles. Man hat daher:

$$\mathfrak{B} = f_1\ BL\ \frac{1}{2}\ \frac{T}{n} + [f_1\ BL + f_2\ BL]\ \frac{1}{2}\ \frac{T}{n} + [f_2\ BL + f_3\ BL]\ \frac{1}{2}\ \frac{T}{n} + \ldots$$

oder:

$$\mathfrak{B} = \frac{BLT}{n}\ [f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_{n-1} + \frac{1}{2}\ f_n]\ \ldots \quad (2)$$

oder:

$$\frac{\mathfrak{B}}{BLT} = \frac{1}{n}\ \left\{ f_1 + f_2 + f_3 + \ldots\ldots + f_{n-1} + \frac{1}{2}\ f_n \right\}\ \ldots \quad (3)$$

Höhe des Schwerpunktes der verdrängten Flüssigkeit über der Kiellinie. Bezeichnen wir diese Höhe mit $\left(\frac{y}{W}\right)$. Theilt man die ganze Tauchung durch n Horizontalschnitte, so sind die zwischen denselben enthaltenen Volumen wie oben:

$$f_1\ BL\ \frac{1}{2}\ \frac{T}{n},\quad [f_1\ BL + f_2\ BL]\ \frac{1}{2}\ \frac{T}{n},\quad [f_2\ BL + f_3\ BL]\ \frac{1}{2}\ \frac{T}{n},\ \ldots$$

und die Höhen der Schwerpunkte dieser Volumen über der Kiellinie:

$$\frac{2}{3}\ \frac{T}{n},\quad \frac{3}{2}\ \frac{T}{n},\quad \frac{5}{2}\ \frac{T}{n},\ \ldots\ldots$$

Nach der Lehre vom Schwerpunkt hat man daher:

$$\begin{aligned}\left(\frac{y}{W}\right)\mathfrak{B} = {} & \frac{BLT}{n}\ \frac{f_1}{2} \times \frac{2}{3}\ \frac{T}{n} \\ & + \frac{BLT}{2\,n}\ [f_1 + f_2]\ \frac{3}{2}\ \frac{T}{n} \\ & + \frac{BLT}{2\,n}\ [f_2 + f_3]\ \frac{5}{2}\ \frac{T}{n} \\ & + \ldots\ldots\ldots \\ & + \frac{BLT}{2\,n}\ [f_{n-1} + f_n]\ \frac{2n-1}{2}\ \frac{T}{n}\end{aligned}$$

oder:

$$\left(\frac{y}{W}\right) \mathfrak{B} = \frac{BLT^2}{4n^2} \left\{ \frac{1}{3} f_1 + (2n-1) f_n + 4 f_1 + 8 f_2 + 12 f_3 + \ldots\ldots \right.$$

$$\left. + 4(n-1) f_{n-1} \right\}$$

Führt man für $\mathfrak{B}$ seinen Werth aus (2) ein, so findet man auch:

$$\frac{\left(\frac{y}{W}\right)}{T} = \frac{1}{4n} \frac{\frac{1}{3} f_1 + (2n-1) f_n + 4 f_1 + 8 f_2 + 12 f_3 + \ldots + 4(n-1) f_{n-1}}{f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_{n-1} + \frac{1}{2} f_n} \quad (4)$$

Flächeninhalt eines Querschnittes der verdrängten Flüssigkeit. Nennt man $z_1 \; z_2 \; z_3 \ldots\ldots z_n$ die Tabellenwerthe, welche dem zu berechnenden Querschnitt entsprechen, q das Verhältniss zwischen dem zu berechnenden Querschnitt und dem Rechtecke BT, das der Breite und Tauchung entspricht, so findet man leicht auf ähnliche Weise, wie die Horizontalschnitte berechnet wurden:

$$q = \frac{1}{2000} \frac{1}{n} \left[z_n + 2 \left(z_1 + z_2 + \ldots\ldots + z_{n-1} \right) \right] \quad . \quad . \quad (5)$$

Horizontalabstand des Schwerpunktes der verdrängten Flüssigkeit vom hintern Endpunkt des Kieles. Es sei:

$\left(\frac{x}{W}\right)$ der zu berechnende Horizontalabstand,

$q_0 \; q_1 \; q_2 \ldots\ldots q_{19}$ die nach der vorhergehenden Regel berechneten Werthe von q für sämmtliche Querschnitte, dann sind:

$$BT \frac{1}{2} (q_0 + q_1) \frac{L}{20}, \quad BT \frac{1}{2} (q_1 + q_2) \frac{L}{20}, \quad BT \frac{1}{2} (q_2 + q_3) \frac{L}{20}, \; \ldots$$

die Volumen des zwischen den aufeinanderfolgenden Querschnitten enthaltenen eingetauchten Theiles und:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{L}{20}, \quad 3 . \frac{1}{2} \frac{L}{20}, \quad 5 . \frac{1}{2} \frac{L}{20}, \; \ldots$$

die Abstände der Schwerpunkte vom hintern Ende des Kieles. Nach der Lehre vom Schwerpunkt ist demnach:

$$\left(\frac{x}{W}\right)\mathfrak{B} = BT\,\frac{1}{2}\,(q_0 + q_1)\,\frac{L}{20} \times \frac{1}{2}\,\frac{L}{20}$$

$$+ BT\,\frac{1}{2}\,(q_1 + q_2)\,\frac{L}{20} \times 3\,.\,\frac{1}{2}\,\frac{L}{20}$$

$$+ BT\,\frac{1}{2}\,(q_2 + q_3)\,\frac{L}{20} \times 5\,.\,\frac{1}{2}\,\frac{L}{20}$$

$$+ \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.$$

Hieraus folgt ohne Schwierigkeit:

$$\left(\frac{x}{W}\right)\mathfrak{B} = \frac{1}{1600}\,BTL^2\,[q_0 + 4q_1 + 8q_2 + 12q_3 + \;.\;.\;.\;. + 76\,q_{10}]$$

oder auch:

$$\frac{\left(\frac{x}{W}\right)}{L} = \frac{1}{1600}\,\frac{BLT}{\mathfrak{B}}\,[q_0 + 4q_1 + 8q_2 + 12q_3 + \;.\;.\;.\;. + 76q_{10}] \quad . \; . \quad (6)$$

Schwerpunkt des Schiffes mit Ausrüstung, aber ohne Maschinen und ohne Kessel. Das Gewicht einer Schiffsconstruktion und die Coordinaten ihres Schwerpunktes können nur durch mühsame Berechnungen vermittelst der allgemeinen Regeln bestimmt werden.

Nennt man $p_0\ p_1\ p_2 \ldots.$ die Gewichte sämmtlicher Theile, aus welchen das Schiff besteht, mit Einschluss aller Theile der Ausrüstung, aber mit Auslassung der Maschinen, Kessel und Treibapparate.

$x_0\ y_0\quad x_1\ y_1\quad x_2\ y_2 \ldots.$ die Coordinaten der Schwerpunkte der Gewichtstheile $p_0\ p_1\ p_2 \ldots,$ S das Gewicht des Schiffs mit Ausrüstung, aber ohne Maschine, $\left(\frac{x}{S}\right)\left(\frac{y}{S}\right)$ die zu berechnenden Coordinaten von S, so hat man nach der Lehre vom Schwerpunkt

$$\left.\begin{aligned} S &= p_0 + p_1 + \ldots. = \Sigma p \\ \left(\frac{x}{S}\right) &= \frac{p_0 x_0 + p_1 x_1 + \ldots}{p_0 + p_1 + \ldots} = \frac{\Sigma p x}{\Sigma p} \\ \left(\frac{y}{S}\right) &= \frac{p_0 y_0 + p_1 y_1 + \ldots}{p_0 + p_1 + \ldots} = \frac{\Sigma p y}{\Sigma p} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Position der Maschinen. Die Maschinen, Kessel und Treibapparate müssen so placirt werden, dass das Schiff überall gleich tief taucht. Diese Position kann auf folgende Art gefunden werden.

Nennt man S das Gewicht des Schiffes sammt Ausrüstung, aber ohne Maschinen, Kessel und Treibapparate.

$\left(\frac{x}{S}\right)$ $\left(\frac{y}{S}\right)$ die nach (7) berechneten Coordinaten von S.

M das Gewicht der Maschinen, Kessel und Treibapparate.

$\left(\frac{x}{M}\right)$ den Horizontalabstand des Schwerpunktes von M, vom hintern Ende des Kieles.

W das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit $= S + M$.

$\left(\frac{x}{W}\right)$ die Ordinate des Schwerpunktes von W [berechnet nach der Regel (6)], so hat man nach der Lehre vom Schwerpunkt

$$W\left(\frac{x}{W}\right) = M\left(\frac{x}{M}\right) + S\left(\frac{x}{S}\right)$$

demnach

$$\left(\frac{x}{M}\right) = \frac{W\left(\frac{x}{W}\right) - S\left(\frac{x}{S}\right)}{M} \quad \dots\dots\dots \quad (8)$$

Bedingung der Stabilität und Höhe des Metacentrums. Nennt man $y_0\ y_1\ y_2 \dots$ die Tabellenwerthe, welche dem Schwimmflächenschnitt entsprechen.

Σy^3 die Summe der 3ten Potenzen aller Werthe von y.

$\mathfrak{V}$ das Volumen der verdrängten Flüssigkeit.

μ das Trägheitsmoment der Schwimmfläche in Bezug auf die Längenaxe des Horizontalschnittes.

e die Höhe des Schwerpunktes des Baues mit Einschluss der Maschinen, Kessel und Treibapparate über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit, so ist vermöge (5), Seite 134:

$$\mu = \frac{2}{3}\,\Sigma\left(y\cdot\frac{B}{2000}\right)^3\frac{L}{20} = \frac{L\,B^3\,\Sigma y^3}{240\,000\,000\,000} \quad \dots \quad (9)$$

$$e + e_1 = \frac{\mu}{\mathfrak{V}} = \frac{L\,B^3\,\Sigma y^3}{240\,000\,000\,000}\,\frac{1}{\mathfrak{V}} \quad \dots\dots \quad (10)$$

Die Bedingung der Stabilität ist $e < \frac{\mu}{\mathfrak{V}}$ oder:

$$e < \frac{L\,B^3\,\Sigma y^3}{240\,000\,000\,000}\,\frac{1}{\mathfrak{V}} \quad \dots\dots\dots \quad (11)$$

Höhe des Schwerpunktes des ganzen Baues über dem Kiel. Diese Höhe kann möglicher Weise auf folgende Art gefunden werden:

Es seien $p_0\ p_1\ p_2 \ldots$ die Gewichte aller Theile des ganzen Baues mit Einschluss der Maschinen, Kessel und Treibapparate. $z_0\ z_1\ z_2 \ldots$ die Höhen der Schwerpunkte der Gewichte $p_0\ p_1\ p_2 \ldots$ über der Kiellinie. e_2 die zu findende Höhe des Schwerpunktes des totalen Baues über der Kiellinie, so ist:

$$e_2 = \frac{p_0 z_0 + p_1 z_1 + p_2 z_2 + \ldots}{p_0 + p_1 + p_2 + \ldots} = \frac{\Sigma p z}{\Sigma p} \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

Allein die wirkliche Durchführung dieser Berechnung ist höchst mühsam und verlässlich kaum ausführbar. Schätzungsweise darf man annehmen, dass der Schwerpunkt des ganzen Baues bei einem Dampfschiff in der halben Höhe des Schiffes sich befindet. Bei Fluss- und Landsee-Dampfschiffen beträgt die Schiffshöhe in der Regel $= 0{\cdot}5\ B$. Bei Meerschiffen dagegen $= 0{\cdot}64\ B$. Als Schätzungswerthe dürfen wir daher setzen:

Höhe des Schwerpunktes über dem Kiel. $\begin{cases} 0{\cdot}25\ B \text{ für Flussdampfer.} \\ 0{\cdot}32\ B \text{ für Meerdampfer.} \end{cases}$

Numerische Rechnungen über Schiffe.

Vermittelst der in dem vorhergehenden Abschnitte aufgestellten Regeln wurden über 12 Schiffe Berechnungen angestellt. Die Ergebnisse, in folgender Tabelle zusammengestellt, sind:

A.

Benennung des Schiffes.	Coordinaten von $\mathfrak{B}$ $\left(\frac{x}{W}\right)$	$\left(\frac{y}{W}\right)$	Volumen $\mathfrak{B}$	Metacentrum. $e + e_, = \frac{\mu}{\mathfrak{B}}$
Flussdampfer.				
Rainbow . . .	0·488 L	0·600 T	0·525 B L T	0·0769 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B
Diamond . . .	0·485 L	0·602 T	0·441 B L T	0·0802 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B
Red Rower . .	0·497 L	0·594 T	0·523 B L T	0·0901 $\left(\frac{B}{T}\right.$ B
Minerva . . .	0·475 L	0·604 T	0·434 B L T	0·0846 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B
Meerdampfer.				
Isis	0·494 L	0·518 T	0·643 B L T	0·0958 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B
Medea	0·533 L	0·640 T	0·530 B L T	0·1090 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B
Berenice . . .	0·577 L	0·579 T	0·579 B L T	0·0907 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B
Cyclops . . .	0·507 L	0·613 T	0·522 B L T	0·1020 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B
Colchis . . .	0·491 L	0·589 T	0·559 B L T	0·0915 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B
Nile	0·494 L	0·595 T	0·606 B L T	0·1027 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B
Firebrand . .	0·515 L	0·664 T	0·480 B L T	0·1210 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B
Mittlere Werthe: *Fluss-Dampfer.*	0·486 L	0·600 T	0·481 B L T	0·0829 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B
Mittlere Werthe: *Meer-Dampfer.*	0·516 L	0·600 T	0·560 B L T	0·1020 $\left(\frac{B}{T}\right)$ B

Die Tabelle zeigt, dass für Schiffe jeder Art $\left(\frac{y}{W}\right) = 0{\cdot}600\ T$ ist. Die Höhe des Schwerpunktes über dem Kiel ist bei allen Schiffen annähernd gleich $\frac{1}{2}$ H, daher findet man für Schiffe jeder Art

$$e = \frac{1}{2} H - 0{\cdot}600\ T$$

Berücksichtiget man die Mittelwerthe von $e + e_1$ der Tabelle, so ergiebt sich nun:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{e + e_1}{e} = \dfrac{0{\cdot}0829\ \dfrac{B}{T}}{\dfrac{1}{2}\dfrac{H}{B} - 0{\cdot}600\ \dfrac{T}{B}} \text{ für Flussdampfer} \\[3ex] \dfrac{e + e_1}{e} = \dfrac{0{\cdot}1020\ \dfrac{B}{T}}{\dfrac{1}{2}\dfrac{H}{B} - 0{\cdot}600\ \dfrac{T}{B}} \text{ für Meerdampfer} \end{array}\right\} \quad . \quad (1)$$

Wir werden keinen merklichen Fehler begehen, wenn wir alle in diesem Abschnitt gefundenen Rechnungsresultate für Dampfschiffe jeder Art gelten lassen, denn die Coeffizienten-Werthe der Tabelle A hängen nicht von den absoluten Werthen von B H T L ab, sondern nur von dem System der relativen Ordinaten und dieses System stimmt bei allen Schiffen beinahe überein.

Bei den Schiffen, welche vor etwa 10 Jahren zu den guten oder besten Construktionen gerechnet wurden, haben die Verhältnissse $\frac{H}{B}$, $\frac{T}{B}$, $\frac{B}{T}$ folgende Werthe:

	$\frac{H}{B}$	$\frac{T}{B}$	$\frac{B}{T}$
Für Flussdampfer:	0.5	0·18	5·5
Für Meerdampfer:	0·64	0·40	2·5

Führt man diese Verhältnisse in die Ausdrücke (1) ein, so findet man:

Für Flussdampfer $\frac{e + e_1}{e} = 3{\cdot}21$

Für Meerdampfer $\frac{e + e_1}{e} = 3{\cdot}19$

Der Unterschied dieser beiden Werthe ist nicht zu beachten;

wir dürfen daher sagen, dass bei allen guten aber älteren Fluss- oder Meerdampfern

$$\frac{e + e_1}{e} = 3{\cdot}2$$

ist, d. h. bei allen guten, aber älteren Dampfern ist die Höhe des Metacentrums über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit 3·2 mal so gross, als die Höhe des Schwerpunktes des Baues über dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit.

In neuester Zeit werden die Schiffe verhältnissmässig lang, schmal und hoch gebaut. Das Verhältniss $\frac{e + e_1}{e}$ fällt daher für diese Schiffe kleiner aus. So ist z. B. für das Riesenschiff Great Eastern: $\frac{B}{T} = 3{\cdot}05$, $\frac{T}{B} = 0{\cdot}327$, $\frac{H}{B} = 0{\cdot}710$. Für diese Verhältnisse findet man vermittelst der zweiten der Formeln (1)

$$\frac{e + e_1}{e} = \frac{0{\cdot}1020 \times 3{\cdot}05}{0{\cdot}5 \times 0{\cdot}710 - 0{\cdot}6 \times 0{\cdot}327} = 2.$$

Die Stabilität dieses Schiffes ist also kleiner als jene der guten älteren Schiffe.

Dynamische Stabilität der Schiffe.

Wenn ein Schiff ganz langsam aus seiner aufrechten Stellung in eine geneigte Lage gebracht wird, ist in jedem Augenblick der Bewegung nur allein das statische Moment des Auftriebes zu überwinden. Der Betrag dieses Moments ist, wenn der Ablenkungswinkel gleich φ ist, $= \gamma\,(\mu - \mathfrak{B}e)\,\varphi$. Die Wirkungsgrösse, welche erforderlich ist, um das Schiff um einen Winkel α aus seiner aufrechten Lage abzulenken, ist demnach, wenn die Bewegung ganz langsam erfolgt:

$$\int_0^\alpha \gamma\,(\mu - \mathfrak{B}e)\,\varphi\,d\varphi = \frac{1}{2}\,\gamma\,(\mu - \mathfrak{B}e)\,\alpha^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

Eben so gross würde auch die zu einer rascher vor sich gehenden Ablenkung eines Schiffes erforderliche Wirkungsgrösse sein, wenn das Schiff die Form eines halben Cylinders hätte, dessen Axe durch den Schwerpunkt des Schiffes ginge, weil die Drehung eines solchen Schiffes um die durch seinen Schwerpunkt gehende Längenaxe keine Bewegung in dem das Schiff umgebenden Wasser veranlassen würde. Allein die Schiffe und insbesondere die Dampfschiffe, haben Formen, die von jenen eines halben Cylinders sehr bedeutend abweichen; insbesondere gilt dies von den Endtheilen, weniger von dem mittleren Theile, und eine rasche Drehung eines Dampfschiffes um seine durch den Schwerpunkt gehende Längenaxe setzt daher das das Schiff umgebende Wasser in Bewegung, wozu eine gewisse Wirkungsgrösse W erforderlich ist. Die totale Wirkung, welche erforderlich ist, um ein Schiff um einen Winkel α abzulenken und ihm gleichzeitig eine gewisse Winkelgeschwindigkeit zu ertheilen, ist demnach:

$$\frac{1}{2} \gamma \left(u - \mathfrak{V}e\right) \alpha^2 + W$$

und nach dem Betrag dieser Wirkungsgrösse ist die dynamische Stabilität eines Schiffes zu beurtheilen. Der Unterschied W zwischen der dynamischen und der statischen Stabilität ist um so grösser, je mehr die Form des eingetauchten Theiles des Schiffes von der eines halben Cylinders abweicht, dessen Axe mit der Längenaxe des Schiffes übereinstimmt. Die dynamische Stabilität wird demnach insbesondere durch die Form der Spanten bestimmt, während die statische Stabilität von dieser Spantenform unabhängig ist und von der Gestalt des Schwimmflächenschnittes abhängt. Eine genauere Berechnung des Werthes von W ist mit unüberwindlichen Schwierigkeiten verbunden. Aber auch ohne alle Rechnungen ist leicht zu erkennen, dass die keilförmigen Endtheile der Dampfschiffe die dynamische Stabilität beträchtlich erhöhen, weil sie bei einer Drehung des Schiffes um seine Längenaxe grosse Wasserquantitäten zur Seite drängen und beschleunigen.

Für Flussschiffe, die nur ruhigen Pressungen ausgesetzt sind, ist eine hinreichende statische Stabilität ganz genügend, ist also hinsichtlich der Stabilität die Gestalt der Spanten ziemlich gleichgültig. Für Meerdampfer hingegen, welche der riesigen lebendigen Kraft der Wellenschläge ausgesetzt sind, ist dagegen eine grosse dynamische Stabilität von grösster Wichtigkeit, daher ist für Meerdampfer die Form der Spanten sehr wesentlich. Bei mehrern in neuerer Zeit erbauten Schiffen, so z. B. bei dem Great-Britain hat man sogar, um die dynamische Stabilität zu erhöhen, an die äussere Schiffsfläche zwei dicke 0·3 Meter über dieselbe hervorragende Blechrippen angebracht, die beim Wanken des Schiffes wie zwei grosse Schaufelflächen wirken.

Da eine genaue Berechnung von W nicht möglich ist, so wollen wir doch eine annähernde versuchen.

Schneiden wir das Schiff durch zwei Querebenen $\Omega\ \Omega_1$, die vom hintern Ende des Kieles um x und $x + dx$ entfernt sind, deren Abstand also gleich dx ist. Es sei A B Taf. XV, Fig. 1 der Schnitt der erstern dieser Ebenen mit dem Schiff. A C die Wasserebene; S der Punkt, in welchem die durch den Schwerpunkt des Baues gehende Längenaxe die Ebene Ω durchschneidet. Ziehen wir von S aus zwei einander unendlich nahe Radien S D und S E und beschreiben aus S als Mittelpunkt mit dem Halbmesser S D den Kreisbogen D F: so ist $EF = dr$ die Aenderung des Radius $SD = r$ und es entsteht bei E F ein Flächenelement $\pm\, dr\, dx$ (wobei das Zeichen + zu nehmen ist, wenn r wächst und — wenn r abnimmt) und dieses wirkt wie eine Stossfläche gegen das Wasser, wenn das Schiff rasch um die durch S gehende Axe gedreht wird. Sehen wir den Vorgang so an, wie wenn die Fläche $dr\, dx$ in jedem Augenblick mit einer Geschwindigkeit $\omega\, r$ (ω die Winkelgeschwindigkeit der Drehung) gegen ruhendes Wasser stosse, so ist der Druck der Fläche $dr\, dx$ und dem Quadrat der Geschwindigkeit $\omega^2\, r^2$ proportional zu setzen, und dieser Druck muss, wenn das Schiff um einen Winkel φ abgelenkt wird, durch einen Weg überwunden werden $= r\, \varphi$; die diesem Vorgang entsprechende Arbeit kann daher ausgedrückt werden durch:
$\pm\, k\, dx\, dr \times \omega^2\, r^2 \times r\, \varphi = \pm\, k\, \omega^2\, \varphi.\ r^3\, dr\, dx$, wobei k eine Constante bedeutet. Die totale Wirkungsgrösse W ist demnach:

$$W = \pm\, k\, \omega^2\, \varphi \iint r^3\, dr\, dx.$$

Nennen wir (Fig. 2) $SB = h$ die Höhe des Schwerpunktes des Schiffes über der Kiellinie, $SA = y$ den der Schwimmlinie entsprechenden Radiusvektor, $SG = n$ den kleinsten Radiusvektor, so ist:

$$\pm \int r^3\, dr = \frac{1}{4}\, [y^4 - n^4] + \frac{1}{4}\, [t^4 - n^4] \text{ oder:}$$

$$\pm \int r^3\, dr = \frac{1}{4}\, [y^4 + t^4] - \frac{1}{2}\, n^4$$

Man erhält demnach:

$$W = k\, \omega^2\, \varphi \int \left\{ \frac{1}{4}\, (y^4 + t^4) - \frac{1}{2}\, n^4 \right\} dx$$

oder:

$$W = k\, \omega^2\, \varphi \left\{ \frac{1}{4} \int_0^L y^4\, dx + \frac{1}{4}\, t^4\, L - \frac{1}{2} \int_0^L n^4\, dx \right\}. \quad . \quad (2)$$

Da der Schwerpunkt S nur wenig über der Wasserfläche liegt, so kann man für y die Ordinaten der Wasserlinie setzen und dann ist $\int y^4\, dx$ eine Grösse, die von der Form und Ausdehnung der Schwimmfläche abhängt. Nennt man y_1 die relativen Werthe der Ordinaten y, so dass $y = y_1 \frac{B}{2000}$ ist und setzt annähernd $dx = \frac{L}{20}$ so wird: $\int y^4\, dx = \frac{B^4\, L}{(2000)^4\, 20}\, \Sigma\, y_1^4$. Schreibt man ferner $n = \left(\frac{n}{t}\right) t$, $dx = \frac{L}{20}$, so wird $\int n^4\, dx = t^4\, \frac{L}{20}\, \Sigma \left(\frac{n}{t}\right)^4$, und ist diese Summe eine von der absoluten Grösse des Schiffes unabhängige Grösse. Setzt man endlich:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{4}\, \frac{\Sigma\, y_1^4}{20\, (2000)^4} &= a \\ \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\, \frac{\Sigma \left(\frac{n}{t}\right)^4}{20} &= b \end{aligned}\right\}$$

so wird der Ausdruck für W:

$$W = k\, \omega^2\, \varphi\, [a\, B^4\, L + b\, t^4\, L] = k\, \omega^2\, \varphi\, L\, [a\, B^4 + b\, t^4]\ . \quad . \quad (3)$$

a fällt gross aus, wenn die Zuspitzungen des Schiffes kurz sind, b wird gross, wenn die Werthe von $\left(\frac{n}{t}\right)$ klein sind. Für die Mehrzahl der Schiffe wird b nahezu gleich Null, so dass die Wirkungsgrösse W beinahe nur von a B und L, d. h. nur von der Grösse und Form der Schwimmfläche abhängt. Hieraus ergibt sich also, dass auch die dynamische Stabilität von den Spantenformen nur sehr wenig abhängt und grösstentheils durch die Grösse und Form der Schwimmfläche bedingt wird. Eine grosse Schiffsbreite ist hinsichtlich der dynamischen Stabilität noch wichtiger, als hinsichtlich der statischen Stabilität, denn die erstere wächst mit der vierten, die letztere nur mit der dritten Potenz der Schiffsbreite B. Die im Verhältniss zur Breite sehr langen Schiffe sind demnach für die Stabilität sehr ungünstig.

Dynamische Theorie der Wellenbewegung.

Die Bewegungen, welche in einer, in einem Gefäss enthaltenen Wassermasse eintreten können, sind je nach Umständen und insbesondere je nach den Anregungsweisen sehr mannigfaltig. Wir beschränken uns hier auf die Behandlung eines speziellen

Falles. Wir nehmen an, in einem geradlinigen Kanal mit ebenen vertikalen und parallelen Seitenwänden und mit einem horizontalen Boden befinde sich Wasser; es sei auf irgend eine Weise in Bewegung gesetzt und dann sich selbst und der Einwirkung der Schwere überlassen worden. Die Anregung zur Bewegung sei jedoch so geschehen, dass alle Atome, welche sich in einem bestimmten Zeitmoment in einer auf der Ebene der Seitenwände des Kanals senkrechten Linie befinden, identische Bahnen beschreiben, deren Ebenen zu den Wänden parallel sind. In diesem Falle wird die Bewegung der ganzen Wassermasse bestimmt, wenn man die Bewegungen ermittelt, welche in einer zu den Wänden des Kanals parallelen Ebene vorkommen.

Wir legen der Rechnung ein Coordinatensystem zu Grunde, dessen Anfangspunkt in einem Punkt der Oberfläche des Wassers liegt, wenn dasselbe ruht; legen die Axe der x horizontal und parallel zu den Wänden des Kanals, die Axe der y vertikal und parallel zu den Wänden des Kanals. Siehe Fig. 3.

Es seien zur Zeit t: $Op = x$, $mp = y$ die Coordinaten eines Punktes der Flüssigkeit. Vorausgesetzt, dass sich die Wassertheilchen in ihrer Bewegung nur wenig von ihren Ruhepositionen entfernen, und dass die Bewegung in so schwachem Maasse stattfindet, dass man die Quadrate der Geschwindigkeiten der Wassertheilchen vernachlässigen darf, hat man zur Bestimmung ihrer Bewegung nach *Poisson* Mecanique Tome II., pag. 493 folgende Gleichungen:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

$$g\,\frac{d\varphi}{dy} - \frac{d^2\varphi}{dt^2} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

$$p - \gamma y + \frac{\gamma}{g}\,\frac{d\varphi}{dt} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

In diesen Gleichungen, welche für jeden Punkt im Innern der Flüssigkeit gelten, bedeutet t die Zeit, $g = 9{\cdot}808$ die Beschleunigung durch die Schwere, γ das Gewicht von einem Kubikmeter Wasser, p den auf einen Quadratmeter bezogenen Druck, welcher zur Zeit t in dem Punkt herrscht, dessen Coordinaten x und y sind, φ eine gewisse Hilfsfunktion von $x\,y\,t$, die die Eigenschaft hat, dass ihre partiellen Differenzialquotienten $\frac{d\,\varphi}{d\,x}, \frac{d\,\varphi}{d\,y}$ nach x und y, die zur Zeit t im Punkte $x\,y$ herrschenden Horzizontal- und Vertikalgeschwindigkeiten ausdrücken, so dass man hat:

$$u = \frac{d\varphi}{dx} \qquad v = \frac{d\varphi}{dy} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Nebst diesen Gleichungen sind noch andere zu berücksichtigen, die sich auf die freie Oberfläche des Wassers und auf den Boden des Kanals beziehen. Nennt man h die Tiefe des Bodens unter der Oberfläche des Wassers, wenn dasselbe ruhig ist, so ist für

$$y = h \qquad u = \frac{d\varphi}{dx} = o . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Für die freie Oberfläche ist $p = o$. Nennt man Y die Ordinate eines Punktes der Oberfläche, so hat man zur Bestimmung derselben:

$$Y = \frac{1}{g}\left(\frac{d\,\varphi}{dt}\right)_o \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

wobei der Index o andeuten soll, dass in dem berechneten allgemeinen Differenzialquotienten $y = o$ gesetzt werden soll. Die analytische Aufgabe, um deren Lösung es sich nun handelt, besteht nun darin, für φ eine solche Funktion von $x\ y\ t$ zu finden, dass dieselbe den Gleichungen (1) und (2), sowie auch den speziellen Bedingungen (5) und (6) entspricht und dass überdiess vermittelst dieser Funktion der zur Zeit $t = o$ vorhandene Bewegungszustand ausgedrückt werden kann.

Wenden wir uns nun zur Integration der Gleichung (1) und versuchen wir derselben durch die Annahme $\varphi = X\ Y$ zu genügen, wobei X kein y und Y kein x enthalten soll. Aus diesem Werth von φ folgt durch Differenziation

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = Y\ \frac{d^2X}{dx^2}, \qquad \frac{d^2\varphi}{dy^2} = X\ \frac{d^2Y}{dy^2}$$

Führt man diese Werthe in (1) ein, so erhält man:

$$Y\ \frac{d^2X}{dx^2} + X\ \frac{d^2Y}{dy^2} = o \quad \text{oder:} \; -\frac{1}{X}\ \frac{d^2X}{dx^2} = \frac{1}{Y}\ \frac{d^2Y}{dy^2}$$

Dieser Gleichung wird entsprochen, wenn jedes Glied derselben einer Constanten k^2 gleich gesetzt wird. Setzen wir also:

$$-\ \frac{1}{X}\ \frac{d^2X}{dx^2} = k^2, \qquad +\frac{1}{Y}\ \frac{d^2Y}{dy^2} = k^2$$

so folgt aus diesen Ausdrücken

$$Y = A\ e^{ky} + B\ e^{-ky}$$
$$X = C\ \sin kx + D\ \cos kx.$$

Wir erhalten demnach

$$\varphi = X\,Y = \left[A\,e^{ky} + B\,e^{-ky}\right]\left(C \sin kx + D \cos kx\right) \quad . \quad . \quad (7)$$

wobei A, B, C, D zwar t aber kein x und y enthalten. Die Gleichung (7) ist ein partikulares Integral von (1). Differenzirt man den Ausdruck (7) nach y, so findet man

$$\frac{d\varphi}{dy} = k\left[A\,e^{ky} - B\,e^{-ky}\right]\left(C \sin kx + D \cos kx\right)$$

Am Boden des Kanals ist die Vertikalgeschwindigkeit der Wassertheilchen gleich Null. Der Ausdruck für $\frac{d\varphi}{dy}$ muss also für $y = h$ für jeden Werth von x verschwinden, was nur möglich ist, wenn $Ae^{kh} - Be^{-kh} = 0$ wird. Dies ist der Fall, wenn wir nehmen $A = E\,e^{-kh}$, $B = E\,e^{+kh}$. Vermittelst dieser Werthe von A und B, in welchen E eine Constante bezeichnet, wird die Gleichung (7)

$$\varphi = E\left[e^{k(h-y)} + e^{-k(h-y)}\right]\left(C \sin kx + D \cos kx\right) \quad . \quad . \quad (8)$$

Um vermittelst dieses Ausdruckes der nur für $y = o$ giltigen Gleichung (2) zu genügen, betrachten wir E als eine Funktion von t. Dann wird

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \left[e^{k(h-y)} + e^{-k(h-y)}\right]\left(C \sin kx + D \cos kx\right)\frac{d^2E}{dt^2}$$

Ist aber auch

$$\frac{d\varphi}{dy} = -E\,k\left[e^{k(h-y)} - e^{-k(h-y)}\right]\left(C \sin kx + D \cos kx\right)$$

Setzt man in diesen Ausdrücken $y = o$ und substituirt sie sodann in (2), so folgt:

$$-g\,E\,k\left[e^{kh} - e^{-kh}\right]\left(C \sin kx + D \cos kx\right)$$

$$-\left[e^{kh} + e^{-kh}\right]\left[C \sin kx + D \cos kx\right]\frac{d^2E}{dt^2} = o \quad . \quad . \quad (9)$$

Setzt man zur Abkürzung

$$c^2 = \frac{gk\left[e^{kh} - e^{-kh}\right]}{e^{kh} + e^{-kh}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

so wird der Gleichung (9) für jeden Werth von x entsprochen, wenn man nimmt:

$$\frac{d^2 E}{dt^2} + c^2 E = o$$

Hieraus folgt durch Integration:

$$E = \mathfrak{M} \sin ct + \mathfrak{N} \cos ct \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Setzt man diesen Werth von E in (8), so erhält man:

$$\varphi = \left[e^{k(h-y)} + e^{-k(h-y)}\right] [C \sin kx + D \cos kx] \; [\mathfrak{M} \sin ct + \mathfrak{N} \cos ct] \quad (12)$$

Dieser Ausdruck ist hinsichtlich x und t eine periodische Funktion. Wenn t um $\frac{2\pi}{c}$ wächst, tritt wiederum derselbe Werth von φ ein. Setzen wir:

$$\frac{2\pi}{c} = \mathfrak{T} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

so ist $\mathfrak{T}$ die Schwingungszeit jedes einzelnen Wassertheilchens. Wenn x um $\frac{2\pi}{k}$ wächst, erhält ebenfalls φ wiederum den gleichen Werth. Alle um $\frac{2\pi}{k}$ in horizontalem Sinn von einander entfernten Atome machen demnach identische Bewegungen. Setzen wir

$$\frac{2\pi}{k} = \lambda \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

so bedeutet λ die sogenannte Wellenlänge. Setzen wir in (12) für c und k die Werthe, welche aus (13) und (14) folgen, so erhalten wir:

$$\varphi = \left[e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} \right] \times$$

$$\left[C \sin \frac{2\pi}{\lambda} x + D \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \right] \left[\mathfrak{M} \sin \frac{2\pi}{\mathfrak{T}} t + \mathfrak{N} \cos \frac{2\pi}{\mathfrak{T}} t \right] \quad . \quad (15)$$

Führt man diese Werthe von c und k auch in (10) ein, so erhält man:

$$\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{T}}\right)^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Nun ist $\mathfrak{T}$ die Zeit, welche verfliesst, bis an zwei um λ von einander entfernten Stellen der gleiche Bewegungszustand wiederkehrt. $\frac{\lambda}{\mathfrak{T}}$ ist mithin die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der periodischen Bewegung. Setzen wir diese gleich v, mithin

$$v = \frac{\lambda}{\mathfrak{T}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (17)$$

so erhalten wir statt (16)

$$v^2 = \frac{g\,\lambda}{2\,\pi} \frac{e^{\frac{2\,\pi}{\lambda}h} - e^{-\frac{2\,\pi}{\lambda}h}}{e^{\frac{2\,\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\,\pi}{\lambda}h}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (18)$$

Durch die Gleichungen (15) und (18) wird allen Bedingungen der vorgelegten Aufgabe entsprochen, sie stellen also eine von den möglichen Bewegungen des Wassers dar. Um aber eine Lösung des Problems zu erhalten, welche jede mögliche Bewegungsweise des Wassers auszudrücken im Stande wäre, ist das partikuläre Integrale (15) nicht genügend, sondern muss das allgemeinste Integrale genommen werden, welches man erhält, wenn man die Summe aller denkbaren partikulären Integrale nimmt, muss also dem Ausdruck (15) das Summenzeichen Σ vorgesetzt werden. Allein wir wollen uns für unsere Zwecke mit dem partikulären Integrale begnügen, was in dem Fall hinreichend ist, wenn der Bewegungszustand zur Zeit t eine gewisse Beschaffenheit hat, die wir später werden kennen lernen. Ja wir wollen sogar dieses partikuläre Integrale (15) noch mehr spezialisiren. Die Bewegung, welche (15) darstellt, besteht nämlich aus 4 Elementarschwingungen, denn man kann dem Produkt

$$\left(C \sin \frac{2\,\pi}{\lambda} x + D \cos \frac{2\,\pi}{\lambda} x\right) \left(\mathfrak{M} \sin \frac{2\,\pi}{\mathfrak{T}} t + \mathfrak{N} \cos \frac{2\,\pi}{\mathfrak{T}} t\right)$$

die Form geben:

$$\mathfrak{P} \sin 2\,\pi \left[\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right] + \mathfrak{Q} \cos 2\,\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) +$$

$$\mathfrak{R} \sin 2\,\pi \left[\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{\mathfrak{T}}\right] + \mathfrak{S} \cos 2\,\pi \left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{\mathfrak{T}}\right)$$

Das Produkt jedes einzelnen dieser vier Glieder mit dem von y abhängigen Faktor $\left| e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} \right|$ stellt eine mögliche Elementarschwingung vor. Beschränken wir uns auf die Betrachtung von einer dieser Bewegungen und zwar derjenigen, welche dem Gliede $\sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right)$ entspricht, so erhalten wir:

$$\varphi = \mathfrak{K}\left[e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)}\right] \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) \quad . \quad (19)$$

Durch partielle Differenziation dieses Ausdruckes folgt:

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{2\pi}{\mathfrak{T}}\mathfrak{K}\left[e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)}\right] \cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) . \quad (20)$$

$$u = \frac{d\varphi}{dx} = +\frac{2\pi}{\lambda}\mathfrak{K}\left[e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)}\right] \cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) . \quad (21)$$

$$v = \frac{d\varphi}{dy} = -\frac{2\pi}{\lambda}\mathfrak{K}\left[e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)}\right] \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) . \quad (22)$$

Vermittelst des Ausdruckes (20) wird vermöge (3)

$$p = \gamma y + \frac{\gamma}{g}\frac{2\pi}{\mathfrak{T}}\mathfrak{K}\left[e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)}\right] \cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) . \quad (23)$$

Setzen wir hier $p = o$ und $y = Y$, erlauben uns aber in den Exponentialausdrücken Y gegen h zu vernachlässigen, so erhalten wir für die Gleichung der freien Oberfläche folgenden Ausdruck:

$$Y = -\frac{1}{g}\frac{2\pi}{\mathfrak{T}}\mathfrak{K}\left| e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h} \right| \cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) \quad . \quad (24)$$

Heissen wir $\frac{\mathfrak{H}}{2}$ den grössten Werth von Y, so ist $\mathfrak{H}$ die Wellenhöhe an der Oberfläche. Y wird aber am grössten, wenn $\cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) = 1$ ist.

Demnach erhalten wir:

$$\frac{\mathfrak{H}}{2} = -\frac{1}{g}\frac{2\pi}{\mathfrak{T}}\mathfrak{K}\left| e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h} \right| \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

oder

$$\mathfrak{K} = -g\frac{\mathfrak{H}}{2}\frac{\mathfrak{T}}{2\pi}\frac{1}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

Führt man diesen Werth von $\mathfrak{K}$ in die Ausdrücke (21), (22), (23), (24) ein, so erhält man:

$$u = -g \frac{\mathfrak{H}}{2} \frac{\mathfrak{T}}{\lambda} \frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \cos 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) \quad . \quad (27)$$

$$v = +g \frac{\mathfrak{H}}{2} \frac{\mathfrak{T}}{\lambda} \frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) . \quad (28)$$

$$p = \gamma y - \gamma \frac{\mathfrak{H}}{2} \frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-y)}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \cos 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) \quad (29)$$

$$Y = \frac{\mathfrak{H}}{2} \cos 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (30)$$

Damit die Elementarbewegung (19) zur Zeit t möglich ist, muss die Gleichung (30) für $t = o$ mit der zur Zeit $t = o$ vorhandenen Wellenform übereinstimmen, d. h. $Y = \frac{\mathfrak{H}}{2} \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}$ muss die Oberfläche des Wassers zur Zeit $t = o$ sein.

Wir können den obigen Gleichungen noch eine andere Form geben, die unseren Zwecken besser entspricht. Man wird keinen merklichen Fehler begehen, vielleicht sogar der Wahrheit näher kommen, wenn man in den Ausdrücken (27) bis (30) statt x und y die Coordinaten ξ und υ setzt, welche der Gleichgewichtsposition des Wassers entsprechen, denn die Differenzialgleichungen sind nur unter der Voraussetzung von ganz kleinen Bewegungen der Wassertheilchen aufgefunden worden, auch wurden die höheren Potenzen der Geschwindigkeiten vernachlässigt und überdies ist in allen Fällen, in welchen wir Anwendungen machen werden, x und y gegen λ klein.

Setzen wir also in den Ausdrücken (27) bis 30 statt $x : \xi$ und statt $y : \upsilon$,so enthalten wir:

$$u = -g\,\frac{\mathfrak{H}}{2}\,\frac{\mathfrak{T}}{\lambda}\,\frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-\upsilon)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-\upsilon)}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}}\,\cos 2\pi\left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) \quad (31)$$

$$v = +g\,\frac{\mathfrak{H}}{2}\,\frac{\mathfrak{T}}{\lambda}\,\frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-\upsilon)} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-\upsilon)}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}}\,\sin 2\pi\left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) \quad (32)$$

$$p = \gamma\upsilon - \gamma\,\frac{\mathfrak{H}}{2}\,\frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-\upsilon)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-\upsilon)}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}}\,\cos 2\pi\left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right). \quad (33)$$

$$Y = \frac{\mathfrak{H}}{2}\cos 2\pi\left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (34)$$

Nebst diesen Ausdrücken haben wir noch wegen (18)

$$V^2 = \frac{g\lambda}{2\pi}\,\frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (35)$$

Multipliziren wir die Gleichungen (31) und (32) mit dt und integriren dieselben hierauf, so ergeben sich die Coordinaten $x = \int u\,dt$, $y = \int v\,dt$ des Theilchens, dessen Ruhepunkts-Coordinaten ξ und υ sind. Man findet:

$$x = g\,\frac{\mathfrak{H}}{2}\,\frac{\mathfrak{T}^2}{2\pi\lambda}\,\frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-\upsilon)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-\upsilon)}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}}\,\sin 2\pi\left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) + \xi \quad . (36)$$

$$y = g\,\frac{\mathfrak{H}}{2}\,\frac{\mathfrak{T}^2}{2\pi\lambda}\,\frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-\upsilon)} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-\upsilon)}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}}\,\cos 2\pi\left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) + \upsilon \quad . (37)$$

Diese Gleichungen entsprechen einer Ellipse und die Coordinaten des Mittelpunktes sind ξ und υ. Die Halbaxen α und β sind:

$$\alpha = g \frac{\mathfrak{H}}{2} \frac{\mathfrak{T}^2}{2\pi\lambda} \frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-\upsilon)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-\upsilon)}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \quad \text{(horizontal).}$$

$$\beta = g \frac{\mathfrak{H}}{2} \frac{T^2}{2\pi\lambda} \frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-\upsilon)} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-\upsilon)}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \quad \text{(vertikal).}$$

Allein es ist wegen (35) und wegen $V = \frac{\lambda}{\mathfrak{T}}$

$$\frac{\mathfrak{T}^2 g}{2\pi\lambda} \frac{1}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} = \frac{1}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}}$$

Daher werden die Werthe von α und β

$$\alpha = \frac{\mathfrak{H}}{2} \frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-\upsilon)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-\upsilon)}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \quad \ldots\ldots\ldots \tag{38}$$

$$\beta = \frac{\mathfrak{H}}{2} \frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-\upsilon)} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-\upsilon)}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \quad \ldots\ldots\ldots \tag{39}$$

und die Gleichungen der Bahn des Theilchens sind:

$$x = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) + \xi \quad \ldots\ldots\ldots \tag{40}$$

$$y = \beta \cos 2\pi \left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) + \upsilon \quad \ldots\ldots\ldots \tag{41}$$

Auch wird vermöge (33)

$$p = \gamma\upsilon - 2\pi \frac{\gamma\alpha}{\lambda g} V^2 \cos 2\pi \left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) \quad \ldots\ldots \tag{42}$$

Endlich ist noch:

$$\mathrm{V}^2 = \left(\frac{\lambda}{\mathfrak{T}}\right)^2 = \frac{g\,\lambda}{2\,\pi}\;\frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \;\ldots\ldots\ldots \quad (43)$$

Für jedes Wassertheilchen am Boden des Kanals ist $v = h$, wird demnach wegen (38) und (39)

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \mathfrak{H}\;\frac{1}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \\ \beta &= o \end{aligned}\right\}\;\ldots\ldots\ldots \quad (44)$$

Am Boden des Kanales schwingen demnach die Theilchen nur horizontal, wie es mit der Natur der Sache übereinstimmt.

Ist die Tiefe des Kanales sehr gross oder unendlich gross, so kann man in den Exponentialausdrücken die Glieder mit negativen Exponenten weglassen; dann wird:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{\mathfrak{H}}{2}\,e^{-\frac{2\pi}{\lambda}v} \\ \beta &= \frac{\mathfrak{H}}{2}\,e^{-\frac{2\pi}{\lambda}v} \\ x &= \frac{\mathfrak{H}}{2}\,e^{-\frac{2\pi}{\lambda}v}\sin 2\,\pi\left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) + \xi \\ y &= \frac{\mathfrak{H}}{2}\,e^{-\frac{2\pi}{\lambda}v}\cos 2\,\pi\left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) + v \\ \mathrm{V}^2 &= \frac{g\,\lambda}{2\,\pi}, \quad \mathrm{V} = \sqrt{\frac{g\,\lambda}{2\,\pi}} \\ p &= \gamma\,v - \gamma\,\frac{\mathfrak{H}}{2}\,e^{-\frac{2\pi}{\lambda}v}\cos 2\,\pi\left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) \end{aligned}\right\}\;\ldots \quad (45)$$

Da die Werthe von α und β gleich gross werden, so werden in diesem Fall die Bahnen der Wassertheilchen Kreise, deren Halbmesser $\alpha = \beta = \frac{\mathfrak{H}}{2} e^{-\frac{2\pi}{\lambda} v}$ sind. Diese Halbmesser nehmen nach der Tiefe zu rasch ab; in einiger Tiefe unter der Oberfläche des Wassers herrscht also beinahe Ruhe, während an der Oberfläche eine beinahe stürmende Bewegung vorhanden ist.

Ist die Wassertiefe h im Kanal sehr klein, insbesondere zur Wellenlänge λ, so sind $\frac{2\pi}{\lambda} h$, $\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)$ sehr kleine Grössen, kann man sich also erlauben zu setzen:

$$e^{\frac{2\pi}{\lambda} h} = 1 + \frac{2\pi}{\lambda} h, \qquad e^{-\frac{2\pi}{\lambda} h} = 1 - \frac{2\pi}{\lambda} h$$

$$e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)} = 1 + \frac{2\pi}{\lambda}(h-v), \qquad e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)} = 1 - \frac{2\pi}{\lambda}(h-v)$$

und dann findet man:

$$\left.\begin{array}{l}
\alpha = \frac{\mathfrak{H}}{2} \frac{\lambda}{2\pi h} \\[2ex]
\beta = \frac{\mathfrak{H}}{2} \left(1 - \frac{v}{h}\right. \\[2ex]
x = \frac{\mathfrak{H}}{2} \frac{\lambda}{2\pi h} \sin 2\pi \left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) \\[2ex]
y = \frac{\mathfrak{H}}{2} \left(1 - \frac{v}{h}\right) \cos 2\pi \left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right) \\[2ex]
V = \sqrt{g h}
\end{array}\right\} \quad \cdot \cdot \; (46)$$

Da α von v nicht abhängt, so sind die Horizontalbewegungen der Wassertheilchen in jeder Tiefe des seichten Kanals gleich gross, die Vertikalbewegungen nehmen dagegen nach der Tiefe zu rasch ab, und verschwinden am Boden (für $v = h$) gänzlich. Die Bahnen sind jedoch elliptische. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist in diesem Falle der Quadratwurzel aus der Wassertiefe proportional, was mit den von *Scott Russel* gemachten Erfahrungen nicht stimmt. Derselbe hat für seichte Kanäle gefunden:

$$V = \sqrt{g\,(h + \,.\,.\,)}$$

Elementare Beschreibung der Wellenbewegung.

Mannigfaltigkeit der Wellenbewegungen. Die Wellenbewegungen, welche in einer Flüssigkeit eintreten können, sind äusserst mannigfaltig. Sie richten sich nach der Form des die Flüssigkeit begrenzenden Gefässes, nach den an den Wänden stattfindenden Reibungen, insbesondere aber nach den die Wellenbewegungen anregenden äusseren Kräften. Eine allgemeine analytische Lösung des Problems ist bis jetzt noch nicht gelungen; wir beschränken uns hier darauf, einige von den unendlich vielen möglichen Wellenbewegungen, die im Wasser eintreten können, zu beschreiben.

Wellen in einem Kanal von unbestimmter Länge und unbestimmter Tiefe. Wenn auf das Wasser ausser der Schwere keine äusseren Kräfte einwirken, wenn also namentlich gegen die Oberfläche keine Schläge, Pressungen, Windstösse ausgeübt werden, sondern es ganz sich selbst und der Einwirkung der Schwere überlassen ist: so kann durch gewisse uns nicht bekannte Anregungsweisen ein Bewegungszustand eintreten, der folgende Eigenschaften zeigt.

1. Alle Wassertheilchen beschreiben kreisförmige Bahnen mit übereinstimmender Umlaufsrichtung.

2. Die Wassertheilchen der Oberfläche bewegen sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit in Kreisen von gleichem Halbmesser, deren Mittelpunkte in der horizontalen Ebene liegen, welche die Oberfläche des Wassers bildet, wenn es in Ruhe ist. Die Ebenen der Kreise sind vertikal und parallel zur Längenrichtung des Kanals.

3. Ist e die Entfernung der Mittelpunkte $c\ c_1$ der Kreise, welche zwei Atome $m\ m_1$ der Oberfläche beschreiben und sind φ und φ_1 die Winkel, welche in einem und demselben Augenblick die von den Atomen m und m_1 nach den Mittelpunkten $c\ c_1$ gehenden Radien mit der vertikalen Richtung bilden, so ist $(\varphi_1 - \varphi)$ (der Phasenunterschied) der Entfernung e proportional, d. h. man hat

$$\varphi_1 - \varphi = k\,e \quad \dots\dots\dots \quad (1)$$

Derjenige Werth von e, für welchen der Phasenunterschied 360° oder 2π beträgt, wird die Wellenlänge genannt. Bezeichnen wir dieselbe mit λ, so ist:

$$2\pi = k\lambda, \text{ demnach } k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ und } \varphi_1 - \varphi = 2\pi\frac{e}{\lambda} \quad . \quad . \quad (2)$$

4. Alle Wassertheilchen, welche im Ruhezustand des Wassers in gleicher Tiefe waren, machen ähnliche Bewegungen, wie die Oberflächenatome, nur sind die Halbmesser der Bahnen nach der Tiefe zu kleiner als an der Oberfläche. Die Umlaufsrichtungen und Umlaufszeiten sind in der Tiefe wie an der Oberfläche, und die Phasen aller Atome einer und derselben Vertikallinie stimmen überein.

Diese so eben beschriebene Bewegung wird durch Fig. 4, Taf. XV. anschaulich gemacht.

A B ist die horizontale Ebene des Wassers, wenn es in Ruhe ist. a b c . . . . . i sind 9 gleich weit von einander liegende Mittelpunkte der kreisförmigen Bahnen von 9 Atomen der Wasseroberfläche. a_1 b_1 c_1 . . . . . i_1 gleichzeitige Positionen der Atome in ihren Bahnen. Die Atome a_1 und i_1 befinden sich in den untersten Punkten ihrer Bahnen. Der Phasenunterschied von a_1 und i_1 beträgt 360°. Der Phasenunterschied in zwei unmittelbar auf einander folgenden Bahnen beträgt $\frac{360}{8} = 45°$. Die Umlaufsrichtung kann nach rechts oder nach links erfolgen. In der Zeichnung ist angenommen, dass die Atome rechts umlaufen. Unter dieser Voraussetzung erfolgt die Wellenfortpflanzung von links nach rechts hin und ergeben sich die Phasenwinkel durch eine Linksdrehung; d. h. man muss den Radius $a a_1$ links umdrehen, damit er zuerst mit $b b_1$, dann mit $c c_1$ . . . . . parallel wird. Man nennt 1. den oberhalb des Wasserspiegels befindlichen Theil c_1 e_1 g_1 der Welle „Wellenberg“; 2. den unterhalb befindlichen Theil „Wellenthal“; 3. den höchsten Punkt e_1 der Welle „Wellengipfel“; 4. den tiefsten Punkt a_1 i_1 eines Thales „Thalgrund“. Zieht man durch e eine Vertikallinie C D, so wird durch diese und durch die Horizontale A B die ganze Welle in 4 Theile getheilt. a a_1 c_1 nennen wir die hintere Thalhälfte, c_1 e_1 e die hintere Berghälfte, e_1 e g_1 die vordere Berghälfte, g_1 i i_1 die vordere Thalhälfte.

Nennt man T die Zeit eines Umlaufes eines Atoms in seiner Bahn, so gelangt jedes Atom nach Verlauf der Zeit $\frac{T}{8}$ in seiner Bahn nach einem Ort, der mit demjenigen übereinstimmt, welchen das unmittelbar nachfolgende Atom am Anfang der Zeit $\frac{T}{8}$ einnahm. Man findet daher die Oberfläche der Flüssigkeit nach Verlauf der Zeit $\frac{T}{8}$, wenn man die Figur a_1 b_1 . . . . . i_1 nach horizontaler Richtung um $\frac{\lambda}{8}$ nach rechts verschiebt. Die scheinbare

Bewegung der Welle ist demnach eine gleichförmige Fortbewegung der Form und die Fortbewegungsgeschwindigkeit ist $v = \frac{\frac{\lambda}{8}}{\frac{T}{8}} = \frac{\lambda}{T}$.

In vertikalem Sinn haben alle Oberflächen-Atome der hintern Wellenhälfte eine Bewegung nach abwärts (die hintere Wellenhälfte senkt sich), haben dagegen alle Oberflächen-Atome der vorderen Wellenhälfte eine Bewegung nach aufwärts (die vordere Wellenhälfte erhebt sich). In horizontalem Sinn haben alle Oberflächen-Atome des Wellenberges eine Bewegung nach vorwärts, alle Oberflächenatome des Wellenthals eine Bewegung nach rückwärts.

Die Bewegungen in der Tiefe unterscheiden sich von denen der Oberflächenatome nur durch die Halbmesser der Kreisbahnen, die nach der Tiefe zu nach einem gewissen Gesetz abnehmen. Die Umlaufszeiten und Umlaufrichtungen stimmen bei allen Atomen überein, eben so auch die Phasenwinkel, welche in einer und derselben Vertikallinie vorkommen. In den Vertikallinien a_1 a_2, i_1 i_2 haben die Atome nur horizontale Bewegungen nach rückwärts, in der Vertikallinie c_1 c_2 trifft man nur Bewegungen nach vertikaler Richtung abwärts; in g_1 g_2 nur Bewegungen nach vertikaler Richtung aufwärts. Zwischen a_1 a_2, c_1 c_2 bewegen sich die Atome rückwärts und abwärts. Die Horizontalbewegung nimmt von a_2 nach c_2 hin ab, die Vertikalbewegung nimmt zu. Zwischen c_1 c_2 und e_1 e_2 bewegen sich die Atome abwärts und rechts hin. Zwischen e_1 e_2 und g_1 g_2 rechts hin und aufwärts, endlich zwischen g_1 g_2 und i_1 i_2 links hin und aufwärts.

Wählt man a als Anfangspunkt eines rechtwinkeligen Coordinaten-Systems, AB als Abscissenaxe und eine durch a vertikal abwärts gehende Linie als Ordinatenaxe und setzt (Fig. 5):
$ap = x$, $mp = y$, die Coordinaten eines Punktes m der Oberfläche.
$ac = \xi$, die Abscisse von dem Mittelpunkt c des Kreises, welchen m durchläuft. $cm = \frac{1}{2}\mathfrak{H}$ den Halbmesser des Kreises oder die halbe Wellenhöhe, ψ den Winkel, welchen der Radius cm mit der durch m gehenden Vertikallinie bildet, so ist vermöge der Gleichung

$$\psi = 2\pi\frac{\xi}{\lambda} \text{ und} \tag{2}$$

$$\left.\begin{aligned} x &= \xi + \frac{\mathfrak{H}}{2}\sin 2\pi\frac{\xi}{\lambda} \\ y &= + \frac{\mathfrak{H}}{2}\cos 2\pi\frac{\xi}{\lambda} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \tag{3}$$

Durch Elimination von ξ findet man auch

$$x = \frac{\lambda}{2\pi} \arccos \frac{2y}{\mathfrak{H}} + \frac{\mathfrak{H}}{2} \sqrt{1 - \frac{4y^2}{\mathfrak{H}^2}} \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

Die durch diese Gleichung ausgedrückte Linie wollen wir die „Wellenlinie“ nennen.

Es geht aus der Entstehungsart dieser Linie hervor, dass dieselbe nichts anders ist als die Cycloide, d. h. es ist die Linie, welche ein mit einem Kreis fest verbundener Punkt beschreibt, wenn dieser Kreis auf einer geraden Linie fortgerollt wird. Der Halbmesser des rollenden Kreises ist $\frac{\lambda}{2\pi}$, so dass die Peripherielänge des rollenden Kreises gleich ist der Wellenlänge. Liegt der beschreibende Punkt innerhalb des rollenden Kreises, so ist $\frac{\mathfrak{H}}{2} < \frac{\lambda}{2\pi}$ und dann entstehen gestreckte Cycloiden, wie Taf. XVI., Fig. 1 und 2. Liegt der beschreibende Punkt in der Peripherie des rollenden Kreises, so ist $\frac{\mathfrak{H}}{2} = \frac{\lambda}{2\pi}$ und dann entsteht die gewöhnliche Cycloide Fig. 3. Liegt endlich der beschreibende Punkt ausserhalb des rollenden Kreises, so ist $\frac{\mathfrak{H}}{2} > \frac{\lambda}{2\pi}$ und dann entsteht eine verschlungene Cycloide Fig 4. So wie also die Wellenhöhe wächst, geht ihre Form nach und nach aus Fig. 1 durch Fig. 2 und Fig. 3 in Fig. 4 über.

Die dynamische Theorie der Wellenbewegung gibt noch folgende Resultate.

Nennt man ϱ den Halbmesser des Kreises, welchen ein Atom beschreibt, das sich im Ruhezustand des Wassers in einer Tiefe υ unter der Oberfläche befand und v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle, so ist:

$$\varrho = \frac{\mathfrak{H}}{2} e^{-\frac{2\pi}{\lambda}\upsilon} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Aus (5) sieht man, dass die Bahnhalbmesser nach der Tiefe zu rasch abnehmen. Verschwindend klein werden diese Halbmesser doch erst in der Tiefe υ, die ungefähr halb so gross ist, als die Wellenlänge λ.

Die Laufgeschwindigkeit v der Welle richtet sich nach ihrer Länge λ und ist der Quadratwurzel aus dieser Länge proportional.

Nennt man x_1 und y_1 die Geschwindigkeiten nach horizontaler (rechts hin) und nach vertikaler Richtung (abwärts) eines Atoms, dessen Coordinaten im Ruhezustand ξ und υ sind, so hat man auch:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{2}\,\mathfrak{H}\sqrt{2\,\pi\,\frac{g}{\lambda}}\;e^{-2\,\pi\,\frac{\upsilon}{\lambda}}\cos 2\,\pi\left(\frac{\xi}{\lambda}-\frac{t}{T}\right) \\ y_1 &= \frac{1}{2}\,\mathfrak{H}\sqrt{2\,\pi\,\frac{g}{\lambda}}\;e^{-2\,\pi\,\frac{\upsilon}{\lambda}}\sin 2\,\pi\left(\frac{\xi}{\lambda}-\frac{t}{T}\right) \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; (7)$$

wobei t die Zeit bezeichnet. Die Geschwindigkeit w eines Atoms in seiner Bahn selbst ist $w = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$ oder:

$$w = \frac{1}{2}\,\mathfrak{H}\sqrt{2\,\pi\,\frac{g}{\lambda}}\;e^{-2\,\pi\,\frac{\upsilon}{\lambda}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (8)$$

Um die lebendige Kraft aller Atome einer Welle (vom Grund des Thales bis zum Gipfel des Berges gemessen) zu berechnen, werden wir keinen merklichen Fehler begehen, wenn wir die Geschwindigkeit jedes Atoms der Welle gleich jener setzen, welche den Oberflächenatomen entsprechen, für die $\upsilon = 0$ ist. Dann wird vermöge (8) $\frac{1}{4}\,\mathfrak{H}^2\,2\,\pi\frac{g}{\lambda}$ das Quadrat der Geschwindigkeit jedes Atoms. Nennt man γ das Gewicht eines Kubikmeters Wasser, so ist die Masse eines Wellenstückes von einer längs des Rückens gemessenen Breite β

$$\frac{\gamma}{2\,g}\,\frac{\mathfrak{H}}{2}\,\beta\,\lambda$$

Die lebendige Kraft L der Welle ist demnach:

$$L = \frac{\pi}{8}\,\gamma\,\beta\,\mathfrak{H}^3 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (9)$$

und ist folglich der dritten Potenz der Wellenhöhe proportional.

Wellen in einem Kanal von endlicher aber constanter Tiefe h. Die einfachste von den unendlich vielen möglichen Wellenbewegungen, die in einem geradlinigen Kanal stattfinden können, wenn das Wasser eine Tiefe h hat, unterscheidet sich von der im Vorhergehenden beschriebenen im Wesentlichen nur dadurch, dass die Bahnen aller Atome nicht Kreise, sondern Ellipsen mit horizontalen und vertikalen Axen sind.

Die Halbaxen α und β der Ellipse, welche ein Atom beschreibt, das sich im Ruhezustand in einer Tiefe v unter der Oberfläche des Wassers befand, sind:

$$\alpha = \frac{\mathfrak{H}}{2} \frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \text{ (horizontal)} \quad . \; . \; . \quad (10)$$

$$\beta = \frac{\mathfrak{H}}{2} \frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \text{ (vertikal)} \quad . \; . \; . \; . \quad (11)$$

Für die Theilchen an der Oberfläche ist $v = o$ und werden die Halbaxen

$$\alpha = \frac{\mathfrak{H}}{2} \frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (12)$$

$$\beta = \frac{\mathfrak{H}}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (13)$$

$\mathfrak{H}$ ist mithin die Vertikalaxe der Elipse, welche ein Atom der Oberfläche beschreibt, ist also die Wellenhöhe. Für die Atome am Boden des Kanales, ist $v = h$ demnach

$$\alpha = \frac{\mathfrak{H}}{2} \frac{2}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (14)$$

$$\beta = o \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

Für die Geschwindigkeiten x_1 und y_1 eines Theilchens, dessen Ruhepunkt-Coordinaten ξ und v sind, hat man die Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= -\frac{2\pi}{T}\,\alpha \cos 2\pi\left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) \\ y_1 &= +\frac{2\pi}{T}\,\beta \sin 2\pi\left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (16)$$

Die Laufgeschwindigkeit der Welle ist:

$$V^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \frac{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} - e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}}{e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} + e^{-\frac{2\pi}{\lambda}h}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Die Schwingungen jedes Theilchens entstehen demnach durch die Zusammensetzung zweier Kurbelschwingungen. Der Horizontalschwingung entspricht ein Kurbelhalbmesser α, der Vertikalschwingung ein Kurbelhalbmesser β.

Wellen in einem seichten Kanal. Ist die Wassertiefe h im Verhältniss zu λ sehr klein, hat man es also mit Wellen zu thun im seichten Wasser, so ist $\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)$ und $\frac{2\pi}{\lambda}h$ sehr klein; daher hat man annähernd: $e^{\frac{2\pi}{\lambda}(h-v)} = 1 + \frac{2\pi}{\lambda}(h-v)$, $e^{\frac{2\pi}{\lambda}h} = 1 + \frac{2\pi}{\lambda}h$

und dann geben die Gleichungen (10) bis (17)

$$\alpha = \frac{1}{4}\,\frac{\lambda}{\pi}\,\frac{\mathfrak{H}}{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

$$\beta = \frac{1}{2}\,\mathfrak{H}\,\frac{(h-v)}{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

$$V = \sqrt{g\,h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

$$x_1 = -\frac{2\pi}{T}\,\alpha \cos 2\pi\left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

$$y_1 = +\frac{2\pi}{T}\,\beta \sin 2\pi\left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

Die Horizontalaxen aller Bahnen sind also constant, die Vertikalaxen nehmen nach der Tiefe zu ab. Die Laufgeschwindigkeit der Wellen ist der Quadratwurzel aus der Wassertiefe proportional.

Wellenkreuzungen und Wellendeckungen. Wenn in einer Wasserfläche von unbestimmter Horizontalausdehnung zwei Wellen zusammentreffen, so entsteht eine Zusammensetzung der Wellen. Die Laufrichtungen zweier Wellen können 1. übereinstimmen, 2. entgegengesetzt sein, 3. einen beliebigen Winkel einschliessen. Es seien, Fig. 5 und 6, $\mathfrak{W}$ und $\mathfrak{W}_1$ zwei nach einerlei Richtung fortlaufende Wellen. Die Geschwindigkeit von $\mathfrak{W}$ sei grösser als jene von $\mathfrak{W}_1$, so wird $\mathfrak{W}$ mit $\mathfrak{W}_1$ zusammentreffen.

$\mathfrak{H}$ ist die hintere, $\mathfrak{V}$ die vordere Hälfte der Welle $\mathfrak{W}$. $\mathfrak{H}_1$ ist die hintere, $\mathfrak{V}_1$ die vordere Hälfte der Welle $\mathfrak{W}_1$. Die vertikale Bewegung der Wasseratome ist in $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{H}_1$ nach abwärts, in $\mathfrak{V}$ und $\mathfrak{V}_1$ nach aufwärts gerichtet. Wenn nun die Wellen zusammentreffen, tritt zuerst ein Zeitmoment ein, in welchem $\mathfrak{V}$ und $\mathfrak{H}_1$ übereinanderfallen. In diesem Moment heben sich die Bewegungen in vertikalem Sinn ganz auf und es ensteht die Erscheinung Taf. XVII., Fig. 1.

Gehen die Wellen weiter fort, so tritt ein Moment ein, in welchem $\mathfrak{W}$ mit $\mathfrak{W}_1$, $\mathfrak{H}$ mit $\mathfrak{H}_1$ zusammenfällt. Dann summiren sich die Bewegungen von $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{H}_1$ und von $\mathfrak{V}$ und $\mathfrak{V}_1$. Es tritt die Erscheinung ein, welche Fig. 2 zeigt. Es entsteht nämlich ein hoher Wellenberg und entstehen zwei tiefe Wellenthäler.

Zuletzt tritt ein Moment ein, in welchem $\mathfrak{H}$ mit $\mathfrak{V}_1$ zusammenfällt. Dann tritt die Erscheinung ein, welche Fig. 3 zeigt.

Kommt endlich A nach B_1, so stehen die Wellen nebeneinander und beginnt die Welle $\mathfrak{W}$ der Welle $\mathfrak{W}_1$ zu entlaufen.

Betrachten wir nun den Fall, wenn die Laufrichtungen der beiden Wellen einander entgegengesetzt sind. Fig. 4 und 5.

Dann zeigen sich folgende Erscheinungen. Zuerst wenn $\mathfrak{V}$ mit $\mathfrak{V}_1$ zusammenfällt, entsteht in der Mitte eine horizontale Ebene, Fig. 6. Hierauf, wenn die Wellen sich ganz decken, ist eine einzige Welle mit einem hohen Berg und mit zwei tiefen Thalhälften vorhanden, Fig. 7.

Zuletzt, wenn $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{H}_1$ übereinander fallen, entsteht abermals eine mit Fig. 8 übereinstimmende Form. Die Bewegungsrichtungen sind denen der Fig. 6 entgegengesetzt.

Die äusseren Erscheinungen sind, wie die Figuren zeigen, die gleichen, wenn die beiden Wellen nach gleichen Richtungen laufen oder nach entgegengesetzten. Allein die Geschwindigkeitsrichtungen der Atome sind in den beiden Fällen verschieden. Im Wellenberg Fig. 2 haben die Atome in den beiden Hälften entgegengesetzte Richtungen; in der Welle Fig 7 haben die Atome keine Vertikalgeschwindigkeit.

Durchkreuzen sich zwei Wellen, deren Laufrichtungen einen beliebigen Winkel bilden, so treten ähnliche Erscheinungen wie die in Vorhergehendem beschriebenen ein. Sind z. B. $f\,f_1$, Fig. 9, die Laufrichtungen der zwei Wellen, so fallen in a die beiden Vorderhälften, in b die beiden Hinterhälften übereinander, in c und d dagegen fällt die vordere Hälfte der einen Welle mit der hinteren Hälfte der anderen zusammen. In a und b bilden sich daher hohe Berge, in c und d dagegen heben sich die Bewegungen theilweise oder vollständig auf, so dass in c und d beinahe Ebenen vorhanden sind.

Der wesentlichste Erfolg des Zusammentreffens oder der Durchkreuzung zweier Wellen besteht, wie man sieht, in allen Fällen in der Bildung eines hohen Wellenberges und tiefen Wellenthales.

Zurückwerfung der Wellen. Stehende Schwingungen. Wenn eine Welle gegen eine vertikale Wand anläuft, wird sie so zu sagen in horizontalem Sinn zusammengedrückt, wodurch der Wellenberg nahe doppelt so hoch und das Wellenthal doppelt so tief wird, als vor dem Anschlagen. Zuletzt, wenn das Anprallen geschehen ist, bildet sich eine von der Wand weglaufende Welle von der gleichen Höhe und Breite wie die anlaufende. Allein, weil die Laufrichtung der zurückgeworfenen Welle entgegengesetzt ist, so ist in der zurückgeworfenen Welle die Umlaufsrichtung der Atome entgegengesetzt der Umlaufsrichtung in der anlaufenden Welle.

Wenn gegen eine vertikale Wand in gleichen Zeitintervallen fort und fort Wellen anlaufen, so werden sie zurückgeworfen, kommen aber mit den fort und fort anlaufenden Wellen in Conflikt, und es entstehen sogenannte stehende, d. h. nicht fortschreitende Wellen, in welchen hohe Wellenberge und tiefe Wellenthäler auftreten. In diesen stehenden Wellen kommen keine Horizontalbewegungen, sondern nur Vertikalbewegungen vor.

Wenn eine Meereswelle über einen seichten Strand hinläuft, werden die unteren Wassertheilchen durch die Reibung am Boden zurückgehalten, die Laufgeschwindigkeit wird dadurch am Boden geringer als im Wellengipfel, was zur Folge hat, dass sich die ganze Welle gegen das Ufer hindrängt, und dass der Wellengipfel nach der vorderen Fläche der Welle herabfällt, die Welle überstürzt sich und es entsteht die Erscheinung, welche man Brandung nennt.

Entstehung und Wachsen der Wellen. Die Wellen eines Sees oder des Meeres werden bekanntlich durch den Wind angeregt, dessen Richtung in der Regel von der horizontalen Richtung nur wenig abweicht. Wenn der Wind mit gleicher Geschwindigkeit gegen alle Punkte einer ausgedehnten Wasserfläche hinbläst, kann durch den Winddruck selbst keine Welle entstehen. Wenn dagegen der Wind stossweise und gegen verschiedene Theile der Wasserfläche mit ungleicher Geschwindigkeit hinbläst, werden die Stellen, wo der Druck gross ist, niedergedrückt, jene, wo der Druck klein ist, gehoben, und dadurch entstehen Wellenformen, die nach der Richtung des Windes fortlaufen. Diese Wellen sind aber stets mit ganz kleinen Wellchen überdeckt, die durch die Reibung der Luft an der Wasserfläche entstehen. Aber so wie sich einmal grössere Wellen gebildet haben, die mit kleinen Wellenschuppen überdeckt sind, bewirkt die fernere Einwirkung des Windes ein Wachsen der Wellen; denn der Wind übt gegen die hinteren Wellenhälften, die stets im Sinken begriffen sind, einen grösseren Druck aus, als gegen die vorderen stets im Steigen begriffenen Wellenhälften (Siehe Fig. 10), was zunächst eine Vertiefung des Thales und in Folge dessen eine Erhöhung des Berges zur Folge hat. Die Wellen wachsen daher mit der Dauer der Einwirkung des Windes, und da diese Dauer bei einer ausgedehnten Wasserfläche grösser sein kann, als bei einer Wasserfläche von beschränkter Ausdehnung, so erklärt es sich, dass die Wellen auf grösseren Seen mächtiger sind, als auf kleineren Seen und dass sich auf den Meeren die Mächtigkeit der Wellen nach der Ausdehnung der Meere richtet. Die Höhe der Wellen beträgt auf einem kleinen Bache einige Centimeter, auf einem kleinen See 0·2 Meter, auf einem See von mittlerer Grösse, wie z. B. dem Vierwaldstädtersee 0·6 Meter, auf dem Bodensee bereits circa 1·2 Meter, im adriatischen Meer bei starkem Sturm circa 5 Meter; im grossen Ocean bei starkem Sturm 10 Meter. Der Wind bringt jedoch nur dann eine Vergrösserung der Wellen hervor, wenn seine Richtung mit der des Wellenlaufes übereinstimmt. Bläst er dem Wellenlauf entgegen, so wirkt er auf die vordere steigende Wellenhälfte stärker ein, als auf die hintere fallende Hälfte, es muss daher in diesem Falle eine Schwächung der Wellen eintreten. Wellenverstärkungen treten auch noch ein, wenn Durchkreuzungen oder Uebereinanderlagerungen von Wellen stattfinden, also insbesondere, wenn die Windrichtung wechselt, so dass Wellen entstehen, die nach verschiedenen Richtungen fortlaufen und sich begegnen. Bei heftigem anhaltenden, aber oftmals seine Richtung wechselnden Wind entsteht ein wahres Wellenchaos von durcheinanderlaufenden und sich wechselseitig verstärkenden Wellen; es entsteht derjenige Zustand, den man Aufruhr zu nennen pflegt, und wehe den Schiffen, die demselben preisgegeben sind.

Erfahrungen über die Wellenbewegung im Meere. Die Wellenhöhe $\mathfrak{H}$ richtet sich nach der Vehemenz und Dauer der Einwirkung des Windes. Zahlreichere Beobachtungen über die Höhe, Länge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Meereswellen sind nicht bekannt.

A. G. Findley gibt an, dass die Laufgeschwindigkeit von Wellen von 94 bis 125 Meter Länge 11 bis 15 Meter betrage. Unsere Formel (6) gibt für $g = 9·808$, $\pi = 3·142$, $\lambda = 125$: $V = 14$ Meter, was mit den Angaben nahe übereinstimmt.

David Thomson hat Wellen von 160 Meter Länge beobachtet, die mit 15·7 Meter Geschwindigkeit fortliefen. Unsere Formel (6) gibt für $g = 9{\cdot}808$, $\pi = 3{\cdot}142$, $\lambda = 160$: $V = 15{\cdot}78$, was ebenfalls gut stimmt.

Die grösste Wellengeschwindigkeit hat *Wollaston* beobachtet; diese beträgt 32 Meter pro 1 Sekunde und es entspricht dieselbe nach Gleichung (6) einer Wellenlänge $\lambda = \frac{2\pi V^2}{g} = 660$ Meter.

Die Fregatte Venus beobachtete Wellen von 150 Meter Länge. Die grösste Wellenhöhe, welche beobachtet wurde, betrug 7 bis 10 Meter.

Nach diesen wenigen Erfahrungen können wir annehmen, dass die mächtigsten im grossen Ocean bei heftigen andauernden Stürmen vorkommenden Wellen eine Höhe von 10 Meter, eine Länge von 150 Meter und eine Laufgeschwindigkeit von 15 Meter haben. Durch Wellenkreuzungen und Deckungen können also möglicher Weise Wellen von circa 20 Meter Höhe entstehen.

Die Bewegungen eines Schiffes.

Zerlegung der Bewegung. Ein auf welligem Wasser fahrendes Dampfschiff ändert in jedem Augenblick nicht nur seinen Ort, sondern auch seine Lage, und ist in dynamischer Hinsicht als ein fester Körper zu betrachten, der innerhalb gewisser Grenzen in jedem Sinne frei beweglich ist. Die totale Bewegung, welche möglicher Weise in einem solchen Körper eintreten kann, und die auch, wenigstens auf dem Meere, in der Bewegung der Schiffe eintritt, kann in sechs elementare Bewegungen zerlegt werden, von denen drei die Bewegungen des Schwerpunktes, die drei andern die Drehungen um drei durch den Schwerpunkt gehende auf einander senkrecht stehende Axen bestimmen. Denken wir uns durch den Schwerpunkt s des Schiffes drei Axen gelegt. Die erste s_x parallel mit der Kiellinie (Längenaxe), die zweite s_y parallel mit der Breitenrichtung (Queraxe), die dritte s_z senkrecht auf die beiden ersteren (Vertikalaxe), so können wir die in einem beliebigen Zeitaugenblick möglicher Weise vorhandenen Bewegungen in folgende Elementarbewegungen zerlegen: 1. die Fortbewegung des Schwerpunktes nach der Längenrichtung des Schiffes im Sinn von s_x; 2. die Bewegung des Schwerpunktes nach der Richtung der Axe s_y (die Abtrifft); 3. Die vertikale Oscillation des Schwerpunktes (das Wogen); 4. die Drehung des Schiffes um die Axe s_x (das Wanken); 5. die Drehung des Schiffes um die Queraxe o_y (das Nicken); 6. die Drehung des Schiffes um die Axe s_z (das Schlingern).

Von diesen sechs Bewegungen bringt nur die erstere einen nützlichen Erfolg hervor, alle anderen Bewegungen sind in der Regel nachtheilig, mit Ausnahme der Drehungen um die Vertikalaxe, wenn die Fahrrichtung des Schiffes vermittelst des Steuerruders verändert werden soll. Die Abtrifft ist für Meerschiffe sehr nachtheilig, weil sie nicht leicht verlässlich gemessen werden kann, daher dadurch die Ortsbestimmung des Schiffes sehr irrig ausfallen kann. Diese Abtrifft wird durch Wind und Wellen hervorgebracht, wenn sie von der Seite, also nach der Richtung $\pm s_y$ einwirken. Die Vertikaloscillationen sind am wenigsten schädlich, sie erwecken jedoch Raumschwindel und veranlassen dadurch die sogenannte Seekrankheit. Das Wanken und Nicken, insbesondere wenn sie mit Heftigkeit eintreten, erschweren die Bewegungen der Personen im Schiffe und machen sie selbst unmöglich, rütteln ferner alles Bewegliche durcheinander, können aber auch Mastenbrüche veranlassen. Wenn z. B. ein mächtiger Wellenberg gegen den vorderen Theil des Schiffes einwirkt, wird das Schiff plötzlich vorn in die Höhe gerissen, die Masten können aber dieser Bewegung nicht schnell genug folgen und brechen deshalb, wenn sie nicht durch Thaue oder Ketten nach der Länge sehr fest gehalten sind.

Es kommt also darauf an, das Schiff in der Weise herzustellen und einzurichten, dass die fortlaufende Bewegung möglichst begünstigt wird, und dass es sich mit Leichtigkeit vermittelst des Steuerruders um eine Vertikalaxe drehen lässt (Steuerbarkeit), dass dagegen alle übrigen Bewegungen in einem möglichst schwachen Maasse auftreten.

Die Fahrbewegung nach der Längenrichtung des Schiffes. Diese richtet sich nach der Kraft, mit welcher die Treibapparate (Ruderräder, Schrauben) vermittelst der Dampfmaschine gegen das Wasser wirken, und nach dem Widerstand, mit dem das Wasser der Fortbewegung des Schiffes entgegenwirkt. Diesen Widerstand wollen wir zunächst zu ermitteln suchen. Allein dies ist eine sehr schwierige Aufgabe, die bis jetzt weder durch die Theorie, noch durch Erfahrungen mit Genauigkeit gelöst werden konnte. So viel ist wohl klar, dass sich dieser Widerstand richtet 1. nach der Hauptdimension des eingetauchten Theiles, nämlich nach Breite, Länge und Tauchung; 2. nach der Form des eingetauchten Theiles; 3. nach der Geschwindigkeit des Schiffes; 4. nach dem Bewegungszustand des Wassers. Aber in welcher Weise diese Elemente zusammenwirken, konnte mit Verlässlichkeit bis jetzt noch nicht aufgefunden werden, wir müssen uns daher mit Wahrscheinlichkeiten begnügen.

Der Widerstand, welchen ein Schiff vermöge seiner Grösse, Form und Geschwindigkeit verursacht, spricht sich offenbar in dem Bewegungszustand aus, der im Wasser hinter dem fahrenden Schiff vorhanden ist. Wäre dieses absolut ruhig, so würde die Bewegung des Schiffes durch das Wasser gar keinen oder nur Reibungswiderstand verursachen. Im Gegentheil muss der Widerstand sehr gross sein, wenn das Wasser hinter dem Schiff einen welligen, wirbelnden, tumultuarischen Zustand zeigt; denn die totale lebendige Kraft, welche diesem Zustand entspricht, muss die das Schiff treibende Kraft hervorbringen, dieser Theil der Kraft geht also für die Fortbewegung verloren. Der hinter dem Schiff im Wasser zurückbleibende Bewegungszustand muss sich zunächst offenbar nach der Form des eingetauchten Theiles richten. Eine parallelepipedische Form würde offenbar einen grossen Widerstand verursachen, denn die vordere Stirnfläche stösst das Wasser vor sich her, staut es auf und veranlasst die Bildung eines Wasserberges. Am hinteren Ende dagegen bildet sich eine muldenförmige Vertiefung, in welche das Wasser von den Seiten und von hintenher hineinstürzt und dann tumultuarisch durcheinander wirbelt. Die Form des eingetauchten Theiles des Dampfschiffes ist aber nicht eine parallelepipedische, sondern ist in der Weise gebildet, dass die Horizontalschnitte sanft geschwungene, der Wellenlinie ähnliche Linien sind. Diese Form hat zur Folge, dass vorn am Schiff kein Wasserberg und hinten kein Wasserthal entstehen kann, und dass die Wasseratome nur veranlasst werden, zuerst von der mittleren Ebene des Schiffes weg seitlich heraus und dann wieder bis an die mittlere Ebene zurückzuschwingen, wo sie dann beinahe ohne Geschwindigkeit ankommen. Bei diesen geschwungenen Formen kann daher das Wasser hinter dem Schiff nur wenig bewegt sein, und folglich verursachen diese Schiffe durch ihre Form nur einen äusserst geringen Widerstand. Allein derlei geschwungene Linien kann man unendlich viele verzeichnen, es entsteht also die Frage, welche spezielle Schwingungsform die beste ist, und diese Frage vermögen wir nicht zu beantworten; werden aber doch in der Folge, wenn von der Bestimmung der Schiffsformen die Rede sein wird, dasjenige aussprechen, was uns das Wahrscheinlichste zu sein scheint. Einstweilen nehmen wir also als wahrscheinlich an, dass bei den Dampfschiffen die Form der Schiffe selbst nur einen sehr kleinen Widerstand veranlassen kann. Nun ist aber ferner einzusehen, dass der Widerstand bei grossen Schiffen von guter Form verhältnissmässig kleiner sein muss, als bei kleinen Schiffen von guter Form, indem bei grossen Schiffen die Horizontalschnitte sanfter gekrümmt sind als bei kleinen Schiffen. Es ist daher bei kleinen Schiffen viel schwieriger, eine gute Schiffsform zu finden, als bei grossen Schiffen. Das heisst, bei kleinen Schiffen ist die Form des Schiffes noch mehr zu beachten, als bei grossen Schiffen. Dieser Ausspruch wird auch durch die Erfahrung bewiesen, wie wir später zeigen werden.

Nehmen wir für einen Augenblick an, die Horizontalschnitte des Schiffes seien nach Wellenlinien geformt, und berechnen wir die Geschwindigkeit, mit welcher die mit dem Schiff in Berührung bleibenden Wasseratome aus- und einoscilliren.

Vermöge der Gleichung (7) Seite 164 wird die Geschwindigkeit y_1 der Bewegung eines oscillirenden Atoms am grössten, wenn $v = o$, $2\pi\left(\frac{\xi}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) = \frac{\pi}{2}$ und diese grösste Geschwindigkeit beträgt:

$$\frac{1}{2}\mathfrak{H}\sqrt{2\pi\frac{g}{\lambda}} = \frac{1}{2}\mathfrak{H}\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2} = \frac{1}{2}\mathfrak{H}\frac{2\pi}{\lambda}V = \pi\frac{\mathfrak{H}V}{\lambda}.$$

Allein wenn die Wellenlinie mit dem Horizontalschnitt des Schiffes übereinstimmt, ist: $\mathfrak{H} = \frac{1}{2}B$, $\lambda = L$. Demnach wird jene grösste Geschwindigkeit: $\frac{\pi}{2}\frac{BV}{L}$. Dieser Ausdruck gibt uns mehrere nicht unwichtige Aufschlüsse. Es ist, wenn auch nicht eine Gewissheit, aber doch sicherlich eine Wahrscheinlichkeit, dass die hinter dem Schiff zurückbleibenden Bewegungen um so lebhafter sein werden, je schneller die Wassertheilchen aus- und einschwingen müssen, d. h., je grösser $\frac{\pi}{2}\frac{BV}{L}$ ist. Dieser von der Form des Schiffes herrührende, verhältnissmässig kleine Widerstand richtet sich also, wie man sieht, auch nach dem Verhältniss zwischen der Breite und Länge des Schiffes und nach der Fahrgeschwindigkeit. Fährt ein Schiff langsam, so schwingen die Wasseratome so langsam auseinander und wieder zusammen, dass sie zuletzt fast ohne Geschwindigkeit an ihren ursprünglichen Ort zurückkehren, wenn auch das Schiff verhältnissmässig zur Länge breit ist und die Schiffsform nicht besonders ausgebildet ist Wenn dagegen ein Schiff sehr schnell fährt, so kann der von der Grösse und Form herrührende Widerstand nur dann klein ausfallen, wenn das Schiff im Verhältniss zur Länge schmal ist und wenn die Horizontalschnittslinien des eingetauchten Theiles insbesondere bei kleinen Schiffen sehr glücklich oder geschickt gewählt sind.

Aber nebst diesem von der Form des Schiffes herrührenden

Widerstande verursacht noch die Reibung des Wassers an dem eingetauchten Theil der Schiffsoberfläche einen Widerstand, der viel beträchtlicher ist, als man bisher angenommen hat. Dieser Reibungswiderstand kann mit ziemlicher Verlässlichkeit wie der Reibungswiderstand des in einem Kanal fliessenden Wassers berechnet werden. Nennt man F den eingetauchten Theil der Schiffsoberfläche, U die relative Geschwindigkeit des Schiffes gegen das Wasser, so ist der Widerstand:

$$W = 1000\, F \left(\alpha\, U + \beta\, U^2 \right) \text{ Kilgr.} \quad \ldots \quad (1)$$

wobei α und β Constante sind. Für Geschwindigkeiten von 4 bis 6 Meter, wie sie bei Dampfschiffen vorkommen, ist das Glied $\alpha\, U$ gegen $\beta\, U^2$ sehr klein, kann also vernachlässigt werden. Wir können daher für Dampfschiffe setzen:

$$W = 1000\, F \beta\, U^2 \quad \ldots \quad (2)$$

Nennen wir B, L, T Breite, Länge und Tauchung des Schiffes, so ist mit hinreichender Genauigkeit

$$F = \frac{2}{3}\, L B + 2\, L T = B T \left[\frac{2}{3} \frac{L}{T} + 2 \frac{L}{B} \right]$$

Demnach wird:

$$W = 1000\, \beta\, B\, T \left[\frac{2}{3} \frac{L}{T} + 2 \frac{L}{B} \right] U^2 \quad \ldots \quad (3)$$

oder wenn wir setzen:

$$k = 1000\, \beta \left[\frac{2}{3} \frac{L}{T} + 2 \frac{L}{B} \right] \quad \ldots \quad (4)$$

$$B\, T = \Omega \quad \ldots \quad (5)$$

so wird:

$$W = k\, \Omega\, U^2 \quad \ldots \quad (6)$$

Nach den vorhergegangenen Untersuchungen dürfen wir als wahrscheinlich annehmen: 1. dass bei Dampfschiffen mit geschwungener Form der Horizontalschnitte der von der Schiffsform herrührende Widerstand unbedeutend ist; 2. dass der Widerstand bei kleineren Schiffen verhältnissmässig grösser ist, als bei grossen Schiffen; 3. dass der Widerstand von Dampfschiffen vorzugsweise durch die Reibung des Wassers an der Schiffswand hervorgebracht wird. Die Richtigkeit dieser hypothetischen Annahmen sind wir nicht in der Lage direkt zu beweisen; es fehlen leider direkte Versuche über den Widerstand der Schiffe. Derlei Versuche könnte man heut zu Tage auf folgende Weise ohne Schwierigkeiten anstellen. Man beseitige von dem Schiffe, dessen Widerstand durch Versuche man bestimmen will, den Treibapparat (Räder oder Schraube), bringe am Vordertheil einen genauen, aber für grosse Zugkräfte construirten Federdynamometer an, nehme das Schiff in das Schlepptau eines Dampfers, beobachte am Dynamometer die Zugkraft und messe die Fahrgeschwindigkeit. Jeder Versuch wird die zusammengehörigen Werthe von B, T, L, U, W geben und man könnte dann aus Formel (3) den Werth β berechnen. Sind unsere Annahmen hinsichtlich des Widerstandes richtig, so würde man für β nicht einen constanten, sondern mit der Grösse des Schiffes abnehmenden Werth finden, und man würde dann wohl die Abhängigkeit des Werthes von β von der Grösse des Schiffes auffinden können. Da aber derlei Versuche nicht angestellt worden sind, so müssen wir suchen, die Richtigkeit unserer Hypothese und die Werthe von β auf indirektem Wege zu bestimmen, was in der Folge geschehen soll.

Treibapparat mit Dampfmaschine und Schaufelrädern. Betrachten wir nun das Forttreiben eines Schiffes vermittelst Ruderrädern, die durch eine im Schiff aufgestellte Dampfmaschine bewegt werden.

Nennen wir:

L B T Länge, Breite, Tauchung des Schiffes,

$\Omega = B\,T$ das dem eingetauchten Theil des Hauptspantes umschriebene Rechteck,

Ω_1 die Summe der Flächen zweier Schaufeln,

u die relative Geschwindigkeit des Schiffes gegen das Wasser,

v die relative Geschwindigkeit des Umfanges eines Schaufelrades gegen das Schiff,

k_1 einen Coeffizienten zur Berechnung des Druckes der Schaufeln gegen das Wasser,

N_r N_n den realen und den nominalen Nutzeffekt der das Schiff treibenden Dampfmaschine, in Pferdekräften ausgedrückt.

Vermöge des hypothetisch aufgestellten Ausdruckes (6) ist:

$$k\,\Omega\,u^2 \quad \dots\dots\dots\dots \quad (7)$$

der Widerstand des Schiffes. Der Druck der Schaufeln der Ruderräder gegen das Wasser darf dem Quadrat $(v-u)^2$ der relativen Geschwindigkeit der Schaufeln gegen das Wasser und der Fläche

Ω_1 zweier Schaufeln proportional gesetzt werden, kann daher ausgedrückt werden durch:

$$k_1\ \Omega_1\ (v - u)^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Da im Beharrungszustand der Bewegung dieser Druck der Schaufeln gegen das Wasser gleich sein muss dem Widerstand des Schiffs, so hat man:

$$k\ \Omega\ u^2 = k_1\ \Omega_1\ (v - u)^2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Hieraus folgt:

$$\frac{v}{u} = 1 + \sqrt{\frac{k\ \Omega}{k_1\ \Omega_1}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

Die Kraft, mit welcher die Radumfänge getrieben worden, ist gleich dem Widerstand $k\ \Omega\ u^2$, und die Geschwindigkeit, mit welcher dieser Widerstand überwunden wird, ist v; man hat daher:

$$75\ N_r = k\ \Omega\ u^2\ v$$

oder:

$$75\ N_n \left(\frac{N_r}{N_n}\right) = k\ \Omega\ u^3 \left(\frac{v}{u}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

und

$$N_n = \frac{k\ \Omega\ u^3 \left(\frac{v}{u}\right)}{75 \left(\frac{N_r}{N_n}\right)} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

$$u = \sqrt[3]{\left\{ \frac{75\ N_n}{k\ \Omega}\ \frac{\left(\frac{N_r}{N_n}\right)}{\left(\frac{v}{u}\right)} \right\}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

Aus (12) ersieht man, dass die Kraft der Maschine dem Widerstandscoeffizienten k, dem Rechteck Ω und dem Kubus der Schiffsgeschwindigkeit direkt proportional ist und ferner noch von dem Verhältniss $\frac{v}{u}$ abhängt. Hiernach erkennt man, dass der Transport zu Wasser sehr günstig ist, wenn kleine Geschwindigkeiten, sehr ungünstig dagegen, wenn grosse Geschwindigkeiten verlangt werden. Auf Eisenbahnen ist der Hauptwiderstand unabhängig von der Fahrgeschwindigkeit, daher kommt es, dass die Flussdampfschifffahrt mit den Eisenbahnen nicht mehr conkurriren kann, wenn es sich um schnelle Förderung handelt, dass dagegen der langsame Lastentransport auf Kanälen billiger ist, als auf

Eisenbahnen. Die Gleichung (12) zeigt, dass es vortheilhaft ist, wenn $\frac{v}{u}$ klein ausfällt, dies ist aber, wie der Ausdruck (10) zeigt, der Fall, wenn Ω_1 im Verhältniss zu Ω gross ist, d. h. wenn die Schaufeln der Ruderräder im Verhältniss zum Flächeninhalt des eingetauchten Theiles des Hauptspantes gross sind. Das Verhältniss $\frac{v}{u}$ bestimmt den Kraftverlust, welcher durch die unvollkommene Wirkung der Ruderräder entsteht. Der Druck der Räderschaufeln gegen das Wasser ist genau gleich dem Schiffswiderstand. Der Effekt, welcher dem Druck der Ruderräder entspricht, d. h. der Effekt der Maschine würde also nur dann gleich sein dem Effekt, welcher der Ueberwindung des Schiffswiderstandes entspricht, wenn die Geschwindigkeit v der Schaufeln gleich wäre der Fahrgeschwindigkeit u des Schiffes. In der Regel ist bei den Dampfschiffen $\frac{v}{u} = 1{\cdot}4$, ist demnach wegen der Ruderräder der Effekt, welchen die Maschinen zu entwickeln haben, 1·4 mal grösser, als jener, der der Ueberwindung des Schiffswiderstandes entspricht, oder durch die Schaufeln gehen $\left(1 - \frac{1}{1{\cdot}4}\right)$ oder circa 30 % an Kraft verloren.

Wir wenden uns nun zur indirekten Bestimmung des Widerstands-Coeffizienten β vermittelst Thatsachen.

Aus (4) und (12) folgt durch Elimination von k

$$\frac{1000\,\beta}{\left(\frac{N_r}{N_n}\right)} = \frac{75\,N_n}{\Omega\,u^3\left(\frac{v}{u}\right)\left(\frac{2}{3}\,\frac{L}{T} + 2\,\frac{L}{B}\right)} \quad \ldots\ldots \quad (14)$$

Diese Gleichung kann gebraucht werden, um den Coeffizienten β oder $\frac{1000\,\beta}{\left(\frac{N_r}{N_n}\right)}$ zu bestimmen, wenn von einem Schiffe die Dimensionen $L\,B\,T$, die Nominalpferdekraft, das Verhältniss $\frac{v}{u}$ und die Fahrgeschwindigkeit bekannt sind.

Die folgende Tabelle enthält reine Thatsachen und gibt für eine grössere Anzahl von Schiffen von sehr abweichender Grösse und Hauptverhältnisse ihrer Dimensionen alle Werthe von L, B, T, Ω, N_n.

Dimensionen verschiedener Schiffe

und

Kraft ihrer Maschinen.

Benennung des Schiffes.	N_n	L	B	H	T	Ω	u	$\frac{L}{B}$	$\frac{N_n}{\Omega}$
St. Pierre . . .	12	21·0	3·38	1·1	1·3	2·73	3·34	6·2	4·4
Unbekannt . . .	20	24·0	4·16	1·1	1·3	5·41	3·86	5·6	3·7
Estaffette . . .	50	27·7	4·98	1·6	1·82	9·06	4·28	5·6	5·5
Mercurio . . .	80	38·7	6·24	2·38	2·55	16·00	4·28	6·2	5·0
Gulnare	100	34·7	6·94	2·57	2·67	18·53	4·50	5·00	5·4
Phocéen	120	49·4	7·12	2·25	2·50	17·80	5·04	6·90	6·7
Mentor	160	50·1	8·19	3·08	3·33	27·27	4·73	6·12	6·0
Medea	220	52·9	9·66	3·6	3·82	36·90	4·94	5·50	6·0
Vier Schiffe, welche die Saône befahren . . 1)	70	60	5·00	—	0·70	3·50	4·91	12	20
2)	120	67	4·10	—	0·70	2·87	5·50	16	42
3)	200	80	4·00	—	0·80	3·20	6·08	20	62
4)	240	80	4·10	—	0·75	3·01	6·17	20	80
Great Western .	450	64	10·8	4·26	5·08	54·86	6·20	6·4	8·2
British Queen . .	500	75	12·2	4·26	5·05	61·61	6·16	6·1	8·1
President . . .	540	73	12·5	4·38	5·18	64·75	6·20	6·0	8·3
Great Eastern . .	3100	209	25·3	18·0	8·5	215	6·1	8·0	14·4

Setzen wir $\frac{v}{u} = 1{\cdot}4$, $\frac{N_r}{N_n} = 1{\cdot}5$, so geben diese Thatsachen vermittelst der Gleichung (14) folgende Resultate:

Benennung des Schiffes.	N_n.	$\frac{1000\,\beta}{\left(\frac{N_r}{N_n}\right)}$	$1000\,\beta$
1. St. Pierre	12	0·26	0·39
2. Unbekannt	20	0·15	0·23
3. Estaffette	50	0·18	0·27
4. Mercurio	80	0·15	0·23
5. Gulnare	100	0·15	0·23
6. Phocéen	120	0·12	0·18
7. Mentor	160	0·13	0·20

Benennung des Schiffes.		N_n	$\frac{1000\,\beta}{\left(\frac{N_r}{N_n}\right)}$	$1000\,\beta$
8. Medea		220	0·13	0.20
9.	Schiffe der Saône Nr. 1	70	0·14	0·21
10.	" 2	120	0·14	0·21
11.	" 3	200	0·13	0·20
12.	" 4	240	0·16	0·24
13. Great Western		450	0·09	0·14
14. British Queen		500	0·08	0·12
15. President		540	0·09	0·14
16. Great Eastern		3100	0·10	0·15

Diese Rechnung zeigt, dass der Widerstandcoeffizient $1000\,\beta$ mit der Grösse der Maschinenkraft oder mit der Grösse des Schiffs abnimmt, was wir früher vorausgesetzt haben. Durch eine graphische Darstellung der in dieser Tabelle enthaltenen Werthe von $\frac{1000\,\beta}{\left(\frac{N_r}{N_n}\right)}$ findet man dass sich dieselben ausdrücken lassen durch:

$$\frac{1000\,\beta}{\left(\frac{N_r}{N_n}\right)} = \alpha = 0{\cdot}1\left(1 + e^{-\frac{N_n}{165}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

$$1000\,\beta = 0{\cdot}15\left(1 + e^{-\frac{N_n}{165}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Vermittelst dieses Werthes von $\alpha = \frac{1000\,\beta}{\left(\frac{N_r}{N_n}\right)}$ erhalten wir nun:

wegen (4) $k = 1{\cdot}5\left(1 + e^{-\frac{N_n}{165}}\right)\left(\frac{2}{3}\frac{L}{T} + 2\frac{L}{B}\right) \quad \ldots\ldots \quad (17)$

wegen (14) $75\,N_n = 0{\cdot}1\left(1 + e^{-\frac{N_n}{165}}\right)\left(\frac{2}{3}\frac{L}{T} + 2\frac{L}{B}\right)\Omega\,u^3\left(\frac{v}{u}\right)$ (18)

wegen (10) $\frac{v}{u} = 1 + \sqrt{\frac{k\,\Omega}{k_1\,\Omega_1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$

Die Werthe von $\alpha = 0{\cdot}1\left(1 + e^{-\frac{N_n}{165}}\right)$ für verschiedene Werthe von N_n sind in nachstehender Tabelle enthalten:

Tabelle über die Werthe von

$$\alpha = 0{\cdot}1 \left(1 + e^{-\frac{N_n}{165}}\right)$$

N_n	α	N_n	α	N_n	α	N_n	α
10	0·193	130	0·146	250	0·122	370	0·111
20	0·188	140	0·143	260	0·121	380	0·110
30	0·183	150	0·141	270	0·120	390	0·109
40	0·178	160	0·138	280	0·119	400	0·109
50	0·174	170	0·136	290	0·118	410	0·108
60	0·170	180	0·134	300	0·117	420	0·108
70	0·166	190	0·132	310	0·115	430	0·107
80	0·162	200	0·130	320	0·114	440	0·107
90	0·159	210	0·128	330	0·113	450	0·106
100	0·155	220	0·127	340	0·112	460	0·106
110	0·152	230	0·125	350	0·112	470	0·106
120	0·149	240	0·124	360	0·111	480	0·105

Der mittlere Werth von $\frac{1000\,\beta}{\left(\frac{N_r}{N_n}\right)}$ ist 0·14. Nehmen wir an, dass der Realeffekt zweimal so gross ist, als der nominale Effekt, dass also $\frac{N_r}{N_n} = 2$ ist, so wird für jenen mittleren Thatsachenwerth $1000\,\beta = 2 \times 0{\cdot}14 = 0{\cdot}28$. Für die Reibung des Wassers in Kanälen ist aber $1000\,\beta = 1000 \times 0{\cdot}000309 = 0{\cdot}309$, d. h. also: wenn man den Widerstandscoeffizienten unter der Voraussetzung bestimmt, dass der Widerstand nur durch Reibung verursacht wird, so findet man aus den Erfahrungsthatsachen für diesen Coeffizienten einen Werth, der noch etwas kleiner ist als derjenige, welcher durch zuverlässige Versuche für die Reibung des Wassers in Kanälen gefunden wurde. Wenn also diese Thatsachen wenigstens annähernd richtig sind, so ist man zu dem Schlusse berechtigt, dass bei gutgeformten Dampfschiffen der von der Form herrührende Theil des Widerstandes sehr klein ist, und dass dieser Widerstand beinahe ganz und gar durch die Reibung der Schiffswand am Wasser verursacht wird. Weil wir aber für kleine Schiffe einen grösseren Werth gefunden haben, als für grössere, so dürfen wir auch den Satz aussprechen, dass der Einfluss der Form des Schiffes bei kleinen Schiffen merklicher ist, als bei grossen Schiffen. Wir finden also durch diese Vergleichung unserer Theorie mit den Thatsachen die Voraussetzungen bestätigt.

Vergleichung der im Vorhergehenden entwickelten Widerstandstheorie mit der Theorie, welche bisher aufgestellt wurde. *Navier*, *Poncelet*, *Weisbach*, *Campagnac*, *Tourasse*, *Tredgold* und alle Schriftsteller, welche bisher eine Theorie des Widerstandes der Schiffe aufgestellt haben, gehen von der Voraussetzung aus, dass der Widerstand eines Schiffes dem Flächeninhalt des eingetauchten Theiles des Hauptspantes und dem Quadrat der Geschwindigkeit des Schiffes proportional sei, und suchen unter dieser Voraussetzung den Widerstandscoeffizienten aus Thatsachen zu bestimmen. Diese Theorien beurtheilen also die Grösse eines Schiffes hinsichtlich des Widerstandes nur nach dem Querschnitt des Hauptspantes, vernachlässigen die Reibung, welche von der Länge des Schiffs abhängt, gänzlich und glauben auch noch, dass es möglich sei, Formen ausfindig zu machen, die einen beträchtlich kleineren Widerstand geben würden, als die gebräuchlichen. Aus diesen Theorien folgt, dass bei einerlei Geschwindigkeit die Pferdekräfte der Schiffe den Querschnitten Ω proportional sein müssen, oder dass $\frac{N_n}{\Omega}$ für einerlei Werth von u constant ist. Dies widerspricht aber in so auffallender Weise den Thatsachen, dass diese Theorie gänzlich zu verwerfen ist. Die Tabelle Seite 178 zeigt, dass der Werth von $\frac{N_n}{\Omega}$ bei ungefähr gleicher Geschwindigkeit keineswegs constant ist, sondern von 6 bis 80 variirt, und wenn man in der Tabelle den Werth von $\frac{N_n}{\Omega}$ mit jenem von $\frac{L}{B}$ vergleicht, erkennt man sogleich, dass die Werthe von $\frac{N}{\Omega}$ gross oder klein ausfallen, je nachdem $\frac{L}{B}$ gross oder klein ist. Die Ursache, dass man die Unrichtigkeit der älteren Theorien nicht erkannt hat, liegt vorzugsweise darin, dass bei den Schiffen, die zu jener Zeit existirten, in welcher diese älteren Theorien aufgestellt wurden, die Verhältnisse $\frac{L}{T}$ und $\frac{L}{B}$ beinahe constante Werthe hatten. Uebermässig lange Schiffe gab es damals nicht. Diese fehlerhafte Theorie hat aber zu sehr fatalen Consequenzen geführt. Denn man hat daraus gefolgert, dass es vortheilhaft sein müsse, die Schiffe möglichst lang zu bauen; denn nach dieser älteren Theorie würden zwei Schiffe von gleich grossem Querschnitte, von denen aber das eine noch einmal so lang wäre, als das andere, bei gleicher Geschwindigkeit gleich viel Kraft erfordern. Das doppelt so lange Schiff würde also bei gleicher Kraft einen zweimal so grossen benutzbaren Raum darbieten, als das Schiff von einfacher Länge. Durch diesen Irrthum sind nun diese übermässig langen Schiffe entstanden, die wenig Stabilität gewähren, sehr grosse Betriebskraft erfordern, schwierig zu steuern sind und überdies, wie wir später zeigen werden, wenig Festigkeit besitzen.

Da wir nachgewiesen haben, dass bei den bestehenden Dampfschiffen der Widerstand, wenn auch nicht einzig und allein, aber doch grösstentheils nur von dem von der Form des Schiffes unabhängigen Reibungswiderstand abhängt, so folgt daraus, dass die üblichen Schiffsformen jedenfalls nahezu bereits so gut als nur möglich sind, dass es demnach ein Irrthum ist, wenn man glaubt, dass es möglich wäre, durch theoretische Untersuchungen oder auf dem Wege der Erfahrung Formen ausfindig zu machen, die einen beträchtlich geringeren Widerstand verursachen würden, als die jetzt üblichen Formen. Es scheint sogar aus unsern Rechnungen gefolgert werden zu dürfen, dass ziemlich beträchtliche Formenabweichungen den Widerstand nur wenig ändern; denn die Schiffe, welche zu den früheren Berechnungen gedient haben, unterscheiden sich nicht nur nach ihrer Grösse (die von 20 bis 3100 Pferdekraft variirt), sondern auch in sehr hohem Grade nach ihrer Form, und dennoch haben wir für den Widerstandscoeffizienten nur wenig abweichende Werthe gefunden. Wir glauben daher, dass diese in neuerer Zeit üblich gewordene lange und scharfe Zuspitzung des Vorder- und Hintertheiles der Schiffe hinsichtlich des Widerstandes zwecklos und in jeder andern Hinsicht nachtheilig ist. Denn diese scharfen Theile des Schiffes gewähren keinen nutzbaren Raum, vergrössern aber das Gewicht und vermehren, weil sie kein Wasser verdrängen, die Tauchung. Unsere Theorie nöthigt uns also zu dem Ausspruch, dass die alten Formen und Verhältnisse der Schiffe den in neuester Zeit in Anwendung gekommenen vorzuziehen sind, dass man also in Betreff der Anordnung der Schiffe nicht Fortschritte, sondern Rückschritte gemacht hat. Indessen, unsere Folgerungen gründen sich auf die nicht ganz verlässlichen Thatsachen, welche in der Tabelle Seite 178 zusammengestellt sind. Würden genaue und direkte Versuche über den Widerstand von kleinen und grossen, kurzen und langen Schiffen angestellt, so könnten diese möglicher Weise zu einem etwas anderen Urtheile führen.

Aus dem Ausdruck (18) folgt, wenn man denselben mit $B\,L\,T = \Omega\,L$ dividirt:

$$\frac{75\ N_n}{B\,L\,T} = 0{\cdot}1\left(1 + e^{-\frac{N_n}{165}}\right)\left(\frac{2}{3}\frac{L}{T} + 2\frac{L}{B}\right)\frac{u^3}{L}\left(\frac{v}{u}\right) \quad . \quad . \quad (20)$$

Für Schiffe, die geometrisch ähnlich gebaut sind, haben die Verhältnisse $\frac{L}{T}$, $\frac{L}{B}$ gleiche Werthe und ist $B\,L\,T$ dem Volumen der verdrängten Flüssigkeit proportional. $\frac{N_n}{B\,L\,T}$, d. h. die Pferdekraft für jeden Kubikmeter des nützlichen Raumes, ist daher für Schiffe von geometrisch ähnlichen Verhältnissen der Länge L des Schiffes verkehrt proportional. Hieraus folgt, dass grosse Schiffe für jeden Kubikmeter des benutzten Raumes oder pro eine Tonne Nutzlast weniger Kraft erfordern, als kleine Schiffe; oder umgekehrt, dass die Nutzlast, welche ein Schiff mit angemessener Geschwindigkeit fortzuschaffen vermag, der Pferdekraft der Maschine und der Länge des Schiffes proportional ist. Daher kommt es, dass nur grosse Schiffe weite Seereisen mit Dampfkraft machen können. Ist S die Wegestrecke, die ein Dampfschiff zu durchfahren hat, ohne Kohlen einzunehmen, so ist die zur Fahrt erforderliche Kohlenmenge dem Produkt $N_n\,S$ proportional; dieses kann aber dem Produkt $L\,B\,T$ proportional gesetzt werden, demnach ist der Quotient $\frac{N_n}{B\,L\,T}$ dem Werth von $\frac{1}{S}$ proportional, daher wird endlich vermöge (20) S proportional L. Je grösser also die Wegstrecke ist, desto grösser muss jede lineare Dimension des Schiffes sein.

Die Schraube als Treibapparat.

Die sogenannten Schrauben, welche gegenwärtig sehr häufig zum Treiben der Dampfschiffe benutzt werden, haben zwar dem äusseren Ansehen nach keine Aehnlickeit mit dem, was man in der Geometrie eine Schraubenfläche nennt; nach ihrer Wirkungsweise stimmen sie aber doch mit der einer Schraubenfläche überein. Wir wollen daher der Berechnung dieses Treibapparates eine wirkliche Schraubenfläche, d. h. eine Fläche zu Grunde legen, die durch jede durch die Axe gelegte Ebene, in einer auf die Axe senkrechten Geraden, und durch einen mit der Axe concentrischen Cylinder von kreisförmigem Querschnitt in einer Schraubenlinie von gleichförmiger Steigung geschnitten wird. Die ganze Fläche kann man sich aus concentrisch um einander laufenden Schraubenlinien, deren

Steilheit von der Axe aus nach dem Umfang abnimmt, bestehend denken. Wir nehmen an, die Schraube habe nur einen Umgang, und bezeichnen durch:

R den äusseren Halbmesser der Schraube;

α den Winkel, den jede an die äusserste Schraubenlinie gezogene Berührungslinie mit einer auf die Axe der Schraube senkrecht gelegten Ebene bildet;

φ den gleichartigen Winkel für die in der Entfernung x von der Axe befindliche Schraubenlinie;

u die relative Geschwindigkeit des Schiffes gegen das Wasser;

Θ die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher sich die Schraube im Beharrungszustand bewegt;

$\varrho = 1000$ Kilogramm, das Gewicht von einem Kubikmeter Wasser;

$g = 9{\cdot}81$ die Beschleunigung durch die Schwere.

Aus der Bildungsweise der Schraube folgt zunächst:

$$R \operatorname{tang} \alpha = x \operatorname{tang} \varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Denken wir uns irgend ein unendlich kleines Flächentheilchen, df der Schraubenfläche, welchem die Elemente x und φ entsprechen, so besitzt dasselbe eine Geschwindigkeit u in der Richtung der Axe und eine Geschwindigkeit Θx, deren Richtung auf x senkrecht steht.

Die absolute Geschwindigkeit W des Flächenelementes ist:

$$W = \sqrt{u^2 + \Theta^2 x^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

und die Richtung dieser Geschwindigkeit bildet gegen die dem Flächenelement entsprechende tangirende Ebene einen Wlnkel ψ, der durch folgende zwei Gleichungen bestimmt wird:

$$\left.\begin{aligned} \sin(\varphi - \psi) &= \frac{u}{\sqrt{u^2 + \Theta^2 x^2}} \\ \cos(\varphi - \psi) &= \frac{\Theta x}{\sqrt{u^2 + \Theta^2 x^2}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Aus diesen Gleichungen folgt:

$$\left.\begin{aligned} \cos \psi &= \frac{u \sin \varphi + \Theta x \cos \varphi}{\sqrt{u^2 + \Theta^2 x^2}} \\ \sin \psi &= \frac{\Theta x \sin \varphi - u \cos \varphi}{\sqrt{u^2 + \Theta^2 x^2}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Die Pressung dp, welche das Wasser senkrecht gegen das Flächenelement df ausübt, ist:

$$dp = a \frac{\varrho}{g} df (W \sin \psi)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

wobei a eine Constante bezeichnet, die am besten durch Erfahrungen bestimmt wird.

Vermittelst der Werthe, welche die Gleichungen (2) und (4) darbieten, wird

$$d\,p = a \frac{\varrho}{g} d\,f (\Theta x \sin \varphi - u \cos \varphi)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Zerlegen wir $d\,p$ in zwei Kräfte, von denen die eine nach der Richtung der Schraubenaxe, die andere aber zugleich senkrecht auf die Axe der Schraube und auf den Halbmesser x wirkt, so ist die erstere dieser Kräfte

$$d\,p \cos \varphi = a \frac{\varrho}{g} d\,f (\Theta x \sin \varphi - u \cos \varphi)^2 \cos \varphi$$

die letztere dagegen . . . . (7)

$$d\,p \sin \varphi = a \frac{\varrho}{g} d\,f (\Theta x \sin \varphi - u \cos \varphi)^2 \sin \varphi$$

Schneiden wir die Schraubenfläche durch zwei mit ihrer Axe concentrische Cylinder, deren Halbmesser x und $x + d\,x$ sind; ferner durch zwei in die Axe gelegte, einen Winkel $d\,\omega$ gegen einander bildende Ebenen, so ist das durch diese vier Flächen auf der Schraubenfläche entstehende Flächenelement

$$\frac{r\,d\,x\;d\,\omega}{\cos \varphi}$$

und wir können dasselbe für $d\,f$ in obige Ausdrücke einführen, wodurch dieselben folgende Gestalt annehmen:

$$\left.\begin{aligned} d\,p \cos \varphi &= a \frac{\varrho}{g} (\Theta x \sin \varphi - u \cos \varphi)^2\, x\, d\,x\, d\,\omega \\ d\,p \sin \varphi &= a \frac{\varrho}{g} (\Theta x \sin \varphi - u \cos \varphi)^2 \tang \varphi\, x\, d\,x\, d\,\omega \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (8)$$

Das Integrale des ersten Ausdruckes innerhalb der Grenzen $x = o$, $x = R$ und $\omega = o$, $\omega = 2\pi$ gibt den gesammten Druck, mit welchem das Schiff durch die Schraube vorwärts getrieben wird.

Der zweite dieser Ausdrücke mit Θ x multiplizirt und dann innerhalb derselben Grenzen integrirt, gibt dagegen den Effekt der Kraft, welcher in der Axe der Schraube wirksam ist.

Wir erhalten daher, weil der Widerstand des Schiffes durch $k\,\Omega\,u^2$ ausgedrückt werden kann:

$$\left.\begin{aligned} k\,\Omega\,u^2 &= a\,\frac{\varrho}{g}\int_0^{2\pi}\!\!\int_0^{R}(\Theta\,x\sin\varphi - u\cos\varphi)^2\,x\,d\,x\,d\,\omega \\ 75\,N_r &= a\,\frac{\varrho}{g}\,\Theta\int_0^{2\pi}\!\!\int_0^{R}(\Theta\,x\sin\varphi - u\cos\varphi)^2\,x\,\mathrm{tang}\,\varphi\,x\,d\,x\,d\,\omega \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (9)$$

Aus der Gleichung (1) folgt:

$$\left.\begin{aligned} \sin\varphi &= \frac{\frac{R}{x}\,\mathrm{tang}\,\alpha}{\sqrt{1+\left(\frac{R}{x}\right)^2\mathrm{tang}^2\,\alpha}} \\ \cos\varphi &= \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{R}{x}\right)^2\mathrm{tang}^2\,\alpha}} \\ \mathrm{tang}\,\varphi &= \frac{R\,\mathrm{tang}\,\alpha}{x} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Durch Einführung dieser Werthe in die Ausdrücke (9) verwandeln sich dieselben in folgende:

$$\left.\begin{aligned} k\,\Omega\,u^2 &= a\,\frac{\varrho}{g}\,(R\,\Theta\,\mathrm{tang}\,\alpha - u)^2\int_0^{R}\!\!\int_0^{2\pi}\frac{x\,d\,x\,d\,\omega}{1+\left(\frac{R}{x}\right)^2\mathrm{tang}^2\,\alpha} \\ 75\,N &= a\,\frac{\varrho}{g}\,\Theta\,R\,\mathrm{tang}\,\alpha\,(R\,\Theta\,\mathrm{tang}\,\alpha - u)^2\int_0^{R}\!\!\int_0^{2\pi}\frac{x\,d\,x\,d\,\omega}{1+\left(\frac{R}{x}\right)^2\mathrm{tang}^2\,\alpha} \end{aligned}\right\} \quad . \quad (11)$$

Es ist aber, wie man ohne Schwierigkeit finden wird:

$$\int_0^{R}\!\!\int_0^{2\pi}\frac{x\,d\,x\,d\,\omega}{1+\left(\frac{R}{x}\right)^2\mathrm{tang}^2\,\alpha} = R^2\,\pi\,[1+2\,\mathrm{tang}\,\alpha^2\,\mathrm{lognat}\,(\sin\alpha)]$$

Setzt man zur Abkürzung:

$$\left.\begin{aligned} R^2 \pi &= \Omega_1 \\ 1 + 2 \operatorname{tang}^2 \alpha \operatorname{lognat}(\sin.\alpha) &= \psi(\alpha) \\ a \frac{\varrho}{g} &= k_1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

wobei das Zeichen ψ als Funktionszeichen zu nehmen ist, so erhält man nun statt (11) folgenden Ausdruck:

$$k \Omega u^2 = k_1 (R \Theta \operatorname{tang} \alpha - u)^2 \Omega_1 \psi(\alpha)$$

$$75 N_r = k_1 \Theta R \operatorname{tang} \alpha (R \Theta \operatorname{tang} \alpha - u)^2 \Omega_1 \psi(\alpha)$$

und aus diesen Gleichungen folgt nun:

$$\left.\begin{aligned} R \Theta \operatorname{tang} \alpha &= u \left(1 + \sqrt{\frac{k \Omega}{k_1 \Omega_1} \frac{1}{\psi(\alpha)}}\right) \\ N_r &= \frac{k \Omega}{75} u^3 \left(1 + \sqrt{\frac{k \Omega}{k_1 \Omega_1} \frac{1}{\psi(\alpha)}}\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (13)$$

Die erste dieser Gleichungen bestimmt die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher sich die Schraube drehen muss, wenn sich das Schiff mit einer gewissen Geschwindigkeit bewegen soll; die zweite bestimmt den Effekt der Maschinen. Dieser belehrt uns, dass die Projektion Ω_1 der Schraube auf eine auf die Axe senkrechte Ebene möglichst gross sein soll. Allein in dieser Hinsicht ist man sehr eingeengt; man kann den Durchmesser der Schraube nicht wohl grösser machen, als die Tauchung des Schiffes beträgt, für schwach tauchende Flussschiffe ist also die Schraube gar nicht anwendbar, sondern nur für Seeschiffe mit Tiefgang. Dann aber kommt es auch noch darauf an, den Werth von $\psi(\alpha)$ so gross als möglich, also wo möglich ∞ zu machen, denn so lange die Wurzelgrösse

$$\sqrt{\frac{k \Omega}{k_1 \Omega_1} \frac{1}{\psi(\alpha)}}$$

einen von 0 verschiedenen Werth hat, fällt der Effekt grösser aus, als jener ist, der dem Widerstand $k \Omega u^2$ und der Geschwindigkeit u entspricht. Nun ist aber:

$$\psi(\alpha) = \frac{1}{\Omega_1} \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{x \, d x \, d \omega}{1 + \left(\frac{x}{R}\right)^2 \operatorname{tang}^2 \alpha}$$

woraus man sieht, dass der grösste Werth von $\psi(\alpha)$ nur gleich der Einheit ist, und dass derselbe dann eintritt, wenn $\alpha = 0$ ist, in welchem Falle die Umdrehungsgeschwindigkeit der Schraube unendlich gross werden müsste. Angenommen, dass es möglich wäre, $\psi(\alpha) = 1$ zu machen, so würde doch die Schraube noch nicht in einem besseren Licht zum Vorscheine kommen, als die Ruderräder, vorausgesetzt, dass $\Omega_1 = R^2 \pi$ ungefähr gleich der Summe der Flächen zweier Schaufeln wäre, was auch nahe der Fall ist. Dies ist auch durch die Erfahrung bestätigt, denn die durch Schrauben getriebenen Schiffe haben alle stärkere Maschinen, als die durch Ruderräder bewegten.

Die Werthe von $\psi(\alpha)$ sind für verschiedene Werthe von α in folgender Tabelle enthalten:

$\alpha =$	25°	30°	35°	40°	45°
$\psi(\alpha) =$	0·615	0·538	0·461	0·384	0·307

Aus dieser Tabelle ergibt sich, dass man annähernd setzen kann:

$$\psi(\alpha) = 1 + 2 \operatorname{tang}^2 \alpha \operatorname{lognat}(\sin \alpha) = 1 - 0·0154\, \alpha^0 \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Wenden wir unsere Resultate auf Seeschiffe an und setzen dabei voraus, dass der Durchmesser der Schraube gleich der Tauchung genommen wird.

Nach Versuchen von *Didon* über den Widerstand von Flächen, die gegen Wasser bewegt werden, ist der Coeffizient $k_1 = 70$ zu setzen. Für Meerschiffe hat man ferner:

$$\frac{L}{B} = 6, \frac{T}{B} = 0·4, \frac{L}{T} = 15, \text{ demnach } k = 6·8, \Omega = BT = B^2 \left(\frac{T}{B}\right) = 0·4\, B^2$$

$$R = \frac{T}{2} = 0·2\, B, \quad R^2 \pi = \Omega_1 = 0·126\, B^2, \quad \frac{\Omega}{\Omega_1} = \frac{0·4\, B^2}{0·126\, B^2} = 3·16,$$

$$\frac{k\, \Omega}{k_1\, \Omega_1} = \frac{6·8}{70}\, 3·16 = 0·305$$

Nehmen wir den Winkel $\alpha = 30^0$ an, so ist $\psi(\alpha) = 0·538$, führen statt der Winkelgeschwindigkeit Θ die Anzahl n der Umdrehung der Schraube per 1 Minute ein, so ist $\Theta = \frac{2 \pi n}{60}$ und nun erhalten wir vermittelst (13) folgende Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} n &= 145\,\frac{u}{B} \\ N_r &= 0{\cdot}16\,\Omega\,u^3 = 0{\cdot}064\,B^2\,u^3 \\ N_n &= 0{\cdot}10\,\Omega\,u^3 = 0{\cdot}043\,B^2\,u^3 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (15)$$

wobei der Nominaleffekt $N_n = \frac{2}{3}\,N_r$ gesetzt wurde.

Für Schaufelräder ist aber

$$N_n = \frac{6{\cdot}8 \times 1{\cdot}4}{75 \times 1{\cdot}5}\,\Omega\,u^3 = 0{\cdot}084\,\Omega\,u^3$$

Die Schraube braucht also im Verhältniss $\frac{100}{84}$ mehr Kraft, als die Ruderräder erfordern.

Wir wollen nun die aufgefundenen Resultate (15) mit den Thatsachen der Wirklichkeit vergleichen

Nach dem allerdings ziemlich unregelmässigen aber zahlreichen Thatsachenmaterial, das in dem *Engineer's and Contractors Pocket-Book for the Years* 1852 *and* 1853 über Schraubendampfschiffe enthalten ist, ergibt sich, wenn man die in diesem Buch in englischen Einheiten angegebenen Grössen auf Meter und Sekunde reduzirt:

$$\left.\begin{aligned} n &= 180\,\frac{u}{B} \\ N_n &= 0{\cdot}037\,B^2\,u^3 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (16)$$

Vergleicht man dieses Ergebniss mit den Resultaten (15) der Theorie, so wird man eine befriedigende Uebereinstimmung finden.

Ich muss gestehen, dass ich eine so gute Uebereinstimmung nicht erwartet habe, und dass ich aus diesem Grunde diese Theorie 13 Jahre lang habe liegen lassen. Ich habe immer besorgt, dass die durch das Schiff verursachten unregelmässigen Bewegungen und Wirbelungen des Wassers am Hinterstern des Schiffes, so wie auch das Vorhandensein des Schiffskörpers selbst die Wirkung der Schraube bedeutend modifiziren müssten.

Nach der nun nachgewiesenen Uebereinstimmung der Theorie mit den Thatsachen scheint es aber, dass der unregelmässige Bewegungszustand des Wassers die Wirkung der Schraube nicht wesentlich stört.

Was die praktischen Vortheile und Nachtheile der Schraube anbelangt, so werde ich mich darüber später aussprechen, weil in dieser Hinsicht die Schraube mit der Turbine, deren Theorie nun noch entwickelt werden soll, übereinstimmt.

Die Turbine als Treibapparat.

Man kann zum Treiben der Dampfschiffe auch Turbinen ohne Leiträder statt der Schrauben anwenden. Fig. 11 und 12, Taf. XVII zeigt einen solchen Turbinenapparat, dessen Theorie nun entwickelt werden soll.

Nennt man:

R_2 den innern, R_1 den äussern, $R = \frac{R_1 + R_2}{2}$ den mittleren Halbmesser des Rades;

Θ die Winkelgeschwindigkeit der Turbine in ihrem Beharrungszustand der Bewegung;

β den Winkel, welche die Schaufeln da, wo das Wasser in das Rad eintritt, mit der Ebene des Rades bilden;

γ den Winkel, welchen die Leitschaufeln da, wo das Wasser das Rad verlässt, mit der Ebene des Rades bilden;

ϱ den Krümmungshalbmesser der Radschaufel an einer Stelle, wo die Normale mit einer auf die Axe des Rades senkrechten Ebene einen Winkel φ bildet;

$\Omega = B\,T$ den Flächeninhalt des Rechteckes, das dem eingetauchten Theil des Hauptspantes entspricht;

$\Omega_1 = (R_1{}^2 - R_2{}^2)\,\pi$ den Flächeninhalt der Projektion des Rades auf eine auf der Axe senkrechten Ebene;

ω den Querschnitt eines Radkanales Dieser Schnitt ist zwar nicht in jedem Punkt der Kurve von ganz gleicher Grösse, die einzelnen Querschnitte weichen jedoch so wenig von einander ab, dass wir ω als constant nehmen können;

u_r die relative Geschwindigkeit des Wassers in den Radkanälen gegen die Schaufelflächen. Auch diese Grösse ist als eine Constante anzusehen, wenn ω constant ist;

w die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser das Rad verlässt;

i die Anzahl der Kanäle des Rades.

Wir wollen gleich von vornherein die Bedingung stellen, dass das Wasser ohne Stoss in das Rad eintreten soll; dann muss sein:

$$\left.\begin{array}{l} R\,\Theta = u_r \cos \beta \\ u = u_r \sin \beta \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Zwischen zwei unendlich nahen Querschnitten eines Kanals ist eine Wassermenge von $1000\,\omega\,ds$ Kilogramm eingeschlossen. Diese übt da, wo der Krümmung ein Halbmesser ϱ entspricht, nach normaler Richtung, also in der Richtung von ϱ gegen die Schaufel einen Druck aus, der durch die Ablenkungskraft gemessen wird; dieser Druck ist daher:

$$\frac{1000\ \omega\ ds}{g}\ \frac{u_r^2}{\varrho}$$

Zerlegt man diesen Druck in zwei Kräfte, von denen die eine parallel mit der Axe der Turbine, die andere nach einer auf R und auf die Axe der Turbine zugleich senkrechten Richtung wirkt, so sind diese Kräfte:

$$\frac{1000\ \omega\ d\,s}{g}\ \frac{u_r^2}{\varrho}\sin\varphi\,,\qquad \frac{1000\ \omega\ d\,s}{g}\ \frac{u_r^2}{\varrho}\cos\varphi\,,$$

Wird das auf die ganze Länge eines Kanales ausgedehnte Integrale des ersten Ausdruckes mit i multiplizirt, so erhält man den Druck, mit welchem das Schiff durch das im Rad enthaltene Wasser vorwärts getrieben wird.

Der zweite dieser Ausdrücke mit Θ R i multiplizirt und dann auf die Ausdehnung einer Schaufel integrirt, gibt den Effekt. Wir erhalten daher:

$$\Omega\,k\,u^2 = i\int\frac{1000\ \omega\ d\,s}{g}\ \frac{u_r^2}{\varrho}\sin\varphi$$

$$75\ N_r = \Theta\,R\,i\int\frac{1000\ \omega\ d\,s}{g}\ \frac{u_r^2}{\varrho}\cos\varphi$$

oder weil u_r constant ist, indem keine Kraft existirt, die das Wasser durch das Rad beschleunigt oder verzögert,

$$\left.\begin{aligned}\Omega\ k\ u^2 &= \frac{1000\ \omega\ i}{g}\ u_r^2\int\frac{\sin\varphi}{\varrho}\,ds\\ 75\,N_r &= \Theta\,R\,\frac{1000\ \omega\ i}{g}\ u_r^2\int\frac{\cos\varphi}{\varrho}\,ds\end{aligned}\right\}\ \ldots\ldots\ (2)$$

Allein es ist $\frac{d\,s}{\varrho} = -\,d\varphi$, demnach wird:

$$\int\frac{\sin\varphi}{\varrho}\,d\,s = \int -\sin\varphi\,d\,\varphi,\quad \int\frac{\cos\varphi}{\varrho}\,d\,s = \int -\cos\varphi\,d\,\varphi.$$

Da diese Integrale auf eine Schaufelkurve ausgedehnt werden müssen, so sind sie zu nehmen: von $\varphi = \frac{\pi}{2} - \beta$ bis $\varphi = \frac{\pi}{2} - \gamma$.

Man erhält demnach:

$$\int_{\frac{\pi}{2}-\beta}^{\frac{\pi}{2}-\gamma} -\sin\varphi\, d\varphi = (\sin\gamma - \sin\beta)$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}-\beta}^{\frac{\pi}{2}-\gamma} -\cos\varphi\, d\varphi = (\cos\beta - \cos\gamma)$$

Hierdurch erhalten nun die durch (2) ausgedrückten Beziehungen folgende Gestaltung:

$$\Omega\, k\, u^2 = \frac{1000\,\omega\, i}{g}\, u_r^2 (\sin\gamma - \sin\beta)$$

$$75\, N_r = \Theta\, R\, \frac{1000\,\omega\, i}{g}\, u_r^2 (\cos\beta - \cos\gamma)$$

Allein es ist $\omega\, i = \Omega_1 \sin\beta$, $u_r = \frac{u}{\sin\beta}$, $R\,\Theta = u\,\frac{\cos\beta}{\sin\beta}$. Führt man diese Werthe in die vorhergehenden Ausdrücke ein, und bezeichnet theils zur Abkürzung, theils um eine symetrische Form der Ausdrücke zu erhalten, $\frac{1000}{g}$ mit k_1, setzt also:

$$\frac{1000}{g} = k_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

so erhält man:

$$\frac{\Omega\, k}{\Omega_1\, k_1} = \frac{\sin\gamma - \sin\beta}{\sin\beta}$$

$$75\, N_r = k_1\, \Omega_1\, \frac{\cos\beta\,(\cos\beta - \cos\gamma)}{\sin^2\beta}\, u^3$$

Aus diesen Gleichungen folgt:

$$\sin\beta = \frac{\sin\gamma}{1 + \frac{\Omega\, k}{\Omega_1\, k_1}}$$

$$N_r = \frac{\Omega\, k}{75}\, u_r^3\, \frac{\cos\beta}{\sin\beta}\, \frac{\cos\beta - \cos\gamma}{\sin\gamma - \sin\beta}$$

und dann hat man noch vermöge (1)

$$\Theta = \frac{u}{R} \operatorname{cotg} \beta$$

Es ist aber $\frac{\cos\beta - \cos\gamma}{\sin\gamma - \sin\beta} = \operatorname{tang} \frac{\beta + \gamma}{2}$ und $\Theta = \frac{2\pi n}{60}$

Die drei vorhergehenden Gleichungen können desshalb geschrieben werden, wie folgt:

$$\left.\begin{aligned} \sin\beta &= \frac{\sin\gamma}{1 + \frac{\Omega k}{\Omega_1 k_1}} \\ n &= \frac{60}{2\pi} \frac{u}{R} \operatorname{cotg} \beta \\ N_r &= \frac{\Omega k}{75} u^3 \frac{\operatorname{tang} \frac{\beta + \gamma}{2}}{\operatorname{tang} \beta} \end{aligned}\right\} \quad \dots\dots \quad (4)$$

Dieses Ergebniss habe ich in die Resultate für den Maschinenbau Seite 316, vierte Auflage, aufgenommen. Da vermöge der ersten dieser Gleichungen β immer kleiner als γ sein muss, so ist:

$$\frac{\operatorname{tang} \frac{\beta + \gamma}{2}}{\operatorname{tang} \beta}$$

stets grösser als die Einheit; es ist also auch diese Turbine ein unvollkommener Treibapparat, denn für einen vollkommenen müsste N_r gleich $\frac{\Omega k u^3}{75}$ werden.

Um diese Unvollkommenheit so viel als möglich zu schwächen, muss man γ sehr klein und Ω_1 sehr gross annehmen. Allein in der Annahme dieser Grössen wird man sehr beschränkt. Ω_1 kann nicht grösser genommen werden, als es die Tauchung erlaubt, auch γ kann nicht zu klein angenommen werden, weil sonst β sehr klein ausfällt, was zur Folge hätte, dass man n ausserordentlich gross nehmen müsste; man muss also auf eine ganz vortheilhafte Wirkungsweise der Turbine verzichten.

Für Seeschiffe dürfen wir nehmen:

$$k = 6{\cdot}8, \quad k_1 = 102, \quad R_1 = 0{\cdot}2\,B, \quad R_2 = 0{\cdot}1\,B, \quad R = 0{\cdot}15\,B$$

$$\Omega = 0{\cdot}4\,B^2, \quad \Omega_1 = (R_1^2 - R_2^2)\,\pi = 0{\cdot}0943\,B^2, \quad \frac{\Omega k}{\Omega_1 k_1} = 0{\cdot}283, \quad \gamma = 30^0$$

dann wird vermöge der Gleichungen (4)

$$\left.\begin{array}{l}\beta = 23^{\circ} \\ n = 149\ \frac{u}{B} \\ N_r = 0.042\ B\ u^3\end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Diese Werthe von n und N_r treffen beinahe mit jenen zusammen, die wir für die Schraube gefunden haben, es verspricht daher die Turbine kein besseres Resultat als die Schraube, und beide sind hinsichtlich des Kraftaufwandes nicht besser als die alten Ruderräder.

Bewegung eines Schiffes auf den Wellen. Durch die früher gegebene Beschreibung der Wellenbewegung in tiefem Wasser wissen wir 1. dass die Vertikalbewegungen der Wassertheilchen in der vorderen Wellenhälfte nach aufwärts, in der hinteren Wellenhälfte nach abwärts gerichtet sind; 2. dass die Horizontalbewegungen der Wassertheilchen in dem Gebiete eines Wellenberges nach vorwärts gerichtet sind; 3. dass die Bewegungen der Wassertheilchen nach der Tiefe hinab (nach einem Exponentialgesetz) rasch abnehmen; 4. dass die Laufgeschwindigkeit einer Welle der Quadratwurzel aus der Wellenlänge proportional ist; 5. dass die grössten im Ocean vorkommenden Wellenhöhen circa 10 Meter, die grössten Wellenlängen circa 150 Meter und die grössten Laufgeschwindigkeiten 15 Meter (Schnellzuggeschwindigkeit) betragen.

Mit Berücksichtigung dieser theoretischen Ergebnisse und den angeführten praktischen Erfahrungen sind wir nun einigermaassen im Stande, die Bewegungen eines Schiffes auf dem wellenbewegten Meere zu erklären.

Die Vertikalbewegungen des Wassers wirken vorzugsweise gegen den Boden, die Horizontalbewegungen dagegen vorzugsweise gegen die Wände des Schiffes; die ersteren dieser Bewegungen bewirken daher das Wogen und Nicken, die letzteren das Wanken des Schiffes. Ein kleines nur wenig tauchendes Schiff ist daher den an der Oberfläche und in geringer Tiefe vorhandenen grossen und heftigen Vertikalbewegungen ausgesetzt, wird aber wegen seiner geringen Tauchung von den Horizontalbewegungen des Wassers nur wenig affizirt. Daher kommt es, dass diese kleinen Schiffe an der Oberfläche der Wellen bleiben, mit denselben steigen und sinken, aber von den Wellen nicht untergraben werden, dass also kleinere Schiffe selbst bei hochgehender See nicht zu Grunde gehen.

Bei stürmendem Meere sind ferner die Wellenlängen gegen die Schiffslänge eines kleinen Schiffes so gross, dass die Einwirkungen des Wassers gegen alle Theile des Schiffsbodens in ziemlich gleich grossem Maasse stattfindet, was zur Folge hat, dass die Deckfläche eines kleinen Schiffes mit der tangirenden Ebene an der Welle stets ziemlich nahe parallel bleibt, oder dass die Mastrichtung in jedem Augenblick gegen die Wellenfläche normal gerichtet ist.

In anderer Weise erfolgen die Bewegungen eines grossen tieftauchenden Schiffes. An dem tief unter der Wasserfläche befindlichen Boden des Schiffes herrscht im Wasser beinahe Ruhe, Vertikalbewegungen werden daher bei einem sehr tieftauchenden Schiff beinahe nicht angeregt, es schwankt nur wenig auf und nieder, nickt nur wenig vorwärts und rückwärts (stampft wenig). Die Wirkungen der Horizontalbewegungen gegen die ausgedehnten Schiffswände sind dagegen insbesondere an der Oberfläche des Wassers sehr heftig, so dass die Grösse des Schiffes gegen das Wanken nicht schützt. Das Nicken richtet sich überdiess nach dem Verhältniss zwischen der Wellenlänge und Schiffslänge. So lang die Wellenlänge nicht mehr als ein Drittel oder die Hälfte der Schiffslänge beträgt, liegt das Schiff (vorausgesetzt, dass seine Bewegungsrichtung mit der Richtung des Wellenlaufes übereinstimmt oder entgegengesetzt ist) in ersterem Fall beständig auf drei, in letzterem Fall auf zwei Wellen, es kann also nicht stark nicken, sondern dies tritt erst dann ein, wenn die Wellenlänge gleich oder grösser wird als die Schiffslänge. Ist also die Länge eines Schiffes kleiner als die längste im Ocean vorkommende Welle (150 Meter), so wird es zuweilen Stürmen ausgesetzt sein, die ein heftiges Stampfen veranlassen. Der Great Eeastern ist 209 Meter lang, also länger als die längsten im Ocean vorkommenden Wellen; dieses Schiff stampft also selbst bei den heftigsten Stürmen nur wenig, allein dem Wanken und Umlegen ist auch dieses Schiff eben so sehr ausgesetzt, wie ein Schiff von mittlerer Grösse. Kurz zusammengefasst können wir sagen: 1. kleine Schiffe tanzen mit den Wellen auf und nieder und die Mastrichtung weicht nie viel von der Normalrichtung zur Wellenfläche ab; 2. Schiffe von mittlerer Grösse sind bei stürmender See einem heftigen Wanken, Wogen und Nicken ausgesetzt; 3. sehr grosse Schiffe zeigen weder ein starkes Wogen noch ein heftiges Nicken, werden aber wie kleinere Schiffe zur Seite gelegt, wobei die Wellen an den Schiffswänden hinauffahren.

Die störenden Bewegungen eines Schiffes werden bei hohem Wellengang immer, bei mässigem Wellengang aber unter gewissen Umständen, beträchtlich und heftig. Die Erklärung dieser Erscheinung, welche zuerst *Lamartin* (der Dichter) während seiner Reise nach dem Orient beobachtet und mit ausgezeichneter Klarheit beschrieben hat, ergibt sich aus einer genauern Kenntniss der Schwingungsgesetze. Diese Gesetze lehren, dass jede der drei Schwingungen, die wir Wogen, Wanken und Nicken genannt haben, aus zweierlei Arten von Schwingungen zusammengesetzt sind. Bezeichnen wir diese Schwingungsarten mit A und B und nennen die ersteren (nämlich A) Stabilitätsschwingungen, die letzteren Wellenschlagschwingungen. Die Schwingungen A entstehen und werden unterhalten durch den hydrostatischen Auftrieb, wenn einmal das Gleichgewicht gestört worden ist. Ihre Schwingungsdauer T richtet sich nach der Grösse der Tauchung und überhaupt nach den Stabilitätsverhältnissen des Schiffes. Die Schwingungen B werden durch die Einwirkungen der Wellenbewegung des Wassers gegen den Boden und gegen die Wände des Schiffes hervorgebracht. Die Schwingungszeit T_1 dieser Schwingungen B stimmt genau mit der Zeit von einem Wellenschlag bis zum nächsten überein, oder diese Schwingungszeit ist gleich der Zeit, die verfliesst, bis eine Welle um ihre eigene Länge fortrückt. Wenn nun die Wellen eine solche Länge haben, dass T_1 gleich T wird, so erhält das Schiff immer dann einen Wellenschlag, wenn es vermöge seiner Stabilitätsschwingungen A in eine gewisse Phase gerathen ist. Die störenden Bewegungen, welche die wieder aufeinanderfolgenden Wellenschläge verursachen, müssen sich daher, wenn $T = T_1$ ist, ansammeln, was zur Folge hat, dass selbst bei mässig hohem Wellengang mit der Zeit sehr heftige störende Bewegungen eintreten können. Bezeichnen wir für die Stabilitätsschwingungen mit t_1 die Zeit einer Vertikalschwingung, mit t_2 die Zeit einer Wankung, mit t_3 die Zeit einer Nickung, so tritt ein heftiges Wogen ein, wenn $T_1 = t_1$, ein heftiges Wanken, wenn $T_1 = t_2$, endlich ein heftiges Nicken, wenn $T_1 = t_3$ wird. Für kleine Schiffe haben die Schwingungszeiten t_1 t_2 t_3 kleine Werthe, für grosse Schiffe dagegen grosse Werthe.

Da die Werthe von T der Quadratwurzel aus der Wellenlänge proportional sind (denn es ist $T = \frac{\lambda}{\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}} = \sqrt{\frac{2\pi}{g}}\sqrt{\lambda}$) so folgt, dass auch häufig die störenden Bewegungen bei kleinen Schiffen schon bei kurzen Wellen, bei grossen Schiffen aber erst durch lange Wellen eintreten können.

Auf ähnliche Weise, wie so eben erklärt wurde, können jedes mal Ansammlungen von störenden Bewegungen entstehen, wenn zwei von einander unabhängige Ursachen vorhanden sind, von denen jede für sich allein eine schwingende Bewegung veranlasst. Die Schwingungen eines gewöhnlichen Pendels werden mit der Zeit heftig, wenn gegen das Pendel jedesmal, nachdem es eine Schwingung gemacht hat, ein, wenn auch nur ganz schwacher Schlag ausgeübt wird. Die bei einer Lokomotive vorkommenden störenden Bewegungen werden mit der Zeit sehr heftig, wenn die Zeit einer Umdrehung der Triebräder mit der Zeit übereinstimmt, in welcher die Lokomotive vermöge ihres Federsystems eine Schwingung vollbringt. Die elliptische Bahn, welche ein Planet vermöge der Sonnenanziehung beschreibt, kann durch die Einwirkung eines zweiten Planeten P_1 Störungen erleiden, die mit der Zeit fort und fort anwachsen, wenn die Umlaufszeiten (Schwingungszeiten) der beiden Planeten in einem einfachen durch ganze Zahlen ausdrückbaren Verhältniss stehen.

Damit die Schiffe (insbesondere die kleineren) beim Nicken mit den beiden Enden nicht zu tief in das Wasser gerathen können, sind die Formen der über dem Wasser befindlichen Theile der Schiffsenden von Wichtigkeit. Die eingetauchten Theile der Schiffsenden müssen zur Verminderung des Widerstandes scharf geformt sein, die über dem Wassser befindlichen Theile der Schiffsenden müssen dagegen von der Schwimmfläche an in die Breite gehen, so dass das Schiff gleichsam mit breiter Brust auf das Wasser schlägt, wenn es mit seinen Enden ins Wasser stürzt. Dadurch ist das Schiff allerdings erschütternden, seine Festigkeit gefährdenden Schlägen ausgesetzt, allein der hieraus entstehende Nachtheil ist bei einem fest gebauten Schiff nicht so gross, als wenn die Schiffsenden unter Wasser gerathen.

Vertikaloscillationen eines Schiffes. Die Bestimmung der oscillirenden Bewegungen eines Schiffes ist, insbesondere wenn man welliges Wasser voraussetzt, mit unüberwindlichen Schwierigkeiten verbunden. Es bleibt also nichts anderes übrig, als sich mit einer Annäherungsrechnung zu begnügen. Denken wir uns zuerst Oscilliren in vertikalem Sinn in glattem Wasser und fassen das Schiff in dem Moment ins Auge, wenn es im Niedersinken begriffen ist und der Schwerpunkt um z unter der Gleichgewichtslage sich befindet. Dann ist annähernd $\alpha B L z$ das Wasservolumen und $\gamma \alpha B L z$ das Gewicht der Wassermenge, das der Zunahme der Tauchung um z entspricht, ist demnach $\gamma \alpha B L z$ die Kraft, welche nach aufwärts der Bewegung des Schiffes entgegen wirkt. Dabei bedeutet γ das Gewicht von einem Kubikmeter Wasser und α den Coeffizienten, mit welchem der Flächeninhalt $B\ L$ des der Schwimmfläche umschriebenen Rechteckes multiplizirt werden muss, um den wahren Flächeninhalt der Schwimmfläche selbst zu erhalten. Wenn wir aber nun noch annehmen, dass continuirlich gegen das Wasser Wellen von einer Höhe $\mathfrak{H}$, Länge λ und Laufgeschwindigkeit V hinlaufen, so wird immer nach Verlauf einer Zeit $\frac{\lambda}{V}$ eine Welle ankommen und das Schiff heben. Die Hebungskraft einer Welle ist mit der Zeit und Grösse der Welle veränderlich. Nehmen wir an, dass dieselbe durch $\mathfrak{G}\, B\, L \sin 2\pi \frac{V}{\lambda} t$ ausgedrückt werden könne, wobei $\mathfrak{G}$ eine Grösse bedeutet, die von der Höhe der Welle abhängt. Berücksichtigt man noch, dass das Gewicht des Schiffes (des zu bewegenden Körpers) ausgedrückt werden kann durch $\gamma\,\beta\, B\, L\, T$, wobei β den Coeffizienten bedeutet, mit welchem das dem eingetauchten Theil des Schiffes umschriebene Parallelepiped multiplizirt werden muss, um das vom Schiff verdrängte Wasservolumen zu erhalten; so ergiebt sich folgende Differenzialgleichung der Bewegung:

$$\frac{d^2 z}{d t^2} = g \frac{-\gamma \alpha B L z + \mathfrak{G} B L \sin 2\pi \frac{V}{\lambda} t}{\gamma \beta B L T} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

oder:

$$\frac{d^2 z}{d t^2} = - g \frac{\alpha}{\beta} \frac{z}{T} + \frac{g \mathfrak{G}}{\gamma \beta T} \sin 2\pi \frac{V}{\lambda} t \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Das Integrale dieser Gleichung ist:

$$z = \mathfrak{A} \sin \sqrt{\frac{\alpha}{\beta} \frac{g}{T}}\, t$$

$$+ \mathfrak{B} \cos \sqrt{\frac{\alpha}{\beta} \frac{g}{T}}\, t + \frac{\frac{g \mathfrak{G}}{\gamma \beta T}}{\frac{\alpha}{\beta} \frac{g}{T} - \left(2\pi \frac{V}{\lambda}\right)^2} \sin 2\pi \frac{V}{\lambda} t \quad . \quad (3)$$

Die Vertikaloscillationen des Schiffes bestehen, wie diese Gleichung zeigt, aus drei Elementarschwingungen. Die von den Constanten $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ abhängigen Schwingungen sind diejenigen, welche auch im glatten Wasser vorkommen, die von $\mathfrak{G}$ abhängige Schwingung wird durch den periodisch wiederkehrenden Wellenhub hervorgebracht. Vermöge der ersteren dieser Schwingungen kehrt das Schiff in eine bestimmte Position zurück, wenn sich die Zeit t um $\mathfrak{T} = 2\pi \sqrt{\frac{\beta}{\alpha} \frac{T}{g}}$ ändert, dies ist demnach die Zeit einer ganzen

Schwingung der ersten Art. Die Schwingungszeit derjenigen Schwingung, welche die Wellen verursachen, ist dagegen $\frac{\lambda}{V}$, ist also gleich der Zeit $\mathfrak{T}_1$ von einem Wellenhub bis zum nächstfolgenden.

Die Schwingungen, welche durch die Wellen verursacht werden, können sehr gross werden, wenn der Nenner $\frac{\alpha}{\beta}\frac{g}{T} - \left(2\pi\frac{V}{\lambda}\right)^2$ sehr klein oder selbst Null wird, d. h. wenn

$$(2\pi)^2 \left\{ \left(\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}\frac{g}{T}}\right)^2 - \left(\frac{V}{\lambda}\right)^2 \right\} = (2\pi)^2 \left[\left(\frac{1}{\mathfrak{T}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\mathfrak{T}_1}\right)^2 \right]$$

verschwindend klein wird. Dies ist der Fall, wenn $\mathfrak{T} = \mathfrak{T}_1$ ist. Die Vertikaloscillation des Schiffes kann also selbst bei schwachen Wellenschlägen (wenn $\mathfrak{G}$ klein ist) sehr hoch werden, wenn die Zeit einer Schwingung, die durch den Auftrieb verursacht wird, gleich ist der Zeitintervalle von einem Wellenschlag bis zum nächstfolgenden. Diese Zeiten stimmen überein, wenn $2\pi\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}\frac{T}{g}} = \frac{\lambda}{V}$ oder wegen Gleichung (6) Seite 163, wenn $2\pi\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}\frac{T}{g}} = \frac{\lambda}{\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}}$ $= \sqrt{\frac{2\pi}{g}\lambda}$, d. h. wenn $\lambda = 2\pi\frac{\beta}{\alpha}T$ ist. Diese Länge λ der für die Vertikaloscillationen gefährlichen Wellen ist also der Tauchung des Schiffes proportinal. Für Meerschiffe ist in der Regel $\beta = 0{\cdot}566$ $\alpha = 0{\cdot}812$, demnach $\lambda = 2 \times 3{\cdot}14\ \frac{0{\cdot}566}{0{\cdot}812}\ T = 4{\cdot}37\ T$. Diese gefährlichen Wellen sind also nur etwa 4 mal so lang als die Tauchung, und sind also selbst für die grössten Schiffe kleiner als die Sturmwellen.

Diese allmäligen Steigerungen einer schwingenden Bewegung durch periodisch wiederkehrende Einwirkungen kommen in der Natur sowohl, als auch bei Maschinenbewegungen häufig vor. Dass ein Schiff durch wiederholte, wenn auch schwache Wellenschläge in starke Oscillationen versetzt werden kann, ist vielleicht noch niemals von einem Seemann so klar erkannt worden, als von dem Dichter *Lamartin*, der diese Erscheinung in seinem Werke „Voyage dans l'Orient“ mit meisterhafter Klarheit beschreibt. Es verdient noch bemerkt zu werden, dass die Zeit $\mathfrak{T} = 2\pi\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}\frac{T}{g}}$ einer Schwingung, die der Auftrieb verursacht, übereinstimmt mit der eines einfachen Pendels von der Länge $\frac{\beta}{\alpha}$ T.

Festigkeit des Schiffbaues.

Hinsichtlich der Festigkeit ist ein Schiff als ein schwerer, belasteter hohler Körper zu betrachten, auf dessen Oberfläche äussere Pressungen ausgeübt werden Diese äusseren Pressungen richten sich nach dem Zustand des Wassers, der ein ruhiger oder ein wellenförmig bewegter sein kann. Wir haben daher die Festigkeit des Schiffes in folgenden Fällen zu betrachten: 1. wenn das Wasser eine horizontale Ebene bildet; 2. wenn die Oberfläche des Wassers mit vielen kleinen Wellen bedeckt ist, deren Länge viel kleiner ist, als die Länge des Schiffes, wenn also das Schiff auf einer grossen Anzahl von Wellen aufliegt; 3. wenn die Oberfläche des Wassers grosse Wellen bildet, deren Länge genau oder ungefähr gleich ist $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{1}$ der Schiffslänge, so dass das Schiff gleichzeitig auf 3, auf 2 oder nur auf einer Welle aufliegt.

Glattes Wasser. Wir beginnen unsere Betrachtung für den Fall, dass die Oberfläche des Wassers eine Ebene bildet. Es sei ω die Fläche des eingetauchten Theiles von demjenigen Schiffsquerschnitt $B\,C$, Taf. XVIII Fig. 1 der vom Ende A des Kieles um $A\,C = x$ absteht. $B_1\,C_1$ irgend ein anderer Querschnitt, $A\,C_1 = x_1$, p die Gewichtsintensität des Schiffs sammt Belastung im Querschnitt $B\,C$, in dem Sinn verstanden, dass man p mit $d\,x = C\,c$ multipliziren muss, um das Gewicht des zwischen den Ebenen $B\,C$ und $b\,c$ enthaltenen Theils des Schiffes sammt den zwischen diesen Ebenen enthaltenen Theils der Belastung zu erhalten. Sowohl ω als p sind Funktionen von x; ω ist eine stetige, p eine unstetige Funktion von x. Vermöge des Gewichtes wirkt auf den Körpertheil $B\,C\,b\,c$ nach vertikaler Richtung eine Kraft $p\,dx$, vermöge des Auftriebes nach verkaler Richtung aufwärts eine Kraft, die gleich ist dem Gewicht $\gamma\,\omega\,dx$ der Wassermenge, welche dieser Körpertheil verdrängt. Die Resultirende aus diesen beiden Kräften ist $p\,dx - \gamma\,\omega\,dx = (p - \gamma\,\omega)\,dx$ und ist abwärts oder aufwärts gerichtet, je nachdem $p > \gamma\,\omega$ oder $p < \gamma\,\omega$. Das Moment dieser Kraft in Bezug auf eine durch den Schwerpunkt des Querschnittes von $B_1\,C_1$ gehende Queraxe ist demnach $(p - \gamma\,\omega)\,dx\,(x_1 - x)$ und die Summe der Momente aller Kräfte, welche auf den Schiffstheil von A bis C_1 einwirken, ist demnach:

$$\int_0^{x_1} (p - \gamma\,\omega)\,(x_1 - x)\,dx$$

Dies ist also das statische Moment der Kraft, welche das Schiff in der Weise im Querschnitt $B_1 C_1$ zu brechen strebt, dass oben bei B_1 Ausdehnung, unten bei C_1 Zusammendrückung stattfindet. Nennt man $\mathfrak{S}$ die Spannungsintensität bei B_1, E eine gewisse nur von den Dimensionen des Querschnittes $B_1 C_1$ des Schiffbaues abhängige Funktion, so ist $\mathfrak{S}\,E$ die Summe der statischen Momente aller im Querschnitt $B_1 C_1$ des Schiffbaues vorkommenden Spannungen und Pressungen in Bezug auf die durch den Schwerpunkt des Querschnittes $B_1 C_1$ gehende Queraxe; demnach hat man:

$$\int_0^{x_1} (p - \gamma\,\omega)\,(x_1 - x)\,dx = \mathfrak{S}\,E \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

Es ist auch noch:

$$\mathfrak{B}\,\gamma = \int_0^L \gamma\,\omega\,dx = \int_0^L p\,dx \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

durch welche Gleichung ausgedrückt wird, dass das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit gleich ist dem Gewicht des Schiffbaues sammt Belastung. $\mathfrak{B}$ ist das Volumen der vom ganzen Schiff verdrängten Flüssigkeit. γ das Gewicht von einem Kubikmeter des Wassers, in welchem das Schiff schwimmt. L die Länge des Schiffes.

Wenn die Belastung eines Schiffes so vertheilt wird, dass das zwischen den Ebenen $B\,C$ und $b\,c$ enthaltene Gewicht $p\,dx$ des Baues sammt Belastung gleich ist dem Gewicht $\gamma\,\omega\,dx$, welches dieser Theil des Schiffes verdrängt, so ist $(p - \omega\,\gamma)\,dx = o$ und dann wird $\int_0^{x_1} (p - \gamma\,\omega)\,(x_1 - x)\,dx = o$, demnach $\mathfrak{S}\,E$ oder $\mathfrak{S} = o$, d. h. bei einer solchen Belastung ist die Festigkeit des Schiffsbaues gar nicht in Anspruch genommen. Diese Belastungsweise wird in der That bei den leicht gebauten Flusstransportschiffen, insbesondere bei den Kohlenschiffen auf den Kanälen und Flüssen in Anwendung gebracht, und dadurch ist es möglich, dass derlei Schiffe ihrem Zweck entsprechen, obgleich sie oft so leicht gebaut sind, dass sie sich biegen und eine Wellenform annehmen, wenn sie den Wellen eines vorbeifahrenden Dampfschiffes ausgesetzt sind.

Bei den Dampfschiffen mit scharf geformtem Vorder- und Hintertheil ist es anders. Bei diesen Schiffen verdrängen die scharfen Enden nur sehr wenig Wasser, ist daher an den Enden

$p > \gamma \omega$, verdrängt dagegen der mittlere Theil des Schiffes sehr viel Wasser und ist daher für denselben $p < \gamma \omega$. An zwei Stellen des Schiffes ist $p = \gamma \omega$.

Fig. 2 zeigt das Kräftesystem, durch welches die Festigkeit des Baues bedroht ist. Die Pfeile geben der Grösse und Richtung nach die Werthe von $p - \gamma \omega$ an. In den Punkten B und D ist die Intensität des Schiffsgewichts sammt Belastung gleich der Intensität des Auftriebes; ist also $p - \gamma \omega = 0$. Man sieht, es wird gleichsam nur der mittlere Theil B D des Schiffes getragen, und die Enden B A und D E müssen durch die in den Querschnitten bei B und D vorkommenden Spannungen und Pressungen horizontal schwebend erhalten werden. Das ganze Kräftesystem sucht also das Schiff so zu biegen, dass der Kiel eine concave Form annimmt, Fig. 3. Diese Formänderung tritt in der That bei hölzernen Schiffen, wenn sie lange im Gebrauch waren, ein. Man sagt dann, das Schiff sei „hohlkielig."

So wie gegenwärtig die eisernen Schiffe hergestellt werden, bestehen sie aus einem mit einer Blechhaut überzogenen System von Querrippen. Denkt man sich einen Fisch in umgekehrte Lage gebracht, so dass der Rücken nach unten und der Bauch nach oben gekehrt ist, so hat man ein Bild von der gegenwärtig allgemein üblichen Bauart der eisernen Schiffe. Allein diese Bauart ist offenbar fehlerhaft, denn das System der Querrippen gibt wohl dem Boden und den Wänden Steifigkeit, so dass sie äusseren Stössen uud Schlägen beim Anfahren oder Stranden widerstehen, allein Festigkeit gegen das Abbrechen können diese Querrippen nicht verleihen, sondern hierzu können nur Längenrippen und Längenverbindungen dienen, die gewöhnlich ganz fehlen, oder doch nicht in genügendem Maasse vorhanden sind. Für Flussschiffe genügt allerdings diese übliche Bauart, indem die vertikalen Schiffswände gegen das Abbrechen hinreichend schützen, allein für Meerschiffe ist die Längenverbindung durch die Schiffswände allein nicht genügend, sondern diese Schiffe sollten nach dem Prinzip der Röhrenbrücken, d. h. so gebaut werden, dass sowohl am Boden als am Deck, also an den von der Neutralfaser entferntesten Stellen ein System von Längenrippen angebracht würde, die vom Hinterstern bis zum Vorderstern ohne Unterbrechung fortlaufen. Fig. 4 gibt eine Idee von dieser Bauart.

Die Richtigkeit dieser Bauart scheint nunmehr auch in England erkannt zu werden. Der Great Eastern ist in der That nach diesem System erbaut, und *Fairbairn* hat sich bei mehreren Gelegenheiten für die Bauart mit starken Längenrippen ausgesprochen.

Wir wollen nun versuchen, den Einfluss der Hauptdimensionen eines Schiffes auf seine Festigkeit zu bestimmen. Aus Fig. 2 ist zu ersehen, dass man sich von der Wahrheit nicht viel entfernen wird, wenn man annimmt, dass $p - \gamma\omega$ durch einen Ausdruck von der Form $\mathfrak{A}\, B^2 \cos \frac{2\pi}{L} x$ dargestellt werden kann, wobei $\mathfrak{A}$ eine von der Länge des Schiffs unabhängige und nur von den Verhältnissen der Querschnittsformen und Dimensionen abhängige Grösse bezeichnet. Unter dieser Voraussetzung wird:

$$\int_0^{x_1} (p - \gamma\omega)\,(x_1 - x)\,dx = \mathfrak{A}\, B^2 \int_0^{x_1} (x_1 - x) \cos \frac{2\pi}{L} x\, dx$$

$$= \mathfrak{A}\, B^2 \left| x_1 \int_0^{x_1} \cos \frac{2\pi}{L} x\, dx - \int_0^{x_1} x \cos \frac{2\pi}{L} x\, dx \right|$$

$$= \mathfrak{A}\, B^2 \left\{ \frac{L}{2\pi} x_1 \sin \frac{2\pi}{L} x_1 - \left(\frac{L}{2\pi}\right)^2 \left[\frac{2\pi}{L} x_1 \sin \frac{2\pi}{L} x_1 + \cos \frac{2\pi}{L} x_1 - 1 \right] \right\}$$

$$= \mathfrak{A}\, B^2 \left(\frac{L}{2\pi}\right)^2 \left[1 - \cos \frac{2\pi}{L} x_1 \right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Die Querschnittsform des Schiffbaues kann annähernd mit einer I-Form verglichen werden und für diese Form kann der Werth von E ausgedrückt werden durch einen Ausdruck von der Form $H^2\, \mathfrak{B}\, y_1$, wobei H die Höhe des Schiffes und $\mathfrak{B}$ eine reine Funktion der Verhältnisse der Dimensionen des Querschnittes und y_1 die Breite des Schiffes an der Stelle x_1 bezeichnet. Wir erhalten daher vermöge (1):

$$\frac{\mathfrak{A}\, B^2 L^2}{(2\pi)^2} \left[1 - \cos \frac{2\pi}{L} x_1 \right] = \mathfrak{S}\, \mathfrak{B}\, H^2 y_1$$

Soll das Schiff in allen Theilen gleich stark in Anspruch genommen sein, so muss $\mathfrak{S}$ eine Constante sein; dies ist der Fall, wenn man setzt:

$$\left. \begin{aligned} B \left(1 - \cos \frac{2\pi}{L} x_1\right) &= y_1 \\ n\, B\, L^2 &= \mathfrak{S}\, H^2 \end{aligned} \right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

wobei m und n gewisse constante Grössen bedeuten. Aus der zweiten dieser Gleichungen folgt:

$$\mathfrak{S} = n \left(\frac{B}{H}\right) \frac{L^2}{H} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (5)$$

Diese Gleichung lässt erkennen, dass eine zur Breite grosse Schiffshöhe vortheilhaft, dass aber die Länge sehr nachtheilig ist. Diese langen und schmalen Schiffe, wie sie jetzt gebaut werden, sind also hinsichtlich der Festigkeit nicht zu empfehlen.

Nach dieser Untersuchung müssen wir das Urtheil aussprechen, dass diese unverhältnissmässig langen und vorzugsweise nur mit Querrippen versehenen Schiffe, wie sie gegenwärtig gebaut werden, hinsichtlich der Festigkeit nachtheilig sind, und dass man im Gegentheil die Schiffe mit Längenrippen versehen und verhältnissmässig kürzer bauen sollte.

Welliges Wasser. Ist das Wasser in einem welligen Zustand, sind jedoch die Wellen im Verhältniss zur Schiffslänge klein, so liegt das Schiff gleichzeitig auf sehr vielen Wellen, seine Festigkeit ist daher unter solchen Umständen beinahe ebenso in Anspruch genommen, wie im glatten Wasser. Werden die Wellen grösser (länger und höher), so richtet sich die Art und Weise, wie die Festigkeit eines Schiffes in Anspruch genommen wird, nach den absoluten Dimensionen des Schiffes und der Wellen. Wir müssen daher verschiedene Fälle in Betrachtung ziehen. Ist das Schiff klein (z. B. ein Fischerboot) und ist die Wellenlänge ungefähr gleich der Schiffslänge, so liegt der mittlere Theil des Schiffes bald auf einem Wellenberg, bald auf einem Wellenthal. Der Schiffskörper wird daher abwechselnd abwärts und aufwärts gebogen; allein da diese Wellen noch nicht mächtig sind, so wird die Festigkeit des Schiffes doch nicht stark in Anspruch genommen. Werden aber die Wellen grösser und mehrmal länger als das Schiff, so wird ein kleines Schiff stark gehoben und es nimmt in jedem Augenblick eine Stellung an, bei welcher die Mastenrichtung nahe auf der Wellenfläche senkrecht steht. Das Schiff macht also starke Bewegungen, steigt und fällt, neigt sich vorwärts und rückwärts, liegt aber beinahe der ganzen Länge nach auf der Wellenfläche, seine Festigkeit wird daher nur wenig in Anspruch genommen. Kleine Schiffe können daher durch grosse Wellen umgeworfen, aber nicht wohl zerbrochen werden.

Ist das Schiff von mittlerer Grösse, etwa 20 Meter lang, so wird seine Festigkeit nur wenig in Anspruch genommen, so lange die Wellenlänge nicht mehr als circa 10 Meter, dagegen stark, wenn einmal die Wellenlänge 20 und mehr Meter beträgt, denn dann wird das Schiff stark gehoben, und wenn es auf einen Wellenberg zu liegen kommt, wird es in der Mitte stark emporgehoben, während die Enden nur wenig eintauchen.

Ist das Schiff gross, hat es z. B. eine Länge von 75 Meter (British Queen), so wird es nicht viel gehoben und macht es überhaupt keine heftigen Bewegungen, so lange die Wellenlänge nicht mehr als $\frac{75}{3} = 25$ Meter beträgt, so wie aber die Wellenlänge gleich oder grösser als die Schiffslänge wird, kommt es wiederum bald auf einen Wellenberg, bald in ein Wellenthal zu liegen und es ist dann seine Festigkeit in hohem Grade in Anspruch genommen.

Die Länge des grössten bis jetzt erbauten Schiffes (Great Eastern) beträgt 209 Meter, ist also ungefähr so lang als die längsten Wellen, die im grossen Ocean vorkommen. Die Festigkeit dieses kolossalen Schiffs ist also bei gewöhnlicherem, wenn auch hohem Wellengang nicht viel stärker in Anspruch genommen, als in glattem Wasser, allein bei heftigsten Stürmen und wenn die Wellenlänge nahe gleich der Schiffslänge und die Wellenhöhe 10 Meter beträgt, wird dieses Schiff sehr stark in Anspruch genommen und werden seine Bewegungen sehr heftig.

Bestimmung der Hauptabmessungen eines zu erbauenden Dampfschiffes. Wir können die Dampfschiffe nach den Zwecken, welchen sie zu dienen haben, in drei Klassen theilen, nämlich 1. Kriegsschiffe, 2. Passagierschiffe, 3. Schlepper oder Remorqueur. Wir wollen im Folgenden die Kriegsschiffe von unsern Betrachtungen ausschliessen.

Passagierschiffe. Um die Dimensionen eines solchen Schiffes zu bestimmen, nehmen wir an: 1. die Pferdekraft N_n der Maschine, 2. die Verhältnisse $\frac{L}{B}\,\frac{H}{B}\,\frac{T}{B}$, 3. die Geschwindigkeit u des Schiffes. Dass wir von dieser Annahme ausgehen, und nicht unmittelbar von der Länge des Schiffes, geschieht nur deshalb, weil wir dadurch den Widerstandscoeffizienten unmittelbar bestimmen können. Was die Verhältnisse $\frac{L}{B}\,\frac{H}{B}\,\frac{T}{B}$ betrifft, so können wir nach den Ergebnissen unserer Untersuchungen die in neuester Zeit üblich gewordenen Werthe nicht empfehlen. Wir haben gefunden, dass diese neuern, im Verhältniss zur Breite übermässig langen, vorn und hinten lang und fein zugespitzten Schiffe 1. eine geringe Stabilität gewähren, 2. einen grossen Reibungswiderstand verursachen, 3. eine geringe Festigkeit besitzen, 4. schwierig zu steuern sind, 5. im Vorder- und Hintertheil wenig benutzbaren Raum darbieten, dass also diese neueren Schiffe in jeder Hinsicht nachtheiliger sind, als die älteren Schiffe, wie sie vor ungefähr zehn Jahren gebaut wurden. Wenn nicht ganz besondere Umstände ungewöhnliche Verhältnisse verlangen, nehmen wir daher folgende Verhältnisse an:

	Flussschiffe	Landseeschiffe.	Meerschiffe.
$\frac{L}{B} =$	9	7	6
$\frac{T}{B} =$	0·18	0·20	0·4
$\frac{H}{B} =$	0·5	0·5	0·64

Die Geschwindigkeit der schnellsten Schiffe gegen still stehendes Wasser beträgt 5 bis 6 Meter in der Sekunde und diese wollen wir auch annehmen, und zwar für kleinere Schiffe bis zu 100 Pferdekraft 5 Meter, für grössere 6 Meter, indem grössere Schiffe eine verhältnissmässig stärkere Belastung zulassen, als kleinere.

Diess vorausgesetzt, hat man nun zur Bestimmung der Abmessung eines Schiffes mit Ruderrädern folgende Ausdrücke:

$$\mathrm{B\,T} = \Omega = \frac{75\ N_n}{0{\cdot}1\left(1 - e^{-\frac{N_n}{165}}\right)\left(\frac{2}{3}\ \frac{L}{T} + \frac{L}{B}\right)\frac{v}{u} \cdot u^3} \quad \ldots \quad (1)$$

Hat man BT berechnet, so ergeben sich dann die Dimensionen L B T H selbst vermittelst der Werthe von $\frac{L}{B}\ \frac{H}{B}\ \frac{T}{B}$.

Es sei z. B. für ein Flussschiff:

$$N_n = 100, \quad \frac{L}{T} = \frac{9}{0{\cdot}18} = 50, \quad \frac{L}{B} = 9, \quad u = 5, \quad \frac{v}{u} = 1{\cdot}41, \quad \frac{T}{B} = 0{\cdot}18$$

Dann findet man:

$$0{\cdot}1\left(1 - e^{-\frac{N_n}{165}}\right) = 0{\cdot}155, \quad \frac{2}{3}\ \frac{L}{T} + \frac{L}{B} = 42$$

$$\mathrm{B\,T} = \Omega = \frac{75 \times 100}{0{\cdot}155 \times 42 \times 1{\cdot}41 \times 125} = 6{\cdot}53 \text{ Quadrat-Meter.}$$

Demnach wegen

$$B\,T = B^2\left(\frac{T}{B}\right) = 6{\cdot}53$$

$$B = \sqrt{6{\cdot}53 \times \frac{B}{T}} = \sqrt{\frac{6{\cdot}53}{0{\cdot}18}} = 6{\cdot}02 \text{ Meter.}$$

$$L = 9\;B = 54{\cdot}18 \text{ Meter.}$$

$$H = 0{\cdot}5\;B = 3{\cdot}01 \text{ Meter.}$$

Es sei ferner für ein grösseres Meerschiff:

$$N_n = 500\,,\quad \frac{L}{B} = 6\,,\quad \frac{T}{B} = 0{\cdot}4\,,\quad \frac{H}{B} = 0{\cdot}64\,,\quad \frac{v}{u} = 1{\cdot}41\,,\quad u = 6$$

Dann findet man:

$$0{\cdot}1\left(1 + e^{-\frac{N_n}{165}}\right) = 0{\cdot}100\,,$$

$$\frac{2}{3}\,\frac{L}{T} + \frac{L}{B} = 16$$

$$B\,T = \Omega = \frac{500 \times 75}{0{\cdot}100 \times 16 \times 1{\cdot}41 \times 216} = 76{\cdot}9 \text{ Quadrat-Meter.}$$

$$B = \sqrt{B\,T \times \frac{B}{T}} = \sqrt{76{\cdot}9 \times \frac{1}{0{\cdot}4}} = 13{\cdot}8 \text{ Meter.}$$

$$L = 6\;B = 82{\cdot}8 \text{ Meter.}$$

$$T = 0{\cdot}4\;B = 5{\cdot}52 \text{ „}$$

$$H = 0{\cdot}64\;B = 8{\cdot}83 \text{ „}$$

Es sei endlich für ein grosses Meerschiff

$$N_n = 1000\,,\quad \frac{L}{B} = 6\,,\quad \frac{T}{B} = 0{\cdot}4\,,\quad \frac{H}{B} = 0{\cdot}64\,,\quad \frac{v}{u} = 1{\cdot}41\,,\quad v = 6.$$

Dann wird:

$$B\,T = \Omega = \frac{1000 \times 75}{0{\cdot}100 \times 16 \times 1{\cdot}41 \times 216} = 153{\cdot}8 \text{ Quadrat-Meter.}$$

$$B = \sqrt{\frac{153{\cdot}8}{0{\cdot}4}} = 19{\cdot}6 \text{ Meter.}$$

$$L = 6\;B = 117{\cdot}6 \text{ Meter.}$$

$$T = 0{\cdot}4\;B = 7{\cdot}84 \text{ Meter.}$$

$$H = 0{\cdot}64\;B = 12{\cdot}54 \text{ Meter.}$$

Es sei endlich:

$$N_n = 3000, \; \frac{L}{B} = 6, \; \frac{T}{B} = 0{\cdot}4, \;\; \frac{H}{B} = 0{\cdot}64, \;\; \frac{v}{u} = 1{\cdot}41, \;\; v = 7$$

so wird:

$$B\,T = \Omega = \frac{3000 \times 75}{0{\cdot}100 \times 16 \times 1{\cdot}41 \times 343} = 298{\cdot}5 \text{ Quadrat-Meter.}$$

$$B = \sqrt{\frac{298{\cdot}5}{0{\cdot}4}} = 27{\cdot}3 \text{ Meter.}$$

$$L = 6\,B = 163{\cdot}8 \text{ Meter.}$$

$$H = 0{\cdot}64\,B = 17{\cdot}5 \text{ Meter.}$$

$$T = 0{\cdot}4\,B = 10{\cdot}92 \text{ Meter.}$$

Geometrisch ähnliche Anordnungen. Die einfachste Art, die Totalität der Abmessungen eines zu erbauenden Schiffes zu erhalten, besteht darin, dass man sich ein bereits existirendes Schiff zum Vorbild nimmt und dasselbe in aller und jeder Hinsicht geometrisch ähnlich nachbildet. Die Richtigkeit dieses Verfahrens erhellet aus Folgendem. Bezeichnen wir das als Vorbild dienende Schiff mit $\mathfrak{M}$, das Nachbild mit $\mathfrak{N}$ und nehmen wir beispielsweise an, dass wir in letzterem jede lineare Dimension zwei mal so gross machen, als in ersterem. Unter dieser Voraussetzung sind bei $\mathfrak{N}$ alle Flächeninhalte 4 mal, alle Gewichte 8 mal so gross, als bei $\mathfrak{M}$. Daher wird die Tauchung des Schiffes $\mathfrak{N}$ 2 mal so gross sein, als jene von $\mathfrak{M}$.

Da die Schiffe geometrisch ähnlich sind und ähnliche Tauchungen haben, so haben die Quotienten $\frac{k}{k_1}$, $\frac{\Omega}{\Omega_1}$ für beide Schiffe gleiche Werthe, vermöge der Gleichung

$$\frac{u}{v} = 1 + \sqrt{\frac{k\,\Omega}{k_1\,\Omega_1}}$$

stimmen daher die Werthe der Quotienten $\frac{u}{v}$ für beide Schiffe überein.

Die Heizfläche des Kessels von $\mathfrak{N}$ ist 4 mal so gross, als jene des Kessels von $\mathfrak{M}$. Die Pferdekraft des Kessels von $\mathfrak{N}$ ist demnach 4 mal so gross, als jene von $\mathfrak{M}$. Der Quotient $\frac{N}{\Omega}$ hat demnach für beide Schiffe den gleichen Werth. Die Werthe von k sind für geometrisch ähnliche Schiffe sehr nahe gleich gross. Wenn nun die Werthe von $\frac{N}{\Omega}$, k, $\frac{u}{v}$ für beide Schiffe übereinstimmen, so folgt aus der Gleichung

$$u^3 = \frac{75\ N_n}{k\ \Omega \frac{u}{v}},$$

dass beide Schiffe einerlei Geschwindigkeit u haben und dass folglich auch, weil $\frac{u}{v}$ für beide einerlei Werth hat, die Geschwindigkeit v für beide Schiffe übereinstimmt. Allein da auch die Maschinen und Triebräder geometrisch ähnlich sind, so können die Werthe von v für beide Schiffe nur dann übereinstimmen, wenn die Geschwindigkeiten der Kolben der beiden Maschinen gleich gross sind.

Da die Pferdekraft des Kessels von $\mathfrak{N}$ 4 mal so gross ist, als jene des Kessels von $\mathfrak{M}$, so ist auch die Pferdekraft der Maschine von $\mathfrak{N}$ 4 mal so gross, als jene der Maschine von $\mathfrak{M}$. Da ferner der Querschnitt des Dampfcylinders von $\mathfrak{N}$ 4 mal so gross ist, als jener des Dampfcylinders von $\mathfrak{M}$ und die Geschwindigkeiten der Dampfkolben übereinstimmen, so müssen die Dampfspannungen in beiden Maschinen übereinstimmen.

Diese Vergleichungen lassen sich beinahe bis in die kleinsten Details fortsetzen, und man findet überall, dass das Schiff $\mathfrak{N}$ in aller und jeder Hinsicht richtige Dimensionen erhalte, wenn es mit $\mathfrak{M}$ geometrisch ähnlich angeordnet wird. Es ist mithin der Satz bewiesen, dass man ein Schiff mit guten Konstruktionsverhältnissen erhält, wenn man ein anerkannt gutes Schiff $\mathfrak{M}$ als Vorbild benützt und dasselbe in jeder Hinsicht geometrisch ähnlich nachbildet. Hierauf gründet sich das in den Resultaten für den Maschinenbau Seite 291 u. f. aufgestellte System von Verhältnisszahlen, dessen man sich jederzeit bedienen kann, wenn an ein neu zu erbauendes Schiff ganz normale mittlere Anforderungen gestellt werden. Verlangt man in den Grundverhältnissen oder in der Geschwindigkeit Ungewöhnliches, so müssen die Dimensionen nach den aufgestellten Formeln berechnet werden.

Schleppschiffe. Nennt man für einen Remorqueur Ω den Flächeninhalt des Rechteckes, das dem eingetauchten Theil des Hauptspantes umschrieben werden kann, ω_1 ω_2 die gleichnamigen Grössen für die Schiffe, welche durch den Remorqueur fortgeführt werden sollen, k $\mathfrak{k}_1$ $\mathfrak{k}_2$ die Widerstandscoeffizienten für die sämmtlichen Schiffe, so hat man:

$$k\ \Omega\ u^2 + \mathfrak{k}_1\ \omega_1\ u^2 + \mathfrak{k}_2\ \omega_2\ u^2 + \ldots = k_1\ \Omega_1\ (v - u)^2 \quad . \quad . \quad (1)$$

$$\frac{v}{u} = 1 + \sqrt{\frac{k\ \Omega + \mathfrak{k}_1\ \omega_1 + \mathfrak{k}_2\ \omega_2 + \ldots}{k_1\ \Omega_1}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

ferner

$$75\ N_n \left(\frac{N_r}{N_n}\right) = (k\ \Omega\ u^2 + \mathfrak{k}_1\ \omega_1\ u^2 + \mathfrak{k}_2\ \omega_2\ u^2 + \ldots)\ v \quad \ldots \quad (3)$$

$$N_n = \frac{k\ \Omega + \mathfrak{k}_1\ \omega_1 + \mathfrak{k}_2\ \omega_2 + \cdots}{75 \left(\frac{N_r}{N_n}\right)}\ u^3 \left(\frac{v}{u}\right) \quad \ldots \quad (4)$$

$$\Omega = \frac{75\ N_n \left(\frac{N_r}{N_n}\right)}{k\ u^3\ \frac{v}{u}} - \left(\frac{\mathfrak{k}_1}{k}\ \omega_1 + \frac{\mathfrak{k}_2}{k}\ \omega_2 + \ldots\right) \quad \ldots \quad (5)$$

Form der Schiffe. Die beste Form der Schiffe auf theoretischem Wege ausfindig zu machen, ist bis jetzt nicht gelungen und wird auch in der Folge nicht gelingen können, weil es überhaupt eine Form, welche allen Anforderungen, die man an ein Schiff stellen kann, vollkommen entspricht, nicht gibt. Die Form, welche die grösste Stabilität gewährt, ist ein Floss, die Form, welche den kleinsten Widerstand verursacht, ist wahrscheinlich oben am Wasser kielförmig scharf, unten in der Tiefe breit, entsteht also durch Umkehrung der gewöhnlichen Schiffsform. Die Form, welche die zweckmässigste Räumlichkeit darbietet, ist ein parallelepipedischer Kasten. Die Form, welche den höchsten Grad von Festigkeit gewährt, ist ein kurzes, breites, hohes Parallelepiped. Man sieht, dass die Formen, welche den einzelnen Anforderungen am besten genügen, sich gegenseitig widersprechen. Da also die Aufgabe auf rationellem Wege nicht gelöst werden kann, so bleibt nichts anderes übrig, als die Verfolgung eines empirischen Weges, indem man die bereits existirenden Formen einer Kritik unterwirft, dadurch ihre Fehler ermittelt und dann durch Induktion Regeln aufzustellen sucht, die zu anerkannt guten Formen führen. Es folgen nun mehrere empirische Methoden zur Verzeichnung von Schiffsformen.

Nachahmung eines Modellschiffes. Ist man im Besitze der Risse eines anerkannt guten Schiffes, so kann man dasselbe als Modell benützen und darnach die Formen eines zu erbauenden Schiffes bestimmen. Dabei ist folgendes Verfahren angemessen. Man stellt zuerst vermittelst des Wasserlinienrisses des Modellschiffes eine Tabelle auf, indem man die ganze Länge des Schiffes in 20 gleiche Theile theilt, durch die Theilungspunkte im Grundriss Querlinien zieht und die Ordinaten der einzelnen Wasserlinien misst, dabei aber einen Maassstab anwendet, der die halbe Schiffsbreite in 1000

Theile theilt. In den Resultaten findet man Seite 298 bis 309 solche Tabellen über mehrere Schiffe aufgestellt. In der mit x überschriebenen. Vertikalcolumne sind die aufeinanderfolgenden Querschnitte nummerirt. Die Nummerirung beginnt mit 0 am hinteren Ende und endigt mit 20 am vorderen Ende des Schiffes. Die mit I., II., III. . . . überschriebenen Vertikalkolumnen geben die Ordinaten der von unten nach aufwärts gezählten Wasserlinien. Die horizontalen Zahlenreihen geben die den einzelnen Spanten entsprechenden Ordinaten. Die Zahl 1000 ist die halbe Breite des Schiffes. Hat man diese dem Modellschiff entprechende Ordinaten-Tabelle aufgestellt und die absoluten Dimensionen B, L, T, H des zu verzeichnenden Schiffes berechnet, so unterliegt die Verzeichnung keiner Schwierigkeit.

Man nimmt die Breite B, zeichnet einen genauen Maassstab, welcher diese Breite in 1000 gleiche Theile theilt und trägt vermittelst desselben die Tabellenzahlen auf. Um die Punkte, welche einer Wasserlinie entsprechen, in stetiger Weise zu verbinden, bedient man sich einer elastischen Ruthe von Holz, die man längs der Punkte hinbiegt und durch Gewichte festhält.

Senteneintheilung nach der Quadrantenmethode. Die älteren Methoden zur Verzeichnung der Schiffsformen beruhen auf gewissen graphischen Interpolationen oder Senteneintheilungen. Eine der besseren dieser Methoden ist die folgende sogenannte Quadranten-Methode. Nach diesem Verfahren verzeichnet man zuerst mit Benutzung einer Modellzeichnung eines Schiffes oder vermittelst der oben erwähnten Tabellenwerthe

a. den Längenschnitt des Schiffes (Fig. 5) und theilt die Länge vom Hinterstern bis zur Spitze des Vordersterns in 20 gleiche Theile;
b. den Grundriss des Verdecks (Fig. 7);
c. den Hauptspant No. 10 des Schiffes (Fig. 6);
d. die Spanten, welche den Theilungspunkten 0, 1, 5 des Hinterschiffes, und die Spanten, welche den Theilungspunkten 15 und 19 des Vorderschiffes entsprechen.

Nach diesen Vorbereitungen ergeben sich die übrigen Spanten durch folgendes Verfahren:

Man theilt die 1te, 10te und 19te Spante (Fig. 6) in so viele gleiche Theile, als die Anzahl der Punkte beträgt, die von jeder Spante bestimmt werden sollen (in der Zeichnung sind 10 Theile angenommen) und verbindet die correspondirenden Punkte wie a und b, a_1 und b_1, durch gerade Linien, so sind dies die Senten.

Um nun die Punkte zu finden, in welchen die Sente a b von den Spanten geschnitten wird, verzeichne man einen Quadranten (Fig. 8) und theile denselben in 10 gleiche Winkel, nehme hierauf die Länge a b (Fig. 6) und trage sie nach $\alpha\,\beta$ (Fig. 8) auf, nehme ferner die Länge a c (Fig. 6), die dem Punkt entspricht, in welchem die Sente a b von der fünften Spante geschnitten wird, und suche in (Fig. 8) in dem Radius No. 5 den Punkt γ, dessen Entfernung von der Linie α 1 gleich a c ist.

Verzeichnet man nun einen Kreisbogen $\beta\,\gamma\,\delta$, dessen Mittelpunkt o in der abwärts verlängerten Richtung von $\beta\,\alpha$ liegt, und der durch die Punkte β und γ geht, so scheidet derselbe die Radien, durch welche man den Quadranten (Fig. 8) getheilt hat, in einer Folge von Punkten, und wenn man die zu $\gamma\,\varepsilon$ parallelen Ordinaten dieser Durchschnittspunkte auf die Sente a b (Fig. 6) von a an aufträgt, so erhält man die Punkte, in welchen diese Sente a b von sämmtlichen Spanten geschnitten wird.

Wiederholt man die gleiche Construktion mit jeder der übrigen Senten des Hinterschiffes und auch mit jeder Sente des Vorderschiffes, so ergeben sich die Punkte, in welchen sämmtliche Senten von sämmtlichen Spanten geschnitten werden, und wenn man endlich die Punkte, welche jeder Spante entsprechen, vermittelst einer elastischen Feder durch eine stetige Linie verbindet, so erhält man den vollständigen Spantenriss.

Ist einmal der Spantenriss verzeichnet, so unterliegt es keiner Schwierigkeit, im Grundriss des Schiffes eine beliebige Anzahl von Horizontalschnitten darzustellen, oder überhaupt ein beliebiges System von Schnittlinien zu verzeichnen.

Induktive Bestimmung der Formen der Wasserlinien. Eine dritte Methode der Verzeichnung der Schiffsformen beruht darauf, dass man das Bildungsgesetz der Wasserlinien, wie sie bei guten Schiffsformen vorkommen, zu ermitteln sucht. Die Wasserlinien haben eine gewisse Aehnlichkeit mit den Wellenlinien. *Scott Russel* behauptet, dass diese Linien die beste Form der Schiffe bestimmen. Allein dies ist nicht richtig. Die Formen, welche die Wellenlinie gibt, sind noch viel schärfer als die schärfsten Formen, welche man in der Wirklichkeit angewendet findet. Die Wellenlinie gibt ferner für das Vorder- und Hinterschiff gleiche Formen, während in der Wirklichkeit die beiden Schiffshälften nie ganz übereinstimmen und in der Regel das Ende des Hinterschiffs noch schärfer gebildet ist, als das Ende des Vorderschiffs.

Die folgende Tabelle dient zu einer Vergleichung theoretischer Formen und wirklicher Formen.

Nr. des Querschnitts	Ordinaten der A. Wellenlinie.	B. Sinusoide.	C. Great Eastern.	D. Congrès.
0	0	0	0	0
1	18	29	92	153
2	62	95	224	450
3	137	207	400	666
4	241	349	584	817
5	374	500	800	900
6	529	653	923	947
7	686	793	972	966
8	839	908	1000	983
9	954	978	1000	1000
10	1000	1000	1000	1000
11	954	978	1000	983
12	839	908	984	975
13	686	793	923	950
14	529	653	864	913
15	374	500	707	833
16	241	349	568	725
17	137	207	406	581
18	62	95	246	371
19	18	29	80	166
20	0	0	0	0

Die Ordinaten der Columne A sind nach der Gleichung der Wellenlinie bestimmt. Die Ordinaten von B sind nach der Sinusoide berechnet, deren Gleichung (L Länge, B Breite des Schiffes) ist:

$$y = \frac{B}{4}\left(1 - \cos 2\pi \frac{x}{L}\right)$$

Eine Vergleichung dieser Tabellenwerthe zeigt, dass die Wellenlinie äusserst scharfe Endtheile gibt. Die Gleichung der Sinusoide gibt etwas weniger scharfe Endtheile, aber doch noch viel schärfere, als sie bei dem Great Eastern und Congrès vorkommen, welches sehr scharf gebaute Schiffe sind.

Da die Sinusoide wohl im Wesentlichen den richtigen Charakter hat, aber zu scharfe Vorder- und Hintertheile gibt, so kommt man zur Vermuthung, dass man angemessene Horizontalschnitte vermittelst des Ausdruckes

$$y = \frac{Y}{2}\left(\frac{1 - \cos 2\pi\frac{x}{L}}{2}\right)^{\frac{T}{4z}}$$

erhalten könnte. In diesem Ausdruck bedeutet Y die grösste Breite eines Horizontalschnittes, T die Tauchung, z die Höhe der Schnittebene über der Kiellinie. Diese Gleichung gibt:

Werthe von $1000\,\frac{y}{\frac{1}{2}Y}$ *für*

$\frac{1}{20}\,\frac{L}{x}$	$z = \frac{1}{4}T$	$z = \frac{2}{4}T$	$z = \frac{3}{4}T$	$z = \frac{4}{4}T$
0	0	0	0	0
1	29	170	307	412
2	95	316	456	566
3	207	458	592	678
4	349	592	704	768
5	500	707	794	843
6	653	806	868	900
7	793	888	926	943
8	908	954	968	975
9	978	990	993	995
10	1000	1000	1000	1000

Die Werthe von Y für jeden Horizontalschnitt ergeben sich aus der Zeichnung des Hauptspantes.

Will man das Vorderschiff etwas weniger scharf halten, als das Hinterschiff, so kann dies bewirkt werden, indem man den Hauptspant nicht in die Mitte, sondern etwas vor die Mitte des Schiffes verlegt, so dass das Hinterchiff etwas länger ausfällt, als das Vorderschiff. Man theilt dann jede der beiden Hälften in 10 Theile und trägt die Tabellenwerthe auf.

Bau der Dampfschiffe.

Bau der Dampfschiffe im Allgemeinen. Die Bauart der eisernen Flussdampfer ist sehr einfach. Kiel, Stern und Bug werden gewöhnlich durch eine Blechrinne gebildet und auf dem Stapel zuerst aufgestellt. Die Schiffsrippen bestehen aus Winkeleisen, die nach der Gestalt der Spanten auf gusseisernen Richtplatten in glühendem Zustand nach Lehren gebogen werden. Sie werden auf den Kiel gestellt und untereinander durch eiserne Bänder oder hölzerne Latten provisorisch verbunden. Die äussere Verkleidung geschieht durch Bleche, die der Länge des Schiffes nach hinlaufen und untereinander und mit den Rippen vernietet werden. In den Schiffsenden werden die Rippen durch Blechtafeln verstärkt. Im Mittelschiff werden am Boden Längenbalken (Kielsons) angebracht, auf welche die Maschinen zu stehen kommen. Das Deck wird durch Pflöcklinge gebildet, die fest an einander getrieben und an die Winkeleisen geschraubt werden, selbstverständlich der Länge des Schiffes nach liegen.

Die Bauart der Seedampfer unterscheidet sich von jener der Flussdampfer durch verschiedene den Boden, das Deck und die Wände verstärkende Verbindungen. Es ist schon früher nachgewiesen worden, dass diese Meerschiffe starke Längenverbindungen erfordern, und dass das übliche System der Querverbindungen verlassen werden soll. Was die Bauart anbelangt, muss man den Great Eastern das erste richtig gebaute Schiff nennen, indem bei demselben das System der Längenverbindungen mit Consequenz durchgeführt ist.

Wenden wir uns nun zu den construktiven Details.

Der Kiel wird bei Flussdampfern rinnenförmig, bei Meerdampfern meistens massiv keilförmig gemacht.

Taf. XIX Fig. 1 Rinnenkiel, abgerundet gebogen Fig. 2 Rinnenkiel, scharf gebogen. Fig. 3 massiver keilförmiger Kiel. Die Rinne ist gut, weil sich darin das Wasser sammelt und die durch die Querverbindungen entstehenden Räume mit einander communiziren. Der scharfe massive Kiel gibt viele Festigkeit. Die Dimensionen sind: Höhe des Kieles oder Tiefe einer Rinne $\frac{1}{40}$ B. Mittlere Dicke des massiven Kieles $\frac{1}{160}$ B bis $\frac{1}{120}$ B. Blechdicke für die Kielrinne $= \frac{B}{600}$.

Der Stern wird ebenfalls rinnenförmig oder massiv gemacht in Uebereinstimmung mit dem Kiel.

Fig. 4 und 5 Rinnenstern. Fig. 6 massiver Stern. Kiel und Stern müssen hier zusammengeschweisst werden. Der Stern soll aus einem Stück gemacht werden. Der Kiel muss wegen seiner Länge aus Stücken zusammengesetzt werden.

Der Schiffsboden wird gewöhnlich durch Winkeleisen, Querplatten und Kielsons gebildet, wie Figuren 7 und 8 zeigen.

a Kiel. b Bekleidung. c c Rippen. d Verstärkungsrippen. e e Winkeleisen längs des oberen Randes der Blechtafeln d. f f Kielsons.

Fig. 9 hölzerner Kielbalken mit Blechverstärkung. Fig. 10 hohler Kielbalken. Fig. 11 I-förmiger Kielson.

Fig. 12 doppelter Boden des Great Western; System der Längenverbindung. Die Kielsons haben gewöhnlich eine Höhe von $\frac{1}{20}$ B. Die Blechdicke ist gleich jener der Bodenverkleidung, nämlich $\frac{B}{600}$.

Die Blechverkleidung. Am Boden werden die Bleche überplattet, Fig. 13, in den Wänden werden die Bleche entweder, wie Fig. 14 oder Fig. 15 zeigt, überplattet oder, wie Fig. 16 zeigt, auf einander gesetzt und mit Bandvernietung verbunden. Die letztere dieser Verbindungen ist offenbar die beste, indem die Nieten gar nicht dem Abscheeren ausgesetzt sind

Dis Stärke der Bleche ist: a. in den Wänden $\frac{B}{900}$, b. im Boden $\frac{B}{600}$, c. in der Uebergangskrümmung $\frac{B}{750}$. Die Bleche haben in der Regel 0·6 bis 0·7 Meter Breite und 4 Meter Länge. Die Winkeleisen sind um 0·7 Meter von einander entfernt. Im eingetauchten Theil sollen die Nietköpfe versenkt werden, damit sie nicht viel Widerstand verursachen, auch ist es gut, die Bleche im eingetauchten Theile so anzuordnen, dass die Längenkanten ebene Kurven bilden, deren Ebenen auf den Ebenen der Spanten senkrecht stehen. Die Vernietung ist ganz nach den von uns aufgestellten Regeln, Resultate Seite 43 bis 45 zu machen. Im eingetauchten Theil muss die Vernietung wasserdichten Verschluss und Festigkeit gewähren, in den Wänden über dem Wasser hat man vorzugsweise nur für Festigkeit zu sorgen, und wenn die Bleche auf einander gestellt werden, kann die Vernietung ziemlich weitschichtig genommen werden.

Verbindungen in der Wand und in der Decke. Die Verbindungen Fig. 17 bis Fig. 22 kommen nur bei stärker gebauten Meerschiffen vor. Bei Flussschiffen besteht die Wand nur aus einfachen Winkeleisen mit Blechverkleidung.

Das Steuerruder wird am Besten aus einem mit Blech bekleideten schmiedeeisernen Rahmen gemacht. Fig. 23 Steuerruder für einen Flussdampfer. Fig. 24 Steuerruder für einen Meerdampfer.

Maschinen und Treibapparate.

System der Maschinen im Allgemeinen. Zum Betriebe der Dampfschiffe werden (mit Ausnahme von Amerika) nur Condensationsmaschinen gebraucht. Auf Flüssen, Seen und auf dem Meere fehlt es nicht an dem zur Condensation nöthigen Wasser und durch die Condensation erreicht man den wesentlichen Vortheil, dass selbst mit mässigen Dampfspannungen eine ziemlich günstige Verwendung des Brennstoffes möglich wird. Bei dieser niedrigen Dampfspannung sind die Maschinen leicht in gutem und dampfdichtem Zustand zu erhalten und wird insbesondere die Kesselconstruktion sehr erleichtert, indem bei einer schwachen Dampfspannung selbst ausgedehnteren ebenen Theilen der Kesselwände eine genügende Festigkeit ertheilt werden kann. Da die Feueranfachung auf Dampfschiffen nur durch Kamine von mässiger Grösse geschieht, darf bei Steinkohlen die Dicke der Brennstoffschicht auf dem Rost nicht mehr als 10 bis 12 Centimeter betragen; erhalten daher die Roste unvermeidlich eine sehr grosse Horizontalausdehnung und da sie bei Schiffskesseln im Innern derselben angebracht werden müssen, so werden die Feuerungsräume selbst sehr ausgedehnt. Für die Raumersparung ist es aber sehr wünschenswerth, wenn diese Feuerungsräume die Form von viereckigen Kanälen mit abgerundeten Kanten erhalten können, und dies ist nur bei schwacher Dampfspannung möglich, indem bei hoher Dampfspannung die Decken der Feuerkanäle unmöglich stark genug gemacht werden könnten. Man sieht, dass insbesondere die Kesselconstruktion die Anwendung von schwach gespanntem Dampf bedingt, und die Condensation ist nur nothwendig, um bei dieser schwachen Dampfspannung eine vortheilhafte Verwendung des Brennstoffes erzielen zu können. Das Expansionsprinzip wird bei Schiffsmaschinen entweder gar nicht oder nur in einem mässigen Grade in Anwendung gebracht. Starke Expansionen sind bei schwachen Dampfspannungen nicht möglich und würden auch die Maschinen zu sehr vergrössern. Wo es nur möglich ist, sucht man bei Schiffsmaschinen die Räderübersetzungen zu vermeiden. Das Geräusch der Räder ist zu störend; die Axen können auf einem elastischen Bau, wie ein Schiff es ist, nie so sicher gelagert werden, als bei stehenden Landmaschinen, und der Bruch eines Zahnes kann zu nachtheilige Folgen haben. Um den Räderübersetzungen zu entgehen, sucht man theils durch einen kurzen Kolbenschub, theils durch eine ziemlich grosse Geschwindigkeit der Dampfkolben unmittelbar die nöthige Geschwindigkeit der Triebwellen hervorzubringen. Bei Schrauben-Maschinen muss man sich oftmals, insbesondere wenn die Schiffe verhältnissmässig klein sind, sehr kurze Kolbenschübe und grosse Kolbengeschwindigkeit gefallen lassen. Die Schublänge beträgt zuweilen nur $\frac{2}{5}$ vom Durchmesser der Cylinder und die Kolbengeschwindigkeit 2^m in einer Sekunde. In England hat man früher bei Schraubenschiffen in der Regel Räderübersetzungen angewendet, thut es aber gegenwärtig nicht mehr. In Frankreich wurden im Gegentheil die Schraubenmaschinen früher ohne Räderübersetzungen gemacht und werden solche nun sehr gewöhnlich gebraucht.

Hinsichtlich der Bauart sind die Ruderrädermaschinen von den Schraubenmaschinen zu unterscheiden, weil bei ersteren die zu treibende Kurbelwelle hoch, bei letzteren tief liegt. Bei den älteren Rädermaschinen sind die Maschinen nur mit den Kielsons, nicht aber mit den Wänden oder mit der Decke des Schiffes verbunden. Die Maschinen stehen ganz frei da und die Kurbelwelle liegt theils in den Gestellen der Maschine, theils in Lagern, welche ausserhalb der Schiffswand angebracht sind. Diese Bauart ist offenbar fehlerhaft; denn die Lage der Kurbelwelle ist dadurch nicht gesichert, indem die oberen Theile der Maschinengestelle ganz merklich gegeneinander Bewegungen machen müssen, so wie sich das Schiff durch die Wirkung des Wellenschlags etwas deformirt. Brüche der Axen oder der Gestelle sind daher bei dieser Bauart, insbesondere bei Meer schiffen kaum zu vermeiden. Diese fehlerhafte Bauart ist aber gegenwärtig ganz verlassen. Bei allen neueren Construktionen wird oben von Wand zu Wand eine solide Brücke hergestellt, welche die Kurbelwelle sicher trägt, und die Maschine wird unten gleichsam an die Brücke gehängt Auf diese Weise ist die Maschine von den Formänderungen des Schiffes fast unabhängig gemacht und ist die Welle gegen jeden Bruch vollkommen gesichert. Bei Schraubenschiffen ist die Bauart der Maschinen insofern erleichtert, als alle Theile tief unten im Schiff auf den Kielsons und Querrippen sicher gelagert werden können. Wie die Schwierigkeiten der Lagerung der Schraubenwellen überwunden werden können, wird in der Folge gezeigt werden.

Maschinen für Ruderräder.

Die Watt'sche Maschine mit unteren Balanciers. Diese Maschine war einstens sehr allgemein verbreitet, wird aber gegenwärtig nur noch auf älteren Schiffen angetroffen. Der Dampfcylinder mit dem Steuerungsgehäusewerk, der Condensator, die Luftpumpe, die Warmwassercisterne und die Lagerständer stehen nebeneinander auf einer hohlen Grundplatte, die auf die Kielsons geschraubt ist. Die Uebertragung der Bewegung von den Kolben nach der Kurbelwelle geschieht auf einem ziemlich weitläufigen Umweg vermittelst Hängestangen, Balanciers und Schubstangen. Aber die Balanciers gewähren den Vortheil, dass es vermittelst derselben so leicht ist, die verschiedenen Kolben der Pumpen mit der angemessenen Geschwindigkeit zu bewegen. Die ganze Anordnung ist eine der schönsten von den *Watt*'schen Erfindungen, aber leider hat sie einen Hauptfehler, vermöge welchem sie nicht mehr angewendet wird. Es ist nämlich die Kurbelwelle nicht sicher gelagert. Die kleinsten Deformirungen des Schiffskörpers verursachen merkliche relative Bewegungen der beiden Maschinen gegen einander und gegen die Schiffswände.

Gorgan's Maschine. (Tredgold Appendix C.) Die Cylinder stehen unter der Kurbelwelle und die Bewegung wird direkt übertragen. Zur Bewegung der Hilfspumpen ist ein leichter, um eine Schwinge drehbarer Balancier vorhanden. Die Cylinder und Apparate sind auf einer Grundplatte neben einander aufgestellt, ähnlich wie bei der *Watt*'schen Maschine.

Maudslay's direkt wirkende Maschine. Die Kurbelwelle liegt oben auf einer Brücke, welche die Wände des Schiffes verbindet; die Cylinder (bei kleinen Schiffen zwei, bei grösseren vier) stehen unter der Kurbelwelle auf einer gegen die Kielsons geschraubten Grundplatte, die durch säulenartige Stangen mit der Lagerbrücke verbunden ist. Die Uebertragung der Bewegung geschieht durch Vermittelung eines T-förmigen Stückes, das bei Maschinen mit einem Cylinder längs der Axe des Cylinders, bei Maschinen mit zwei Cylindern an einer zwischen den Cylindern angebrachten Bahn geführt wird. Bei Maschinen mit nur einem Cylinder ist der Kolben wegen der Führung des T-förmigen Stückes ringförmig. Die Luftpumpe wird von einem Hilfsbalancier aus bewegt. Die Höhlung der Grundplatte bildet den Condensationsraum. Die Lage der Kurbelwelle ist durch den oberen Brückenbau vollkommen gesichert.

Penn'sche Maschine, vertikal oscillirend. Diese Maschinen werden seit längerer Zeit sehr allgemein angewendet. Sie sind sehr compendiös, erfordern sehr wenig Aufstellungsraum, sind sehr leicht, gewähren, wenn der Brückenbau gut gemacht wird, eine sichere Lagerung der Kurbelwelle, sind bequem zu steuern, erfordern jedoch wegen der Dichtungen an den Hohlzapfen der Cylinder eine sehr sorgfältige Ausführung und Aufstellung.. Zur Umsteuerung werden meistens Taschen gebraucht. (Armengaud 9e Volume Pl. 9).

Schief liegende oscillirende Maschine, Loyd'sche Maschine. (Portefeuille Cockerill Pl. 7.) Die mittlere Richtung der Cylinder ist gegen den Horizont um 45° geneigt. Die Cylinder mit ihren Hohlzapfen und der Kurbelwelle liegen in zwei dreieckigen gegen die Kielsons geschraubten Ständern. Die Luftpumpe und der Condensator befinden sich in der Regel in der Mitte zwischen den Ständern. In der Regel fehlt bei diesen Maschinen der obere Brückenbau, so dass die Kurbelaxen nicht sicher gelegt sind. Die Ruderrädermaschinen des Great Eeastern sind ebenfalls mit schief liegenden oscillirenden Maschinen und zwar sind zwei Maschinen jede mit zwei Cylindern vorhanden, der Condensationsapparat und die Luftpumpen sind zwischen der Maschine in der Mitte des Schiffes direkt unter der Kurbelwelle aufgestellt.

Hoch- und Niederdruckmaschine. Die Aufstellung dieser Maschine ist ähnlich der vorhergehenden. Die Cylinder sind jedoch nicht schwingend, sondern sind in schiefer Richtung an die Gestelle geschraubt. Der eine Cylinder ist klein, der andere gross. Der Dampf wirkt zuerst auf den Kolben des kleinen Cylinders, entweicht dann durch ein Rohr nach der Dampfkammer des grossen Cylinders, wirkt hierauf auf den Kolben des grossen Cylinders und entweicht schliesslich nach dem Condensator. Es ist, wie man sieht, das *Woolf*'sche Expansionsprinzip in Anwendung gebracht.

Maschinen für Schrauben.

Bodmer's Aufstellung. (Armengaud, 11e Vol. Planche 37. Portefeuille John Cockerill, Schiff Congrès). Die mit einander durch die Dampfkasten verbundenen Cylinder schweben so zu sagen frei in der Luft und werden durch acht säulenartige Stangen getragen, welche in der unteren Grundplatte eingesetzt sind; auf dieser Grundplatte liegt die Kurbelaxe. Die Bewegung der Kolben wird direkt durch Kreuzköpfe und Schubstangen nach der Kurbelaxe herab übertragen. Die Luftpumpen stehen seitlich neben den Maschinen, ihre Bewegung geschieht durch Hilfsbalanciers. Zur Umsteuerung sind Taschen angewendet. Bei dieser Aufstellung ist die Maschine von den Formänderungen, die im Schiffskörper vorkommen mögen, ganz unabhängig und die direkte Verbindung der Dampfcylinder mit der Grundplatte, welche die Kurbelwelle trägt, lässt nichts zu wünschen übrig.

Die im Wesentlichen nach dem gleichen Prinzipe construirte, in Armengaud Publications, 11e Volume, Planche 37 abgebildete Maschine unterscheidet sich in manchen Einzelheiten von der vorhergehenden Anordnung und insbesondere dadurch, dass die Kurbelwelle in Lagern liegt, die an den Gestellsäulen in der Mitte zwischen der Grundplatte und den Cylindern angebracht sind. Die Maschine ist mit Räderübersetzungen versehen.

Horizontal liegende, nicht oscillirende Maschinen. (Armengaud Vol. 12, Planche 27, Pag. 311.) Diese Maschine ist ähnlich gebaut, wie die gekuppelten Maschinen, welche häufig in Fabriken angewendet werden. Der Kolbenschub ist kurz. Die Umsteuerung geschieht mit Taschen. Die Luftpumpen sind liegend und doppelt wirkend, ihre Kolben stehen mit den Dampfkolben durch Stangen in direkter Verbindung. Die Schubstangen sind sehr kurz, $3^1/_2$ mal so lang als die Kurbelhalbmesser.

Maschine mit vier horizontal oscillirenden Cylindern. (Tredgold). Die Grundform der ganzen Anordnung bildet ein Quadrat. Von den vier Cylindern wirken je zwei einander gegenüber liegende auf eine der Kurbeln. Die Schwingungsaxen der Cylinder sind hohl, an den äusseren Axen tritt der Dampf ein, durch die innern Axen entweicht er nach den zwischen den Cylindern liegenden Condensatoren. Die hohlen Schwingungsaxen liegen in Lagern, die an vier gusseisernen Gestellen angebracht sind. Diese Gestelle sind auf ein Blechgerippe gelegt, das aus Längen- und Querbalken besteht. Die zwei Luftpumpen befinden sich im Centrum der Maschine, haben eine schiefe Stellung und werden von einer mittleren Kurbel aus bewegt. Die Umsteuerung geschieht durch Taschen.

Maschine von Gâche. (Armengaud, 10e Vol. Pl. 9.) Die Maschinen sind nicht in der Mitte des Schiffes, sondern in der Nähe des Sternes aufgestellt, wo das Schiff bereits eine scharfe Form hat. Die Cylinder der Maschinen liegen längs den Schiffswänden, unter 45° gegen den Horizont geneigt.

Dampfkessel. Für Dampfschiffe werden zweierlei Kesselconstruktionen angewendet, Labyrinthkessel und Röhrenkessel Beide bestehen aus einer äusseren Blechumhüllung und aus einem inneren

Kanalbau, durch welchen die Verbrennungsgase vom Rost weg nach dem Kamine ziehen. Die Fläche des innern Kanalbaues ist die Heizfläche. Bei den Labyrinthkesseln besteht das innere Kanalsystem aus rechtwinkeligen Kanälen, deren Decken, Böden und Seitenwände aus ebenen Flächen gebildet sind und die im Innern in labyrinthartigem Gang durchziehen. Bei den Röhrenkesseln liegen die Roste in viereckigen oder cylindrischen Kanälen und die Heizfläche wird vorzugsweise durch ein System von Röhren gebildet, deren Durchmesser nur 0·07 bis 0·08 Meter beträgt. Die Labyrinthkessel werden gegenwärtig nicht mehr angewendet. Sie gewähren wegen der ebenen Flächen, der äusseren Umhüllung und des innern Einbaues wenig Festigkeit, sind deshalb nur bei ganz schwachen Dampfspannungen, wie sie gegenwärtig nicht mehr angewendet werden, zulässig; sind ferner schwierig zu repariren und zu reinigen, weil es kaum möglich ist in die Labyrinthgänge einzudringen, und haben überdies ein grösseres Volumen und Gewicht, als die Röhrenkessel. Bei den Röhrenkesseln kommen nur wenig ebene Flächen vor, die eine besondere Verstärkung bedürfen. Die Röhren sind sehr leicht, wenn sie durch die Hitze gelitten haben, durch neue Röhren zu ersetzen, und die Reinigung derselben unterliegt nicht der geringsten Schwierigkeit. Auch sind diese Kessel leichter und nehmen einen geringeren Raum ein, als die Labyrinthkessel. Zeichnungen von diesen Kesseln findet man in Armengaud, im Portefeuille von Cockerill, im Werke von Tredgold u. a.

Die Heizfläche der Kessel beträgt per Pferdekraft 1·2 bis 1·6 Quadratmeter. Die Rostfläche 0·5 bis 0·1 Quadratmeter. Der Durchmesser der Heizröhren der Röhrenkessel ist 0·075 bis 0·08 Meter. Das Gewicht der Kessel beträgt per Pferdekraft a) für Labyrinthkessel 0·36 Tonnen, b. für Röhrenkessel 0·15 Tonnen. Die Blechdicke beträgt a. in der äussern Umhüllung 0·015 Meter, b. in den Feuerungskanälen 0·012 Meter, c. in den Heizröhren 0·007 bis 0·008 Meter.

Bei den Marinekesseln verursacht die Speisung derselben Schwierigkeiten. Werden die Kessel mit Meerwasser gespeist, so ist ein solcher Kessel eine Salzpfanne. Das Wasser verdampft, das Salz des Meerwassers häuft sich in dem tieferen Theil des Kessels und insbesondere am Boden an. Man hilft sich gegenwärtig dadurch, indem man in Zeitintervallen von circa 2 Stunden Wasser aus dem tiefern Theile des Kessels ablässt und dafür frisches Meerwasser zupumpt. Man hat auch versucht, die Marinekessel mit Süsswasser zu speisen, indem man die Condensation nicht durch Einspritzen von kaltem Wasser, sondern durch Abkühlung in den Röhrencondensatoren bewirkt (Hall'sche Condensation); allein es scheint, dass diese Condensationsart nicht gut gethan hat, denn sie wird gegenwärtig wenig mehr gebraucht.

Der Brennstoffverbrauch ist 2.5 bis 3 Kilogramm Steinkohlen per Pferdekraft und per 1 Stunde.

Die Schaufelräder. Wir haben über die Schaufelräder noch einige theoretische Verhältnisse zu besprechen. Wir haben Seite 177 gezeigt, dass die Summe der Oberflächen zweier Schaufeln möglichst gross und dem Flächeninhalt von B T proportional sein soll. Man kann aber mit der Grösse der Schaufeln nicht über eine gewisse Grenze gehen, weil die Räder zu breit würden. Die üblichen Dimensionen der Schaufeln findet man Seite 292 der „Resultate für den Maschinenbau" angegeben. Die Anzahl der Schaufeln ist für die Wirkung derselben nicht gleichgiltig. Auf theoretischem Wege kann die beste Anzahl der Schaufeln nicht bestimmt werden. Gewöhnlich ist das Verhältniss zwischen der Anzahl der Schaufeln und dem Durchmesser des Rades gleich 3 bis 4. Gewöhnlich werden die Schaufeln nach radialen Richtungen an die Radspeichen befestigt, was zur Folge hat, dass sie in schiefer Richtung in das Wasser eintreten und austreten, daher theilweise nach vertikaler Richtung gegen das Wasser wirken, was nicht gut ist. Um diesen Nachtheil zu schwächen, muss man entweder den Radhalbmesser sehr gross machen, oder die Schaufeln in der Art beweglich machen, dass sie, wenn sie durch das Wasser gehen, genau oder annähernd eine vertikale Stellung haben. Gewöhnlich liegt die Welle der Ruderräder bei Flussschiffen unmittelbar unter dem Deck, zuweilen bei kleinen niedrigen Schiffen unmittelbar über dem Deck, bei hoch gebauten Meerschiffen ziemlich tief unter dem Deck. In allen Fällen beträgt der Durchmesser des Rades durchschnittlich 0·73 von der Schiffsbreite. Die Vortheile der beweglichen Schaufeln scheinen nicht sehr erheblich zu sein, indem es bei dem durch den Schaufelschlag verursachten tumultuarischen Zustand des Wassers ziemlich gleichgiltig ist, ob die Schaufeln eine radiale oder eine vertikale Stellung haben. Räder mit vertikal tauchenden Schaufeln findet man gegenwärtig nur selten angewendet. In meinen „Bewegungsmechanismen" findet man auf Tafel LVII. und LVIII. drei Anordnungen von Rädern mit beweglichen Schaufeln dargestellt, und im Text beschrieben, nämlich a. das Morgan-Rad, b. das Buchanan'sche Rad und c. das Oldham'sche Rad. Bei allen drei Anordnungen geschieht die Verstellung der Schaufeln vermittelst einer excentrischen Scheibe. Bei der letzteren wird diese Scheibe durch ein Räderwerk bewegt.

Die Construktion der Ruderräder mit unbeweglichen Schaufeln ist sehr einfach. Die Welle wird bei kleinen Schiffen mit einer einzigen, bei grösseren Schiffen mit mehreren gusseisernen Rosetten versehen, von denen aus die aus Schmiedeeisen gefertigten Speichen ausgehen. Die Speichen werden aussen mit einem oder mit zwei schmiedeeisernen Ringen verbunden. Das Lager, welches die Welle trägt, wird bei kleinen Schiffen auf einen Lagerstuhl gelegt, der aus schmiedeeisernen Tafeln gebildet ist und an die Schiffswand genietet wird. Bei grossen Schiffen dagegen wird das Wellenlager ausserhalb des Rades angebracht und durch einen Balken getragen, der um das Rad herumgeht.

Die innere Lagerung ist vorzuziehen.

Bei Meerschiffen wird die Wirkung der Schaufeln durch zwei Umstände sehr gestört. Bei langen Seereisen nimmt die Tauchung des Schiffes allmälig ab, indem der Brennstoff allmälig verzehrt wird. Gegen das Ende der Fahrt tauchen demnach die Schaufeln weniger tief, als beim Beginn derselben. Dieser Nachtheil ist in der Regel nicht sehr gross, indem bei verminderter Tauchung der Widerstand des Schiffes kleiner wird, daher auch ein Abnehmen der Schaufelflächen ohne Nachtheil für die Geschwindigkeit der Fahrt eintreten kann. Sehr störend sind dagegen die Wellenbewegungen und das Wanken des Schiffs. Legt sich das Schiff zur Seite, so taucht das eine Rad tief und wirbelt im Wasser herum, während das andere Rad beinahe ausser Wasser wirkungslos in der Luft umher haspelt. Dadurch wird nicht nur die Geschwindigkeit der Fahrt vermindert, sondern es wird auch die Steuerung des Schiffes sehr erschwert. Fährt das Schiff in der Richtung des Wellenlaufes oder in entgegengesetzter Richtung, so sind die Räder, je nachdem ein Wellenberg oder ein Wellenthal mit ihnen zusammentrifft, im ersteren Falle bis an die Axe im Wasser, im letzteren fast ganz in der Luft, wodurch sehr unregelmässige Bewegungen der Räder und der Maschine entstehen und die forttreibende Wirkung der letzteren sehr geschwächt wird. Ungleichförmige Wirkungen der Schaufelräder entstehen ferner auch dadurch, dass die Bewegungen der Wassertheilchen in jedem Wellenberg nach vorwärts, in jedem Wellenthal nach rückwärts erfolgen. Hieraus erklären sich die ungünstigen Wirkungen der Ruderräder bei hochgehendem Meere, und die heillose Zerstörung, welchen die Räder bei heftigen Stürmen ausgesetzt sind. Nicht selten werden die Radkasten und die Schaufeln weggerissen. Glücklicher Weise lassen sich solche Schaufelräder, wenn der Sturm vorüber ist, ziemlich leicht und in kurzer Zeit repariren, aber man erkennt auch aus dem Gesagten, dass diese verhältnissmässig complizirten Mechanismen der Räder mit beweglichen Schaufeln für Meerschiffe durchaus nicht passend sind, denn während eines Sturmes wirken fixe wie bewegliche Schaufeln gleich ungünstig, die Reparaturen sind aber bei einem Rade mit fixen Schaufeln leicht, bei einem Rade mit beweglichen Schaufeln kaum durchzuführen.

Die Schraube. Die Benennung „Schraube" wird heut zu Tage für alle Treibapparate gebraucht, die an den Stern des Schiffes verlegt und von einer Axe aus bewegt werden, die mit der Richtung des Kieles parallel ist. Eine wahre Schraubenform hat jedoch nur diejenige Anordnung, welche zuerst von *Smith* bei dem Dampfschiff Archimedes angewendet wurde, alle übrigen sogenannten Schrauben gleichen mehr entweder einer *Jonval*'schen Turbine oder einem Windmühlenrad. Gegenwärtig erhalten die Schrauben drei bis vier Flügel, doch gibt es auch Schrauben mit nur zwei Flügeln. Abgesehen von der Begrenzungsform der Flügel sind dieselben theils nach Schraubenflächen, theils nach windschiefen Flächen geformt. Im ersteren Falle ist der Schnitt einer Flügelfläche mit einer durch die Axe der Schraube gelegten Ebene eine gerade Linie, im letzteren ist der Schnitt mit einer zur Axe parallelen Ebene geradlinig. Denkt man sich einen Flügel platt gedrückt, so zeigt derselbe eine Form, wie Fig. 1 Taf. XX. darstellt. Zwischen den Flügeln muss ein ziemlich ausgedehnter Zwischenraum gelassen werden, damit das zwischen dem Schiff und dem Flügel befindliche Wasser leicht nach rückwärts entweichen kann und nicht durch die Flügelflächen nach vorwärts geschoben werden muss. Die beste Form der Flügel wird wohl niemals weder auf theoretischem, noch auf empirischem Wege gefunden werden, indem die Bewegung des Wassers in der Umgegend der Schraube so complizirt ist, dass sie durch Rechnung nicht verfolgt werden kann.

Die Schrauben werden aus Blech, aus Gusseisen oder aus Kanonenmetall hergestellt. Das Beste ist, die Schraube aus einem Gussstück aus Kanonenmetall herzustellen, indem dieses Material nicht nur fest ist, sondern auch vom Salzwasser nur wenig angegriffen wird, während eiserne Schrauben sehr schnell durchrosten. Damit die Flügel das Wasser leicht durchschneiden und hinreichende Festigkeit erhalten, werden dieselben so geformt, dass die Querschnitte linsenförmig sind, dass aber die Linsendicke von der Axe an bis an die Peripherie hinaus allmälig abnimmt. Derlei Schrauben werden in England mit wahrer Meisterschaft hergestellt. Um das

Steuerruder und die Schraube gut anbringen zu können, wird der Hinterstern mit einem schmiedeeisernen vertikalen Rahmen versehen. Meistens wird die Schraube innerhalb des Rahmens, das Steuer ausserhalb desselben angebracht, wie Fig. 2 zeigt.

Zuweilen befindet sich das Steuer innerhalb, das Flügelrad ausserhalb des Rahmens (Fig. 3). Im ersteren Falle ist das Flügelrad, im letzteren das Steuerruder gegen Verletzungen geschützt. Je nachdem das Flügelrad innerhalb oder ausserhalb des Rahmens angebracht wird, erhält die Axe im ersteren Falle bei a einen Endzapfen, im letzeren bei a_1 ein Halslager. Da wo die Axe durch den Stern geht, ist derselbe ringförmig erweitert (Fig. 4). An diesen Ring schliesst eine Röhre c (Fig. 2), c_1 (Fig. 3) an, die in das Schiff bis an eine Stelle reicht, wo Raum genug zur Anbringung einer das Eindringen des Wassers verhindernden Stopfbüchse d d_1 vorhanden ist. Von dieser Stelle an bis zu der Maschine hin muss die in der Regel aus mehreren Wellenstücken zusammengekuppelte Schraubenwelle durch mehrere Lager getragen werden, die am besten auf einen hohen Kielbalken geschraubt werden. Damit das Schiff durch die Schraube fortgetrieben werden kann, muss sich die Welle an irgend einer Stelle gegen das Schiff stemmen. Gewöhnlich geschieht dies in der Nähe der Maschinen, und wird zu diesem Behufe die Welle mit angeschweissten Ringen versehen und in ein langes Ringlager gelegt, das man mit den Kielbalken fest verbindet (Fig. 5). Dieses Ringlager, die ganze Lagerung der Schraubenaxe, die Stopfbüchse am Stern und die Lagerung des Wellenendes im Sternrahmen sind unvermeidliche und sehr fatale Bestandtheile eines Schraubenapparates.

Construktion der Schiffsschrauben.

Ein rationelles Verfahren für die Construktion der Schiffsschrauben ist nicht bekannt. Die beste Form der Flügelflächen konnte bis jetzt aus mechanistischen Gesetzen nicht abgeleitet werden. Wir geben im Folgenden zwei Construktionsweisen. Die erste geht aus der zuerst von *Smith* angewendeten Vollschraube hervor und stimmt mit den gegenwärtig vorherrschend im Gebrauch befindlichen Schiffsschrauben überein. Die zweite Construktion ist dem Windmühlenrad analog, ist bis jetzt noch nicht angewendet worden, verspricht aber gute Erfolge, und empfiehlt sich durch leichte Anfertigung. Die erstere der beiden Anordnungen wollen wir die gewöhnliche Schiffsschraube nennen, die letztere dagegen die Windmühlenradschraube.

Construktion der gewöhnlichen Schraube.

Die Schiffsschraube, welche zuerst von *Smith* eingeführt wurde, war ein ganzer Umgang einer geometrischen Schraubenfläche, welche eine gerade Linie beschreibt, wenn sie längs der Schraubenaxe mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortbewegt und gleichzeitig mit gleichförmiger Geschwindigkeit um die Axe gedreht wird, dabei aber in jeder Position die Axe unter einem rechten Winkel schneidet. Die Entstehung der gegenwärtig im Gebrauch befindlichen Schiffsschrauben aus jener *Smith*'schen Vollschraube kann auf folgende Weise erklärt werden.

Es sei Fig. 6 die geometrische Darstellung eines ganzen Schraubenganges. Theilen wir die Höhe 0·8 des Schraubenganges in 4 gleiche Theile, legen durch die Theilungspunkte 0, 2, 4, 6, 8 Ebenen, die auf der Axe A B der Schraube senkrecht stehen, so schneiden dieselben die Schraubenfläche in fünf geraden Linien, die auf der Axe senkrecht stehen und von denen je zwei unmittelbar aufeinanderfolgende um 45° gegen einander geneigt sind. $a\,a_1$ $c\,c_1$ $e\,e_1$ $g\,g_1$ $i\,i_1$, Fig. 6 und 7 sind diese Schnittlinien. Nennen wir einen Schraubentheil, der zwischen zwei unmittelbar aufeinander folgenden Schnittebenen liegt, einen Schraubenquadranten, so zerfällt der ganze Schraubengang in vier Schraubenquadranten $a\,a_1\,b\,c\,c_1$, $c\,c_1\,d\,e\,e_1$, $e\,e_1\,f\,g\,g_1$, $g\,g_1\,h\,i\,i_1$. Schneiden wir ferner die ganze Schraubenfläche noch durch vier Ebenen, die durch die Punkte 1 3 5 7 senkrecht gegen die Axe gelegt sind, so wird die Schraubenfläche abermals in vier auf der Axe senkrecht stehenden Linien $b\,b_1$ $d\,d_1$ $f\,f_1$ $h\,h_1$ geschnitten, durch welche jeder der Quadranten in zwei gleiche Hälften getheilt wird. Wir nennen diese Schnittlinien Mittel der Schraubenquadranten. Denken wir uns nun, dass die vier Quadranten längs der Axe A B verschoben werden, bis ihre Mittellinien $b\,b_1$ $d\,d_1$ $f\,f_1$ $h\,h_1$ in eine Ebene zu liegen kommen, die auf der Axe A B senkrecht steht, so erhalten wir das in Fig. 8 dargestellte aus vier Schraubenquadranten bestehende Flügelrad. Dieses Flügelrad hat aber zwei nachtheilige Eigenschaften: 1. die Spitzen der Quadranten schneiden zu scharf in das Wasser ein und würden leicht wegbrechen, müssen daher abgerundet werden, 2. das zwischen dem Hinterstern und der Schraube befindliche Wasser kann nicht leicht entweichen, man muss daher dafür sorgen, dass es durch die Schraube selbst nach der vom Stern abgewendeten Seite gelangen kann. Dies kann bewirkt werden, wenn man die Umfangslinie der Quadranten in der Art zuschneidet, dass die Schraube in Fig. 7 eine Kleeblattform erhält, wodurch sich Fig. 8 in Fig. 9

verwandelt. Dies ist nun die gegenwärtig in Gebrauch befindliche Schiffsschraube mit vier kleeblattförmigen Flügeln. Auf ähnliche Weise, wie so eben beschrieben wurde, kann man zwei- und dreiflügliche Schiffsschrauben aus den Vollschrauben ableiten.

Construktion der Windmühlenradschraube.

Geht man von der Voraussetzung aus, dass die Flügelflächen einer Schiffsschraube in ähnlicher Weise geformt werden dürfen, wie die Flügel einer Windmühle, so erhält man eine Schiffsschraube, welche der gewöhnlichen Anordnung sehr ähnlich ist, sich aber doch wesentlich unterscheidet. Eine solche Flügelfläche entsteht nämlich, wenn man eine gerade Linie $\mathfrak{L}$ längs einer auf die Triebaxe senkrecht stehenden Linie $\mathfrak{M}$ mit gleichförmiger Geschwindigkeit von der Nabe an bis an den Umfang hinausgleiten lässt und gleichzeitig mit gleichförmiger Geschwindigkeit um $\mathfrak{M}$ als Axe dreht, dabei aber die Leitungslinie $\mathfrak{M}$ stets senkrecht gegen die Axe richtet. Wenn man es für geeignet hält, kann man auch die Drehung von $\mathfrak{L}$ um $\mathfrak{M}$ nach irgend einem Gesetz mit ungleichförmiger Geschwindigkeit geschehen lassen, während die Gleitung mit gleichförmiger Geschwindigkeit erfolgt. Erfolgt die Gleitung und Drehung mit gleichförmiger Geschwindigkeit, so beschreibt die Erzeugungslinie $\mathfrak{L}$ eine Schraubenfläche, deren geometrische Axe mit $\mathfrak{M}$ zusammenfällt, also auf der Schiffsschraubenaxe A B senkrecht steht, während die Flügelfläche der gewöhnlichen Schiffsschraube eine Schraubenfläche ist, deren geometrische Axe mit der Schiffsschraubenaxe zusammenfällt.

Diese Windmühlenradschraube kann auf folgende Weise gezeichnet werden:

Man zeichnet zuerst das eckige Maltheserkreuz a b c d ..... (Fig. 10), zieht in Fig. 11 durch den Mittelpunkt m_1 eine gerade Linie x y nach derjenigen Richtung, die die Erzeugungslinie $\mathfrak{L}$ in ihrer von der Axe entferntesten Position annehmen soll, zieht dann durch a und b parallele Linien zu m m_1 bis dieselben x y in a_1 und b_1 schneiden und durch diese Punkte die Senkrechten u v w z auf m m_1, so bestimmen diese Linien die nach der Richtung der Axe gemessene Längenausdehnung des Flügelrades. Projizirt man nun c nach c_1, d nach d_1 und zieht d d_1, so ist dies die Position der erzeugenden Geraden an der Radnabe. Theilt man hierauf in Fig. 10 den Abstand m n in mehrere, z. B. in vier gleiche Theile, und errichtet in den Theilungspunkten Senkrechte auf m n; theilt ferner den Winkel a_1 m_1 c_1 in ebenso viele gleiche Winkel, so sind diese Theilungslinien des Winkels und die in den Theilungspunkten von m n auf m n errichteten Perpendikel zusammengehörige Projektionen der erzeugenden Geraden in mehreren auf einander folgenden Positionen. Zeichnet man endlich in das Trapez a b c d eine Kleeblattform ein, und projizirt die Punkte ihres Umfangs nach Fig. 11 hinüber, so erhält man die Darstellung Fig. 12 des Flügelrades.

Vortheile der zweiten Anordnung. Wenn die Hauptwinkel und Hauptdimensionen in den beiden Anordnungen übereinstimmen, unterscheiden sich dieselben so wenig, dass man wohl mit grosser Wahrscheinlichkeit von beiden Rädern gleiche Erfolge erwarten darf. Allein die Windmühlenschraube ist doch der gewöhnlichen Schraube sowohl in theoretischer wie in praktischer Hinsicht vorzuziehen. Der theoretische Vortheil besteht darin, dass man bei der Windmühlenschraube das Drehungsgesetz der Erzeugungslinie g ganz nach Belieben annehmen und dadurch vielleicht so wählen kann, dass eine vortheilhafte Form erzeugt wird. Die Windmühlenschraube lässt daher Verbesserungen zu, während bei der gewöhnlichen Schraube, ausser dem Neigungswinkel des äusseren Schraubenganges Alles unabänderlich bestimmt ist.

In praktischer Hinsicht ist die Windmühlenschraube der gewöhnlichen vorzuziehen, weil bei derselben die Herstellung des Gussmodelles sehr leicht, bei der gewöhnlichen Schraube dagegen sehr schwierig bewerkstelligt werden kann. Wenn man nämlich einen dünnen eisernen Stab nimmt und an denselben hölzerne Querstäbe steckt, deren Länge durch die Breite der Kleeblattform in verschiedenen Entfernungen von der Axe bestimmt wird und deren Querschnitte in der Art variabel linsenförmig nimmt, dass die Stäbe in der Nähe der Axe dick, gegen den Umfang hinaus aber allmälig dünner sind, und wenn man diese Stäbe an jenem Eisenstab nach einem angemessenen Gesetz gegen einander verdreht und zuletzt sämmtliche Stäbe zusammenschraubt, so erhält man ein Gebilde, an welchem nur noch vermittelst Hobel, Raspel und Feile der stufenförmige Uebergang in einen stetigen zu verwandeln ist, um die fertige Form des Flügels zu erhalten.

Theorie der Windmühlenradschraube.

Wir entwickeln im Folgenden die Theorie der Windmühlenradschraube. Dabei sind wir genöthigt, von mehreren nur annähernd richtigen Voraussetzungen auszugehen, weil wir sonst nicht im Stande wären, die Integrationen durchzuführen. Wir nehmen an: 1. die Projektion des Flügelrades auf einer Ebene, die auf seiner Axe senkrecht steht, habe die Form eines Maltheserkreuzes, 2. das zwischen dem Hinterstern und dem Rade befindliche Wasser habe keine Bewegung, 3. die Geschwindigkeit eines jeden Punktes einer Sprosse eines Flügels sei gleich gross, wobei wir unter Sprosse eine Linie verstehen wollen, die auf der Axe eines Flügels senkrecht steht.

Es sei (Taf. XXI. Fig. 1 und 2) $Om = R_0$ der Halbmesser der Nabe. $On = R$ der Halbmesser des Kreises, der dem Maltheserkreuz eingeschrieben werden kann. $ab = b$ die Länge der Projektion der äussersten Sprosse eines Flügels. φ der Winkel der Sprosse, deren Entfernung Oh von der Axe gleich x ist, mit einer auf der Axe senkrechten Ebene. $ef = y$ die Länge der Projektion dieser Sprosse. Θ die Winkelgeschwindigkeit der Schraubenaxe. u die Geschwindigkeit des Schiffes. $k\,\Omega\,u^2$ der Widerstand des Schiffes. a ein Erfahrungscoeffizient zur Bestimmung des Druckes der Flügelflächen gegen das Wasser. $\varrho = 1000$ das Gewicht von einem Kubikmeter Wasser. Es sei $O_1 A = \Theta x$ die Geschwindigkeit des Sprossenmittelpunktes h. $O_1 C = u$ die Geschwindigkeit des Schiffes. Zeichnet man das Rechteck $O_1 A B C$ und zieht die Diagonale $O_1 B$, so ist dieselbe die absolute Geschwindigkeit des Sprossenmittelpunktes und annähernd auch die Geschwindigkeit jedes anderen Punktes der Sprosse $e f$ und es ist:

$$\left.\begin{array}{l} w = O_1 B = \sqrt{u^2 + \Theta^2 x^2}, \quad \sin(\varphi - \psi) = \dfrac{u}{\sqrt{u^2 + \Theta^2 x^2}}, \\ \cos(\varphi - \psi) = \dfrac{\Theta x}{\sqrt{u^2 + \Theta^2 x^2}} \quad \ldots\ldots \end{array}\right\} \;. \quad (1)$$

Hieraus folgt:

$$\left.\begin{array}{l} \cos\psi = \dfrac{u \sin\varphi + \Theta x \cos\varphi}{\sqrt{u^2 + \Theta^2 x^2}} \\ \sin\psi = \dfrac{\Theta x \sin\varphi - u \cos\varphi}{\sqrt{u^2 + \Theta^2 x^2}} \end{array}\right\} \;\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Nun ist: $\frac{y}{b} = \frac{x}{R}$, $y = \frac{b}{R}\,x$. Die wahre Länge $e_1 f_1$ der Sprosse, deren Projektion gleich $e f$ ist, ist gleich $\frac{y}{\cos\varphi} = \frac{b}{R}\,\frac{x}{\cos\varphi}$. Lässt man x um dx wachsen, so ist der Flächeninhalt df des dadurch entstehenden Sprossenstreifens

$$\frac{b}{R}\,\frac{x}{\cos\varphi}\,dx = df \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Der Druck, welchen dieses Flächenelement gegen das Wasser ausübt, kann durch

$$dp = a \frac{\varrho}{g} df (w \sin \psi)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

ausgedrückt werden, wobei a einen durch Erfahrungen zu bestimmenden Coeffizienten bezeichnet. Wir erhalten daher vermöge (2) und (3)

$$dp = a \frac{\varrho}{g} (\Theta x \sin \varphi - u \cos \varphi)^2 \frac{b}{R} \frac{x}{\cos \varphi} dx \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Zerlegen wir diesen auf $e_1 f_1$ senkrechten Druck nach den Richtungen $O_1 A$ und $O_1 C$, so ist die erstere dieser Seitenkräfte $dp \sin \varphi$, die letztere $dp \cos \varphi$. Multipliziren wir $dp \sin \varphi$ mit Θx, $dp \cos \varphi$ mit u, so sind die Produkte $dp \sin \varphi \, \Theta x$, $dp \cos \varphi \, u$ die Effekte, mit welchen die Kraft der Maschine das Flächenelement df treibt, und mit welchen das Flächenelement das Schiff forttreibt, demnach:

$$\frac{dp \cos \varphi \, u}{dp \sin \varphi \, \Theta \, x} = \mathfrak{p} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

das Güteverhältniss der Wirksamkeit des Flächenelementes df, welches Verhältniss für jedes Sprossenelement so nahe als möglich gleich der Einheit werden soll, wenn die Schraube vortheilhaft wirkt. Aus (6) folgt:

$$x = \frac{u}{\mathfrak{p} \, \Theta} \frac{1}{\tan \varphi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Nennt man α den Werth von φ für $x = R$, so ist auch:

$$R = \frac{u}{\mathfrak{p} \, \Theta} \frac{1}{\tan \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Demnach wenn man $\frac{u}{\mathfrak{p} \, \Theta}$ eliminirt:

$$x \tan \varphi = R \tan \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Diese Gleichung bestimmt das Gesetz, nach welchem die Erzeugungslinie gedreht werden muss, um die Schraubenfläche zu erzeugen, wenn sie längs der Flügelaxe fortgleitet. Diese Gleichung (9) lässt sich leicht construiren.

Zeichnet man nämlich den Winkel $E \, O_1 \, G = \alpha$ (Fig. 3), macht $O_1 E = R$, verzeichnet das Rechteck $O_1 \, E \, G \, H$, theilt $H \, G$ in mehrere,

z. B. in vier gleiche Theile und zieht die Linien $1\,O_1$, $2\,O_1$, $3\,O_1$, so sind dies die Sprossenrichtungen in den Entfernungen $\frac{1}{4}$ R, $\frac{2}{4}$ R, $\frac{3}{4}$ R ..... von der Axe.

Setzt man in (5) für x den Werth (7) und für dx den aus (7) durch Differenziation folgenden Werth $dx = -\frac{u}{\mathfrak{p}\,\Theta}\,\frac{d\,\varphi}{\sin^2\varphi}$ so erhält man:

$$d\,p = -\,a\,\frac{\varrho}{g}\,\frac{b}{R}\left(\frac{1}{\mathfrak{p}} - 1\right)^2 \frac{u^4}{\mathfrak{p}^2\,\Theta^2}\,\frac{\cos^2\varphi\,d\,\varphi}{\sin^3\varphi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Allein es ist $4\int dp\,\cos\,\varphi$ der gesammte Druck, den die Schraube nach der Richtung ihrer Axe gegen das Wasser ausübt, und dieser Druck ist im Beharrungszustand der Bewegung des Schiffes gleich dem Widerstand $k\,\Omega\,u^2$ des Schiffes. Man hat daher:

$$k\,\Omega\,u^2 = 4\int dp\,\cos\,\varphi = -\,4\,a\,\frac{\varrho}{g}\,\frac{b}{R}\left(\frac{1}{\mathfrak{p}} - 1\right)^2 \frac{u^4}{\mathfrak{p}^2\,\Theta^2}\int\frac{\cos^3\varphi\,d\varphi}{\sin^3\varphi} \quad (11)$$

Es ist ferner $4\int dp\,\sin\,\varphi\,\Theta\,x$ der Effekt, mit welchem die Schraube gegen das Wasser wirkt, man hat daher

$$75\,N_r = 4\int dp\,\sin\,\varphi\,\Theta\,x$$

oder wegen (7) und (10)

$$75\,N_r = -\,4\,a\,\frac{\varrho}{g}\,\frac{b}{R}\left(\frac{1}{\mathfrak{p}} - 1\right)^2 \frac{u^5}{\mathfrak{p}^3\,\Theta^2}\int\frac{\cos^3\varphi}{\sin^3\varphi}\,d\varphi \quad . \quad (12)$$

Durch Division von (11) und (12) folgt:

$$75\,N_r = \frac{k\,\Omega\,u^3}{\mathfrak{p}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

welcher einfache Ausdruck selbstverständlich richtig ist, weil $k\,\Omega\,u^3$ den Nutzeffekt ausdrückt, welcher der Ueberwindung des Schiffswiderstandes entspricht und das Güteverhältniss für alle Sprossenelemente constant angenommen wurde.

Nun ist allgemein:

$$-\int\frac{\cos^3\varphi\,d\varphi}{\sin^3\varphi} = \frac{1}{2\,\sin^2\varphi} + \text{lognat}\,\sin\,\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Nennt man α_0 den Werth von φ für $x = R_0$, α den Werth von φ für $x = R$ und setzt zur Abkürzung:

$$\frac{1}{2 \sin^2 \varphi} + \text{lognat} \sin \varphi = F(\varphi) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

wobei F ein Funktionszeichen ist, so hat man:

$$-\int_{\alpha_0}^{\alpha} \frac{\cos^3 \varphi \, d\varphi}{\sin^3 \varphi} = F(\alpha) - F(\alpha_0) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Zur Bestimmung von α_0 hat man wegen (9)

$$R_0 \tang \alpha_0 = R \tang \alpha \quad \ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Weil das in (11) angedeutete Integrale von α_0 bis α zu nehmen ist, so erhält man mit Berücksichtigung von (16)

$$k \, \Omega \, u^2 = 4 \, a \frac{\varrho}{g} \frac{b}{R} \left(\frac{1}{\mathfrak{p}} - 1 \right)^2 \frac{u^4}{\mathfrak{p}^2 \, \Theta^2} \Big[F(\alpha) - F(\alpha_0) \Big]$$

oder:

$$k \, \Omega = 4 \, a \frac{\varrho}{g} \frac{b}{R} \left(\frac{1}{\mathfrak{p}} - 1 \right)^2 \left(\frac{u}{\mathfrak{p} \, \Theta} \right)^2 \Big[F(\alpha) - F(\alpha_0) \Big]$$

oder weil vermöge (8) $\frac{u}{\mathfrak{p} \, \Theta} = R \tang \alpha$ ist

$$k \, \Omega = 4 \, a \frac{\varrho}{g} \frac{b}{R} \left(\frac{1}{\mathfrak{p}} - 1 \right)^2 R^2 \tang^2 \alpha \Big[F(\alpha) - F(\alpha_0) \Big]$$

Hieraus folgt, wenn man den Werth von $\mathfrak{p}$ sucht:

$$\mathfrak{p} = \cfrac{1}{1 + \cfrac{\sqrt{\frac{k \, g}{4 \, a \, \varrho} \frac{R}{b} \frac{\Omega}{R^2}}}{\tang \alpha \sqrt{F(\alpha) - F(\alpha_0)}}}$$

oder auch:

$$\frac{\mathfrak{p}}{1 - \mathfrak{p}} = \sqrt{\frac{4 \, a \, \varrho}{g \, k} \frac{b}{R} \frac{R^2}{\Omega}} \tang \alpha \sqrt{F(\alpha) - F(\alpha_0)} \quad \ldots \quad (18)$$

Die bisher gewonnenen Resultate enthalten die vollständige Theorie der Schraube. Um die Anwendung zu erleichtern, dient folgende Zusammenstellung.

Wenn es sich um die Anordnung einer Schraube handelt, ist gegeben:

$$a \quad b \quad R \quad g \quad k \quad \Omega \quad \varrho \quad u \quad \alpha \quad R_0$$

und dann findet man vermöge Gleichung (9) zur Anordnung der Sprossen:

$$\text{tang } \varphi = \frac{R}{x} \text{ tang } \alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(I)}$$

Zur Bestimmung des Winkels α_0 hat man wegen (17)

$$\text{tang } \alpha_0 = \frac{R}{R_0} \text{ tang } \alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(II)}$$

Die Werthe von $F(\alpha)$ und $F(\alpha_0)$ sind:

$$\left.\begin{aligned} F(\alpha) &= \frac{1}{2 \sin^2 \alpha} + \text{lognat} \sin \alpha \\ F(\alpha_0) &= \frac{1}{2 \sin^2 \alpha_0} + \text{lognat} \sin \alpha_0 \end{aligned}\right\} \ldots\ldots \text{(III)}$$

Zur Bestimmung des Güteverhältnisses $\mathfrak{p}$ dient die Gleichung (18), nämlich:

$$\frac{\mathfrak{p}}{1-\mathfrak{p}} = \sqrt{\frac{4\, a\, \varrho}{g\, k} \frac{b}{R} \frac{R^2}{\Omega}} \text{ tang } \alpha \sqrt{F(\alpha) - F(\alpha_0)} \quad \ldots \text{(IV)}$$

Die Winkelgeschwindigkeit der Schraube ist wegen (8):

$$\Theta = \frac{u}{R\, \mathfrak{p} \text{ tang } \alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(V)}$$

Die Anzahl der Umdrehungen der Schraube per 1 Minute ist:

$$n = \frac{60}{2\pi} \Theta = \frac{60}{2\pi} \frac{u}{R\, \mathfrak{p} \text{ tang } \alpha} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(VI)}$$

Der Effekt der Kraftmaschine ist:

$$N_r = \frac{k\, \Omega\, u^3}{75\, \mathfrak{p}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(VII)}$$

Setzen wir in diesen Gleichungen:

$$\alpha = 25^\circ \quad 30^\circ \quad 35^\circ$$

so erhalten wir aus (II), wenn $\frac{R}{R_0} = 4$ gesetzt wird:

$$\alpha_0 = 61^\circ \quad 67^\circ \quad 70^\circ$$

aus (III) ergibt sich sodann:

$F(\alpha) =$	1·937	1·307	1·011
$F(\alpha_0) =$	0·6402	0·5073	0·5040
$F(\alpha) - F(\alpha_0) =$	1·2968	0·7997	0·5070
$\sqrt{F(\alpha) - F(\alpha_0)} =$	1·140	0·894	0·712
$\operatorname{tang} \alpha \sqrt{F(\alpha) - F(\alpha_0)} =$	0·531	0·506	0·499

Für Marineschiffe können wir setzen:

$$\frac{L}{B} = 6, \quad \frac{T}{B} = 0{\cdot}4, \quad R = \frac{T}{2} = 0{\cdot}2\,B, \quad \Omega = B\,T = 0{\cdot}4\,B^2,$$

$$\frac{R^2}{\Omega} = \frac{0{\cdot}04\,B^2}{0{\cdot}40\,B^2} = \frac{1}{10} = 0{\cdot}10, \quad \frac{a\,\varrho}{g} = 70 \text{ (Versuche von Didon).}$$

$$\frac{b}{R} = \frac{6}{4}, \quad k = 2{\cdot}2 \text{ (für ein Schiff von 500 Pferdekraft).}$$

Dann wird:

$$\sqrt{\frac{4\,a\,\varrho}{g\,k}\,\frac{b}{R}\,\frac{R^2}{\Omega}} = 4{\cdot}37.$$

Demnach vermöge (IV):

$\frac{\mathfrak{p}}{1-\mathfrak{p}} =$	2·32	2·21	2·18
$\mathfrak{p} =$	0·70	0·69	0·68

Aus (VI) folgt nun:

$$n = 29\,\frac{u}{R} \qquad 24\,\frac{u}{R} \qquad 20\,\frac{u}{R}$$

oder wenn man $R = 0{\cdot}2\,B$ setzt:

$$n = 140\,\frac{u}{B} \qquad 120\,\frac{u}{B} \qquad 100\,\frac{u}{B}$$

DRITTER ABSCHNITT.

Die Bergwerksmaschinen.

Aufgabe des Bergbaues.

Die Aufgabe des Bergbaues besteht darin, die mannigfaltigen im Innern der Erde vorkommenden nützlichen und werthvollen Materialien an die Oberfläche der Erde zu bringen.

Diese Gesammtaufgabe, welche der Bergbau zu lösen hat, zerfällt naturgemäss in folgende Hauptabschnitte:

1. Die Untersuchung des Bodens hinsichtlich der in demselben vorkommenden nützlichen Materialien und über die Lagerung oder Schichtung derselben im Erdinnern.

2. Die Herstellung von Kanälen, um von der Oberfläche der Erde an bis zu den Stellen gelangen zu können, wo sich die zu Tage zu fördernden Materialien befinden, so wie auch, um diese Materialien selbst herauszuschaffen und alle hinderlichen oder störenden Vorkommnisse zu beseitigen.

3. Die Lostrennung der zu fördernden Materialien von den werthlosen, welche an Ort und Stelle zurückgelassen werden sollen.

4. Die Herstellung aller Einrichtungen, welche erforderlich sind, um sowohl die nützlichen Materialien, so wie auch alle die Arbeiten hindernden Stoffe aus dem Innern bis an die Oberfläche der Erde zu fördern.

5. Die Aufbereitung der gewonnenen Materialien, um dieselben von fremdartigen Substanzen zu sondern und in einen gleichförmigen zur weiteren Verwendung geeigneten Zustand zu versetzen.

Ueber diese fünf Hauptabschnitte des Bergbaues sollen die folgenden Nummern speziellere Erläuterung geben.

Die Bodenuntersuchung. Die erste Aufgabe des Bergbaues besteht in der Erforschung des einer bestimmten Stelle der Erdoberfläche entsprechenden Erdinnern bis zu einer gewissen Tiefe hinab. Diese Erforschung hat die Geognosie und Geologie durchzuführen. Gewisse allgemeine geologische oder geognostische Gesetze lassen in der Regel mit einem gewissen Grad von Wahrscheinlichkeit auf die im Innern der Erde vorkommenden Materialien und deren Uebereinander- und Nebeneinander-Lagerung schliessen. Um jedoch von diesen Lagerungsverhältnissen und den Materialien, welche die Lagerungen enthalten, eine so genaue Kenntniss zu erhalten, als durchaus nothwendig ist, um die Frage entscheiden zu können, ob die Anlage eines Bergbaues von Vortheil sein kann, und wenn diese Frage bejahend beantwortet ist, zu erkennen, wie der ganze Bergbau angelegt werden muss, sind in den meisten Fällen noch Bohrversuche nothwendig, durch welche die Uebereinanderlagerung der verschiedenen Schichten, ihre Mächtigkeit und ihr Materialgehalt auf das Bestimmteste ermittelt werden kann, wenn diese Bohrungen an einer grösseren Anzahl nicht zu weit von einander entfernten Stellen vorgenommen werden. Es kann hier nicht unsere Aufgabe sein, diesen geologischen Theil des Bergbaues im Speziellen zu verfolgen, wir müssen uns begnügen, den Satz auszusprechen, dass durch diese geologischen Studien das ganze Programm des durchzuführenden Bergbaues aufgestellt werden muss, denn wenn einmal der Boden ganz genau untersucht ist, ergibt sich daraus nicht nur der ganze Materialgehalt des Erdinnern für eine gewisse Stelle der Erdoberfläche, sondern man erfährt dadurch auch, wie die Materialien gelagert sind, welche Kanäle angelegt werden müssen, um zu den Materialien zu gelangen und um dieselben an den Tag zu fördern.

Der Grubenbau. Dieser umfasst den Inbegriff aller Arbeiten, durch welche die Communikationen zwischen dem Erdinnern und der Erdoberfläche hergestellt werden. Diese Communikationen zerfallen in drei Klassen. 1. Stollen, Gänge, Gallerien; darunter versteht man Kanäle, die genau oder annähernd horizontal nach dem Innern führen. 2. Schachte, d. h. Kanäle, die genau oder annähernd nach vertikaler Richtung in das Innere führen. 3. Kammern und Höhlungen im Innern zur Aufstellung von Maschinen, Ablagerung von Materialien, zu Versammlungsplätzen für Arbeiter. Die Länge der Stollen richtet sich nach der Entfernung der Punkte, welche dadurch in Communikation gesetzt werden sollen. Die Querschnitte nach der Quantität des Materials, welches durch dieselben gefördert werden soll. Stollen, welche nur dazu dienen, damit die Arbeiter in's Innere gelangen können, werden niedrig und schmal gehalten. Stollen, durch welche vermittelst Schiebkarren oder Rollwagen Materialien gefördert werden, erhalten eine dem Querschnitt dieser Fahrzeuge entsprechende Weite und Höhe. Um den Einsturz der Wände und Decken zu verhüten, werden die Stollen entweder ausgezimmert oder selbst in grössern Bergbauanlagen ausgemauert. Am Boden wird zuweilen eine Rinne angebracht, um das Wasser abrinnen zu machen.

Die Tiefe der Schächte richtet sich nach Lokalverhältnissen; es gibt solche bis zu 600 Meter Tiefe. Der Querschnitt richtet sich nach dem Zweck, für welchen der Schacht bestimmt ist. Es gibt Schächte 1. zum Ein- und Aussteigen der Arbeiter; 2. zur Ableitung der im Innern des Baues vorkommenden Gase (Ventilations-Schächte); 3. zur Herausschaffung des Wassers, welches sich im Innern des Bodens ansammelt (Schächte zur Wasserhaltung); 4. Schächte zur Herausschaffung der Materialien, welche vom Erdinnern losgebrochen werden. Um den Einsturz der Wände zu verhüten, werden die Schächte entweder ausgezimmert oder zuweilen sogar ausgemauert Die Art und Weise, wie dieser Grubenbau, diese Herstellung der Stollen, Schächte und Kammern, bewerkstelligt wird, können wir hier nicht lehren, ist aber ein wichtiges Kapitel der Bergbaukunde; wir begnügen uns, hier die Grundsätze anzudeuten, welche beim Grubenbau maassgebend sind.

Die Richtungen, nach welchen die Schächte und Stollen zu treiben sind, werden durch das bergmännisch-geologische Programm bestimmt. Um diese Richtungen bei der Ausführung gehörig einhalten und treffen zu können, dient ein Theil der praktischen Geometrie, die sogenannte Markscheidekunst. Die Boussole, der Maasstab, die Messkette, sind die Instrumente, welche dabei gebraucht werden. Die Herstellung der Stollen und Gänge, so wie ihre Auszimmerung oder Ausmauerung erfolgt nach den Erfahrungen und Regeln, welche das Ingenieurfach für derlei Prozesse befolgt und aufgestellt hat.

Der Abbruch. Die Lostrennung der nützlichen Materialien von den werthlosen geschieht zuweilen durch Brecheisen, Hacken und ähnliche Werkzeuge oder durch Sprengung mit Pulver und überhaupt durch die verschiedenen Mittel, welche die Ingenieurkunst für alle Arten von Erd-, Stein- und Felsarbeiten ausgedacht und in Anwendung gebracht hat. Die werthvolleren Materialien, zu deren Gewinnung der Bergbau angelegt wird, sind: 1. Baumaterialien. 2. Metallerze, d. h. Steinarten, welche Metalle in oxidirtem Zustand oder in Form irgend einer andern chemischen Verbindung enthalten. 3. Steiniges Material, an welchem gediegene Metalle ankrystallisirt sind oder sich sonst durch mechanische Mittel ansetzen. 4. Steinkohlen oder überhaupt geologische Brennstoffe. Baumaterialien werden jedoch selten durch Grubenbauten, sondern in der Regel durch Steinbruchbauten gewonnen. Der Werth derselben steht nicht hoch genug, um einen Grubenbau ertragen zu können. Die werthlosen Materialien, welche in der Regel ebenfalls losgebrochen werden müssen, um zu den werthvollen gelangen zu können, sind Sand, Kies, Steine und Felsen, welche keine Metalle, noch Mineralien enthalten. Dieses Material wird in der Bergmannssprache taubes Gestein genannt. Die Rentabilität eines Bergbaues richtet sich selbstverständlich nach dem Verhältniss zwischen der Quantität des nützlichen Materials und des tauben Gesteins, das losgebrochen und gefördert werden muss, um die nützlichen Materialien gewinnen zu können.

Die Aufbereitung. Die Materialien, welche durch den bergmännischen Betrieb gewonnen werden, sind unmittelbar nach ihrer Förderung noch nicht in dem Zustande, dass sie sogleich verwendet werden können. Sie sind in der Regel noch mit andern Materialien gemischt oder gemengt, die für die weitere Benützung störend oder hinderlich wären. Daher müssen gewisse Prozesse vorgenommen werden, um alles werthlose oder störende wie nachtheilige Material von dem werthvollen zu trennen, und diesem diejenige Gleichförmigkeit zu verschaffen, welche für die weiteren Verwendungen erforderlich ist. Diese Prozesse, welche sehr mannigfaltig sind, werden im Allgemeinen Aufbereitungen genannt, und sie geschehen meistens auf mechanistische Weise auf trockenem oder nassem Wege.

Die Transporteinrichtungen. Ist ein Grubenbau hergestellt, und soll derselbe betrieben werden, so sind, insbesondere bei ausgedehnteren Anlagen mit Stollen und Schachten, mannigfaltige Transporteinrichtungen nothwendig. Diese sind: 1. Einrichtungen zur Ein- und Ausbewegung der Arbeiter. 2. Ventilation oder Lufterneuerung. 3. Wasserförderung. 4. Förderung des Abbruchmaterials. Diese Einrichtungen sind rein mechanistischer Natur und sollen nun hier speziell behandelt werden.

Der Grubenentwurf ist Sache der Geologie; der Grubenbau ist Sache der Ingenieurkunst; der Grubenbetrieb ist Sache des Maschinenbaues.

Bewegung der Arbeiter. In den Stollen bewegen sich die Arbeiter in gewöhnlicher Weise und es ist in dieser Hinsicht nur dafür zu sorgen, dass der Boden der Stollen und Gänge gangbar eingerichtet wird. Wegen des Wassers das sich in den Stollen sammelt, sind desshalb meistens auf Balken gelegte Bretterbedielungen nothwendig. In den Schächten geschieht die Bewegung der Arbeiter häufig auf Leitern, allein dies ist bei grossen Tiefen äusserst ermüdend und zeitraubend, daher werden in grossen und tiefen Schachtbauten Aufzüge oder sogenannte Fahrkünste eingerichtet. Die Aufzüge können eine ähnliche Einrichtung erhalten, wie die Sackaufzüge in den Mahlmühlen, oder wie die Fördermaschinen für das Abbruchmaterial. Die rationellste Einrichtung einer Fahrkunst ist diejenige von *Warocqué de Mariemont*, Taf. XXI. Fig. 4 und 5.

$a\ a_1$ sind zwei unten durch einen Kanal communizirende mit Wasser gefüllte und mit Kolben versehene ausgebohrte Cylinder. Jeder Kolben ist mit einer Kolbenstange versehen, die unten durch eine Stopfbüchse geht und mit einem bis in die Tiefe des Schachtes hinabreichenden Gestänge versehen ist, das stellenweise geradlinig geführt wird.

$b\ c\ d\ e\ f$, $b_1\ c_1\ d_1\ e_1\ f_1$ sind kanzelförmige Stehbühnen, die nach innen zu mit keinem Geländer versehen sind. A ist ein Dampfcylinder von beträchtlicher Höhe; wird der Kolben dieses Cylinders durch Dampf auf und ab bewegt, so werden durch Vermittlung des in den Cylindern a und a_1 enthaltenen nicht zusammendrückbaren Wassers beide Gestänge mit den Stehbühnen auf und ab bewegt. Der Kolbenhub von A ist halb so gross, als die Entfernung zweier unmittelbar aufeinander folgenden Bühnen. Nehmen wir an, die Fahrkunst befinde sich in der Stellung Fig. 4 und es seien in diesem Moment die Bühnen $b_1\ c_1\ d_1\ e_1\ f_1$ leer, auf jeder der Bühnen $b\ c\ d\ e\ f$ befinde sich ein Arbeiter. Nun tritt der Arbeiter bei b aus, tritt ein Arbeiter bei f_1 ein und schreiten die Arbeiter aus c nach b_1, aus d nach c_1, aus e nach d_1, aus f nach e_1. Geht nun der Kolben von A in die Höhe, so kommt die Fahrkunst in die Stellung Fig. 5, der Arbeiter b_1 kann austreten, bei f kann ein Arbeiter einsteigen, und die Arbeiter $f_1\ e_1\ d_1\ c_1$ können nach $e\ d\ c\ b$ übertreten etc.

Ventilation der Gruben. Die in den Gruben enthaltene Luft erleidet aus mannigfaltigen Ursachen Veränderungen, wodurch sie zur Athmung der Arbeiter untauglich wird. Ein Grubenbetrieb ist daher nur möglich, wenn diese verdorbene Luft beseitigt und durch reine Luft ersetzt wird. Diese Luftreinigung wird die Ventilation genannt.

Der Ursachen, welche die Luft verderben, gibt es mehrere. 1. Die Athmung und Ausdünstung der Arbeiter. 2. Das Pulvergas, wenn zum Lossprengen Pulver gebraucht wird. 3. Gasentwicklungen aus Mineralien, z. B. aus schwefelhaltigen Materialien. 4. Erhitzung der Steinkohlen in Kohlengruben. 5. Die Fäulniss des Holzes der Schachtzimmerung. 6. Gasentwicklungen durch den Stoss der Abbruchwerkzeuge oder Sprengwerkzeuge gegen Gesteine, welche Schwefel, Arsenik oder andere Substanzen enthalten. 7. Die Grubenlampen.

Die aus diesen Ursachen entstehenden Gase lagern sich in den Stollen und Schächten nach ihrem spezifischen Gewichte übereinander und zwar ist dasselbe für:

	Spez. Gewicht.
Kohlenhydrogen	= 0·558
Azotgas	= 0·976
Atmosphärische Luft	= 1·000
Schwefelhydrogen	= 1·191
Kohlensäure	= 1·524

Kohlensäure wirkt eingeathmet tödtlich. Die Kohlengase aller Art kommen insbesondere in den Kohlenbergwerken reichlich vor. Sie sind, weil mit atmosphärischer Luft gemischt, entzündlich, werden im Allgemeinen Grubengase oder schlagende Wetter genannt. Um ihre Entzündung zu verhüten, werden bekanntlich sogenannte Sicherheitslampen gebraucht. Arsenik- und Quecksilberdämpfe entstehen insbesondere durch den Stoss der Brechwerkzeuge gegen Gestein, das Arsenik etc. enthält. Das gefährlichste Gas ist das Kohlenwasserstoffgas (CH_4), das schlagende Wetter; wenn es sich in grösseren Massen vorfindet und durch Grubenlicht entzündet wird, erfolgt zunächst eine äusserst heftige Explosion. Zuerst eine heftige Ausdehnung, dann eine heftige Zusammenziehung. Die Mauern, die Schacht- und die Stollenzimmerungen werden erschüttert, zerbrochen, stürzen zusammen, wodurch auch Erdstürze entstehen können. Die Arbeiter werden verbrannt und das Feuer ergreift oftmals das Holzwerk oder in Kohlenbergwerken die Kohlenlager. Es entsteht eine so heftige Luftströmung, dass Arbeiter niedergeworfen, an die Wand geschleudert und daran zerschmettert werden, und an der Mündung des Schachtes fährt zuweilen der Luftstrom mit einer Vehemenz heraus, dass Steine, Erde, Sand und Holzstücke mit hinausgeschleudert werden. Dazu kommt noch, dass diejenigen Arbeiter, welche der mechanischen Wirkung der Explosion entgangen sind, nun in der grossen Quantität Kohlensäure, welche durch die Entzündung des Kohlenhydrogens entsteht, ersticken.

Damit sich diese schlagenden Wetter nicht bilden können, ist insbesondere in den Kohlenbergwerken eine sehr lebhafte Lufterneuerung und Luftcirkulation nothwendig. Die Ventilation ist entweder eine natürliche oder eine künstliche. Die natürliche Ventilation macht sich durch die innere Erdwärme, wenn man zwei Ausmündungen anbringt, die in verschiedener Höhe liegen. Die kalte Luft dringt dann durch die tiefer liegende Mündung (z. B. durch einen Stollen) ein und entweicht durch die höher gelegene (z. B. durch die Mündung des Schachtes). Im Winter ist diese Cirkulation, ähnlich wie bei einem Kamin, lebhafter als im Sommer. Da die Temperatur der Erde im Innern mit je 30 Meter Tiefe um 1° zunimmt, und auf der ganzen Erde in einer Tiefe von 50 Meter 10 bis 12° beträgt, so ist dieselbe in einer Tiefe von 300 Meter 18 bis 20°. Wird nun ein Stollen hergestellt, der in einer Tiefe von 300 Meter in den Schacht mündet, so entsteht eine Luftströmung, wie in einem Kamin, in welchem Luft von 20° Temperatur aufsteigt. Auf diese Art kann jedoch nur dann eine Ventilation hervorgebracht werden, wenn der Schacht in einen Berg herabgetrieben ist und am Fusse desselben der Stollen eingetrieben wird. Ist der Schacht von einer ebenen Terrainfläche aus nach der Tiefe getrieben, so muss eine künstliche Ventilation hervorgerufen werden. Dies geschieht entweder durch Lufterhitzungen oder durch mechanische Kräfte. Im erstern Falle muss nebst dem Schacht A (Fig. 6) ein Kanal B hergestellt werden, durch welchen kalte Luft bis zu dem Feuerherd C eindringt. Die Luft wird in dem Schacht durch das Feuer erhitzt und steigt in dem Schacht auf.

Die natürliche Ventilation wie auch die Ventilation vermittelst erhitzter Luft bringt nur eine schwache Wirkung hervor, und ist für tiefe und ausgedehnte Schachtbauten nicht hinreichend, sondern man muss bei diesen ungünstigen Verhältnissen zur mechanistischen Ventilation seine Zuflucht nehmen. Dies geschieht durch Anwendung von Ventilatoren oder Luftsaugapparaten. Man stellt einen besonderen Schacht her, der mit allen inneren Stollen, Schachten und Gängen in Verbindung gebracht wird, und stellt an der Mündung dieses Schachtes (puit d'aérage) den Luftsaugapparat auf. Die besseren Apparate dieser Art sind folgende:

1. grosse Centrifugal-Ventilatoren von circa 3^m Diameter, die in einer Minute 200 Umdrehungen machen (Burat, Seite 290);
2. pneumatische Maschinen, wie Cylindergebläse eingerichtet, die durch Dampfmaschinen bewegt werden (Burat, S. 292);
3. der Ventilator von Fabry (Burat, Seite 294), dessen Leistungen sehr günstig sein sollen;
4. der Ventilator von Lemielle (Burat, Seite 298);
5. der Ventilator von Combes;
6. der Ventilator von Cadiat;
7. der Ventilator von Letoret;
8. pneumatische Schraube von Sauwartan;

} Armengaud, 2e Vol., Pl. 27.

Transport in den Stollen und Gängen. Das Abbruchmaterial muss in den Stollen und Gängen nach den Förderschachten gebracht werden. Dieser Transport geschieht auf verschiedene Weise: 1. durch Tragen in Säcken oder Kübeln; 2. mit Schiebkarren; 3. mit Rollwagen (zuweilen Hunde genannt), auf Holzbahnen oder leichten Eisenbahnen; 4. mit Palmer'schen Eisenbahnen; 5. auf geneigten Bahnen mit balancirendem Train.

Die hierzu dienenden Einrichtungen und Apparate findet man in Burat, Géologie appliquée, Seite 318 bis 350 dargestellt und beschrieben.

Vertikal-Transport.

Schachtaufzüge mit Seilkörben oder Spulen. Um die Abbruchmaterialien aus den Schachten zu Tage zu fördern, werden sogenannte Fördermaschinen (Schachtaufzüge) angewendet. Die Materialien werden in der Tiefe des Schachtes in Tonnen oder in Rollwagen geladen. Oben am Schacht wird eine Seilwinde aufgestellt. An derselben sind zwei Trommeln vorhanden, um welche nach entgegengesetzter Richtung Seile gewickelt sind. An einem Seil hängt eine belastete, am andern eine leere Tonne. Wird die Axe der Trommel nach einer gewissen Richtung gedreht, so wird die belastete Tonne in die Höhe gewunden und wird gleichzeitig die leere Tonne in den Schacht hinabgelassen. Ist die gefüllte Tonne oben angekommen, so wird sie entleert und wird gleichzeitig die andere Tonne mit Material in der Tiefe des Schachtes gefüllt.

Wird hierauf die Axe der Trommeln nach einer Richtung gedreht, die jener entgegengesetzt ist, nach welcher früher die Bewegung erfolgte, so erfolgt abermals eine Erhebung der gefüllten und eine Niedersenkung der leeren Tonne. Die Maschine, welche die Trommelaxe bewegt, muss also die Einrichtung haben, dass sie abwechselnd nach entgegengesetzter Richtung treibt, und dass sie leicht jedesmal abgestellt werden kann, wie die eine Tonne oben und die andere Tonne unten angekommen ist, und dass sie leicht und sicher in Gang gesetzt werden kann, nachdem die Tonnen belastet und entleert worden sind. Damit die Auf- und Niederbewegung der Tonnen sicher erfolgt, bringt man bei besseren Einrichtungen Bahnen an, so dass die Tonnen oder die Bühnen, auf welche sie gestellt sind, geführt werden.

Um den Folgen zu entgehen, die durch einen Seilbruch unvermeidlich entstehen, werden Fangwerke angebracht, vermittelst welcher die Tonnen oder Bühnen an den Führungsbahnen hängen bleiben, so wie sie niederzufallen beginnen. Wenn der Schacht sehr tief ist, haben die beiden Seile ein beträchtliches Gewicht, und da die in den Schacht hinabhängenden Seile während der Bewegung eine veränderliche Länge haben, so sind die Gesammtgewichte der auf- und niedergehenden Körper während des Ganges veränderlich. Um nun mit einer konstanten Kraft diese veränderlichen Widerstände zu überwinden, werden entweder konische Seiltrommeln oder werden Spulen angewendet.

Als Motor wird angewendet: 1. Menschenkraft vermittelst eines Tummelbaumes, an welchem die Seiltrommeln angebracht sind; 2. Pferdekraft mit Göpel; 3. Wasserkraft vermittelst Kehrrädern, d. h. solchen Wasserrädern, die doppelte Schaufelungen nach entgegengesetzter Richtung haben und durch das Wasser nach der einen oder nach entgegengesetzter Richtung gedreht werden; 4. Dampfkraft mit Maschinen, deren Bewegungsrichtung leicht gewechselt werden kann.

Sind die Schachte nicht tief, so wird Menschen- oder Pferdekraft gebraucht. Sind sie im Gegentheil sehr tief, so wendet man gegenwärtig meistens Dampfkraft an, denn es ist selten der Fall, dass die Lokalverhältnisse die Anwendung der Wasserkraft gestatten.

Was hier im Allgemeinen über die Einrichtung von Schachtaufzügen gesagt wurde, soll nun im Speziellen erklärt werden.

Fig. 7, Beispiel eines Schachtaufzuges für Menschenkraft mit Spillenrad.

Fig. 8, Beispiel eines Schachtaufzuges für Pferdebetrieb mit konischen Seilkörben.

Fig. 9, Beispiel eines Schachtaufzuges für Wasserkraft mit Kehrrädern.

Taf. XXII. Fig. 1, Beispiel eines Schachtaufzuges mit Dampfmaschine, mit konischen Seilkörben.

Fig. 2, Beispiel eines Schachtaufzuges mit zwei gekuppelten Dampfmaschinen, mit Seilspulen.

Theorie des Schachtaufzuges mit konischem Seilkorb.

Es sei Fig. 3 eine ideale oder theoretische Darstellung des Schachtaufzuges für den Moment, wenn die Erhebung einer gefüllten Tonne a beginnt. In diesem Augenblick ist das Seil b für a vom Korb ganz ab-, das Seil b_1 für a_1 auf den Korb ganz aufgewickelt. Das Seil b hängt am kleinen, das Seil b_1 am grossen Halbmesser des Korbes. Wählt man zur Berechnung die Seite 323 der „Resultate" zusammengestellten Bezeichnungen und nennt noch M das statische Moment der Kraft, welches erforderlich ist, um die Axe des Seilkorbes zu drehen, wenn die Tonnen in der in Fig. 3 angegebenen Stellung sind, so ist:

$$M = (T + L + S)\,r - T\,R \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Ist die Hebung der Tonne a vollbracht, so hängt a am Halbmesser R, a_1 am Halbmesser r und das Drehungsmoment ist dann:

$$(T + L)\,R - (T + S)\,r$$

Diese beiden Momente sind gleich gross, wenn

$$(T + L + S)\,r - T\,R = (T + L)\,R - (T + S)\,r$$

Hieraus folgt:

$$\frac{R}{r} = \frac{L + 2\,S + 2\,T}{L + 2\,T} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Gerstner hat sich die Aufgabe gestellt, den Seilkorb so zu formen, dass das Drehungsmoment der Axe des Seilkorbes während der ganzen Erhebungsdauer einen constanten Werth hat. Der Seilkorb, welcher dieser Bedingung entspricht, hat nicht eine konische Form, sondern hat die Form einer gewissen Rotationsfläche, die jedoch von einem Konus nicht viel abweicht. Für die praktischen Zwecke genügt es, die konische Form zu wählen, aber die Abmessungen so zu nehmen, dass wenigstens am Anfang und am Ende der Erhebung die Momente gleiche Grössen haben, und dies ist der Fall, wenn die Halbmesser R und r der Bedingungsgleichung (2) entsprechen. Die absoluten Werthe von R und r und die Höhe des Konus werden durch die aufzuwickelnde Seillänge, d. h. durch die Erhebunghöhe H bestimmt.

Denkt man sich die Seite des Kegels aufgeschnitten und dann die Umfangsfläche des Kegels abgewickelt, so findet man leicht, dass diese Oberfläche durch $\frac{(R^2 - r^2)\,\pi}{\sin\,\alpha}$ ausgedrückt wird. Allein diese muss gleich sein der Fläche $H\,\delta$ des Seil-Längenschnittes, daher hat man:

$$\frac{(R^2 - r^2)\,\pi}{\sin\,\alpha} = H\,\delta$$

woraus folgt:

$$R = \sqrt{\frac{H\,\delta\,\sin\,\alpha}{\pi\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Diese Gleichung bestimmt den absoluten Werth von R, wenn α bekannt ist. Dieser Winkel muss angenommen werden, und zwar so klein, dass das Seil an dem Konus nicht abgleitet. Man darf nehmen:

$$\alpha = 8 \text{ bis } 10^\circ \text{ circa} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Nun ist ferner:

$$s = \frac{R - r}{\sin \alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Die Zeit einer Hebung beträgt $\frac{H}{c}$, die Pause zum Laden und Entladen der Tonne ist Δ. Die Nutzlast, welche während einer Periode $\frac{H}{c} + \Delta$ gehoben wird, ist demnach $\left(\frac{H}{c} + \Delta\right)$ l. Demnach hat man:

$$L = l \left(\frac{H}{c} + \Delta\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Für die Geschwindigkeit c kann man 2 bis 4 Meter in Rechnung bringen; 2 Meter, wenn die Tonnen nicht geführt werden, 4 Meter, wenn sie geführt werden. Das Seil ist am stärksten in Anspruch genommen, wenn der Aufzug einer beladenen Tonne beginnt. In diesem Moment hat der oberste Querschnitt des Seiles, an welchem die belastete Tonne hängt, eine Kraft $T + L + \gamma \Omega H$ auszuhalten, man hat daher:

$$T + L + \gamma \Omega H = \mathfrak{A} \Omega$$

woraus folgt:

$$\Omega = \frac{T + L}{\mathfrak{A} - \gamma H} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Für Hanfseile ist zu setzen: $\gamma = 1500$, $\mathfrak{A} = 1000000$.
($^1/_5$ der absoluten Festigkeit).

Für Drahtseile ist: $\gamma = 8000$, $\mathfrak{A} = 10000000$.
($^1/_7$ der absoluten Festigkeit).

Nun ist für ein Hanfseil $\frac{\delta^2 \pi}{4} = \Omega$, demnach wegen (7):

$$\delta = \sqrt{\frac{4}{\pi} \frac{T + L}{\mathfrak{A} - \gamma H}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Dagegen ist für ein Drahtseil aus 36 Drähten und wenn man die Festigkeit der Hanfseele des Seiles vernachlässigt:

$$36 \left(\frac{\delta_1}{10}\right)^2 \frac{\pi}{4} = \Omega$$

Demnach:

$$\delta_{1} = 10 \sqrt{\frac{T + L}{36 \frac{\pi}{4} (\mathfrak{A} - \gamma H)}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

wobei in Rechnung gebracht ist, dass der Durchmesser des Drahtes eines solchen Seiles 10 mal kleiner ist, als der Durchmesser des Seiles.

Die wahre mittlere Geschwindigkeit der Tonnenbewegung tritt in dem Moment ein, wenn das Seil am mittleren Halbmesser $\frac{R + r}{2}$ des Korbes hängt; man hat daher:

$$2 \times \frac{R + r}{2} \pi \times n = 60 \, c$$

demnach:

$$n = \frac{60 \, c}{\pi (R + r)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (10)$$

Die Nebenhindernisse der Bewegung können zum Voraus nicht verlässlich berechnet werden; für die Bestimmung der nöthigen Betriebskraft ist es hinreichend genau, wenn man die Nebenhindernisse zu $\frac{1}{4}$ der Last L in Anschlag bringt. Unter dieser Voraussetzung hat man:

$$75 \, N_n = L \, c \left(1 + \frac{1}{4}\right)$$

demnach:

$$N_n = L \, c \, \frac{\left(1 + \frac{1}{4}\right)}{75} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

Hiermit sind nun alle zur Berechnung eines Schachtaufzuges mit Seilkorb nöthigen Bestimmungen getroffen. Diese Ergebnisse sind Seite 323 bis 325 der „Resultate" zusammengestellt.

Fördereinrichtung mit Spulen und Bändern.

Diese für Seile und konische Körbe aufgefundenen Resultate gelten auch für Spulen und Bänder aus Hanf oder aus Draht. Man hat nur allein die Regeln (8) und (9) wegzulassen und in der Regel (3) $\alpha = 90^{\circ}$ zu setzen, so wie δ in dem Sinne zu nehmen, dass es die Dicke des Bandes ausdrückt. R ist ferner in diesem Falle der Halbmesser der Seilmasse, wenn auf die Spule das Seil von der

Länge H aufgewickelt ist und r bedeutet den Halbmesser der Spule, auf welche die Aufwickelung stattfindet.

Seile und Bänder (Cables d'extraction). Zum Aufziehen der Lasten werden Seile oder Bänder angewendet (Rundseile und Flachseile). Die Rundseile lassen sich leicht anfertigen, sind dauerhafter als Flachseile, weil sie eine geringere Oberfläche haben, verursachen aber mehr Biegungswiderstand und erfordern bei tiefen Schachten die Anwendung von konischen Körben. Die Flachseile sind im Gegentheil schwieriger und kostspieliger anzufertigen, nützen sich schneller ab, verursachen aber weniger Biegungswiderstand und gestatten deshalb die Anwendung von Spulen.

Für Hanfseile gelten folgende Bestimmungen:

a. Durchmesser des Seiles in Centimetern $d = 0{\cdot}113 \sqrt{P}$ (bei $^1/_8$ der absoluten Festigkeit);

b. Steifheit des Seiles $0{\cdot}26 \frac{d^2}{D} P = 0{\cdot}0033 \frac{P^2}{D}$ (D Durchmesser der Trommel in Centimetern).

c. Gewicht von 1 Meter Seil-Länge $= 0{\cdot}0015\, P = 0{\cdot}1177\, d^2$ Kilg.

d. Preis von 1 Meter Länge $= 0{\cdot}0006\, P = 0{\cdot}04708\, d^2$ Frcs.

e. Dauer des Seiles 1 bis 1·5 Jahre bei oft wiederholter Betheerung.

Für Drahtseile hat man dagegen:

a. Durchmesser des Seiles in Centimetern $d = 0{\cdot}05 \sqrt{P}$.

b. Steifheit des Seiles $0{\cdot}58 \frac{d^2}{D} P = 0{\cdot}0014 \frac{P^2}{D}$.

c. Gewicht von 1 Meter Länge $0{\cdot}00056\, P = 0{\cdot}224\, d^2$ Kilg.

d. Preis von 1 Meter Länge $0{\cdot}0004\, P = 0{\cdot}16\, d^2$ Frcs.

e. Dauer des Seiles. 1·5 bis 2 Jahre.

Eine Vergleichung dieser Resultate zeigt:

a. Der Durchmesser des Drahtseiles ist für gleiche Lasten halb so gross als der eines Hanfseiles.

b. Der Steifheitswiderstand ist (für gleiche Werthe von P und D), für Drahtseile $\frac{0{\cdot}0014}{0{\cdot}0033} = 0{\cdot}4$ von jenem der Hanfseile.

c. Das Gewicht von 1 Meter Länge ist bei Drahtseilen $\frac{0{\cdot}00056}{0{\cdot}0015} = \frac{1}{3}$ von jenem eines Hanfseiles.

d. Der Preis eines Seilstückes von 1 Meter Länge ist für ein Drahtseil $\frac{0{\cdot}0004}{0{\cdot}0006} = \frac{2}{3}$ von jenem eines Hanfseiles.

e. Die Betriebskosten, welche die Seile verursachen, sind zu beurtheilen nach dem Quotienten aus dem Preis für 1 Meter Länge und der Dauer ihrer Brauchbarkeit. Dieses Verhältniss ist:

$$\text{für Hanfseile } \frac{0\cdot 0006}{1} = 0\cdot 0006$$

$$\text{„ Drahtseile } \frac{0\cdot 0004}{1\cdot 5} = 0\cdot 0003$$

Der Betrieb mit Drahtseilen kostet demnach nur halb so viel, als jener mit Hanfseilen.

Hieraus geht der entschiedene Vortheil der Drahtseile hervor, denn sie sind dünner, erfordern daher nicht so grosse Trommeln, verursachen einen geringern Steifheitswiderstand, und der Betrieb mit denselben ist halb so kostspielig als mit Hanfseilen.

Tonnen, Bütten, Rollwagen, Fördergehäuse. Zur Förderung der Abbruchmaterialien werden entweder Tonnen oder Rollwagen angewendet. Letztere insbesondere beim Horizontaltransport der Materialien, der sowohl in den Gängen und Stollen, wie auch ausserhalb des Schachtes auf Eisenbahnen geschieht. In ausgedehnteren Grubenanlagen werden gleichzeitig mehrere, 2 bis 4 Tonnen oder Rollwagen gefördert, und in diesem Falle werden Gehäuse (Cages) gebraucht, auf welche die Tonnen oder Wagen gestellt werden. Eine verlässliche Förderung erfordert immer, dass diese Gehäuse an Bahnen geführt werden und in diesem Falle kann die Fördergeschwindigkeit bis zu 4 Meter per Sekunde gesteigert werden, während sie nur höchstens 2 Meter betragen darf, wenn solche Führungen fehlen. Um das Herabstürzen der Tonnen und Gehäuse zu verhüten, für den Fall, dass ein Seil reisst, werden eigene Fangwerke angebracht, die sich in die Führungsbalken einhaken, nachdem das Herabfallen begonnen hat. Wenn eine Tonne oder ein Gehäuse oben an der Mündung des Schachtes angekommen ist, wird die Maschine in einer später zu beschreibenden Weise angehalten und werden Einrichtungen angebracht, welche verhindern, dass das Gehäuse nicht mehr in den Schacht niedersinken, sondern sicher aufsitzen kann.

Einrichtungen, wie die so eben beschriebenen, zeigen die nachstehenden Figuren auf Taf. XXII:

Fig. 4 Förderung mit Tonnen, die an Gehäusen hängen, welche geführt werden.

Fig. 5 Rollwagen für Kohlenförderung.

Fig. 6 Fördergehäuse für 4 Rollwagen.

Fig. 7 Führung des Gehäuses und Fallriegel zur Unterstützung des gehobenen Gehäuses.

Fig. 8 Fangwerk mit Sicherheitshaken.

Fig. 9 Fangwerk mit verzahnten Excentriks.

Rollengerüste. Ueber der Mündung des Schachtes, in einer Höhe von 8 bis 16 Metern befinden sich die Rollen, welche die Seile nach den Trommeln des Aufzuges leiten. Um diese Rollen zu lagern, muss ein Gerüste hergestellt werden.

Taf. XXIII. Fig. 1 und 2 ist ein einfaches Gerüste dieser Art.

Fig. 3 und 4 ist ein grösseres Gerüst, das nach aussen zu geschlossen wird, um das Innere gegen Wind und Wetter zu schützen.

Construktion der Spulen und Seilkörbe. Die Construktion der Spulen und der Seilkörbe ist mit keiner Schwierigkeit verbunden, wenn man Gusseisen zu Hilfe nimmt. Fig. 5 und 6 zeigt eine Spule. Der mittlere Theil besteht aus zwei Arm-Rosetten, in welche hölzerne Arme eingelegt werden. Aussen werden diese Arme durch Bögen aus leichtem Winkeleisen verbunden.

Die Seilkörbe werden gebildet, indem man auf die Axe drei eiserne Armrollen aufkeilt und mit einer Bretterverschalung umgibt.

Dampfmaschine zum Fördern (Förder-Dampfmaschine). Die Bedingungen, welchen diese Förderdampfmaschinen zu entsprechen haben, sind im Wesentlichen folgende:

1. Eine der Last und Erhebungsgeschwindigkeit angemessene Kraft.
2. Die Möglichkeit, die Maschine aus jeder beliebigen Ruhestellung nach entgegengesetzten Richtungen leicht in Gang setzen zu können.
3. Die Möglichkeit, die Maschine beinahe momentan aus der Bewegung in Ruhe zu bringen.

Am besten erreicht man diese Anforderungen:

1. Durch Doppelmaschinen mit zwei Cylindern, welche auf eine Axe einwirken, die mit zwei unter rechtem Winkel gegeneinander gestellte Kurbeln versehen ist. Die Axe erhält kein Schwungrad.
2. Taschensteuerung zur Richtungsänderung der Bewegung oder auch Ventilsteuerung, die leicht gehandhabt werden kann.

Eine Doppelmaschine kann aus jeder Stellung gleich leicht in Gang gebracht werden, während eine Maschine mit nur einem Cylinder nicht in Gang zu setzen ist, wenn der Kolben am Ende des Hubes steht. Die Ingangsetzung erfolgt auch rasch, wenn kein Schwungrad vorhanden ist. Die Weglassung dieses letzteren ist aber vorzugsweise wünschenswerth, um die Maschine so rasch als möglich anhalten zu können, denn es soll augenblicklich Stillstand eintreten, so wie die Tonnengehäuse über den Vorschieb- oder Fallriegeln angekommen sind. Eine leichte Umsteuerung ist nothwendig, um die Gehäuse, nachdem sie ihre geeignete Höhe erreicht haben, ohne Zeitverlust auf die Vorschiebriegel niederlassen zu können. Bei schwächeren Maschinen genügt zu diesem Behuf eine Schiebersteuerung mit Taschen, bei grossen mächtigen Maschinen ist eine Ventilsteuerung angemessen, weil zur Handhabung derselben weniger Kraft erforderlich ist. Aber es müssen Doppelsitzventile angewendet werden.

Behandlung der Maschine beim Aufziehen. Die Maschine ist neben dem Schacht aufgestellt in einem besonderen Hause. Der Maschinist, welcher die Maschine bedient, sieht nicht, was im Schacht vorgeht, und doch muss er davon Kunde erhalten, um die Maschine führen zu können. Es sind deshalb Einrichtungen nothwendig, durch welche der Maschinist erfährt, wie er die Maschine handhaben soll. Dazu dienen Lärmsignale, die durch die Arbeiter, welche die Tonnen bedienen, sowie auch durch die auf- und absteigenden Tonnen selbst in Bewegung gesetzt werden. Soll der Aufzug beginnen, so wird durch den Arbeiter, welcher die obere Tonne entleert hat, geschellt. Hierauf wird die Maschine in Gang gesetzt. Nähert sich die aufsteigende Tonne bis auf eine gewisse Entfernung der Mündung des Schachtes, so stösst sie an einen Schellenzug, worauf der Maschinist den Gang der Maschine ermässigt. Ist die Tonne an einem zweiten Punkt angekommen, so wirkt sie auf einen zweiten Signalapparat mit Schelle und gibt das Zeichen, dass die Maschine nun abgestellt werden muss, damit eine Bewegungsverzögerung eintritt, die damit endigt, dass die aufgezogene Tonne genau an der Stelle in Ruhe kommt, welche verlangt wird, d. h. an einer solchen Stelle, dass sie durch langsame Rückwärtsbewegung der Maschine nur um circa 0·2 bis 0·3 Meter niederzusinken braucht, um auf den Fall- oder Schiebriegeln aufzusitzen. Zur Vorsicht ist es immer gut, wenn die Fördermaschine auch mit einer Bremsrolle versehen ist, um das rechtzeitige Anhalten selbst dann bewirken zu können, wenn die Tonnen mit zu grosser Geschwindigkeit oben ankommen. Wie schon früher gesagt wurde, erfolgt das prompte Anhalten der Maschine mit einer Doppelmaschine viel leichter, als mit einer eincylinderigen Maschine, weil erstere kein Schwungrad erfordert, letztere aber nothwendig ein solches bedarf. Die Stellen, wo die Signale gegeben werden müssen, sind natürlich durch einige Versuche zu ermitteln, und dass einiges Geschick und Uebung erforderlich sind, um die Maschine richtig zu führen, ist selbstverständlich.

Die folgende Tabelle gibt die Hauptdaten über mehrere Fördereinrichtungen.

Zusammenstellung

über

bestehende Fördermaschinen.

Namen der Grube.	Schachttiefe. Meter.	Gewicht der Schaale mit leerem Wagen. Kilg.	Gewicht der Füllung. Kilg.	Mittlere Aufzugs-Geschwindigkeit. Meter.	Pause Sek.	Gewicht von 1 Meter Seillänge. Kilg.	Art des Seiles und Dimensionen in Centim.	Durchmesser der Rollen Meter.	Durchmesser der Trommel. Meter.	Bemerkungen.
Bleiberg . . .	110	100	200	1·2	—	—	f H $3/8$	—	—	Erzförderung.
Altenberg . .	32	940	600 1000	0·64	30	—	f H $3/10$	—	1·20	Tagbau.
Kronprinz. .	276	1006	754	3	—	4·5	f D $1{\cdot}3/7{\cdot}8$	—	—	Kohlenfrdg.
Wilhelmina .	366	1000	754	4	—	4·5	f D $1{\cdot}3/7{\cdot}8$	—	—	Kohlenfrdg.
Fried. Wilh	306	1000	754	3	—	4·5	f D $1{\cdot}3/7{\cdot}8$	—	—	Kohlenfrdg.
Immenkeppel	52 96	700	618	—	—	—	—	—	—	Erzförderung.
Bassin de Comentri . . .	100	652	1700	1·2	120	—	f H $3{\cdot}5/14$	1·3	—	Erzförderung.
Cornwall . .	520	140	224	2	120	—	—	—	—	Erzförderung.
Cornwall . .	300	300	700	3	120	—	—	—	—	Kohlenfrdg.
Julien. . . .	120	300	800	—	—	—	r D 1·8	—	1·8	Erzförderung.
Julien	300	130	700	—	—	4·26	f H $3/13$	—	—	—
Rive de Gière	400	230	800	—	—	3	—	—	—	—
Anzin	—	130	700	—	—	4·19	—	—	—	Kohlenfrdg.
Gauley . . .	240	280	600	1·7	—	3·34	—	1·60	—	—
Worm. . . .	208	300	608	1	—	1·46	r D 2·4	1·25 1·60	2·5 4·0	—
Bensberg . .	60	300	500	—	—	—	r D 2·5	2·0	2·0	Erzförderung.
Langenberg .	145	—	—	—	—	—	r D 1·96	0·86	—	—
Apfel	—	—	—	—	—	—	r D 2·5	1·50	1·5	Erzförderung.
Centrum. . .	—	—	—	—	—	—	r D 3	—	2·4	Kohlenfrdg.
Grand Hornu	—	350	—	—	—	—	—	2·50	2·2	Kohlenfrdg.
Bassin de Bressac	150 300	130	700	—	—	4·26	f H $3/13$	—	—	—

f bedeutet flaches Seil, r rundes Seil, H Hanf, D Draht.

Grubenentwässerungsmaschinen, Wasserhaltungsmaschinen.

Allgemeines. In den Gruben sammelt sich jederzeit Wasser, das beseitigt werden muss, um den Abbruch und sonstige Arbeiten in der Tiefe fortsetzen zu können. Dieses Sammelwasser rührt her: 1. vom Regen; 2. vom Durchsickern; 3. von Quellen; 4. aber insbesondere an manchen Lokalitäten von inneren Wasserströmungen. Wenn nämlich in einer gewissen Tiefe unter dem Erdboden wasserdichte Thonschichten vorkommen, sammelt sich an denselben alles in die Erde eingedrungene Wasser, und fliesst nach denjenigen Richtungen ab, welche den geringsten Widerstand veranlassen. Wird nun bei einem Grubenbau eine solche Thonschichte durchstochen, so ergiesst sich dann ein Wasserstrom in den Schacht, und liefert in denselben oftmals beträchtliche Wassermengen. Die Wassermenge, welche sich zu verschiedenen Jahreszeiten und bei verschiedenen Witterungszuständen in den Tiefen der Schächte ansammelt, ist vom Bergmann (welcher den Grubenbau und deren Betrieb leitet), zu ermitteln. Die Anlage der Grubenpumpen richtet sich nach dieser Wassermenge, nach der Grubentiefe, Beschaffenheit (Reinheit oder Unreinheit) des Wassers.

Pumpeinrichtungen. Zur Wasserförderung werden stets Pumpen angeordnet. Das Wasser wird aber fast niemals durch eine einzige Pumpe aus der Tiefe bis zur Höhe getrieben, sondern die ganze Schachttiefe wird in Stockwerke eingetheilt, und jedes derselben wird mit einer Pumpe versehen, welche das Wasser durch dieses eine Stockwerk bis in's nächst höhere treibt. Die unterste Pumpe im untersten Stockwerk ist eine Saugpumpe (Brunnenpumpe). Die Pumpen der übrigen Stockwerke sind Druckpumpen. Die Kolben sämmtlicher Pumpen befinden sich an dem sogenannten Schachtgestänge und gehen mit demselben auf und nieder. Diese Einrichtung findet in Folgendem ihre Begründung. Dass mehrere Pumpen übereinander gestellt werden, hat seinen Grund darin, dass es zu schwierig ist, Kolben und Ventile herzustellen, die bei einer Drucksäule von der Tiefe eines Schachtes hinreichend schliessen. Für die unterste Pumpe wird ein Saugwerk oder Brunnenpumpe angewendet, wegen des oft sehr veränderlichen Wasserstandes in der Tiefe des Schachtes. Es muss dafür gesorgt werden, dass die Pumpen stets Wasser und nie Luft einsaugen, denn wenn das letztere geschieht, werden die Pumpencylinder beim Aufziehen des Gestänges mit Luft statt mit Wasser erfüllt, und wenn dann später das Gestänge mit seinem oft kolossalen Gewicht niedersinkt, leistet diese eingesaugte

Luft zunächst keinen Widerstand, das Gestänge stürzt nieder und kann den ganzen Bau beschädigen oder selbst zerstören. Wendet man für die unterste Pumpe eine Brunnenpumpe oder eine Saugpumpe an, und lässt das Saugrohr bis nahe an den Grund des Schachtes hinabreichen, so versichert man sich, dass bei jedem Wasserstand in der Grube Wasser gefördert werden muss.

Dampfmaschinen. Zur Bewegung des Gestänges mit den daran befestigten Kolben werden heut zu Tage fast immer Dampfmaschinen angewendet, und nur ausnahmsweise Wasserräder oder Wassersäulenmaschinen. Wir sprechen zunächst von den Dampfmaschinen. Diese sind nur einfach wirkend, ziehen das Gestänge mit den Kolben in die Höhe (wobei die Druckpumpen nur einsaugen und beinahe keinen Widerstand verursachen, während die untere Saugpumpe Wasser einsaugt und gleichzeitig Wasser hebt, also Widerstand verursacht), und überlassen es hierauf sich selbst, so dass es durch sein Gewicht niedersinkt und die Kolben in die Cylinder treibt, was zur Folge hat, dass die Druckpumpen Wasser heben, dass dagegen die Saugpumpe nicht arbeitet. Die Dampfmaschine hebt also eigentlich nur das Gestänge, überlässt es hierauf sich selbst, und dieses treibt dann die Pumpen durch sein Gewicht.

Es werden mehrere Arten von Dampfmaschinen gebraucht. Das Gemeinsame derselben ist: 1. dass bei allen der Dampf kondensirt wird; 2. dass sie mit einem sogenannten Catarakt versehen sind; 3. dass sie mit Ventilsteuerungen versehen werden. Die Unterschiede bestehen theils in der Aufstellung des Cylinders, theils darin, dass der Dampf ohne oder mit Expansion in einem oder in zwei Cylindern wirkt. Hierüber sind einige Erklärungen zu geben.

Catarakt. Die zu hebenden Wasserquantitäten sind, je nach der Jahreszeit, sehr verschieden. Bei trockener Witterung ist wenig, bei Regenwetter ist viel Wasser zu heben. Wegen der kolossalen Massen des Gestänges und der Wassermenge in den Steigröhren ist es nicht zulässig, die Pumpenkolben bald langsam, bald schnell gehen zu lassen, es müssen also bald grosse, bald kleine Wasserquantitäten bei stets gleichbleibender Geschwindigkeit des Gestänges gehoben werden, und dies wird bewirkt, indem man die Einrichtung trifft, dass das Gestänge nach jedem Niedergang eine Pause macht, d. h. eine Zeit lang ganz ruht. Der Catarakt ist nun ein Apparat, durch welchen die Dauer dieser Pause ganz nach Belieben und nach Erforderniss verändert werden kann. Ist wenig Wasser zu heben, so wird der Catarakt, dessen Einrichtung später beschrieben werden soll, so gestellt, dass die Pause lang währt. Ist viel Wasser zu heben, so wird die Pause sehr abgekürzt.

Condensation. Die Condensation wird stets angewendet, weil es bei einer Wasserförderungsmaschine an Condensationswasser nicht fehlt, und weil es durch Condensation möglich wird, selbst mit Dampf von verhältnissmässig niedriger Spannkraft eine vortheilhafte Verwendung des Dampfes zu erzielen.

Ventilsteuerungen (deren Einrichtung später beschrieben werden soll), werden angewendet, weil eine zur Bewegung von Schiebern erforderliche rotirende Bewegung nicht vorhanden ist.

Aufstellung. Aufstellungsarten gibt es zweierlei. Direkte ohne Balancier; indirekte mit Balancier. Bei der ersteren steht der Cylinder unmittelbar über der Mündung des Schachtes auf einem Brückenbau aus Eisen, Holz oder Stein, und an der durch den unteren Cylinderdeckel gehenden Kolbenstange hängt unmittelbar das Gestänge. Diese Aufstellung ist wegen der Fundamentirung schwierig, sonst aber äusserst einfach und solid, indem wenn die Brücke gut gemacht ist, an der Maschine gar kein Bestandtheil vorkommt, der brechen könnte. Bei der indirekten Aufstellung ist das Schachtgestänge an einen Balancier angehängt, und auf das zweite Ende desselben wirkt die Dampfkraft. Der Cylinder steht also hier nicht unmittelbar über dem Schacht, sondern neben demselben, was die Fundamentirung zwar sehr erleichtert, jedoch den Nachtheil herbeiführt, dass ein Balancier erforderlich ist, der sehr starke Dimensionen erhalten muss, und der, wie die Erfahrung lehrt, sehr schwer gegen Verletzungen und Zerbrechung geschützt werden kann. Gegenwärtig werden vorherrschend direkt wirkende Maschinen ohne Balancier angewendet.

Expansion. Die Dampfmaschine hat (abgesehen von dem jederzeit geringen Widerstand der Saugpumpe) im Wesentlichen nichts zu thun, als das Gewicht des Gestänges zu heben, hat mithin einen ganz constanten Widerstand zu überwinden. Lässt man den Dampf ohne Expansion während des ganzen Kolbenhubes auf den Kolben einwirken, so kann man es leicht dahin bringen, dass der Dampfdruck stets nur um Weniges grösser ist, als der Widerstand, und kann so eine beinahe gleichförmige Geschwindigkeit des Kolbens herbeiführen. Richtet man ferner das Gestänge so ein, dass sein Gewicht etwas grösser ist, als der Widerstand, den das Pumpen-system der Bewegung entgegensetzt, wenn die Kolben niedergehen, so kann man wiederum bewirken, dass auch der Kolbenniedergang beinahe mit gleichförmiger Geschwindigkeit erfolgt. Diese Einrichtungen sind leicht zu treffen, und bieten keinerlei Schwierigkeiten dar, weil keine grösseren Massenbeschleunigungen vorkommen. Allein eine vortheilhafte Verwendung des Dampfes kann bei dieser Maschine nicht erwartet werden.

Will man Brennstoffökonomie erzielen, so kann die Expansion, und zwar eine sehr starke, nicht vermieden werden. Dann aber kommt man in praktische Schwierigkeiten. Denn wenn z. B. in einem Cylinder stark expandirt wird, muss die Einrichtung getroffen werden, dass der mittlere Werth des Dampfdruckes gleich ist dem Gestänggewicht, muss also der Dampfdruck gegen die Kolben aufwärts am Anfang des Kolbenschubes vielmal grösser sein, als das Gestänggewicht, muss also die Masse des Gestänges anfangs rasch beschleunigt, gleichsam in die Höhe geschleudert werden, und dieser Vorgang muss so geschickt ausgeführt werden, dass der Dampfkolben gleichsam bis an den oberen Cylinderdeckel hinauffliegt, ohne an den Deckel anzustossen.

Man hat es also bei expandirenden Maschinen mit der Bewältigung von möglicher Weise zerstörend wirkenden Massenstössen zu thun, und dies ist keine leicht zu lösende Aufgabe, insbesondere wenn sie ohne Mithilfe von Rechnungen, durch Versuche, durch Tasten und Probiren gelöst werden soll. Wegen dieser praktischen Schwierigkeit werden expandirende Wasserhaltungsmaschinen selten angewendet, sondern meistens nicht expandirende. Man verzichtet auf die vortheilhafte Verwendung des Brennstoffs, um eine leicht zu behandelnde Einrichtung zu erhalten. Wir werden aber in der Folge sehen, dass diese expandirenden Maschinen nicht so schwierig anzuordnen sind, wenn man dabei die Rechnung zu Hilfe nimmt. In England sind die expandirenden Maschinen in den Gruben sehr verbreitet, obgleich man dort die Schwierigkeiten durch Probiren überwindet und allen Rechnungen ausweicht.

Die Steuerungen. Die spezielle Einrichtung der Steuerungen wird später erklärt, einstweilen soll nur durch theoretische Zeichnungen erklärt werden, wie die Steuerungen bei verschiedenen Maschinen zu wirken haben.

Fig. 7 und 8 stellen eine nicht expandirende Maschine dar. Direkte Aufstellung. Fig. 7 den Kolbenaufgang. Fig 8 den Kolbenniedergang. a der Dampfcylinder. b das Gestänge. c der Condensator und die Luftpumpe. d der Catarakt. e ein Balancier, der am Gestänge hängt und rechts mit einem Gegengewicht f versehen ist, das eine zweifache Rolle zu spielen hat, indem es als Masse wirkt und dadurch zu heftige Beschleunigungen verhütet und anderseits dem Gewicht des Gestänges entgegenwirkt. Während des Hubes communizirt der untere Theil des Cylinders mit dem Kessel, der obere Theil mit dem Condensator (Fig. 7). Während des Niederganges ist der Cylinder sowohl vom Kessel als vom Condensator ganz abgesperrt, und communizirt der untere Theil des Cylinders mit dem oberen, so dass die Kraft der Maschine ganz aufgehoben ist (Fig. 8).

Wenn die Maschine mit einem expandirenden Cylinder versehen ist, finden diejenigen Communikationen statt, welche Fig. 9, 10, 11 zeigen. Vom Beginn des Hubes an, bis die Expansion eintritt, communizirt der untere Theil des Cylinders mit dem Kessel, der obere mit dem Condensator (Fig. 9). Vom Beginn der Expansion an bis an's Ende des Kolbenschubes ist der untere Raum des Cylinders abgeschlossen und communizirt der obere Raum fortwährend mit dem Condensator (Fig. 10). Während des Kolbenniederganges (Fig. 11) ist der Cylinder vom Kessel und vom Condensator ganz getrennt, und communizirt der untere Theil des Cylinders mit dem oberen.

Wenn *Woolf*'sche Maschinen gebraucht werden, findet folgende Einrichtung statt (Fig. 12). Das Gestänge hängt an der Kolbenstange des grossen Cylinders, und der kleine Cylinder wirkt mit seiner Kolbenstange auf den Gegengewichtsbalancier. Während des Kolbenhubes communizirt der untere Theil des kleinen Cylinders mit dem Kessel, der obere Theil des kleinen Cylinders mit dem unteren Theil des grossen Cylinders und der obere Theil des grossen Cylinders mit dem Condensator. Während des Kolbenniederganges communizirt in jedem der beiden Cylinder der untere Theil mit dem oberen, so dass beide Cylinder wirkungslos sind.

Am Anfang des Kolbenschubes heben sich die Dampfpressungen gegen die beiden Flächen des kleinen Kolbens auf und wird der grosse Kolben durch Kesseldampf aufwärts getrieben. Am Ende des Kolbenschubes ist die Spannung des Dampfes unter dem grossen Kolben beinahe gleich der Condensatorspannung, ist demnach der grosse Kolben wirkungslos; aber gleichzeitig wirkt auf den kleinen Kolben nach aufwärts Kesseldampf, nach abwärts schwach gespannter ausgedehnter Dampf, wird also der kleine Kolben aufwärts getrieben. Es ist also die Kraft, mit welcher die beiden Cylinder auf das Gestänge einwirken, zwar variabel, aber doch nicht in dem Maasse, als bei einer stark expandirenden eincylindrigen Maschine, bei welcher gegen das Ende des Kolbenschubes hin die Kraft in der Regel ganz aufhört, während sie bei der *Woolf*'schen Maschine auch am Ende des Schubes noch beträchtlich bleibt.

Auch ohne alle Rechnung erkennt man hieraus, dass das *Woolf*'sche System einen geringeren Grad von Ungleichförmigkeit der Bewegung veranlasst, als die Expansionssysteme mit einem Cylinder.

Theorie der Wasserhaltungsmaschinen.

A. **Maschine ohne Expansion.** Wir wählen die Seite 328 der „Resultate", 4te Auflage, zusammengestellten Bezeichnungen mit der Abänderung, dass wir die Gewichte des Gestänges und des Gegengewichtes mit G und G_1 bezeichnen.

Ueber diese Grössen ist Folgendes im Voraus zu bemerken.

Der Widerstand r_1 begreift in sich den Reibungswiderstand der Dampfmaschine und den über dem Kolben herrschenden Condensationsdruck (während des Kolbenhubes wirkend); r dagegen ist nur allein Maschinenreibung, indem beim Niedergang die Pressungen über und unter dem Kolben gleich sind. Die Widerstände W_1 und W sind nach den Dimensionen der Pumpen und der Druckhöhen zu bestimmen. Auch muss für Reibungswiderstand Einiges in Rechnung gebracht werden, und ist zu beachten, dass die unterste Pumpe eine Saugpumpe oder eine Brunnenpumpe ist, die beim Hub des Kolbens Widerstand verursacht, beim Niedergang aber nicht. Die mittleren Geschwindigkeiten v und v_1 und die Maximalgeschwindigkeit sind von vornherein festzusetzen, wenn es sich um die Anlage eines solchen Pumpwerkes handelt.

Diese Bemerkungen vorausgesetzt, gehen wir nun zur Rechnung über.

Es ist $\frac{1}{v_1}$ die Zeit eines Kolbenhubes, $\frac{1}{v}$ die Zeit eines Niederganges, $\mathfrak{p}$ die Dauer der Pause, demnach:

$$\mathfrak{T} = \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v} + \mathfrak{p}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

Es ist $\Omega\, l$ die Wassermenge, die bei einem Kolbenhub, also in der Zeit $\mathfrak{T}$ gehoben wird; daher hat man:

$$\Omega\, l = q\, \mathfrak{T} \text{ oder } \Omega = \frac{q\, \mathfrak{T}}{l} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

Wenn der Kolben in die Höhe geht, wird er, wenn keine Expansion stattfindet, stets mit einer Kraft $O\ (p - r_1)$ getrieben und durch diese Kraft muss überwunden werden der kleine Widerstand W_1, den beim Hub die Pumpen verursachen und die Differenz $G - G_1$ der Gewichte. Wir haben daher:

$$O\ (p - r_1) = W_1 + G - G_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Beim Niedergang des Gestänges muss durch das Gewicht $G - G_1$ überwunden werden: der grosse Widerstand W, den die Pumpen verursachen und der kleine Widerstand $O\, r$ der Maschinenreibung. Man hat daher:

$$G - G_1 = W + O\, r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Aus (3) und (4) folgt durch Elimination von $G - G_1$:

$$O = \frac{W + W_1}{p - r - r_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Ist O berechnet, so findet man nun aus (4)

$$G - G_1 = W + O\, r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Die Dampfmenge, welche bei einem Hub consumirt wird, ist $O\ l\ (\alpha + \beta\ p)$. Diese Consumtion findet statt in der Zeit $\mathfrak{T}$, man hat daher:

$$S = \frac{O\ l\ (\alpha + \beta\ p)}{\mathfrak{T}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Hiermit sind nun die wesentlichsten Grössen für die Anordnung einer nicht expandirenden Maschine berechnet.

B. **Maschine mit Expansion in einem Cylinder.** Wird eine Expansionsmaschine mit einem Cylinder angewendet, so ist die treibende Kraft veränderlich, während der Widerstand constant bleibt, die Bewegung des Kolbenhubes kann daher nicht gleichförmig erfolgen. Allein wir verlangen, dass am Ende des Kolbenhubes das Gestänge keine Geschwindigkeit habe, es muss also die Wirkung, welche die Maschine während des Kolbenhubes entwickelt, gleich sein der Wirkung, welche in der gleichen Zeit durch die Widerstände consumirt wird. Dies ist nur möglich, wenn anfänglich die Dampfkraft stärker, gegen das Ende des Kolbenhubes hin schwächer wirkt als zur Ueberwindnng des Widerstandes erforderlich ist, und folglich muss bei einer gewissen Stellung des Kolbens Kraft und Widerstand gleich gross werden. Bis zu dieser Stellung hin werden sämmtliche Massen beschleunigt, über diese Stellung hinaus und bis an das Ende des Schubes werden die Massen verzögert, bis zuletzt die Geschwindigkeit ganz verschwindet. In jener Stellung selbst muss eine Maximalgeschwindigkeit eintreten. Das so eben Gesagte wird durch Fig. 13 anschaulich gemacht. A B C D ist der Cylinder. E H F stellt den constanten Widerstand dar. K J H G die veränderliche Kraft, mit welcher der Kolben getrieben wird. Die Flächeninhalte der Figuren A G H J K F C und A E F C sind die Wirkungsgrössen, welche während eines Schubes produzirt und consumirt werden. Damit das Gestänge oben ohne Geschwindigkeit ankommt, müssen diese Wirkungen und mithin die Flächeninhalte gleich gross sein. C M ist der Weg, den der Kolben zurücklegt, bis Kraft und Widerstand gleich werden. Bis dahin findet Beschleunigung statt. D L B stellt die Geschwindigkeitskurve vor. C N ist der Weg bis zum Eintritt der Expansion.

Wir wenden uns nun zur Entwickelung der Theorie, wobei wir die Seite 328 der „Resultate" zusammengestellten Bezeichnungen anwenden.

Es ist $\frac{1}{V_1}$ die Zeit eines Hubes, $\frac{1}{V}$ die Zeit eines Niederganges, $\mathfrak{p}$ die Pause, demnach $\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V} + \mathfrak{p}$ die Zeit vom Beginn eines Kolbenschubes bis zum Beginn des nächstfolgenden; demnach:

$$\mathfrak{T} = \frac{1}{V_1} + \frac{1}{V} + \mathfrak{p} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (1)$$

Es ist ferner $\Omega\, l$ die Wassermenge, welche bei einem Spiel, also in der Zeit $\mathfrak{T}$, geliefert wird, demnach hat man: $\Omega\, l = q\, \mathfrak{T}$ oder:

$$\Omega = q\, \frac{\mathfrak{T}}{l} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (2)$$

Hierdurch ist der Querschnitt der Pumpen bestimmt.

Nennen wir y die Spannung des Dampfes unter dem Kolben, nachdem derselbe einen Weg $x > l_1$ zurückgelegt hat, so hat man, weil von $x = l_1$ an bis zu $x = l$ immer gleich viel Dampf eingesperrt ist

$$(\alpha + \beta\, p)\,(O\, l_1 + m\, O\, l) = (\alpha + \beta\, y)\,(O\, x + m\, O\, l)$$

demnach

$$y = \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) \frac{l_1 + m\, l}{x + m\, l} - \frac{\alpha}{\beta} \quad \dots\dots\dots \quad (3)$$

Die Wirkung der Dampfmaschine während eines Kolbenschubes ist:

$$O\,(p - r_1)\,l_1 + \int_{l_1}^{l} O\,(y - r_1)\,dx.$$

Die Wirkung aller Widerstände während eines Schubes ist dagegen

$$(G - G_1 + W_1)\,l$$

Die Bedingung, dass das Gestänge seine höchste Stellung ohne Geschwindigkeit erreicht, ist demnach:

$$O\,(p - r_1)\,l_1 + \int_{l_1}^{l} O\,(y - r_1)\,dx = (G - G_1 + W_1)\,l.$$

Setzt man in diesem Ausdruck für y seinen Werth aus (3), verrichtet die Integration und gruppirt das Ergebniss in angemessener Weise, so folgt aus dieser letzten Gleichung:

$$O\left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\left(\frac{k}{ll_1}\right) - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r_1\right)\right] = G - G_1 + W_1 \quad . \; . \quad (4)$$

wobei zur Abkürzung gesetzt wurde:

$$\left(\frac{k}{ll_1}\right) = \frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l} + m\right) \text{lognat}\, \frac{l + ml}{l_1 + ml} \quad . \; . \; . \; . \quad (5$$

Mit Berücksichtigung von (3) ist die Kraft, mit welcher der Kolben getrieben wird, nachdem er einen Weg $\xi > l_1$ zurückgelegt hat:

$$O\left\{\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\frac{l_1 + ml}{\xi + ml} - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r_1\right)\right\}$$

Im Momente, wenn das Maximum der Geschwindigkeit eintritt, ist aber diese Kraft gleich dem Widerstand $G - G_1 + W_1$; wir erhalten daher:

$$O\left\{\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\frac{l_1 + ml}{\xi + ml} - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r_1\right)\right\} = G - G_1 + W_1 \quad . \quad (6)$$

Durch Subtraktion von (6) und (4) ergibt sich eine Gleichung, aus welcher folgt:

$$\xi = l\left(\frac{\frac{l_1}{l} + m}{\left(\frac{k}{ll_1}\right)} - m\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Hierdurch ist nun die Stellung des Kolbens bestimmt, die der Maximalgeschwindigkeit entspricht.

Es ist:

$$O\,(p - r_1)\,\xi + \int_{l_1}^{\xi} O\,(y - r_1)\,dx$$

die Wirkung, welche die Dampfmaschine vom Beginne des Schubes an bis zu dem Moment entwickelt, wo die Maximalgeschwindigkeit eintritt; dagegen ist $(G - G_1 + W_1)\,\xi$ die Wirkung, welche in der gleichen Zeit durch die Widerstände consumirt wird. Die Differenz dieser Wirkungen ist aber gleich der lebendigen Kraft $\frac{G + G_1}{2\,g}\,C^2$ der Gestängmasse; wir erhalten daher:

$$O\,(p - r_1)\,\xi + \int_{l_1}^{\xi} O\,(y - r_1)\,dx - (G - G_1 + W_1)\,\xi = \frac{G + G_1}{2\,g}\,C^2$$

Setzt man für y seinen Werth aus (3), entwickelt die Integration und ordnet die Glieder, so findet man:

$$O\,\xi \left\{ \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) \left(\frac{k}{\xi\,l_1}\right) - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r_1\right) \right\} = (G - G_1 + W_1)\,\xi + \frac{G + G_1}{2\,g}\,C^2$$

oder:

$$O \left\{ \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) \left(\frac{k}{\xi\,l_1}\right) - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r_1\right) \right\} = G - G_1 + W_1 + \frac{G + G_1}{2\,g}\,\frac{C^2}{\xi} \quad . \; . \quad (8)$$

wobei zur Abkürzung gesetzt wurde:

$$\left(\frac{k}{\xi\,l_1}\right) = \frac{l_1}{\xi} + \frac{l_1 + ml}{\xi}\ \text{lognat}\ \frac{\xi + ml}{l_1 + ml} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

Durch Subtraktion der Gleichungen (8) und (4) findet man einen Ausdruck, aus welchem folgt:

$$G + G_1 = \frac{2\,g\,\xi}{C^2}\,O \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) \left[\left(\frac{k}{\xi\,l_1}\right) - \left(\frac{k}{l\,l_1}\right) \right] \quad . \; . \; . \quad (10)$$

Wenn das Gestänge niedersinkt, werden durch die Gewichtsdifferenz $G - G_1$ die Widerstände W und Or überwunden; man hat demnach:

$$G - G_1 = W + Or \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

Setzt man diesen Werth von $G - G_1$ in die Gleichung (4) und sucht sodann O, so findet man:

$$O = \frac{W + W_1}{\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\left(\frac{k}{l\,l_1}\right) - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r + r_1\right)} \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

Hiermit sind nun alle, Seite 329 der „Resultate" zusammengestellten Formeln abgeleitet.

Die Gleichung (1) bestimmt die Dauer der Periode, die Gleichung (2) gibt den Querschnitt einer Pumpe, die Gleichung (12) bestimmt den Querschnitt des Dampfcylinders, die Gleichung (5) den in (12) erscheinenden Werth von $\left(\frac{k}{l\,l_1}\right)$, die Gleichung (7) bestimmt die Stelle, an welcher die Maximalgeschwindigkeit eintritt, die Gleichung (10) bestimmt die Summe, die Gleichung (11) die Differenz von dem Gestängegewicht und dem Gegengewicht, und man erhält somit diese Gewichte selbst durch:

$$\left.\begin{aligned} G &= \frac{1}{2}\left\{(G + G_1) + (G - G_1)\right\} \\ G_1 &= \frac{1}{2}\left\{(G + G_1) - (G - G_1)\right\} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (13)$$

Numerisches Beispiel. Die nachfolgende numerische Rechnung wird zeigen, wie mit dem Expansionsgrad die Massen G und G_1 wachsen:

Wir berechnen die Werthe von $G + G_1$ für verschiedene Expansionsgrade und nehmen dabei an:

$$\frac{\alpha}{\beta} = 3017, \quad m = o, \quad r = 1000, \quad r_1 = 4000, \quad p = 4 \times 10333$$

Man findet für:

$\frac{l_1}{l} =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
$\left(\frac{k}{l\,l_1}\right) =$	0·8465	0·6995	0·5966	0·5218
$\frac{\xi}{l} =$	0·5907	0·4765	0·4190	0·3033
$\frac{O\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)}{W + W_1} =$	1·502	1·927	2·404	2·930
$\left(\frac{k}{\xi\, l_1}\right) =$	0·9878	0·9495	0·8923	0·8597
$\frac{1}{l}\,\frac{C^2}{2g}\,\frac{G + G_1}{W + W_1} =$	0·1254	0·2295	0·2977	0·3793

Nimmt man überdies an $l = 3$ Meter, $C = 2{\cdot}5$ M., $\frac{C^2}{2g} = \frac{1}{3}$ (nahe), so erhält man:

$$\frac{G + G_1}{W + W_1} = 1{\cdot}129 \qquad 2{\cdot}066 \qquad 2{\cdot}679 \qquad 3{\cdot}414$$

In dem Werke von Combes, Tome III., Pag. 546 ist angegeben:

Für die Maschine der consolidated mines:

$$\left.\begin{aligned} G + G_1 &= 139000 \\ W + W_1 &= 29000 \end{aligned}\right\} \text{ also } \frac{G + G_1}{W + W_1} = 4{\cdot}8$$

Für die Maschine Davey der united mines:

$$\left.\begin{aligned} G + G_1 &= 231000 \\ W + W_1 &= 38000 \end{aligned}\right\} \text{ also } \frac{G + G_1}{W + W_1} = 6{\cdot}1$$

Woolf'sches System.

C. **Maschine mit Expansion in zwei Cylindern.** Wir wählen zur Berechnung dieser Maschine die Seite 229 der „Resultate" aufgeführten Bezeichnungen, vernachlässigen jedoch den schädlichen Raum der Maschine, sowie auch das Volumen des Verbindungsrohres zwischen dem kleinen und dem grossen Cylinder.

Zunächst erhalten wir auch hier, wie bei der früher berechneten Maschine die Beziehungen:

$$\mathfrak{T} = \frac{1}{V_1} + \frac{1}{V} + \mathfrak{p} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

$$\Omega = q\,\frac{\mathfrak{T}}{l} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Nennen wir y die Spannung des Dampfes über dem kleinen und unter dem grossen Kolben, nachdem der kleine Kolben vom Anfang des Schubes an einen Weg x zurückgelegt hat, so erhalten wir zur Bestimmung von y als Funktion von x nachstehende Gleichung:

$$o\,l\,(\alpha + \beta\,p) = \left(o\,(l - x) + O\,\frac{L}{l}\,x\right)(\alpha + \beta\,y)$$

Hieraus folgt:

$$y = \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\frac{1}{1 + \left(\frac{O L}{o\,l} - 1\right)x} - \frac{\alpha}{\beta} \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

Die Wirkung der beiden Maschinen während eines Schubes ist:

$$\int_0^l o\,(p - y)\,d\,x + \int_0^l O\,(y - r_1)\,\frac{L}{l}\,d\,x$$

Die Wirkung der Widerstände während eines Hubes ist dagegen:

$$(G - G_1 + W_1)\,L.$$

Damit das Gestänge ohne Geschwindigkeit seine höchste Stellung erreicht, müssen diese Wirkungen gleich gross sein. Man erhält demnach:

$$\int_0^l o\,(p - y)\,d\,x + \int_0^l O\,(y - r_1)\,\frac{L}{l}\,d\,x = [G - G_1 + W_1]\,L$$

Setzt man für y seinen Werth aus (3), verrichtet die Integrationen und ordnet das Ergebniss, so findet man ohne Schwierigkeit:

$$o\,l\left\{\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\left(1 + \text{lognat}\,\frac{O\,L}{o\,l}\right) - \frac{O\,L}{o\,l}\left(\frac{\alpha}{\beta} + r_1\right)\right\} = (G - G_1 + W_1)\,L$$

oder wenn man zur Abkürzung

$$1 + \text{lognat}\,\frac{O\,L}{o\,l} = k \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4)$$

setzt:

$$o\,l\left\{\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)k - \frac{O\,L}{o\,l}\left(\frac{\alpha}{\beta} + r_1\right)\right\} = (G - G_1 + W_1)\,L \; . \; . \; (5)$$

Die Maximalgeschwindigkeit tritt auch hier ein, wenn Gleichgewicht zwischen den Kräften und Widerständen stattfindet. Nennt man v den Werth von y für x gleich ξ, so ist vermöge (3):

$$v = \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\frac{1}{1 + \left(\frac{O\,L}{o\,l} - 1\right)\xi} - \frac{\alpha}{\beta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (6)$$

Aber wenn ξ der Maximalgeschwindigkeit entspricht, ist:

$$O\,(v - r_1) + o\,(p - v)\,\frac{l}{L} = G - G_1 + W_1$$

Demnach wenn für v sein Werth aus (6) gesetzt wird und einige Reduktionen vorgenommen werden:

$$\frac{o\,l}{L}\left\{\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\,\frac{l\left(\frac{O\,L}{o\,l}-1\right)}{1+\left(\frac{O\,L}{o\,l}-1\right)\xi}-\frac{O\,L}{o\,l}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r_1\right)+\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\right\}$$

$$= G - G_1 + W_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Durch Elimination von $G - G_1 + W_1$ aus (5) und (7) folgt eine Gleichung, welche gibt:

$$\frac{\xi}{l} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{\frac{O\,L}{o\,l} - 1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Hiermit ist nun die Stellung der Kolben bestimmt, bei welcher die Maximalgeschwindigkeit eintritt.

Nun ist:

$$\int_0^{\xi} o\,(p - y)\,dx + \int_0^{\xi} O\,(y - r_1)\,\frac{L}{l}\,d\,x$$

die Wirkung, welche die beiden Maschinen entwickeln, bis die Maximalgeschwindigkeit eintritt, ist dagegen

$$(G - G_1)\,\xi\,\frac{L}{l} + W_1\,\xi\,\frac{L}{l}$$

die Wirkung, welche gleichzeitig die Widerstände konsumiren, und ist endlich

$$(G + G_1)\,\frac{C^2}{2\,g}$$

die lebendige Kraft der Massen in dem Moment der Maximalgeschwindigkeit. Man hat daher:

$$\int_0^{\xi} o\,(p - y)\,d\,x + \int_0^{\xi} O\,(y - r_1)\,\frac{L}{l}\,d\,x =$$

$$(G - G_1 + W_1)\,\xi\,\frac{L}{l} + (G + G_1)\,\frac{C^2}{2\,g}$$

Setzt man für y seinen Werth, verrichtet die Integration und ordnet das Ergebniss, so erhält man:

$$o\,\xi\left\{\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\left[1+\frac{1}{\xi}\text{ lognat }\frac{1+\left(\frac{OL}{o\,l}-1\right)\xi}{1}\right]-\frac{OL}{o\,l}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right\}$$
$$=(G-G_{1}+W_{1})\,\xi\,\frac{L}{l}+(G+G_{1})\,\frac{C^{2}}{2\,g}\quad\ldots\ldots\quad(9)$$

oder wenn man

$$1+\frac{1}{\xi}\text{ lognat }\frac{1+\left(\frac{OL}{o\,l}-1\right)\xi}{1}=h\quad\ldots\ldots\quad(10)$$

setzt:

$$o\,\xi\left\{\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)h-\frac{OL}{o\,l}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r_{1}\right)\right\}$$
$$=(G-G_{1}+W_{1})\,\xi\,\frac{L}{l}+(G+G_{1})\,\frac{C^{2}}{2\,g}\quad\ldots\ldots\quad(11)$$

Aus (5) und (11) folgt durch Elimination von $G-G_{1}+W_{1}$:

$$o\,l\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\left(h-k\right)=(G+G_{1})\,\frac{C^{2}}{2\,g}\,\frac{1}{\xi}$$

demnach:

$$G+G_{1}=\frac{2\,g}{C^{2}}\,\xi\,o\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)(h-k)\quad\ldots\ldots\quad(12)$$

Während des Kolbenniederganges sind die Maschinen ohne Kraft, und wird durch das Gewicht $G-G_{1}$ der Widerstand $W+O\,r$ überwunden. Man hat demnach:

$$G-G_{1}=W+O\,r\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\quad(13)$$

Führt man diesen Werth von $G-G_{1}$ in (5) ein und sucht o, so findet man:

$$o=\frac{W+W_{1}}{\frac{1}{L}\left\{\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)k-\frac{OL}{o\,l}\left(\frac{\alpha}{\beta}+r+r_{1}\right)\right\}}\quad\ldots\ldots\quad(14)$$

Hiermit sind nun wiederum alle für die Anordnung der Maschine erforderlichen Resultate gewonnen. Nur eines fehlt noch, nämlich die Berechnung des Dampfverbrauchs.

Es ist $o\,l\,(\alpha+\beta\,p)$ die Dampfmenge in Kilogrammen, welche in einer Periode $\mathfrak{T}$ consumirt wird, man hat daher:

$$S=\frac{o\,l\,(\alpha+\beta\,p)}{\mathfrak{T}}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\quad(15)$$

Um den Gebrauch der Formeln zu erleichtern, folgt noch eine Zusammenstellung derselben:

$$\mathfrak{T} = \frac{1}{V} + \frac{1}{V_1} + \mathfrak{p}$$

$$\Omega = q \frac{\mathfrak{T}}{l}$$

$$o = \frac{W + W_1}{\frac{1}{L}\left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) k - \frac{O\,L}{o\,l}\left(\frac{\alpha}{\beta} + r + r_1\right)\right]}$$

$$k = 1 + \operatorname{lognat} \frac{O\,L}{o\,l}$$

$$\frac{\xi}{l} = \frac{1}{k - 1} - \frac{1}{\frac{O\,L}{o\,l} - 1}$$

$$h = 1 + \frac{1}{\xi} \operatorname{lognat} \frac{1 + \left(\frac{O\,L}{o\,l} - 1\right)\xi}{l}$$

$$G + G_1 = \frac{2\,g\,\xi}{C^2}\, o \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)(h - k)$$

$$G - G_1 = W + O\,r$$

$$G = \frac{1}{2}\left[(G + G_1) + (G - G_1)\right]$$

$$G_1 = \frac{1}{2}\left[(G + G_1) - (G - G_1)\right]$$

$$s = \frac{o\,l\,(\alpha + \beta\,p)}{\mathfrak{T}}$$

Numerische Rechnung über eine Maschine nach Woolf'schem System.

Nehmen wir an:

$$\frac{\alpha}{\beta} = 3017, \quad r = 1000, \quad r_1 = 4000, \quad p = 4 \times 10333, \quad \frac{L}{l} = \frac{4}{3},$$

so finden wir für:

$\frac{OL}{ol}$.	2	3	4	5
$k =$	1·6931	2·0986	2·3863	2·6094
$o\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right) =$	1·001	0·856	0·8002	0·781
$\frac{\xi}{l} =$	0·443	0·411	0·394	0·371
$h =$	1·828	2·435	2·980	3·453
$\frac{G+G_1}{W+W_1}\frac{C^2}{2g}\frac{1}{L} =$	0·039	0·092	0·140	0·183

oder wenn man wie früher $\frac{C^2}{2g} = \frac{1}{3}$, $L = 3$ Meter setzt:

$\frac{G+G_1}{W+W_1} =$	0·351	0·828	1·260	1·647

Vergleicht man diese Zahlenreihe mit der analogen für Maschinen mit einem Cylinder, so sieht man, dass bei *Woolf*'schen Maschinen der Quotient 2 bis 3 mal kleiner ausfällt.