Maschinenbau

Studien-Jahr 1860/61

Redtenbacher, Ferdinand

Karlsruhe, 1861

Maschinenbau, 1ter Curs

vorgetragen von

Hofrath Professor Dr. F. Redtenbacher

ausgearbeitet von

Carl Heinrich Lenz.

Studien-Jahr 1860/61.

Karlsruhe.

Lehre von der Festigkeit und Elasticität der Materialien.

Hiebei handelt es sich um die Gesetze des Verhaltens der Körper unter der Einwirkung der äußeren Kräfte.

Alle Körper, wie sie in der Natur vorkommen, sind absolut starr, und wenn äußere Kräfte auf sie einwirken, erleiden sie Veränderungen, sie werden ausgedehnt, zusammengedrückt, gebogen, verwunden; sie erleiden also Volumen-, Dichtigkeit-, Formveränderungen; es kommt darauf an, daß wir diese Gesetze studieren, nach welchen die Änderungen vorgehen.

Bei der Lehre von der Festigkeit und Elasticität der Materialien kann man einen rationellen Weg einschlagen, indem ~~man~~ von einer fundamentalen Grundanschauung ausgeht und auf diese Anschauungsweise die Gesetze der Statik anwendet. Dieser Weg führt zur tiefsten Einsicht, allein er fordert einen bedeutenden Aufwand an analytischen Materialien und Apparaten und am Ende bleibt doch nichts übrig als annähernd zu verfahren.

Ein anderer Weg besteht darin, daß man zuerst Erfahrung sammelt, dadurch zu gewissen Regeln gelangt, die, wenn auch nicht absolut, so doch annähernd genau sind, und darauf weiter baut. Dieser Weg gewährt allerdings nicht die tiefe Einsicht, aber man kommt auf verhältnißmäßig einfachen Mitteln vorwärts und die Resultate, die man erhält, sind leicht anwendbar, und leisten für die Praxis gute Dienste.

diesen zweiten Weg schlagen wir ein indem wir Versuche anstellen.

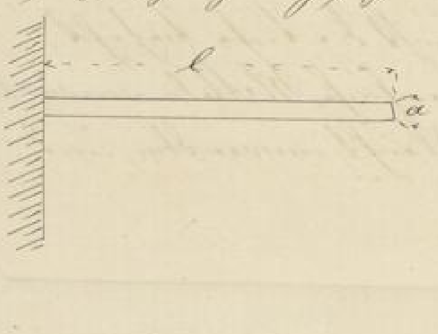
1. Stabausdehnungs Gesetz.

Die einfachste Art auf einen Körper Kräfte einwirken zu lassen ist die, daß man auf einen stabförmigen Körper eine Kraft einwirken läßt, die denselben seiner Länge nach auszudehnen strebt. Wir machen die Erfahrung, daß die Ausdehnung und die ausdehnende Kraft in einem gewissen Zusammenhang stehen. Um diesen Zusammenhang ausfindig zu machen, können wir geradezu Experimente anstellen, zu welchen wir eine Menge Stäbe desselben Materials, aber von verschiedenen Dimensionen nehmen, verschiedene Kräfte einwirken lassen und die Ausdehnung messen. Dieser Weg ist aber sehr mühsam.

Schlagen wir einen andern Weg ein, um uns den Vorgang, um den es sich hier handelt vorzustellen, und in den Körper hinein denken und den Vorgang zu erforschen suchen, wenn eine solche ausdehnende Kraft einwirkt, und indem wir versuchen zu errathen, nach welchem Gesetz diese Einwirkung stattfindet.

Haben wir auf diese Weise das Gesetz aufgestellt, so gehen wir an die Experimente, stellen Versuche an, durch welche wir prüfen, ob dieses Gesetz richtig ist oder nicht.

Dieser Forschungsweg führt in den meisten Fällen zum Ziel.



Hat nun der Stab die ursprüngliche Länge = l und den Querschnitt = a, bestehe ferner aus einem gewissen Material

Nun lassen wir auf den Stab gewisse Kräfte einwirken, zuerst eine kleine Kraft, dann immer größere Kräfte.
Diese ausdehnende Kraft sei = P.
die Größe der Ausdehnung = e.
Wir stellen uns nun die Frage, wie groß das e, d. h. die Ausdehnung unter den verschiedenen Kräften sei.
Mathematisch ausgedrückt hätten wir

$$e = \text{funct}(l, a\ P, E)$$

worin E der Elasticitätsmodul ist, über welchen wir später reden werden. Nun ist klar, daß diese Ausdehnung von der Größe der ausdehnenden Kraft abhängt und wird mit der ausdehnenden Kraft wachsen. Wenn wir fragen in welcher Weise das e von P abhängt, so ist das einfachste, daß das e dem P direkt proportional sei; dann aber ist in der Formel P als Faktor anzusehen. Ferner können wir annehmen, daß man einen langen Stab stärker ausdehnen kann als einen kurzen, und es wächst die Ausdehnung mit der Länge des Stabes, und es ist das natürlichste, daß das e dem l direkt proportional sei, dann aber steht auch l als Faktor. Weil nun die Ausdehnung abnimmt, wenn der Querschnitt des Stabes zunimmt, so ist das einfachste anzunehmen, daß das e dem a verkehrt proportional sei. Folglich steht a im Nenner.
Die Ausdehnung hängt ferner ab von der Natur des Materials und wir schreiben noch den Factor $\frac{1}{E}$ hinzu und heißen ihn Elasticitätsmodul. Wir haben somit die Formel

$$e = f(l, a, P, E) = \frac{Pl}{aE} \quad (1.)$$

Man könnte auch fragen, ob die Form des Querschnitts keinen Einfluß habe auf die Ausdehnung, aber man wird sich nach einiger Ueberlegung sagen müssen, daß dieselbe schwerlich bei gleichem Quadratinhalt einen merklichen Einfluß haben könne. Bei allen bisherigen Betrachtungen haben wir natürlich vorausgesetzt und angenommen, daß die Form der Querschnitte durch den ganzen Körper identisch sei.

Wir benehmen uns nun, als ob wir die Wahrheit erfahren hätten, dann ist es leicht zu sagen, was denn eigentlich die Größe E bedeute. Angenommen nämlich, daß dieses Gesetz nicht eine Annäherung, sondern eine absolute Wahrheit sei, so müßte sich dieses dadurch kundgeben, daß man für einen u. denselben Stab für E immer den gleichen Werth finden würde, ob man den Stab durch eine schwache oder starke Kraft ausdehnte, ob der Stab kurz oder lang wäre. Gesetzt nun der Fall, daß eine Wahrheit wäre, so könnten wir ~~annehmen~~ uns den Stab so ausgedehnt denken, daß $e = l$ würde, wobei wir annehmen der Stab habe den Querschnitt $\alpha = 1$. Für diesen Fall würde $E = P$, und E wäre die Kraft, die nöthig ist, um einen Stab vom Querschnitt $= 1$ um seine ganze ursprüngliche Länge auszudehnen. Für starre Materialien wäre dieselbe natürl. ungeheuer groß, für andere, wie Caoutchouc ganz klein.

Die Gleichung (1) läßt sich auch anders schreiben

$$\left(\frac{P}{\alpha}\right) = E\left(\frac{e}{l}\right) \qquad (2.)$$

wobei die in Klammern stehenden Quotienten besondere Bedeutung haben:

$\frac{P}{\alpha}$, bedeutet die Kraft mit der die Einheit des Querschnitts ausgedehnt wird und diese Kraft nennen wir Spannungsintensität

$\frac{e}{l}$ bedeutet folgendes. Wenn e die gesammte Ausdehnung und l die ursprüngliche Länge bedeutet, so drückt dieser Bruch aus um wieviel jede Längeneinheit ausgedehnt worden ist.

Es bedeutet also:

$$\frac{P}{a} = p = \text{Intensität der Spannung}$$

$$\frac{e}{l} = \lambda = \text{lineare Ausdehnung, verhältnißmäßige Ausdehnung.}$$

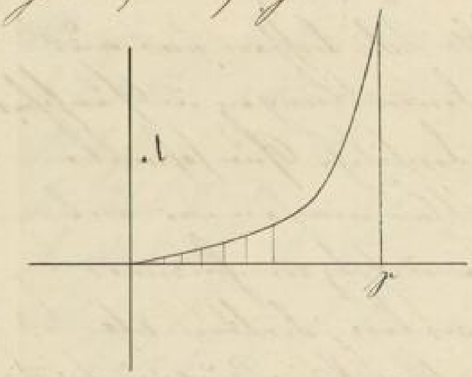
Nun ist die Frage ob die obige Behauptung wahr ist. Wir denken uns folgende Versuche gemacht: Wir lassen uns aus demselben Material Stäbe von verschiedenen Längen u. Querschnitten anfertigen, daß sie vollkommen identische Querschnitte haben und vollkommen homogen sind. Nun machen wir mit dem ersten eine Reihe von Versuchen u. setzen ihn immer stärkeren Kräften aus, ebenso den zweiten, dritten etc u. erhalten eine Reihe von Zahlenwerthen für P, l, e u. wenn nun obiger Ausdruck eine Wahrheit ist, so muß jeder einzelne dieser Versuche denselben Werth für ε geben.

Aus Gleichung 1 folgt:

$$\varepsilon = \frac{Pl}{ae} = \frac{\left(\frac{P}{a}\right)}{\left(\frac{e}{l}\right)} = \frac{p}{\lambda}$$

Rechnen wir für jeden einzelnen Versuch den Werth von $\frac{Pl}{ae}$ und machen wir eine Reihe von Versuchen, und wenn dann immer die gleichen Werthe herauskommen, so folgte daraus, daß unser hypothetisches Gesetz richtig wäre u. daß für diesen individuellen Stab, ε den Werth hat, den wir gefunden haben. Macht man nun wirklich die Versuche, so zeigt sich, daß ε nicht ganz constant ist.

Innerhalb gewisser Grenzen verändert sich ε beinahe nicht, namentlich wenn S und λ nicht zu groß sind.
Aber wenn diese Spannungs-Intensitäten über eine gewisse Grenze hinausgehen, namentl. wenn man sich dem Zustande nähert, da der Stab reisst, so wird der Elasticitätsmodulus auffallend variabel. Die Art u. Weise wie dies stattfindet, kann man graphisch darstellen, wenn man auf der Abscisse die Spannungsintensitäten und auf die Ordinaten die verhältnissmässigen oder linearen Ausdehnung aufträgt.



Aus der Fig. ist nun ersichtlich, dass für schwache Spannungsintensitäten ε konstant ist und wenn dieselben eine gewisse Grenze übersteigen, so wird ε variabel. Das aufgestellte Gesetz ist also kein Naturgesetz; denn von einem Naturgesetz gibt es keine Ausnahmen, sondern bloss eine empirische Regel, welche mit der Wirklichkeit sehr gut übereinstimmt, so lange es sich um kleine Ausdehnungen handelt.
Dass es kein Naturgesetz ist, erhellt aus der Curve, durch welche das ε dargestellt ist, denn eine Curve kann nie einen Theil haben der eine gerade Linie ist, wenn die Curve nach einem Gesetz gebildet ist.
Es wird also der erste Theil nur annähernd eine gerade Linie sein.
Die Werthe für ε Seite 36 der Resultaten
Nun hat aber z. B. nicht alles Schmiedeisen den gleichen Elasticitätsmodul, sondern derselbe unterliegt bei den

verschiedenen Sorten der Materialien bedeutenden Schwankungen. Man muß daher bei größeren Werken, Brücken, die individuellen Eigenschaften und Elasticitätsmodul für das zu verwendende Schmiedeisen vorerst genau untersuchen, u. darf sich nicht mit den mittlern Werthen begnügen, welche allerdings für die Constructionen des Maschinenbaues genügen, u. wie sie in den Resultaten für die verschiedenen Materialien zusammengestellt sind.

In der Festigkeitslehre nehmen wir den Centimeter als Längeneinheit, den Quadratcentimetre als Flächeneinheit u. den Cubiccentimeter als Cubiceinheit an.

Elasticitätsgrenze.

Man versteht darunter diejenige Grenze, von welcher an der Elasticitätsmodul aufhört constant zu sein, welche Grenze sich allerdings nicht genau bestimmen läßt. Die Grenze der Elasticität für die verschiedenen Materialien siehe Resultate Seite 37.

Bleibende Veränderungen.

Wenn man einen Stab nimmt, denselben schwach ausdehnt, u. dann die ausdehnende Kraft wegnimmt, den Stab sich selbst überläßt, so zieht er sich wieder vollständig zusammen u. kehrt ganz in seine ursprüngliche Lage zurück; es treten also in diesem Falle keine bleibenden Verlängerungen vor. So ist das Verhalten eines Stabes innerhalb der Elasticitätsgrenze. Wenn man aber den Stab bis über die Elasticitätsgrenze ausdehnt u. dann die Kraft wegnimmt, so zieht sich der Stab allerdings zusammen, aber nicht mehr vollständig u. kehrt nicht mehr in seine ursprüngliche Länge zurück, er erleidet mithin eine bleibende Verlängerung. Innerhalb der Elasticitätsgrenze ist dies Verhalten analog mit dem, was man Stabilität nennt; über die Elasticitätsgrenze hinaus hört die Stabilität auf. Ein Material, das innerhalb der Elasticitätsgrenze ausgedehnt wird, leidet nicht an seiner Qualität. Man muss daher für praktische Verwendungen immer sorgen, dass diese Grenze nicht überschritten werde.

Zusammenziehung des Querschnitts.

Wir haben bis jetzt nur die Veränderungen beobachtet, die an der Länge eines Stabes vorgehen, u. unbeachtet gelassen, was im Querschnitte vorgeht, da doch das Gefühl uns sagt, sowie auch die Versuche bestätigen, dass bei der Verlängerung des Stabes eine Abnahme des Querschnitts eintritt. Dehnt sich der Stab aus, so zieht sich der Querschnitt zusammen u. diese Abnahme verschwindet vollständig, sowie die ausdehnende Kraft weggenommen wird, aber wohlgemerkt so lang als die Ausdehnung innerhalb der Elasticitätsgrenze bleibt.

Absolute Festigkeit eines Materials.

Wir verstehen darunter die Kraft, oder das Maass der Kraft, die nothwendig ist, um einen Stab von 1 □ c.M. Querschnitt abzureissen. Nun ist leicht einzusehen, dass die Kraft P, die nothwendig ist um einen Stab vom Querschnitt a abzureissen, a mal so gross ist als die, welche einen Stab von 1 □ c.M. Querschnitt abreissen kann. Heissen wir die letztere Kraft oder die absolute Festigkeit A, so haben wir:

$$P = aA.$$

die Kraft um den Stab abzureißen ist unabhängig von der Länge des Stabes, ferner auch unabhängig von der Form des Querschnitts; sie ist nur abhängig von der Größe des Querschnittes und dem Material des Stabes.

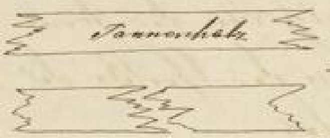
$$A = \frac{P}{a}.$$

Um dies zu beweisen, muß man bei verschiedenen Stäben von verschiedenen Längen und Querschnitten immer denselben Werth finden. Die für A gefundenen Werthe sind zu finden in der Tabelle in den Resultaten Seite 36. Dabei sind die Kräfte in Kilogrammen ausgedrückt. Die absolute Festigkeit ist wie der Elasticitätsmodul nicht bei allen Qualitäten eines und desselben Stoffes gleich, sondern sie schwankt z. B. bei Guß- u. Schmiedeisen u. Stahl bedeutend. Eisen das frei von Nebenbestandtheilen ist wird natürlich größere absolute Festigkeit haben.

Verhalten der Materialien beim Abreißen.

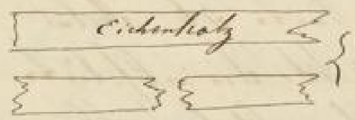
Wir denken uns, daß wir eine Maschine haben, mittelst deren wir die Stäbe zum Ausdehnen und Zerreißen bringen können, u. suchen uns die dabei eintretenden Erscheinungen deutlich zu machen.

a) Wir nehmen einen Stab von Tannenholz, spannen denselben ein, dehnen ihn aus, indem wir die spannenden Kräfte mehr u. mehr wachsen lassen. Haben dieselben die Elasticitätsgrenze überschritten, so dehnt sich der Stab im ganzen genommen gleichmäßig aus, die Querschnitte nehmen etwas ab u. wenn die Ausdehnung bereits sehr stark geworden ist, so hört man zuweilen an Klingen, wie wenn eine Saite eines Instruments reißt, es reißen einzelne Fasern, das Klingen vermehrt sich, es reißen



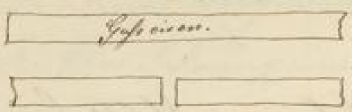
immer mehr Fasern u. plötzlich wenn die Spannung einen gewissen Grad erreicht hat, so folgt die Trennung der Theile, wobei sich auch die Structur des Tannenholzes deutlich zeigt.

b. Nehmen wir hingegen einen Stab aus Eichenholz u. verfahren auf dieselbe Weise, so sind die Erscheinungen anfangs dieselben wie beim Tannenholz, bis einem gewissen Grad von



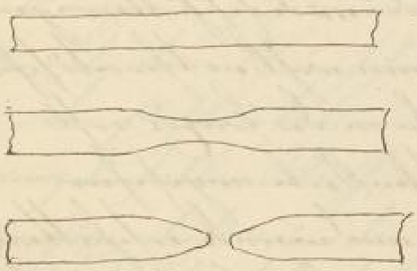
Ausdehnung hört man ein sehr leises Geräusch, und es reißt endlich der Stab, wobei sich wieder die Structur des Holzes außerordentlich deutlich zeigt.

c. Verschieden verhalten sich die Metalle, je nachdem sie schmiedbar oder schmelzbar sind. Nehmen wir z. B. einen Stab von Gußeisen, welches schmelzbar ist u. lassen ausdehnende Kräfte darauf einwirken, so wird sich der Stab in seiner Länge aus-



dehnen u. in seinem Querschnitt zusammenziehen. Man hört kein Geräusch, auch zeigen sich keine auffallenden Erscheinungen, aber plötzlich tritt der Riß ein u. es zeigt sich an der Rißfläche die Textur des Gußeisens in charakteristischer Weise. Die Rißfläche ist rauh, crystallinisch. Bei weißem Gußeisen ist die Rißfläche mehr crystallinisch als beim grauen. Ganz ähnlich verhält es sich auch mit andern schmelzbaren Metallen: Kanonenmetall, Gußstahl, ꝛc. bei welch letzterem die Rißfläche eine prachtvolle crystallinische glänzende Structur zeigt, u. die beiden Gegensätze: tiefe schwarze Schatten und leuchtenden Glanz verzeigt.

d. Ganz anders sind die Erscheinungen, die sich bei schmiedbaren Metallen und insbesondere beim Schmiedeisen zeigen.
Wenn wir einen Stab von Schmiedeisen ausdehnen, welches ganz rein ist, so zeigen sich folgende Erscheinungen.
Anfangs erfolgt durch Einwirken der Kräfte eine gleichmässige Ausdehnung und eine kleine Abnahme der Grösse des Querschnitts. Wird aber die Elasticitätsgrenze überschritten, so erfolgt die weitere Ausdehnung nicht mehr gleichmässig nach der ganzen Länge des Stabes, sondern an gewissen Stellen erfolgt die Ausdehnung stärker u. wenn wir diese fortsetzen, so reißt der Stab u. die beiden Enden sind gleichsam zugespitzt. Man sieht hier das zähe Wesen des Schmiedeisens, es protestirt so lang als möglich gegen das Zerreißen. Das zähe Wesen kommt im Schmiedeisen in noch höherem Maße vor, wenn man den Stab nicht durch Ausdehnen, sondern durch Biegen zerreißen will.

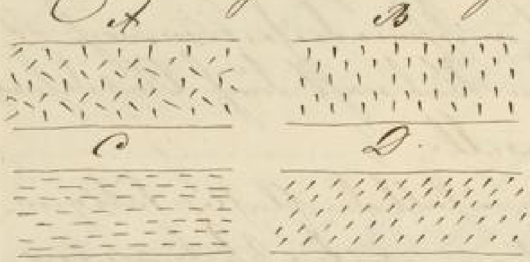


Wenn wir einen Stab ausdehnen, innerhalb der Elasticitätsgrenze, so fragt es sich, ob mit der Zeit eine weitere Verlängerung eintritt, oder ob die Verlängerung constant sei.
Ganz streng ist die Frage noch nicht entschieden: soviel aber ist wahrscheinlich, dass die Ausdehnungen allerdings mit der Zeit etwas wachsen, aber wie es scheint nimmt die Ausdehnung nicht proportional mit der Zeit zu, sondern so, dass die Länge des Stabes sich einer gewissen Grenze fortwährend nähert, vielleicht ohne dieselbe jemals zu erreichen.

Man kann dies auch graphisch darstellen, indem man die Zeiten als Abscissen und als Ordinaten die verschiedenen Längen aufträgt. Das Gesetz aber nach welchem die Länge

wächst ist nicht bekannt, es ist ungefähr dargestellt durch die beistehende Kurve. Dadurch sind die Veränderungen dargestellt, die möglicherweise durch andauernde Spannung eintreten können.

Eine weitere Frage ist, ob die Festigkeit eines Materials durch andauernde dynamische Einwirkungen, andauernde Erschütterungen, nicht leidet. Dies ist eine Frage, wobei man wohl in theoretischer Seite Vermuthungen aufstellen kann, die in der Praxis erst erledigt werden muß. Von der theoretischen Seite angesehen muß man sich sagen, daß durch derlei andauernde erschütternde Einwirkungen Änderungen im Innern des Körpers, in der



Molekulargruppirung eintreten können, wodurch sich die Festigkeits und Elasticitäts verhältnisse sich bedeutend ändern können. Wenn wir durch (A) ein Atom des Körpers andeuten, so können z. B. durch die Erschütterungen in dem Körper, in welchem ursprüngl. die Atome wie durcheinander gelagert waren, Tendenzen entstehen, sich regelmäßiger zu lagern. Denn jedes Atom ist eigentlich freischwebend u. ein unmittelbarer Kontakt findet nicht statt. Wenn aber die Lagerung sich ändert, so tritt allerdings auch eine Änderung der Elasticitäts und Festigkeitsverhältnisse ein; tritt z. B. eine Lagerung wie bei

B ein, so wird bei dieser transversalen Lagerung die Festigkeit bedeutend verlieren, bei der Lagerung C fing sie an zu-nehmen u. der Zustand D ungefähr die Festigkeit der ersten A haben.

2. Zusammendrückung der Stäbe.

Die Versuche zeigen, daß für die die Zusammendrückung der Stäbe ganz dieselben Regeln, wie die für die Ausdehnung gelten, so lange die Zusammendrückung nicht eine gewisse Grenze überschreitet u. es gilt auch hier die Regel, daß die Zusammendrückung proportional ist der Länge des Stabes, als auch der zusammendrückenden Kraft u. verkehrt proportional dem Querschnitt des Stabes.

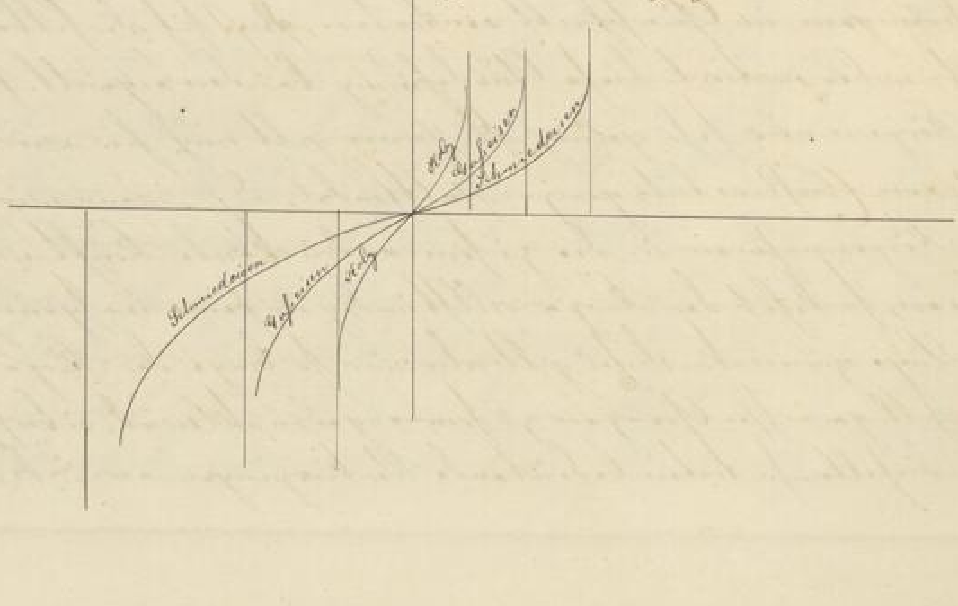
Der Elasticitätsmodul hat für die Zusammendrückung ganz denselben Werth, wie für die Ausdehnung u. die Versuche zeigen, daß wenn die Zusammendrückung eine gewisse Grenze überschreitet, dann dies Gesetz nicht mehr richtig ist, daß dann der Elasticitätsmodul nicht mehr constant bleibt, sondern bei fortschreitender Zusammendrückung mehr u. mehr wächst; es zeigt sich auch ferner bei der Zusammendrückung, daß Änderungen im Querschnitt eintreten, daß sich derselbe ausdehnt, wobei natürl. diese Ausdehnung bei den eigentl. starren Körpern nur sehr gering ist. Ferner gilt auch hier wiederum, daß eine Elasticitätsgrenze stattfindet, d.h., wenn wir einen Körper nehmen u. die zusammendrückende Kraft wegnehmen, so kehrt der Körper vollständig in seine ursprüngliche Lage zurück. Dieses gilt aber nur so lange der Körper innerhalb gewisser Grenzen zusammengedrückt wird, überschreitet man dieselbe, so treten bedeutende Verkürzungen ein, u. der nimmt die Kraft wieder weg, so dehnt sich zwar der Körper wieder aus, allein er kehrt nicht vollständig in seine frühere Lage zurück. Man kann annehmen, daß sich die Natur u. Qualität eines Materials nicht verändert, so lange die Elasticitätsgrenze nicht überschritten ist, daß aber eine Änderung in der Molekülergruppirung eingetreten ist, wenn die Folge einer Zusammendrückung eine bleibende Verkürzung ist. Bei der Verwendung der Materialien zu Constructionen darf also niemals diese Grenze überschritten werden.

Absolute rückwirkende Festigkeit.

Als Maaß für dieselbe gilt diejenige Kraft, die nöthig ist, um 1 Stab von 1 □ Centim Querschnitt zu zerquetschen. Die Tabelle über dieselbe siehe Resultate Seite 37.

Wir wollen nun das was in dieser Tabelle gegeben ist, graphisch darstellen. Als Abscissen tragen wir die Spannungsintensitäten auf, als Ordinaten die linearen Abschnürungen.

Am besten ist es, wenn man sich für die Abscissen u. Ordinaten einen eigenen Maaßstab macht. Für Holz z. B. ist $\frac{R}{A} = \frac{1}{2}$.



Man kann sich auch die Aufgabe stellen zu versuchen, die Gleichung der Linie selbst herzuleiten, die in diesem Gesetze liegt, wobei man auf folgende Weise verfahren kann.

Es sei durch die nebenstehende Figur eine solche Linie annähernd gegeben und aus ihr ist ersichtlich, daß für

$x = +a$, $y = \infty$ u.

für $x = -a$, $y = -\infty$

wird. Zieht man nun an einen beliebigen Punkt eine Tangente, so ist, wenn die zu diesem Punkt gehörigen Coordinaten x u. y heißen

$$\frac{dy}{dx} = tg\, \varphi.$$

Nun weiß man aus der Natur der Sache u. es folgt aus den thatsächlichsten Ergebnissen, daß für $x = 0$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\varepsilon} \text{ wird,}$$

während auch

für $x = +a$, $\frac{dy}{dx} = +\infty$

und für $x = -a$, $\frac{dy}{dx} = -\infty$ wird.

Nach der Lagrange'schen Interpolationsformel erhält man

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\varepsilon} \, \frac{aa}{(a-x)(a+x)}$$

Es ist aber doch nicht gesagt, daß die Kurve, die dieser Gleichung entspricht auch wirklich die Kurve sei, die wir suchen, sondern die Differentialgleichung erfüllt nur die Anforderungen, die geschrieben sind; ohne daß damit gesagt ist, daß diese Kurve auch wirklich das wahre Gesetz ist.

Um nun zu integriren setzt man:

$$\frac{1}{(a-x)(a_1+x)} = \frac{1}{a+a_1}\left(\frac{1}{a-x}+\frac{1}{a_1+x}\right)$$ und wir haben

$$\frac{dy}{dx} = \frac{aa_1}{\varepsilon(a+a_1)}\left[\frac{1}{a-x}+\frac{1}{a_1+x}\right]$$

$$y = \frac{aa_1}{\varepsilon(a+a_1)}\left[\int\frac{dx}{a-x}+\int\frac{dx}{a_1+x}\right].$$

$$y = \frac{aa_1}{\varepsilon(a+a_1)}\left[-\lg nat(a-x)+\lg nat(a_1+x)\right]+C.$$

$$y = \frac{aa_1}{\varepsilon(a+a_1)}\left(\log nat\frac{a_1+x}{a-x}+C\right)$$

Um nun die Constante zu bestimmen, setzen wir $x = 0$, dann wird auch $y = 0$ und

$$0 = \frac{aa_1}{\varepsilon(a+a_1)}\left(\log nat\frac{a_1}{a}+C\right)$$

der erste Factor ist nie $= 0$, folglich muß

$$0 = \lg nat\frac{a'}{a}+C.$$

oder $C = -\log nat\frac{a'}{a}$ und schließlich

wird $y = \frac{aa_1}{\varepsilon(a+a_1)}\log nat\left(\frac{a_1+x}{a-x}\cdot\frac{a'}{a}\right)$

und ausgegangen sind wir von

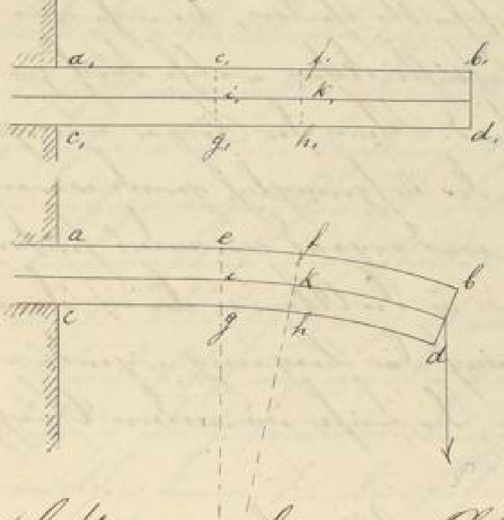
$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\varepsilon}\,\frac{aa_1}{(a-x)(a_1+x)}$$

Was wir bis jetzt gethan haben war blosse Induction, aber wir haben kein Naturgesetz, weil es nicht aus feststehenden Principien hergeleitet ist. Aber aus Erfahrungen Gesetze bestimmen zu wollen ist etwas trauriges.

Es gibt unendlich viele Annäherungen, aber nur eine einzige Wahrheit.

Biegung der Stäbe.

Wir denken uns einen Stab von bestimmten Dimensionen u. Querschnitt, spannen denselben an einem Ende ein und lassen auf den Mittelpunkt der freien Endfläche eine gewisse verticale Kraft einwirken, die den Stab biegt. Es handelt



sich nun darum u. wir legen uns die Frage vor, den Gleichgewichtszustand, der in dem gebogenen Stabe herrscht, ausfindig zu machen, zu ermitteln wie groß die Spannungsintensitäten sind, die an den verschiedenen Stellen des Stabes vorhanden sind, ferner zu bestimmen die ganze Gestalt des Stabes u. womöglich auch die Ortsveränderungen, welches jedes einzelne Atom des Stabes in Folge der Biegung erlitten hat. Ist dies Alles bestimmt, so haben wir den ganzen Zustand des Stabes erkannt. Dies alles sehr genau zu bestimmen, ist gar nicht möglich und wir müssen uns deßhalb mit einer Annäherung begnügen, wie dies überhaupt von allen Rechnungen gilt, die sich auf die Wirklichkeit beziehen, da in der Natur eine so große Mannigfaltigkeit von Einwirkungen von Kräften vorhanden ist, daß eine vollständige Lösung nie möglich ist.

Aus dem Grunde kann ein Problem, das sich auf die Wirklichkeit bezieht, nichts anders als eine annähernde Lösung erwarten, weil wir die Natur nicht kennen.

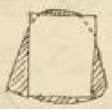
Wir nennen nun eine Reihe von Atomen, welche ursprüngl. vor der Biegung in einer u. derselben geraden Linie ∥ zur Längenkante liegen, eine Faser, u. können uns den Körper bestehend denken aus einer Reihe nebeneinanderliegenden und miteinander verbundenen Fasern, wobei aber das Wort Faser nur eine Fiktion ist. Wir wollen nun auch den Körper in seinem ursprünglichen Zustande durch Querschnitte theilen, die nah aneinander liegen, so sind e f & g h Faserstückchen, welche durch zwei solcher Querschnitte abgeschnitten sind. Wenn der Körper nun gebogen wird, so werden alle Fasern, die ursprünglich gerade waren, jetzt gekrümmt sein, das Atom e, wird irgend wo anders hinkommen müssen, ebenso das Atom f, u. s. w. u. die Atome, die in dem einen Querschnitte lagen, werden nach der Biegung irgendwo zu treffen sein, ebenso die Atome, die früher im andern Querschnitte waren.

Jetzt müssen wir Hypothesen machen. Wir nehmen an

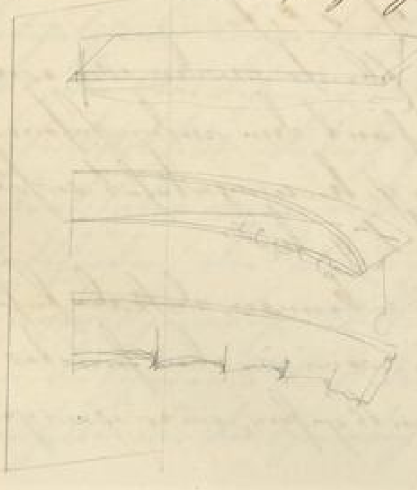
1. daß alle Atome, welche ursprüngl. in einer Querschnittsebene lagen, auch nach erfolgter Biegung noch in einer Ebene liegen u. zwar in einer Ebene senkrecht zur Krümmungslinie ab, d. h. daß eg normal sei im Punkte e auf ab.
2. daß die Atome eines u. desselben Querschnittes ihre relative Lage gegeneinander nicht ändern
3. daß alle ursprüngl. geraden parallelen Fasern im gebogenen Zustande parallele oder aequidistante Linien zur Faser ab bilden.
4. Wir nehmen eine so schwache Biegung u. Formänderung an, daß für dieselbe der Elasticitätsmodul als constant angesehen werden kann.

Fragen wir uns, ob diese Voraussetzungen richtig sind, oder ob sie es nur annähernd sind und unter welchen Umständen diese Voraussetzungen mit der Wahrheit annähernd übereinstimmen können u. unter welchen Umständen nicht. Dies ist absolut nothwendig zu wissen, weil es von dieser Kenntniß davon abhängt, unter welchen Umständen die Resultate, die uns die Rechnung liefert, mit der Wahrheit

übereinstimmen können
1. daß die erste Voraussetzung wohl nur annähernd richtig sein wird, fühlt man wohl; aber daß dies genau sein sollte ist nicht einzusehen, daß die Richtung og vollständig normal ist auf ab, ferner auch zu vermuthen ist, daß sich die Querschnittsebene in eine krumme Fläche umgestaltet.
2) Die 2te Voraussetzung ist entschieden falsch, was leicht einzusehen ist. Man darf sich nur an die Veränderung des Querschnitts durch Ausdehnung oder Zusammendrückung erinnern. Es wird, wie man leicht vermuthen kann, die obere Faser gedehnt u. die untere zusammengedrückt sein; es ist daher absolut unmöglich, daß sich der Querschnitt conservirt. Ist z. B. der Querschnitt ein Rechteck, so wird eine Form entstehen, wie die in beistehender Figur extravagant dargestellte.



Ferner ist einzusehen, daß manche von den Atomen, die ursprünglich im Querschnitt lagen, in Folge der Biegung ganz aus diesem Querschnitt herausgehen u. ferner manche Atome ganz in den Querschnitt hineintreten. Das Gefühl muß uns sagen, daß unsere Voraussetzung bei starren Körpern und wenn die Biegung eine sehr schwache ist, ganz nahe eine Wahrheit ist.
3. Die 3te Voraussetzung ist wohl zuweilen richtig, unter andern



Umständen aber falsch. Wenn wir z. B. eine Reißschiene so einspannen, daß die Querdimension horizontal ist, so wird unser Satz wohl richtig sein. Spannen wir die Schiene hingegen so ein, daß die Querdimension vertikal steht, so tritt die Voraussetzung nicht ein.
Es können ja auch wie bei Fig. 2.

Ueberwerfungen eintreten, sowie auch bei fig. 3 Falten auf der unteren Seite. Also ist unsere Theorie auf solche Fälle, wo Ueberwerfungen oder Falten eintreten nicht anwendbar.

Die 4 Annahmen haben nicht blos den Sinn u. die Bedeutung, daß sie nur die Rechnung möglich machen, sondern sie sprechen auch etwas anderes aus, was von großer Wichtigkeit ist, es müssen nämlich diese 4 Bedingungen erfüllt werden, damit irgend ein constructiver Bau seinem Zweck entsprechen kann. Aber wir sind nicht im Stande, dies so genau mit mathematischer Genauigkeit zu formuliren; sondern wir können nur herausfühlen ob diese 4 Bedingungen erfüllt sind. Es kommt aber für unsere Zwecke außerordentlich viel an, daß wir uns in die Sache hineinfühlen, weil alle unsere Rechnungen nur Annäherungen sind, u. die Voraussetzungen unter denen sie richtig sind, müssen, weil wir sie nicht rechnen können, heraus gefühlt werden.

4 dies ist eine Bedingung, die zum Zweck der Rechnung gemacht wird; aber sie muß auch erfüllt sein, damit ein Bau seinem Zweck entspreche.

Wir gehen nun zur eigentlichen Rechnung über.

Wir werden gleich erkennen, daß das Faserstückchen e, f. durch Biegung größer geworden ist, daß also $ef > e,f.$

Es findet folglich eine Ausdehnung statt. Ebenso werden wir ersehen, daß es sich mit den anderen Faserstückchen g, h, umgekehrt verhält.

und $gh < g,h,$

Es ist zu erkennen, daß die Faserstückchen, wenn wir oben herunter u. einwärts gehen, immer weniger ausgedehnt werden, hingegen immer kürzer werden, wenn wir von unten hinaufgehen, also die Compression abnimmt. Es muß also nothwendiger weise irgendwo ein Faserstückchen vorkommen, das weder ausgedehnt, noch zusammengepreßt wird, das also seine ursprüngliche Länge beibehalten hat. Ganz die gleiche Betrachtung kann man anstellen für je 2 Normal~~linien~~ ebenen und es wird für je 2 Normallinien sich ein Faserstückchen finden, das weder ausgedehnt noch zusammengepreßt ist. Alle diese Faserstückchen zusammengenommen, bilden eine gewisse Linie, deren Gestalt uns bis jetzt noch nicht bekannt ist und wir neutrale Faser nennen wollen.

Wenn nun l, i k m die neutrale Faser ist, so sind in derselben alle Faserstückchen so lange als vor der Biegung.

Es ist also $ik = i_1k_1 = e_1f_1 = g_1h_1$

und es drückt ik zugleich aus, wie lange ursprüngl. alle Faserstückchen waren, die zwischen eg_1 u. f_1h_1 liegen. Wir ziehen nun durch k eine Linie $no \# eg$

So entstehen dadurch 2 Dreiecke knf & khe, aus welchen wir erkennen können, um wieviel jedes einzelne von den Faserstückchen ausgedehnt worden ist. So hatte z. B. das Faserstückchen, das jetzt die Länge pr hat ursprüngl. die Länge pq, folglich qr die Ausdehnung, ebenso ist nf die Ausdehnung des obersten Faserstückchens. Dadurch sind wir jetzt im Stande die Spannungsintensitäten auszurechnen, die an den verschiedenen Stellen stattfinden. Die Spannungsintensität ist aber die auf 1 □ Einheit bezogene Spannung. Stellen wir uns bei ef einen kleinen Querschnitt vor, die spannende Kraft dividiren durch die Größe des Querschnitts, so erhalten wir die Spannung $ef = S$. dagegen sei die Spannung bei $\overline{pr} = s$. die Spannungsintensitäten verhalten sich aber, wie bei der Stabausdehnung gezeigt wurde, wie die Verlängerungen.

Also $P : s = \overline{nf} : \overline{qr} = \overline{kn} : \overline{kq}$

$$P : s = L : \xi$$

$$s = \frac{P}{L}\xi \quad (1)$$

Die Gleichung (1) gibt also an, wie stark ein □cm bei qr gespannt wird. Nun denken wir uns bei qr einen sehr schmalen Flächenstreifen aus dem ganzen Querschnitt, dessen Flächeninhalt f sei; so ist die gesammte Kraft mit der alle Fasern dieses Querschnittes gespannt werden sf, und folglich die Summe aller Spannungen im ganzen Querschnitt

$$\sum sf = \sum \frac{P}{L} f\xi = \frac{P}{L}\sum f\xi \quad (2)$$

Da die Gleichung (2) auf den ganzen Querschnitt bezogen ist, so gibt sie also die Differenz zwischen der Summe aller Spannungen und aller Pressungen, die im ganzen Querschnitt herrschen, an.

Berechnen wir nun das stat. Moment der Kraft mit welcher das Flächentheilchen f gespannt wird, in Bezug auf eine Axe, die durch k geht und senkrecht auf der Ebene der Zeichnung steht. sf ist die Kraft, mit der das Flächentheilchen im Abstande ξ von der neutralen Faser gespannt wird.

Also ist $sf\xi$ das statische Moment der Kraft und

$\sum sf\xi$ die Summe der stat. Momente aller Spannungen und Pressungen.

$$\text{oder } \sum \frac{P}{L}\xi f\xi = \frac{P}{L}\sum f\xi^2$$

woraus man ersieht, daß alle Kräfte nach einerlei Weise zu

daher das Bestreben haben
Denken wir uns nun den Stab bei f k durchschnitten u. statt der Sp. & Pressungen in demselben die entsprechenden äußeren Kräfte angebracht, welche dieselben ersetzen u. denken wir uns dann ferner das Material absolut starr, so haben wir also dann einen Körper auf den nur äußere Kräfte einwirken u. müssen die 6 Gleichungen zur Bedingung des Gleichgewichts aufstellen. Wir ziehen durch k deßhalb eine Linie ‖ f k und dazu eine Senkrechte dann haben wir 2 Kräfte $P \sin \varphi$ und $P \cos \varphi$ statt

der einen P; ferner nehmen wir in k ein 3 faches Axensystem an, eine Axe die ‖ in der Ebene des Papiers liegt und ⊥ kf. die 2te ⊥ steht bei kf ⊥ der Ebene des Papiers & die 3te ist kf.

Es wirken dann in Richtung der x Axe die Kräfte: $P \sin \varphi$ u. die Differenz zwischen der Summe aller Spannungen und Pressungen.
Da also Gleichgewicht herrschen soll, so muß sein:

$$1.\quad \frac{A}{z} \Sigma f \xi = P \sin \varphi$$

In der Richtung der z Axe wirken keine Kräfte, also hat man

$$2.\quad 0 = 0.$$

Wir sehen nun, daß wir bei f noch eine Kraft F in der Richtung von k f anbringen müssen, welche wirklich bevor der Stab durchschnitten, vorhanden war, und welche nun Abscheerungskraft null, denn ohne diese wäre ja kein Gleichgewicht möglich. In der Richtung der dritten Axe y wirken also F & $P\cos\varphi$ und es besteht die 3te Gleichung.

$$F = P\cos\varphi$$

Um die Axe y wirken nun drehend die Kraft P und $\frac{V}{z}\Sigma f\xi$

Man hat also $\frac{V}{z}\Sigma f\xi^2 = Pl$ (1)

Um die Axen x u. z wirken gar keine Kräfte, u. man hat

$$0 = 0 \quad (2)$$

$$0 = 0 \quad (3)$$

Um diese Gleichungen analytisch zu behandeln, ist folgende Voraussetzung zu machen: Wir nehmen an, daß die Biegung so schwach sei, daß wir φ annähernd $= 0$ setzen können, was in der Praxis auch wirklich der Fall ist.

Für $\varphi = 0$ ergeben sich dann die Gleichungen

$$F = P \quad (1)$$

$$\Sigma f\xi = 0 \quad (2)$$

$$\frac{V}{z}\Sigma f\xi^2 = Pl \quad (3)$$

d.h. in Worten ausgedrückt: bei (1) ist die so schwache Biegung, wie wir sie annehmen, die Abscheerungskraft gleich der Belastung.

Die Gleichung 2 drückt aus, daß der Punkt k der Schwerpunkt des Querschnitts ist, u. da dies für jeden Querschnitt gilt, so ist also die neutrale Faser gleich der Schwerpunktsfaser.

Setzen wir in Gleichung (3) $\frac{\Sigma f\xi^2}{z} = E$, so ist E eine Größe, die nur von der Größe u. Form des Querschnitts abhängt u. findet sich für verschiedene Querschnitte Taf. V in den Resultaten aufgezeichnet; man hat dann auch die Gleichung

$$PE = D\varphi.$$

oder $\quad P = \frac{D\varphi}{E}$

welches Gesetz die Spannungsintensität ausdrückt, die an der obersten Faser in der Entfernung ξ von der Belastung stattfindet.
Setzt man nun diesen Werth von P in die Gleichg.

$$s = \frac{P}{Z}\xi \text{ ein,}$$

so erhält man $\quad s = \frac{D\varphi}{E}\frac{\xi}{Z} = \frac{D}{EZ}(\varphi\xi).$

oder $\quad s = \left(\frac{D}{E\int\xi^2}\right)\varphi\xi.$

Man kann deshalb die Spannungsintensität, die in jedem Punkt stattfindet mittelst dieser Gleichung berechnen, und da die Größe in der Klammer für jeden Punkt denselben Werth hat, so braucht man also diese Größe nur mit der horizontalen Entfernung des Punktes von der Belastung u. mit der vertikalen desselben von der neutralen Faser zu multipliziren.
Mittelst dieser Regel kann man sich leicht eine graphische Darstellung derjenigen Punktenreihen, in denen gleiche Spannungsintensitäten herrschen.

Bisher setzten wir immer eine sehr schwache Biegung voraus, wir wollen uns nun aber erlauben die erhaltenen Resultate auch auf starke Biegungen zu übertragen u. endlich auch so starke, daß der Bruch erfolgt. Aus letzterer Formel folgt, daß der Bruch bei d.

stattfinden muß; und zwar findet er dann statt, wenn die Spannung bei a, also die Belastung gleich der abs. Festigkeit ist. diese Belastung P muß also berechnet werden.

$$\text{Es ist } S\cdot E = P\cdot l.$$

Bezeichnen wir nun mit L diejenige Spannungsintensität bei welcher der Stab bricht, und nennen diese den Bruchcoefficienten des Materials

$$\text{So ist auch } L\cdot E = Pl.$$

$$\text{oder } P = \frac{L\cdot E}{l} \quad (1)$$

dieser Bruchcoefficient findet sich für verschiedene Materialien in den Resultaten gezeichnet, und man versteht also darunter diejenige Spannungsintensität bei der ein Stab von 1 □cm Querschnitt bricht.

<u>Beispiel</u>. für einen Stab von Eichenholz, dessen Länge $l = 200$, Breite $b = 10$ und die Höhe $h = 20$ ist, diejenige Belast. P zu suchen bei der der Stab bricht.

Man findet in d. Res. $L = 700$, $E = 1/6\, bh^2 = \frac{1}{6}\, 10\cdot 400 = 666$.

$$\text{Also ist } P = \frac{700\cdot 666}{200} = 2331 \text{ Kilg.}$$

die Gleich. (1) drückt also das Tragvermögen eines Balkens aus, u. zwar wird dies unter sonst gleichen Umständen um so größer sein, je größer E ist, und wir werden uns also in der Folge mit diesem E zu beschäftigen haben; d. h. E hängt, wie wir gesehen haben nur von der Form des Querschnitts ab.

Wir müssen deshalb diejenigen Querschnittsformen aufsuchen, die so beschaffen sind, daß E den größt möglichen ~~Querschnitt~~ Werth erhält bei gleicher Querschnittsgröße.

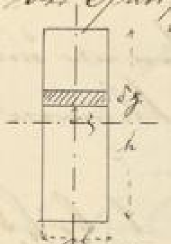
Aus der Gleichung von E sehen wir schon, daß E um so größer sein wird, je größer ξ ist; d. h. es wird bei denjenigen Formen um so größer sein, bei denen sich das Material in großer Entfernung von der neutralen Faser befindet.

Mittelst dieser Regel kann man immer leicht entscheiden, welche von zweien oder mehreren gegebenen Querschnittsformen das größte Tragvermögen besitzen.

Berechnungen von E für einige Querschnittsformen (Taf. V. Fig.)

Aus der Formel $E = \frac{\Sigma f \xi^2}{z}$ ist ersichtlich, daß wir nur das Trägheitsmoment des Querschnitts zu berechnen haben, und dieses durch z dividiren müssen.

1. Der Querschnitt sei ein Rechteck. Es ist dann $z = 1/2\, h$.

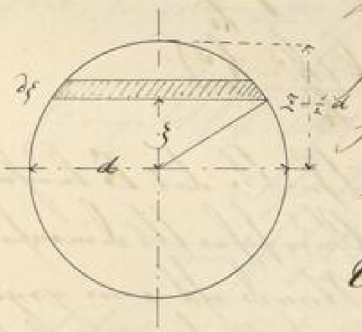


$$f = b\, d\xi$$

$$\text{und also } \Sigma f \xi^2 = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} b\, d\xi\, \xi^2 = \frac{bh^3}{12}$$

$$\text{folglich } E = \frac{\frac{1}{12} bh^3}{\frac{1}{2} h} = \frac{1}{6} bh^2$$

2. Der Stab sei cylindrisch.



Dann ist $z = \frac{1}{2} d$ u. die Breite eines Streifens $= 2\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \xi^2}$

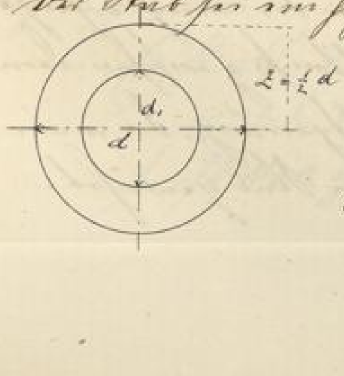
$$\text{folglich } f = 2\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \xi^2}\, d\xi.$$

$$\text{und } \Sigma f \xi^2 = \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} 2\xi^2 \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \xi^2}\, d\xi$$

$$\text{Also } E = \frac{\int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} 2\xi^2 \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \xi^2}\, d\xi}{\frac{1}{2} d}$$

$$E = \frac{\frac{\pi}{64} d^4}{\frac{1}{2} d} = \frac{\pi}{32} d^3.$$

3. Der Stab sei ein hohler Cylinder.



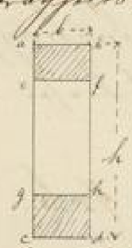
Es ist $z = \frac{1}{2} d$.

ferner ist $\Sigma f z^2 = \frac{\pi}{64} d^4 - \frac{\pi}{64} d_1^4$

$$\text{Also } E_1 = \frac{\frac{\pi}{64}(d^4 - d_1^4)}{\frac{1}{2} d} = \frac{\pi}{32}\,\frac{d^4 - d_1^4}{d}$$

$$= \pi\,\frac{d^2 - d_1^2}{32}\,\frac{d^2 + d_1^2}{d} = \frac{\pi}{32}(d^2 - d_1^2)\left(d + \frac{d_1^2}{d}\right)$$

4. Der Stab habe einen Querschnitt, wie beistehende Fig. zeigt. Man wird also zuerst das Trägheitsmoment des Rechtecks abcd berechnen, u. dann das des Rechtecks efgh abziehen, u. man wird das Trägheitsmoment des verlangten Querschnitts erhalten.

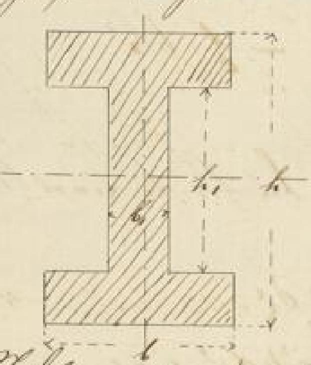


Man hat $z = \frac{1}{2} h$

und $\Sigma f \varsigma^2 = \frac{bh^3}{12} - \frac{bh_1^3}{12}$

$$E = \frac{\frac{1}{12} bh^3 - \frac{1}{12} bh_1^3}{\frac{1}{2} h} = \frac{1}{6}\,\frac{b}{h}(h^3 - h_1^3)$$

5. Der Querschnitt habe die I Form. Hierbei denken wir uns ein großes Rechteck u. ziehen von diesem die beiden kleineren ab.



Hier ist $z = \frac{1}{2} h$

Also $\Sigma f \varsigma^2 = \frac{1}{12} bh^3 - 2\left(\frac{1}{12}\,\frac{b - b_1}{2} h_1^3\right)$

folglich $E = \frac{\frac{1}{12} bh^3 - \frac{1}{12}(b - b_1) h_1^3}{\frac{1}{2} h}$

$$= \frac{b_1 h_1^3 + b(h^3 - h_1^3)}{6h}$$

Nachdem wir nun also für verschiedene Querschnitte das E berechnet haben, legen wir uns die Frage vor, welche Querschnittsdimensionen ein Balken erhalten muß, damit er im Stande ist eine gegebenen Last mit Sicherheit zu tragen. Wir sehen sogleich, daß die Maximalspannung, die im Stabe herrschen darf, bei weitem kleiner sein muß als diejenige, bei welcher der Bruch erfolgt; und man versteht nun unter dem Verhältniß zwischen dem Bruchcoefficienten u. derjenigen Maximalspannung, die man eintreten lassen will, die Sicherheit, die ein Stab gewährt.

Es bedeutet z. B. ein Stab gewährt die 10fache Sicherheit heißt, daß man denselben 10 mal so stark belasten darf, bis er bricht.
Wir wollen nun an einigen Beispielen die Berechnung der Querschnittsdimensionen erläutern.
Beispiel 1. Für einen Stab aus Eichenholz, dessen Querschnitt rechteckig, dessen Länge 200 cm beträgt, die Querschnittsdimensionen zu berechnen, wenn derselbe mit 2000 Kilg. belastet wird, und eine 10fache Sicherheit gewähren soll.

$$\text{Es ist also } P = \frac{700}{10} = 70$$
$$\text{und } E = \frac{1}{6} bh^2$$
$$\text{oder weil } Pl = PE,$$
$$\text{so ist auch } Pl = \frac{P}{6} bh^2$$
$$\text{oder } 2000 \cdot 200 = \frac{70}{6} bh^2$$
$$\text{und } bh^2 = \frac{6 \cdot 2000 \cdot 200}{70} = 34286.$$

da nun b oder h willkürlich angenommen werden kann, u. sich dies je nach den Umständen, denen der Balken entsprechen soll, richtet, so wollen wir hier beispielsweise ein Verhältniß von

$$\frac{b}{h} = \frac{5}{7} \text{ annehmen.}$$
$$\text{Es ergibt sich } \left(\frac{b}{h}\right) h^3 = 34286 \text{ oder } h^3 = 34286 \cdot \frac{7}{5} = 48000$$
$$\text{also } h = \sqrt[3]{48000} = 36 \cdot 3 \text{ cm}$$
$$\text{und folgt } b = \frac{5}{7} h = 26 \text{ cm.}$$

2. Es soll ein runder Stab aus Schmiedeisen gemacht werden, der bei 100 cm Länge und 4000 Kilg Belastung, eine zehnfache Sicherheit gewährt.

$$\text{Es ist also } P = \frac{4000}{10} = 400$$
$$\text{und da } E = \frac{\pi}{32} d^3$$
$$\text{so ist } 400 \frac{\pi}{32} d^3 = 4000 \cdot 100$$

oder $d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 4000 \cdot 100}{400 \cdot 3{,}142}} = \sqrt[3]{10000} = 21{,}5$ cm.

Nun soll auch die Querschnittsform für einen complicirten Stab bestimmt werden, z. B. für die I form.

Es ist $Pl = SE$

$$E = \frac{1}{6h}\left(b_1 h_1^3 + b(h^3 - h_1^3)\right)$$

$$Pl = \frac{S}{6h}\left[b_1 h_1^3 + b(h^3 - h_1^3)\right]$$

Wir werden nun die Querschnittsdimensionen zu nehmen sein, daß die Spannungsintensität bei α einen gewissen Werth habe.

Gesetzt es wäre $P = 50 \times 75 = 3750$ Kilg.

$$l = 250 \text{ cm.}$$

$$S = \frac{3000}{10} = 300$$

$$\frac{3750 \times 250 \times 6}{300} = \frac{1}{h}\left(b_1 h_1^3 + b(h^3 - h_1^3)\right).$$

$$18750 = \frac{1}{h}\left[b_1 h_1^3 + b(h^3 - h_1^3)\right]$$

In dieser Gleichung sind diesmal 3 Größen, die man willkürlich annehmen kann, was bei solchen Rechnungen sehr angenehm ist, da das zu einer schönen Form od. andern Nebenumständen wesentlich beitragen u. benützt werden kann, ohne der Festigkeit zu schaden. Nehmen wir also folgendes an

$$h = 20 b_1, \quad h_1 = 18 b_1, \quad b = 3 b_1,$$

und setzen diese Werthe in obige Gleichung ein, so erhalten wir.

$$18750 = \frac{b_1^3}{20}\left[18^3 + 3(20^3 - 18^3)\right]$$

$$18750 = \frac{b_1^3}{20}\left[5832 + 3(8000 - 5832)\right] = 617 b_1^3$$

$$\text{Also } b_1 = \sqrt[3]{\frac{18750}{617}} = \sqrt[3]{30{,}3} = 3{,}1.$$

$b_{,} = 3,1.$

$h = 20 \cdot 3,1 = 62.$

$h_{,} = 18 \cdot 3,1 = 55,8.$

$b = 3b_{,} = 9,3.$

Bei solchen Aufgaben kann man die schon bestehenden Constructionen zu Hülfe nehmen, oder diese willkürlichen Werthe nach Gefühl bestimmen.

Wir wollen nun die Gestalt der neutralen Faser bestimmen. Da ge u. fh gemäß der Voraussetzung gerade Linien sind, so ist O der Mittelpunkt der Bogenstückchen ef, ik und gh, also auch $ko = oi$, der Krümmungshalbmesser für das neutrale Faserstückchen.

Setzt man nun $ko = oi = \rho$; $kn = z$.
und beachtet ferner, daß $\Delta\, oik \sim \Delta\, nfk$,
so ist auch $oi : ik = kn : nf$.

$\rho : ik = z : nf$

$\rho : z = ik : nf$.

Woraus auch $\frac{z}{\rho} = \frac{nf}{ik}$

und $\frac{z}{\rho} = \frac{\mathfrak{S}}{E}$ (2)

Es ist dieses $\frac{nf}{ik}$ der Quotient aus der Verlängerung des Faserstückchens ef, dividirt durch ik; es ist dies aber auch gleich der Spannungsintensität dividirt durch den Modulus der Elasticität.

Setzt man für $\mathfrak{S}$ seinen Werth aus Gleichung (1),
so erhält man $\frac{z}{\rho} = \frac{\mathfrak{D}y}{E.\varepsilon}$. (3)

Bezeichnet man mit $OW = y$ u. $kW = x$, die Coordinaten des Punktes k.

für ϱ seinen analytischen Werth gesetzt, erhält man eine Differentialgleichung:

$$\varrho = \pm\frac{do}{d\psi\, d^2o - do\, d^2\psi} \quad (4)$$

Nimmt man $d\psi$ als constant an, so ist auch $d^2\psi = 0$

und folglich $\varrho = \frac{do^3}{d\psi\, d^2o}$ (5).

Die Integration dieser Gleichung ist nicht gut möglich, deshalb muß man sich mit einer Annäherung begnügen.

Für sehr schwache Biegungen kann man $do = d\psi$ setzen

und es ist dann $\varrho = \pm\frac{d\psi^3}{d\psi\, d^2o} = \frac{d\psi^2}{d^2o}$

oder $\frac{1}{\varrho} = \pm\frac{d^2o}{d\psi^2}$ (6).

Dieser Ausdruck muß negativ genommen werden, da die Curve concav gegen die Abszissenaxe liegt; dieser letztere Werth wird in Gleich. (3) eingesetzt.

$$\frac{d^2o}{d\psi^2} = \frac{P}{E\varepsilon z}\psi \quad (7.)$$

durch Integration erhält man $\frac{do}{d\psi} = -\frac{P}{E\varepsilon z}\frac{1}{2}\psi^2 + C$ (8).

Setzt man $\psi = l$ so ist $\frac{do}{d\psi} = 0$.

und folglich $0 = -\frac{P}{E\varepsilon z}\frac{1}{2}l^2 + C$ (9).

Entwickelt man hieraus C u. setzt dies in (8) ein, so kommt:

$$\frac{do}{d\psi} - \frac{1}{2}\frac{P}{E\varepsilon z}(l^2 - \psi^2)$$

Integrirt man, so ist: $o = \frac{1}{2}\frac{P}{E\varepsilon z}\left(l^2\psi - \frac{1}{3}\psi^3 + C\right)$

Setzt man nun $\psi = 0$, so ist $o = 0$ und folglich $C = 0$

Man erhält endl. $o = \frac{1}{2}\frac{P}{E\varepsilon z}\left(l^2\psi - \frac{1}{3}\psi^3\right)$ (10)

Aus dieser Formel sieht man, daß der Krümmungshalbmesser an dem Ende, wo der Stab eingemauert ist am kleinsten ist, gegen das andere Ende aber immer größer wird, woraus man sieht, daß an dem befestigten Ende die Krümmung stark u. am belasteten Ende hingegen kaum merklich ist.

Biegung der Stäbe mit Berücksichtigung ihrer eigenen Gewichte.

Bei den vorhergehenden Aufgaben wurde das Gewicht des Balkens nur vernachlässigt, wir wollen nun sehen, welchen Einfluß dieses auf die Biegung hat. Der Balken wird nicht nur allein durch die Last P gebogen, sondern das Gewicht

jedes einzelnen Atoms wird denselben niederzuziehen streben. In einem solchen Stabe liegt der Schwerpunkt in der Mitte; denkt man sich in diesem die ganze Masse des Balkens vereinigt, so erhält man das stat. Moment, welches den Stab an dem Punkte a abzureißen strebt. $\frac{pl}{2}$. Addirt man hiezu das Gewicht P, so erhält man die Summe aller Spannungen u. Pressungen, welche in dem Punkte a herrschen.

$$Pl + \frac{pl}{2} = SE.$$

Aus dieser Formel könnte man auch die Tragkraft bestimmen. Betrachtet man den Fall, daß ein Balken an beiden Enden unterstützt wird u. in der Mitte belastet; sei ferner die ganze Belastung 2 P, die Länge 2 l, das Gewicht des Balkens 2 p, so ist leicht einzusehen, daß derselbe in der Mitte brechen wird. Der Druck, den in diesem Falle die Stütze auszuhalten hat, ist

$$Pl + \frac{pl}{2}$$

Der Gleichgewichtszustand wird nicht geändert, wenn wir die Stütze wegnehmen, dafür aber eine Kraft $P + \frac{p}{2}$ anbringen. Es wird ferner der Gleichgewichtszustand nicht geändert, wenn wir den Stab in gebogenem Zustande bei c einmauern. Die Kraft mit welcher der Balken bei c abzubrechen strebt ist daher

$$\left(P + \frac{p}{2}\right) l - \frac{p}{2}\,\frac{l}{2} = Pl + \frac{pl}{2} - \frac{p}{2}\,\frac{l}{2}$$

$$\text{oder } Pl + \frac{pl}{4} = SE.$$

wobei S die Spannungskraft bezeichnet, die in der untersten Faser herrscht. Es sei nun ein Stab ebenfalls auf 2 Punkten unterstützt, u. es wirke an demselben ein Gewicht 2P an einem beliebigen Punkt C ein, ferner habe der Stab die Länge 2l.

Wir nehmen nun bei B die Stütze weg u. bringen statt derselben eine gleichgroße entgegengesetzte Kraft x an, wodurch der Gleichgewichtszustand nicht geändert wird. Das Moment von x muß nun gleich sein der Summe der Momente, die den Stab niedertreiben, oder $x \cdot 2l = 2Pc + pl$. und folglich $x = \frac{Pc}{l} + \frac{p}{2}$. Wenn man nun den Stab bei C einmauert, und bei B dieselbe Kraft x einwirken läßt, so wird der Gleichgewichtszustand ebenfalls nicht verändert.

Es ist nun die Summe der statisch. Momente die den Stab bei C abzubrechen streben:

$$\left(\frac{Pc}{l}+\frac{p}{2}\right)c' - \frac{pc}{2l}\frac{c'}{2} = \frac{Pcc_1}{l} + \frac{pc_1}{2}$$

$$-\frac{pc_1^2}{4l} = \frac{Pcc_1}{l} + \frac{pc_1}{2}\left(1-\frac{c_1}{2l}\right)$$

$$= \frac{Pcc_1}{l} + \frac{pc_1}{2}\left(\frac{2l-c'}{2l}\right) = \frac{Pcc'}{l} + \frac{pcc'}{4l}$$

oder $PE = \frac{cc_1}{l}\left(P+\frac{p}{4}\right)$.

Ein Balken liege auf 2 Stützen u. in verschiedenen Entfernungen seien Gewichte angebracht.
Behandlung der Aufgabe, wie die vorige.

In dem Schwerpunkt S muß das halbe Gewicht des Balkens angebracht werden. Es ist daher die abwärtsziehende Kraft:

$$\left(P+\frac{p}{2}\right)l - P(l-c) - \frac{1}{2}\frac{pl}{2} =$$

$$Pl + \frac{pl}{2} - Pl + Pc - \frac{pl}{4}$$

$$= Pc + \frac{pl}{4}$$

dies ist aber wieder die Summe der stat. Momente, welche den Querschnitt bei c abzubrechen streben.

Es ist also $PE = Pc + \frac{pl}{4}$.

Wenn es sich darum handelte für einen solchen Balken das Tragungsvermögen zu bestimmen, so müßten wir zuerst auszumitteln suchen, an welcher Stelle das Biegungsmoment ein Max. werde, woselbst der Bruch erfolgen würde.

Wir haben seither diese Stelle immer errathen u. wollen sehen wie auch dieselbe durch Rechnung zu finden ist.

$$M = Py + \frac{p}{l}y\frac{y}{2} \quad \text{oder} \quad M = Py + \frac{p}{2l}y^2$$

$$\text{und} \quad Pl + \frac{pl^2}{2l} = \frac{pl}{2} + Pl$$

das Max Moment wird bei α erfolgen wo, y ein Maximum erreicht

$$Pl + \frac{pl}{2} = \mathfrak{P}E.$$

die Rechnung ist jedoch nicht in allen Fällen so einfach. Für alle diese Fälle kann man wieder eine krumme Linie suchen. Man muss nun diese zu finden zuerst das Moment aufsuchen welches einen beliebigen Querschnitt zu biegen strebt.

$$Py + \frac{p}{l}\frac{y}{2} = Py + \frac{p}{2l}y = \mathfrak{P}E.$$

$\mathfrak{P}$ hat die Bedeutung der Spannungsint. welche in der obersten Faser M herrscht.

$$\rho : lk = \varepsilon : nf$$

$$\rho : \varepsilon = lk : nf.$$

$$\frac{\varepsilon}{\rho} = \frac{nf}{lk} = \frac{\mathfrak{P}}{E}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\mathfrak{P}}{E\varepsilon}.$$

Es ist aber $\frac{1}{\rho} = -\frac{d^2v}{dy^2} = \frac{Py + \frac{p}{2l}y^2}{E\,e\,\varepsilon}$

Also $\frac{d^2 v}{d\varphi^2} = -\frac{P}{E\varepsilon Z}\left[\varphi + \frac{p}{2lP}\varphi^2\right]$

durch Integr. erh. man $\frac{dv}{d\varphi} = -\frac{P}{E\varepsilon Z}\left[\frac{1}{2}\varphi^2 + \frac{p}{2lP}\frac{\varphi^3}{3} + C\right]$

Es ist aber für $\varphi = l$, $\frac{dv}{d\varphi} = 0$
Dieses eingeführt, erhält man

$$0 = -\frac{P}{E\varepsilon Z}\left[\frac{1}{2}l^2 + \frac{p}{2lP}\frac{l^3}{3} + C\right]$$

$$\frac{dv}{d\varphi} = \frac{P}{E\varepsilon Z}\left[\frac{1}{2}l^2 - \varphi^2 + \frac{p}{2lP}\frac{1}{3}(l^3 - \varphi^3)\right]$$

$$v = \frac{P}{E\varepsilon Z}\left[\frac{1}{2}l^2\varphi - \frac{1}{3}\varphi^3 + \frac{p}{6lP}\left(l^3\varphi - \frac{1}{4}\varphi^4\right)\right]$$

Diese Theorie ist, wie wir sie behandelt haben mangelhaft und in vielen Beziehungen unvollkommen, schon die angenommenen Voraussetzungen sind nicht ganz genau, allerdings unterliegt es keinem Zweifel, daß dieselben um so genauer sind, je geringer die Biegung ist u. für verschwindend kleine Biegungen kann man sie als Wahrheiten gelten lassen, allein für starke Biegungen gilt dies nicht mehr.
Bei diesen Rechnungen ist nun nichts vernachlässigt worden, allein bei der weiteren Verarbeitung haben wir wieder Annahmen gemacht, welche abermals Ungenauigkeiten verursachten. Für schwache Biegungen können wir denn auch unsere aufgestellte Theorie festhalten, für stärkere Biegungen

wird sie jedoch sehr ungenau.
Wir sind jedoch bei oben geführter Rechnung noch weiter gegangen u. haben die dabei erhaltenen Gleichungen sogar gelten lassen bis zum Bruch.
Man sieht also, daß wir dabei einen groben Fehler begangen haben.

Eine D. Theorie wollen wir jedoch nicht aufstellen, wir wollen nur sehen, wie sich eine solche gestalten würde, wenn man stärkere Biegungen annimmt, u. zwar so daß $\sphericalangle \varphi$ nicht mehr gleich 0 angenommen werden kann.
Bei der Biegung eines gewöhnl. Stabes sucht man die Schwerpunkte aller Querschnitte u. erhält so die Schwerpunktsfaser u. unter der Voraussetzung, daß $\sphericalangle \varphi = 0$ ist, haben wir die neutrale Faser gleich der Schwerpunktsfaser gefunden und daß diese beiden Fasern parallel mit den Kantenfasern gehen.

Wenn nun der $\angle \varphi$ klein ist, so findet man, daß die neutrale Faser nicht mehr mit der Schwerpunktsfaser zusammenfällt.

Es ist dann einmal $\frac{P}{2} \Sigma f y = P \sin \varphi$

$\Sigma f y = 0$

Jedoch nur unter der Voraussetzung, daß der Modulus der Elasticität constant wäre. Nimmt man diesen nicht so an, so kommt die neutrale Faser noch etwas verändert heraus. Nimmt man die Ausdehnung immer stärker, so werden die Erscheinungen sehr verschieden, es ändert sich sowohl die Lage als auch die Gestalt der neutralen Faser mit der Größe der Belastung.

Bei einem mehrfach gebogenen Stabe werden die neutralen Fasern die oben angedeutete Form haben.
Merken wir uns die Stellen, da die Convexität in die Concavität übergeht und ziehen die Normallinien, so kann man fragen, wo die neutrale Faser ist. Sie ist in Fig. A angedeutet.
Bei der Bestimmung der Belastung (Tragungsvermögen), haben wir uns so benommen, wie wenn der Bruch an derj. Faser beginnen würde, die am stärksten gespannt ist, welches aber nicht bei jedem Material u. jeder Querschnittsform der Fall ist, sondern die Trennung auch da eintreten kann, wo die Compression am größten ist.

Man denkt sich Gußeisen u. an der Stelle, wo die größte
Compression stattfindet, viel Material, so würde der Bruch an
der stärksten Spannfaser eintreten, da die rückwirkende
Festigkeit weit größer ist als die absolute. Für diesen Fall wür-
de daher unsere Rechnung richtig sein.
Anders jedoch ist es wenn wir einen Stab mit Schmiedeisen haben
so ist für diesen u. für Holz die rückwirk. Festigkeit ~~[illegible]~~ et-
was kleiner als bei Gußeisen, bereits etwas kleiner als die abs.
Wenn wir daher einen Stab von T form nehmen, so erfolgt
der Bruch nicht an der gespannten, sondern an der gepreßten
Faser, es würde daher für diesen Fall unsere Rechnung unrich-
tig sein.
Bei einem andern Querschnitt kann es jedoch auch umgekehrt
sein, wenn man näml. das Material da anbringt, wo die
Pressung stattfindet, so wird der Bruch an der gespannten
Faser anfangen.
Ferner kann auch der Fall vorkommen, daß der Querschnitt
so gewählt ist, daß er gegen das Reißen sowohl als auch gegen
das Quetschen gleich fest ist. Ist dies der Fall, so wird der
Bruch an 2 Stellen anfangen und es ist natürl. daß die
so gewählte Form die bessere ist.
Auf alle diese Fälle muß Rücksicht genommen werden, wenn
man die Theorie nicht bei Seite lassen will.

Festigkeit gegen das Abschieben.

Bei der absoluten Festigkeit, bei der Ausdehnung u. Zusammen-
pressung der Stäbe sind nur immer 2 Kräfte nach entgegengesetz-
ter Richtung wirksam gewesen. Wir können aber auch auf

einen Körper Kräfte einwirken lassen, die der Richtung
nach entgegengesetzt sind, aber deren Angriffspunkte mit
den übrigen nicht mehr übereinstimmen, in welchem Falle
Abscheerungen eintreten.
Lassen wir auf einen Stab z. B. solche Kräfte in der oben
angedeuteten Weise einwirken, so wird eine Abscheerung
des mittleren Theiles erfolgen.

Es werden also die Atome, welche an 2 benachbarten Querschnittslagen von einander abgeschoben.
Diese abscheerende Kraft kommt besonders bei kurzen Zapfen und Vernietungen vor, ferner bei Torsion, wobei noch der Umstand hinzukommt, daß im Centrum keine, dagegen nach der Peripherie diese Abscheerungskraft größer u. größer wird.
Nun entsteht die Frage, wie groß die Abscheerungsfestigkeit gegen eine gewisse Kraft ist.
Es ist wahrscheinlich, daß für diese dieselben Gesetze gelten, als für die abs. Festigkeit. Die Abscheerung richtet sich nach der Natur des Materials und ist dem Querschnitt direkt proportional.
Nimmt man einen sehr dicken Körper, so werden die Abscheerungen nur da eintreten, wo die Kräfte einwirken.
Es würde sich ganz anders herausstellen, wenn man die Abscheerungskraft statt auf die Oberfl. einwirken zu lassen, dieselbe wenn es mögl. wäre auf die Atome eines u. desselben Querschnitts einwirken zu lassen.

Nach denjenigen Versuchen, die aufgestellt worden sind, ist anzunehmen, daß die Abscheerungskraft so groß ist als die absolute Festigkeit.

Die rückwirkende Festigkeit.

Belasten wir einen verhältnißmäßig kurzen Stab, so verkürzt sich derselbe u. zwar nach den Gesetzen, welche wir vorher besprochen haben. Anders verhält es sich mit einem langen Stabe; wenn man ihn unterstützt u. belastet, wird er ebenfalls zusammengepreßt, wird aber die Belastung größer, so wird er gebogen u. zwar kann man dann die natürliche Lage des Stabes während der Belastung nicht mehr herstellen. Für Säulen, Stützen etc ist es von großer Wichtigkeit die Größe der Belastung zu erfahren, welche sie zu tragen vermögen ohne sich zu biegen. Ferner ist es von Interesse zu erfahren, die Spannungs u. Pressungsintensitäten, die in dem Stabe herrschen u. endlich die Curve für einen solchen Stab zu bestimmen.

Bei genauer Behandlung der Sache, würde dies zu Weitläufigkeiten führen, und wollen daher nur auf das Resultat hinweisen und uns mit einer Annäherung begnügen. Hier ist nämlich die Schwierigkeit, daß Biegung u. Compression in dem ganzen Stabe herrscht, und es hat dies zur Folge, daß die neutrale Faser von der Schwerpunktsfaser abweicht, ja es kann soweit gehen, daß die neutrale Faser nach außen fällt u. dies die Behandlungsweise schwierig macht. Wir nehmen hier die 4 Voraussetzungen, die wir bei der Biegung aufgestellt haben an, u. setzen noch eine Voraussetzung hinzu, nämlich daß die Axenfaser wenig gebogen aber nicht zusammengepreßt werden kann.

Es sei $ACD - ABD$.

$$Ap = x$$

$$Mp = y$$

Py ist das Biegungsmoment.

ferner ist $\varrho : \mathfrak{L} = LK = MH$.

oder $\mathfrak{L} : \varrho = \frac{MH}{LK} = \frac{\mathfrak{P}}{E}$

Auch hat man $\mathfrak{P}E = Py$ (1)

und $\frac{MH}{LK} = \frac{\mathfrak{P}}{E}$ (2)

und unter der Voraussetzung einer sehr schwachen Biegung hat man $\frac{1}{\varrho} = -\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ (3)

Aus diesen 3 Gleichungen folgt nun:

$$-\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\mathfrak{L} = \frac{1}{\varepsilon}\,\frac{Py}{E}$$

woraus: $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\frac{P}{\varepsilon E Z}\, y$ (4)

dies integrirt, kommt $y = \mathfrak{A}\sin\sqrt{\frac{P}{\varepsilon E Z}}\,x + \mathfrak{B}\cos\sqrt{\frac{P}{\varepsilon E Z}}\,x$

für $x = 0$, $y = 0$, $\mathfrak{B} = 0$, ist:

$$y = \mathfrak{A}\sin\sqrt{\frac{P}{\varepsilon E Z}}\,x \quad (6).$$

Setzt man nun $ACD = l$, $ABD = c$, so muß für $x = \frac{c}{2}$ y ein Max werden, folglich muß sein:

$\sin\sqrt{\frac{P}{\varepsilon E L}}\,\frac{c}{2} = 1$ oder $\sqrt{\frac{P}{\varepsilon E L}}\,\frac{c}{2} = \frac{\pi}{2}$, woraus folgt

$$c = \pi\sqrt{\frac{\varepsilon E L}{P}} \quad (7)$$

die Kurve muß nun rectificirt werden, um dadurch den Werth von Ea zu bestimmen. Daß dies aber bei genauer Durchführung auf Schwierigkeiten führt, so begnügen wir uns mit einer Annäherung. Wir verwechseln den Bogen mit der Sehne und es ist dann:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 + Ea^2.$$

oder $l^2 = c^2 + 4\,Ea^2.$

folglich $Ea^2 = \frac{1}{4}(l^2 - c^2)$ oder $Ea^2 = \frac{l^2}{4}\left(1-\left(\frac{c}{l}\right)^2\right)$

Also $Ea = \frac{l}{2}\sqrt{1-\left(\frac{c}{l}\right)^2}$ (8)

Setzt man für c seinen Werth aus (7)

so bekommt man $Ea = \frac{l}{2}\sqrt{1-\frac{\pi^2}{l^2}\cdot\frac{\varepsilon E L}{P}}$ (9)

die Ausbiegung richtet sich daher wie natürl. nach dem Werth von P. Denkt man sich die Kraft sehr groß, so wird der Stab stark gebogen, nimmt man von der Belastung mehr und mehr weg, so wird die Biegung kleiner werden, und endl. wird es eine Last geben, die der Stab unbeugt zu tragen vermag. Man findet diese Last, wenn man die Größe unter dem Wurzelz. verschwindend klein macht.

Wenn also $1 - \frac{\pi^2}{l^2}\cdot\frac{\varepsilon E L}{P} = 0$ steht der Stab senkrecht. folglich bei der Belastung

$$P = \varepsilon\pi^2\frac{E L}{l^2}$$

Setzt man $L = \frac{k}{\mathfrak{L}}$, so erhält man endlich

$$P = \frac{\varepsilon}{\mathfrak{L}}\,\pi\,E\,\frac{k}{l^2} \quad (10)$$

Will man dies für einen runden Querschnitt anwenden, so muß man $E = \frac{\pi}{32} d^3$ setzen, auch ist hier $k = \frac{d}{2}$.

$$\text{folglich } P = \frac{\varepsilon}{16} \pi^2 \left(\frac{d}{l}\right)^2 \frac{d^3 \pi}{4}$$

$$\text{und } P = \frac{\varepsilon}{64} \pi^3 \frac{d^4}{l^2}$$

Es bedeutet also dies P die Kraft, welche ein runder Stab gerade noch tragen kann ohne sich zu biegen. Man sieht aus dieser Formel, daß die Tragkraft von dem Modulus der Elasticität der Länge u. dem Durchm. des Stabes abhängt und daß besonders dicke Säulen eine große Tragkraft besitzen.

Bei einem Hohlcylinder hat man

$$E = \frac{\pi}{32} \frac{d^4 - d_1^4}{d} \text{ u. } k = \frac{d}{2} \text{ zu setzen.}$$

$$\text{folglich } P = \frac{\varepsilon}{16} \pi \frac{d^2 + d_1^2}{2} (d^2 - d_1^2) = \frac{\varepsilon}{64} \pi^3 \frac{d^4 - d_1^4}{l^2}$$

Bei einem rechtwinkligen Querschnitt

$$\text{ist } E = \frac{1}{6} b h^2 \text{ u. } k = h.$$

$$\text{folgl. } P = \frac{\varepsilon}{12} \pi^2 \frac{b h^3}{l^2}$$

Will man solche Säulen z. B. bei einem Bau anwenden, so müssen dieselben bis auf 5, 10 bis 20fache Sicherheit construirt werden. Hat man z. B. eine runde Säule aus Gußeisen, bei welcher $l = 600^{cm}$ ist so zu construiren, daß dieselbe eine Last von 2000 Kilg. mit 20facher Sicherheit trage.

Es ist also $P = 20 \times 2000 = 40000$; ε ist hier $= 1000000$

$$\text{und da } P = \frac{\varepsilon \pi^2}{64} \cdot \frac{d^4}{l^2}$$

$$\text{so ist } d = \sqrt[4]{\frac{64\, P l^2}{\varepsilon \pi}} = \frac{64 \times 40000 \cdot 36000}{1000000 \cdot 10}$$

$$\text{folglich } d = \sqrt[4]{9216} = 17 \text{ cm.}$$

Also wird der Durchmesser der Säule 17 centimeter sein.

Festigkeit der Körper gegen das Verwinden, oder das Torsionsvermögen.

Wir nehmen eine Platte und befestigen an derselben einen cylindrischen Bündel von Drähten; die andern Enden der Drähte steckt man alle in eine 2te durchbohrte Platte. Die erste Platte selbst ist an einen Ort befestigt. Drehen wir nun die Platte B gegen A, so kommt das Ganze in einen andern Zustand und die Drähte erhalten die Form von Schraubenlinien; es werden die Drahtenden nicht mehr in einer Ebene liegen, sondern eine konische Fläche bilden, nur der Axendraht bleibt gerade und dessen Drahtende an der Stelle.

Nun führen wir einen 3ten Zustand herbei; wir befestigen nämlich nach der Drehung, in der Mitte B die Drahtenden, so daß sie wieder in eine Ebene zu liegen kommen; dies ist nur möglich, indem man die Axenfaser hinein und die andern herausdrückt.

Es ist dann $a_1 > a$

aber $a_1 < A$.

Man sieht daher leicht, daß Kräfte vorhanden sein müssen, welche die Platte heraus und andere, die die Platte hinein zu drängen bestrebt sind, und zwar suchen die Drähte um die Axenfaser herum, da sie verkürzt sind, die Platte heraus zu drängen, während die äußern, da sie verlängert sind, die Platte hinein-zu dringen bestrebt sind. Wenn man von der Axe aus sehr radial auswärts geht, so findet man die Drähte immer länger u. wenn man von der Peripherie radial einwärts geht, dieselben immer kürzer werden, man muß endl. auf eine Schicht kommen, bei der die Fasern weder verkürzt noch verlängert sind und nennt diese neutrale Schichte.

Bei einem Stabe von massivem Material finden ganz ähnl. Vorgänge statt.

Wir werden nun in der Folge, die Zustände, die in einem Stabe von beliebigem Querschnitte eintreten, untersuchen, wenn auf denselben drehend wirkende Kräfte einwirken.

Wir nehmen zuerst beispielsweise einen cyl. Stab an, werden aber dann auf einen beliebigen Querschnitt übergehen.

Nach der Drehung werden die Atome diesseits u. jenseits des Querschnittes bei M gegeneinander verdreht sein. Die Atome nun, die früher einander gegenüber lagen, werden deßhalb vermöge ihrer gegenseitigen Anziehung wieder in ihre ursprüngl. Lage zurückzuschnellen suchen u. zwar mit einer Kraft, die wir als proportional der Verschiebung annehmen wollen. Damit nach geschehener Verwindung Gleichgewicht herrschen soll, so muß die Summe der stat. Momente jener Kräfte gleich sein dem stat. Mom. welches die Verwindung bewirkt. Wir nehmen nun einen beliebigen Querschnitt an u. stellen uns die Aufgabe die Lage der Axenfaser zu bestimmen. Nennen wir den Abstand des am weitesten von der Axenfaser entfernten Punktes a, die Größe

der Intensität der Verschiebungskraft an der Stelle M, T.
Wie groß wird nun die Int. der Verschiebungskraft irgend eines Flächentheilchens m sein, das von der Axe um x entfernt ist? Diese sei t, so ist nach der gemachten Annahme:

$$T : t = x : a$$

$$t = \frac{T}{a} x \quad (1)$$

Es sei ferner f die Größe des Flächentheilchens bei m, so ist nun

$$tf = \frac{T}{a} x f.$$

Zerlegen wir nun diese Verschiebungskraft tf des Flächentheilchens m in eine vert. u. horiz. Kraft, so erhalten wir:

$$\left.\begin{aligned} H &= tf \cos\varphi \\ V &= tf \sin\varphi \end{aligned}\right\} (2)$$

während die Coordinaten des Flächentheilchens sind:

$$\left.\begin{aligned} y &= x \sin\varphi \\ v &= x \cos\varphi \end{aligned}\right\} (3.)$$

die Werthe aus 2 u. 3 in Gleichung 1 eingesetzt gibt:

$$H = \frac{T}{a} x f \frac{v}{x} = \frac{T}{a} f v$$

$$\text{u. } V = \frac{T}{a} x f \frac{y}{x} = \frac{T}{a} f y.$$

Dasselbe gilt für jedes andere Flächentheilchen ebenso und es ist daher die Summe der Kräfte die alle Flächenth. nach horiz. & vert. Richtung zu schieben streben:

$$\Sigma H = \frac{T}{a} \Sigma f v$$

$$\Sigma V = \frac{T}{a} \Sigma f y.$$

da aber nach der Voraussetzung im Stabe nur Verwindungen, aber keine Verschiebungen in horiz. u. vert. Richtg stattfinden sollen

so muß $\Sigma H = 0$ und $\Sigma V = 0$ sein.
dies ist aber nur mögl. wenn

$$fx \text{ u. } fy = 0 \text{ sind.}$$

d. h. der Punkt F ist der Schwerpunkt des Querschnitts. Die Drehaxe fällt also mit der Schwerpunktsaxe zusammen. Wir haben nun die Gleichung:

$$ftx = \frac{T}{d} fx^2$$

und $\Sigma ftx = \frac{T}{d} \Sigma fx^2$.

dies ist die Summe der stat. M. der Verschiebungskräfte, mit denen die einzelnen Querschnitte in ihrer ursprüngl. Lage zurückzuschnellen suchen, und es muß diese Summe gleich sein dem stat. Moment M der Kraft, das die Drehung bewirkt. Man hat deßhalb die Gleichung:

$$M = \frac{T}{d} \Sigma fx^2 \quad (4.)$$

diese Gleich. gibt uns also die Größe, welche die Kraft haben muß, damit am Umfange eine Kraft T stattfinde.
Mit Hilfe dieser Formel können wir M für versch. Querschnittsformen berechnen, indem wir nur berücksichtigen, daß Σfx^2 das Trägheitsmoment des Querschnittes ist in Bezug auf eine Axe die durch den Schwerpunkt geht und senkrecht auf der Ebene des Querschnitts steht.

Für einen massiven Cylinder ist

$$\Sigma fx^2 = \int_0^{x=\frac{d}{2}} 2\pi x\,dx\,x^2 = 2\pi \int_0^{\frac{d}{2}} x^3 dx.$$

$$= 2\pi \frac{1}{4}\left(\frac{d}{2}\right)^4 = \frac{d^4\pi}{32}$$

folglich $M = \frac{T}{\frac{d}{2}} \frac{d^4\pi}{32} = T\frac{\pi}{16} d^3$

Für einen hohlen Cylinder ist:

$$a = \frac{d}{2}$$

$$\Sigma f x^2 = \int_{\frac{1}{2}d_1}^{\frac{1}{2}d} 2\pi x \, dx \, x^2 = 2\pi \int_{\frac{1}{2}d_1}^{\frac{1}{2}d} x^3 \, dx = 2\pi \frac{1}{4} x^4$$

$$= \frac{2\pi}{4} \cdot \frac{1}{16} (d^4 - d_1^4) = \frac{\pi}{32} (d^4 - d_1^4).$$

und $M = \frac{T}{\frac{d}{2}} \cdot \frac{\pi}{32} (d^4 - d_1^4) = T \frac{\pi}{16} \left(\frac{d^4 - d_1^4}{d} \right)$

Für einen rechtwinkligen Querschnitt ist:

$$\Sigma f x^2 = \frac{bh}{12} (h^2 + b^2)$$

und $a = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{h^2 + b^2}$

also $M = \frac{T \frac{bh}{12} (h^2 + b^2)}{\frac{1}{2} \sqrt{h^2 + b^2}} = \frac{T}{6} bh \sqrt{h^2 + b^2}$.

Torsionsfestigkeit.

Man versteht darunter das Mom. der Kraft, welche im Stande ist den Stab dermaßen zu verwinden, daß der Riß erfolgt.
Dabei nehmen wir an, um diese Festigkeit zu bestimmen, daß das bei unserer Rechnung zu Grunde gelegte Gesetz auch noch für die allerstärksten Verwindungen gelte.
Das Reißen des Stabes wird nun dann eintreten, wenn die Int. der Verschiebungskraft einen gewissen Werth erreicht hat, der von der Natur des Materials abhängig ist und nur durch Versuche bestimmt werden kann. Diese Werthe von T finden sich Seite 36 in den Resultat. aufgezeichnet.

Für einen Cylinder ist $M = T \frac{\pi}{16} d^3$ (1)

also $T = \frac{16 M}{\pi d^3}$ (2).

Läßt man nunmehr verschiedene Stäbe verschiedene Kräfte einwirken und findet alsdann für T immer denselben Werth, so geht daraus hervor, daß die Annahme zulässig ist und daß man den dem Material entsprechenden Festigkeitscoefficient gefunden hat. Die Versuche ergeben nun für T annähernd denselben Werth.

Aus Gleichung $M = T \frac{\pi}{16} d^3$

ist ersichtlich, daß die Länge einer Welle keinen Einfluß auf die Torsionsfestigkeit hat. Daß der Durchm. in der 3ten Potenz vorkommt ist sehr vortheilhaft, da man sonst zu colossalen Wellen erhalten würde.

Damit die Wellen die Torsion mit Sicherheit aushalten können, construirt man sie mit 20-30facher Sicherheit, d. h. man setzt in obiger Gleichung statt T einen aliquoten Theil $\frac{1}{20} - \frac{1}{30}$. Man soll nun z. B. eine schmiedeeiserne Welle, auf die ein Torsionsmoment von 100 000 Kilg. einwirkt mit 30 facher Sicherheit construiren.

Hier ist: $T = \frac{4500}{30} = 150$

und $d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 100000}{150 \cdot 3,142}} = 15$

Bestimmung des Torsionswinkels.

Der Torsionswinkel ist der Winkel um den das Ende einer Faser gedreht wurde. Wir fassen nun diejenige Faser ins Auge, die um a von der Axenfaser entfernt ist und nennen den zu bestimmenden Torsionswinkel θ (der $\angle$ in Theilen des Radius ausgedrückt).

Es ist alsdann $a\,\theta = c\,b$.

$$cb = l\,tg\,\alpha$$

da wir annehmen, daß die Windung der Faser eine Schraubenlinie sei, ist auch folgl. $a\Theta = l\,tg\,\alpha$.

od. da wir kleine Verwindungen annehmen.

so ist auch $cb = l\alpha$

und daher $a\Theta = l\alpha$ (7)

Wir machen nun eine 2te Hypothese; es sei numl. die Intensität der Verschiebungskraft proportional dem $\sphericalangle\,\alpha$, also

$$T = G\alpha.$$

G bedeutet eine von der Natur des Materials abhängige Größe und man nennt es den Modulus der Elastic. für Torsion

dann ist also $a\Theta = l\frac{T}{G}$

oder $\Theta = \frac{l}{a}\cdot\frac{T}{G}$.

führen wir für T seinen Werth aus Gl.(6) ein,

so erh. wir $\Theta = \frac{l}{aG}\cdot\frac{aM}{\Sigma f x^2} = \frac{lM}{\Sigma f x^2}$

Wir müssen nun mit $\frac{2\pi}{360}$ dividiren um den Werth von Θ in Graden zu erhalten, d.h. mit der Bogenl. die einem Winkel von 1° entspricht.

dann ist $\Theta^0 = \frac{lM}{G\Sigma f x^2} : \frac{2\pi}{360} = \frac{360\,lM}{2\pi G\Sigma f x^2}$

Wenn man nun bei versch. Durchschnittsformen für $\Sigma f x^2$ u. a ihre Werthe einsetzt, so erhält man

für einen cyl. Stab: $\beta = \frac{16M}{G}\cdot l\,\frac{360}{d^4\pi^2}$

für einen quadr. Stab: $\beta = \frac{6M}{G}\,l\,\frac{180}{a^4\pi}$

für einen parallelepip. Stab: $\beta = \frac{3M}{G}\,l\,\frac{b^2+a^2}{b^3a^3}\cdot\frac{180}{\pi}$

Soll diese Rechnung wahr sein, so müssen wir für Kräfte aus demselben Material von verschiedener Länge, Form u. Grösse des Querschnitts für G immer denselben constanten Werth finden, nämlich:

$$G = \frac{360}{2\pi}\,\frac{l\,M}{\Theta^{0}\int x^{2}}$$

Sieht man die Versuche wirkl. aus, so findet man daß G für kleine Verwindungen constant ist, allein wenn das Torsionsmoment eine gew. Grenze überschreitet, ist es variabel. u. man nennt die Grenze bis zu welcher es constant bleibt Mod. der El. für Torsion. Die Werthe von G finden sich in der Res. Seite 36 und betragen ungefähr $\frac{4}{10}$ der abs. Festigkeit.

Festigkeit der Gefässe.

Wir nehmen ein Gefäß, dessen innerer Durchm. D ist und dessen Wanddicke δ. Wir nehmen ferner an, daß dasselbe eine Flüssigkeit enthält, die auf jeden $\square^{cm}$ der Wanddicke einen Druck p_0 aus übt, von außen wirke auf das Gefäß eine Flüssigkeit mit einem Druck p, auf den $\square^{cm}$.

Es sei $p_0 > p$.

Wir denken uns, daß durch die Kraft p_0 das Gefäß durch seine ganze Dicke ausgedehnt würde.
Ferner sei S die bei ab u cd herrschende Spannung u l die Länge des Gefäßes, so ist $l\delta$ die Größe des Querschnitts bei ab u bei cd. u $2l\delta$ die Summe der Querschnitte bei ab und bei cd.

Folglich $2l\delta S$ (1) = der Summe der Kräfte welche die Querschnitte bei ab u cd spannen. Da aber Gleichgew. nicht herrschen soll, so müssen diese andern gleich Kräfte entgegenwirken.

Es sind dies die innern u. äußern Kräfte p_0 und p_1.
Um die innern Pressungen zu berechnen nehmen wir ein kleines Flächentheilchen $mn = \delta s$, der Druck der auf dasselbe ausgeübt wird ist $l \delta s p_0 = N$.
Nun zerlegen wir diesen radial auswärtswirkenden Druck in einen horizontalen u. vert. Druck. der Vertikaldruck ist

$$V = N \sin\varphi = l p_0 \delta s \sin\varphi$$

und da $mq = \delta s \sin\varphi$

so ist auch $V = l p_0 mq$.

Nun ist die Summe aller Vertikaldrücke auf die Bogenlänge bc: $\Sigma V = \Sigma l p_0 mq = l p_0 \Sigma mq = l p_0 D$ (2)
Vermöge des äußern Druckes findet man ganz ebenso, daß die obere Hälfte des Cylinders abwärts gedrückt wird mit einer Kraft

$$l p_1 (D + 2\delta) \quad (3)$$

Auf die obere Cylinderhälfte wirken also die Kräfte:

$l p_0 D - l p_1 (D + 2\delta)$ u. $2 l \delta P$.
da Gleichgewicht herrscht, ist folglich
$$l p_0 D - l p_1 (D + 2\delta) = 2 l \delta P.$$
und $p_0 D - p_1 D + 2 p_1 \delta = 2 P \delta$.
$$p_0 D - p_1 D = 2\delta (P + p_1)$$
und endlich $\delta = \frac{1}{2} D \frac{p_0 - p_1}{P + p_1}$ (1).

Diese Formel gibt uns also die Wanddicke die ein Cylinder haben muß, wenn innen eine Pressung p_0 und außen eine Pressung p_1 stattfindet, bei welcher er nicht brechen soll.
Wir haben bei der obigen Berechnung stillschweigend angenommen, daß die Spannungen in allen Punkten zwischen ab u. cd gleich sind; wenn dies der Fall wäre, so wäre unsere Berechnung ganz richtig. diese Voraussetzung ist aber nur annähernd richtig

wenn die Wanddicke klein ist, für stärkere Wanddicken ist sie falsch; denn bei starker Dicke ist die Spannungsint. innen bei weitem stärker als außen.
Wir müßten nun um das richtige δ zu erhalten zuerst das Gesetz ausfindig machen, nach welchem die Spannungsint. von a bis b abnimmt; dann müßten wir die Summe aller Spannungen von a bis b u. c bis d nehmen und dies in Glch. (1) einführen. Dies durchzuführen wäre sehr schwierig u. es soll deßhalb hier nur das Resultat angeführt werden, wie es sich im Buch findet.

$$\text{Es ist } \delta = \frac{1}{2} D \left[\sqrt{\frac{\mathfrak{A}+p_1}{\mathfrak{A}+2p_1-p_0}} - 1 \right] \quad (2)$$

$$\text{und } \delta = \frac{1}{2} D \left[\frac{p_0-p_1}{\mathfrak{A}+2p_1-p_0} \right] \quad (3.)$$

Es bedeutet hier $\mathfrak{A}$ die Spannungsint. am innern Umfange.
Die Gl. (2) erh. man unter der Voraussetzung, daß die cubik. Ausdehnung in der innern Wand überall gleich groß ist, d.h. die Volumveränderung bei jedem $\square^{cm}$ ist gleich groß.
Diese Voraussetzung ist wahr und der Beweis wurde zuerst von Lamais gegeben; auch befindet sich ein Beweis hiervon in den Resultaten von Redtenbacher Seite 238.
Die Gleichung (3) kann man aus 2 herleiten, oder sie unabhängig aufstellen, unter der Voraussetzung, daß die Ausdehnung in der Weise erfolgt, daß das ganze Volumen constant bleibt.
Der Cylinder wird nun bersten, wenn das Max der Spannungsintensität gleich der abs. Festigkeit des Materials. Wir haben also die Wanddicke bei der der Riß erfolgt, wenn wir in Gl. 1 für $\mathfrak{A}$ den Coeff. d. abs. Fest. des Materials einführen u. aus Gl. 2 u. 3

erhalten wir sie, ~~wenn~~ wir für diesen Coeffizienten setzen

Führen wir dieß aus, so erhalten wir den deutlichsten Beweis von der Unrichtigkeit der Formel (1) denn setzen wir:

$$\mathfrak{A} + 2p_1 - p_0 = 0$$

d. h. $p_0 = \mathfrak{A} + 2p_1$

so wird $\delta = \infty$.

d. h. wenn die Pressung auf die innere Wand gleich der absoluten Festigkeit des Materials + der doppelten Pressung auf die äußere Wand, so wird der Cyl. bersten, wenn wir auch $\delta = \infty$ machen. Aus Gl. 1 erhalten wir dagegen einen bestimmten Werth, bei welcher Dicke der Cylinder gerade besteht, so daß wenn wir die Dicke nur etwas stärker machen, der Cylinder die Spannung ertragen könnte. Sei z. B. der Cylinder von Gußeisen

$$\mathfrak{A} = 1000, \text{ ferner sei } p_1 = 1,$$

$$\text{so ist } p_0 = 1000 + 2 = 1002.$$

d. h. wenn der Druck auf den □cm 1002 Kilg. beträgt, berstet jeder gußeiserne Cylinder, wenn wir auch $\delta = \infty$ machen.

Aus (1) erhalten wir $\delta = \frac{1}{2} D \frac{1002 - 1}{1000 + 1} = \frac{1}{2} D$

Man sieht also deutlich den großen Unterschied zwischen jenen Formeln und die Erfahrung hat oft genug die Unrichtigkeit der Formel 1 erwiesen.

Für hydraul. Pressen u. s. f. macht man gewöhnlich $\delta = \frac{D}{2}$

Wir wollen nun für diesen Fall die Spannungsintensität, die im Innern eintritt bestimmen.

Aus 2 haben wir $\sqrt{\frac{\mathfrak{A} + p_0}{\mathfrak{A} + 2p_1 - p_0}} = 2.$

oder $\frac{\mathfrak{A} + p_0}{\mathfrak{A} + 2p_1 - p_0} = 4$ und $\mathfrak{A} + p_0 = 4\mathfrak{A} + 8p_1 - 4p_0$

$$\sigma = 3\,\mathfrak{E}l + 5p_1 - 5p_0$$

folglich $p_0 = \frac{3}{5}\mathfrak{E}l + \frac{8}{5}p_1$.

Soll der Cyl. einen Pressung p_0 mit Sicherheit ertragen, so läßt man die Spannung nicht mehr als $\frac{1}{3}$ von der abs. Festigkeit des Materials betragen.

Es ist also $\mathfrak{E}l = \frac{1000}{3} = 333$

und folgl. $p_0 = \frac{3}{5}\,333 + \frac{8}{5} = 201{\cdot}6$.

Ist die äußere Pressung größer als die innere, so gelten dieselben Resultate, nur ist $\mathfrak{E}l$ negativ zu nehmen.

Ganz ähnl. erhält man für Kugelgefäße die Formel:

$$\delta = \frac{D}{2}\left[\sqrt[3]{\frac{2(\mathfrak{E}l+p_0)}{2\mathfrak{E}l+3p_1-p_0}}-1\right]$$

Für Gefäße, welche weder Kugelform, noch kreiscylindrisch sind ist die Untersuchung von δ sehr schwierig, da sie nicht mehr ihnen geometr. ähnl. bleiben, sondern Deformirungen erleiden.

Es sucht z. B. ein elliptischer Cylinder in einen kreisförmigen überzugehen, während bei einem Gefäß von rectangulärem Querschnitt Ausbauchungen entstehen.

Körperformen von gleicher Festigkeit.

Körper von gleicher abs. Festigkeit.

Wenn ein Stab eingemauert ist und wird in horizontaler Linie ausgedehnt, so daß also sein Gewicht vernachlässigt wird, so ist die Wahrscheinlichkeit des Reißens überall gleich groß, wenn das Material homogen ist, und wenn der Querschnitt überall gleich groß ist, wenn auch derselbe von einem runden in einen 4eckigen, 6eckigen u. wie immer seine Form sein mag, übergeht. Ist hingegen der Stab vertikal eingemauert und unten belastet, so verhält es sich ganz anders, indem hiebei noch das Gewicht des Stabes zu berücksichtigen ist, und das Gefühl sagt uns schon, daß der Balken nach oben hin immer dicker werden muß.

Nennen wir δ das Gewicht von einem Cub.cm des Materials, so ist $\delta\, y\, dx$ das Gew. vom Körpertheil $abcd$. Ist ferner $\mathfrak{A}$ die auf einen □cm bezogene Spannung, die in jedem Querschnitt herrschen soll, so ist: $\mathfrak{A}\,\theta = P$ die Spannung für den untersten Querschnitt.

Der Querschnitt bei D ist um dy größer bei C.

$$\text{und folgt } dy\,\mathfrak{A} = \delta\, y\, dx$$

$$\text{oder } \frac{dy}{y} = \frac{\delta\, dx}{\mathfrak{A}}$$

Integrirt man, so folgt $\log nat\, y = \frac{\delta}{\mathfrak{A}} x + C$ (2)

für $x = 0$, muß $y = \theta = \frac{P}{\mathfrak{A}}$ sein.

$$\text{und daher } \log nat \frac{P}{\mathfrak{A}} = 0 + C$$

$$\log nat\, y - \log nat \frac{P}{\mathfrak{A}} = \frac{\delta}{\mathfrak{A}} x.$$

$$\log nat \left(\frac{y}{\frac{P}{\mathfrak{A}}}\right) = \frac{\delta}{\mathfrak{A}} x$$

$$\text{oder } \frac{y}{\frac{P}{\mathfrak{A}}} = e^{\frac{\delta}{\mathfrak{A}} x}$$

$$y = \frac{P}{\mathfrak{A}}\, e^{\frac{\delta}{\mathfrak{A}} x}.$$

Hiermit ist die Größe des Querschnitts an jeder einzelnen Stelle bestimmt. Allein die so entstehende Form der Stäbe ist sehr schwierig auszuführen u. man hilft sich daher in der Praxis durch eine Annäherung. So werden z. B. die Schachtgestänge aus einer Anzahl einzelner Stangen zusammengesetzt.

und dieselben so bestimmt, daß die Wahrscheinlichkeit des Risses an jeder Stange gleich groß ist. Es muß also die Spannung bei A gleich sein der bei B, C, D. u. s. f.
Die Kraft mit der die Einheit des Querschnittes bei B gespannt wird ist: $\mathfrak{A} = \frac{Q+\gamma a_1 l_1}{a_1}$

bei C $\mathfrak{A} = \frac{Q+\gamma a_1 l_1+\gamma a_2 l_2}{a_2}$

bei D $\mathfrak{A} = \frac{Q+\gamma a_1 l_1+\gamma a_2 l_2+\gamma a_3 l_3}{a_3}$

oder aus 1, 2 und 3 ist

$$a_1 = \frac{Q}{\mathfrak{A}-l_1\gamma}$$

$$a_2 = \frac{Q+a_1 l_1\gamma}{\mathfrak{A}-l_2\gamma}$$

$$a_3 = \frac{Q+a_1 l_1\gamma+a_2 l_2\gamma}{\mathfrak{A}-l_3\gamma} \text{ u.s.w.}$$

Setzt man nun den Werth von a_1 u. a_2 ein u.s.f., so erhält man

$$a_1 = \frac{Q}{\mathfrak{A}-l_1\gamma};\quad a_2 = \frac{Q\,\mathfrak{A}}{(\mathfrak{A}-l_1\gamma)(\mathfrak{A}-l_2\gamma)}$$

$$a_3 = \frac{Q\,\mathfrak{A}^2}{(\mathfrak{A}-l_1\gamma)(\mathfrak{A}-l_2\gamma)(\mathfrak{A}-l_3\gamma)} \text{ u.s.w.}$$

Körper von gleicher relativer Festigkeit

Ein Stab von bestehender Form I hat nicht überall gleich~~mäßige~~ relative Festigkeit, sondern bei a ist die Wahrscheinlichkeit des Bruches am größten und nimmt gegen b hin ab, ist bei b selbst 0. Wir stellen uns die Aufgabe einen Stab zu construiren der überall gleiche relative Festigkeit hat, und wenn dieß der Fall sein soll, so muß die Spannungseinh. an der Kante ab überall gleich groß sein. Es sei fig II ein solcher Stab.

Es ist $Pl = P'E$

$Pl = \frac{P'}{6} bh^2$ (1) diese Gl. läßt die Dimens. bei der Wurzel der W.

$$Px = P\xi = \frac{p}{6}\, b y^2 \quad (2)$$

Zur Bestimmung von h hat man $Pl = \frac{p}{6}\left(\frac{b}{h}\right)h^3$

$$\text{oder } h = \sqrt[3]{\frac{6Pl}{p}\cdot\frac{h}{b}} \quad (3)$$

dividirt man 1 durch 2, so erhält man $\frac{x}{l} = \frac{y^2}{h^2}$

$$\text{oder } \frac{y}{h} = \sqrt{\frac{x}{l}} \quad (4)$$

d. i. ist die Gl. der Curve, u. die Curve selbst eine Parabel, deren Scheitel in B liegt.
Man hat also nur, wenn P, l u. $\frac{h}{b}$ gegeben sind, die Dimensionen h bei der Wurzel zu bestimmen u. die entsprechende Parabel zu verzeichnen, indem man entweder aus Gl. (4) verschiedene Ordinaten y bestimmt oder indem man nachfolgende Construction ausführt, und nach dieser Parabel die obere und untere parabolische Fläche darstellt. Es sei nun
z. B. $P = 1000$, $l = 100$, $\frac{h}{b} = 2$ Mat. Gußeisen u. 10 f. Sich.

$$\text{also } p = \frac{3000}{10} = 300$$

$$\text{folglich } h = \sqrt[3]{\frac{6\cdot 1000\cdot 100\cdot 2}{300}} = \sqrt[3]{4000} = 15{,}8\text{ cm}$$

$$\text{und } b = \frac{15{,}8}{2} = 7{,}9\text{ cm.}$$

Man erhält dafür folgenden Längenschnitt.

Allein da es sehr schwierig ist, solche krummen Flächen herzustellen und es sich bei den meisten Materialien nicht der Arbeit lohnt, so kann man auch folgende für die Praxis ausreichende Form:

Man setze $\frac{x}{l} = \frac{1}{4}$

dann ist $\frac{y}{h} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

für $x = \frac{1}{4} l$

wird $y = \frac{1}{2} h$.

Tragen wir deshalb $\frac{1}{4} l$ auf gc nach g auf, errichten dort oberhalb u. unterhalb Ordinaten und tragen hierauf $y = \frac{1}{2} h$, verbinden die erhaltenen Parabelpunkte m u n mit a u. b ($ab = h$) so erhalten wir beistehende Form, welche fast gar nicht von der wirklichen Form abweicht und sehr leicht, da nur glatte Flächen vorkommen, zu bearbeiten ist.

Auch wendet man manchmal statt jener Formen, da sie nicht immer anwendbar sind, die Halbparabelform an und hier diese, wie vorhin, ihre Ausspringungsform. Diese nehmen wir den Balken immer gleich dick an, es fragt sich nun, wie wir ihn construiren müssen, damit er überall gleiche Festigkeit habe, und daß alle Querschnitte geometrisch ähnl. Figuren sind.

Die Spannungsintensität muß in jedem Punkte dieselbe sein.

Das Moment der Kraft, das den Balken bei a abzubrechen strebt,

ist: $Pl = \frac{p}{6} bh^2$

das bei n ist:

$Px = \frac{p}{6} z y^2$ (2)

Nun folgt aus (1)

$h = \sqrt[3]{\frac{6Pl}{p} \frac{h}{b}}$

$\frac{x}{l} = \frac{zy^2}{bh^2} = \frac{\frac{z}{y}}{\frac{b}{h}} \frac{y^3}{h^3}$ (3)

Da alle Querschnitte geometrisch ähnlich sein sollen, so muss sein: $\frac{z}{y} = \frac{b}{h}$ (4)

$$\text{folglich } \frac{x}{l} = \frac{y^3}{h^3}$$

$$\text{oder } \frac{y}{h} = \sqrt[3]{\frac{x}{l}} \quad (5)$$

$$\text{und } h = \sqrt[3]{\frac{6Pl}{p}\,\frac{h}{b}} \quad (6)$$

(5) ist die Gl. einer unbekannten Parabel. Ferner ist

$$\frac{y}{z} = \frac{h}{b}$$

$$\text{also } y = z\frac{h}{b} \text{ u. } \frac{y}{h} = \frac{z}{b}.$$

$$\text{folglich } \frac{z}{b} = \sqrt[3]{\frac{x}{l}} \quad (7).$$

Dies ist wieder die Gleichung einer unbekannten Parabel. Mit Hülfe der Gl. 5, 6 u. 7 können wir nun einen Stab construiren, der überall gleiche Festigkeit hat, und dessen Querschnitte geometrisch ähnlich sind. z. B.

Es sei $\frac{x}{l} = \frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$

dann ist $\frac{y}{h} = \sqrt[3]{\frac{1}{4}} = 0{\cdot}63$, $\sqrt[3]{\frac{2}{4}} = 0{\cdot}79$; $\sqrt[3]{\frac{3}{4}} = 0{\cdot}908$; $\sqrt[3]{\frac{4}{4}} = 1{\cdot}00$

Haben wir nun h aus Gl. (6) berechnet, so erhalten wir folgl.

für $y =$ 18·9; 23·82; 27·24; 30.

da ferner $b = \frac{1}{2}h$,

so ist $z =$ 9·4, 11·9; 13·6; 15.

Tragen wir nun diese Werthe auf, so erhalten wir folgende 2 Figuren; da aber dieser Körper noch schwieriger darzustellen wäre, so nimmt man auch hier eine Annäherungsform an.

Man setze $\frac{x}{l} = \frac{1}{8}$, so wird $\frac{y}{h} = \frac{1}{2}$ u. $\frac{z}{b} = \frac{1}{2}$.

In der Parabel ist: $cn = x$; $mn = y$; $pq = z$.

Wir machen also nun $cn_1 = \frac{1}{8}l$; $n_1m_1 = \frac{h}{2}$; $p_1q_1 = \frac{b}{2}$

Es sind b, m'; p'; q'; r, s Punkte der Parabel. Verbindet man nun b u m'; q u r; p u s, so hat man eine annähernde Form, welche fast gar nicht von der wirklichen abweicht und leicht anzufertigen ist; leistet dieselbe Festigkeit bei gleichem Materialaufwand. Zuweilen kommt es vor, daß der Querschnitt des Stabes rund sein soll und derselbe überall gleiche Festigkeit besitzen soll.

Die Oberfläche des Körpers wird eine Umdrehungsfläche sein, wie beistehende Figur zeigt.

Die Spannungen bei D, E, C müssen gleich sein, dann ist

$$Pl = \frac{r\pi}{32} d^3$$

$$Px = \frac{r\pi}{32} y^3$$

folgl. $d = \sqrt[3]{\frac{32 Pl}{r\pi}}$

und $\frac{x}{l} = \frac{y^3}{d^3}$

oder $\frac{y}{d} = \sqrt[3]{\frac{x}{l}}$

Dies ist die Gleichung einer unbekannten Parabel und der Körper wird also ein Umdrehungsparaboloid sein. Man nimmt aber für dieses wieder eine annähernde Form. z. B. für $\frac{x}{l} = \frac{1}{8}$

wird $\frac{y}{d} = \frac{1}{2}$

Also hat man $DF = d = \sqrt[3]{\frac{32 Pl}{\pi r}}$

$$C\overset{m}{A} = \frac{1}{8} AC$$
$$np = \frac{1}{2} DF$$

die Punkte n u. p sind Parabelpunkte. Verbinden wir nun D mit n u. F mit p, so erhalten wir einen abgestumpften Kegel als Annäherungsform, welcher sehr wenig von dem Paraboloid abweicht, und sich auch der Drehbank leicht herstellen läßt.

Körper von gleicher rückwirkender Festigkeit.

Man sieht sogleich, daß die Form die beste sein wird, bei der der Körper ringsum die gleiche Festigkeit hat. Daher sind alle diejenigen Formen gut, welche durch 2 aufeinander senkrechte Ebenen in 4 congruente Theile getheilt werden, alle übrigen sind weniger gut, auch oft noch das gleichseitige Dreieck.
Die beste Form ist unstreitig der Hohlcylinder.
Was das Längenprofil betrifft, so gebraucht man zu dessen Bestimmung sehr weitläufiger Rechnungen. Deßhalb geben wir hier nur das Resultat an. Der Körper wird bei kreisförmigem Querschnitt ein Rotationskörper von der Gestalt Fig. A sein. Die sehr schwierig aufzustellende Gleichg. der Kurve findet sich in den Resultaten. Nun ist aber diese Form nicht leicht herzustellen, daher man sich mit einer Annäherung begnügt. Fig. B. Will man z. B. eine Säule von gleicher Festigkeit construiren, so berechnet man nach Seite 21. die Querschnittsdimension für A für rückw. Fest. u. construirt 2 abgestumpfte Kegel, indem man $\frac{d_1}{d} = \frac{7}{10}$ nimmt.

Körper von gleicher Torsionsfestigkeit.

Hier sind massive u. Hohlcylinder das Beste. Bei letzteren spart man noch Material, macht sie aber nur dann hohl, wenn das hiedurch ersparte Material die Arbeit lohnt.

Umwandlung der Querschnitte.

Es können 2 Querschnitte hinsichtlich der Form von einander abweichen aber möglich ist es, daß sie in Bezug auf Festigkeit gleiche Stärke haben.

Haben die Querschnitte gleiche Größe, so sind sie in Bezug auf absolute Festigkeit äquivalent.

Bei der rel. Fest. muß S in beiden Querschnitten gleich sein, wenn sie gleiche Festigkeit haben sollen. Es ist z. B. für einen parallelepipedischen Stab: $Pl = \frac{S}{6} bh^2$

cylindrischen Stab ist: $Pl = \frac{S\pi}{32} d^3$

folglich $\frac{\pi}{32} d^3 = \frac{1}{6} bh^2$

oder $\frac{\pi}{32} d^3 = \frac{1}{6} \left(\frac{b}{h}\right) h^3$

und $\frac{h^3}{d^3} = \frac{\pi}{32} \cdot 6 \frac{h}{b}$

oder $\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\frac{\pi}{32} \cdot 6 \frac{h}{b}}$

dieser Werth ist also nur von $\frac{h}{b}$ abhängig. Nimmt man nun für $\frac{h}{b}$ verschiedene Werthe an, so erhält man folgende Tabelle:

für $\frac{h}{b} =$	$\frac{1}{3}$	3
ist $\frac{h}{d} =$	0·581	1·215
und $\frac{b}{d} =$	1·743	0·405

(Red. Res. S. 30.)

So kann man leicht für einen runden Stab einen viereckigen von gleicher Festigkeit construiren und umgekehrt.

Man habe z. B. einen Cyl. von 20 cm Durchm., man soll dafür einen parallelepipedischen herstellen.

Es sei $\frac{h}{b} = 2$.

Nun wäre h & b zu bestimmen.

Nach Seite 30: $\frac{h}{d} = 1{\cdot}056$

u. $\frac{b}{d} = 0{\cdot}528$.

folglich $h = 1{\cdot}056\, d = 21{\cdot}12$ cm

und $b = 0{\cdot}528\, d = 10{\cdot}56$ cm.

2. Es ist ein parallelep. Stab gegeben, dessen Höhe $h = 30$ cm und dessen Breite $b = 10$ cm; man soll dafür einen runden nehmen, der das gleiche leistet.

Es ist also $\frac{h}{b} = 3$

ferner nach Seite 30: $\frac{h}{d} = 1{\cdot}215$

und folgt $d = \frac{30}{1{\cdot}215} = 24{\cdot}7$ cm

Nun sind ein runder u. allgpt. Stab verschieden in Bezug auf relative Festigkeit.

Hier ist $Pl = \mathfrak{r}E$. für den runden.

und $Pl = \mathfrak{r}E_1$ für den allgpt.

Sollen sie gleiche Festig. haben, so muss sein:

$$E = E_1$$

d.h. $\frac{\pi}{32} d^3 = \frac{\pi}{32} bh^2$

folglich $d^3 = bh^2$ oder $d^3 = \left(\frac{b}{h}\right) h^3$

deshalb $\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\frac{h}{b}}$

Es findet sich Seite 31. noch eine Tabelle, die für verschiedene Werthe von $\frac{h}{b}$, die entsprechenden Werthe von $\frac{h}{d}$ gibt.

Für einen runden Stab von 12 cm Durchmesser, sei z. B. ein allgpt. zu construiren, der die gleiche Festigkeit besitzt. Es sei $\frac{h}{b} = 2$.

So ist nach Seite 31: $\frac{h}{d} = 1{\cdot}26$.

und folglich $h = 1{\cdot}26 \cdot 12 = 15{\cdot}12$ cm.

$b = 7{\cdot}56$ cm.

3. Wenn haben ein runder Stab und ein Parallelepipedon gleiche einknickende Festigkeit? Hier verfahren wir auf folgende Art: Wir haben früher gefunden, daß die größte Last, die ein runder Stab aufrechtstehend zu tragen vermag, ist:

$$P = \frac{\varepsilon\pi^3}{64}\cdot\frac{d^4}{l^2}$$

für einen parallelep. Stab ist $P = \frac{\varepsilon\pi^2}{12}\frac{bh^3}{l^2}$

Sollen nun diese Stäbe bei gleicher Länge dieselbe Last tragen, so muß sein: $P = P$

$$\text{oder } \frac{\varepsilon\pi^3}{64}\frac{d^4}{l^2} = \frac{\varepsilon\pi^2}{12}\frac{bh^3}{l^2}$$

$$\frac{\pi}{32}d^4 = \frac{1}{6}bh^3$$

$$\text{oder } \frac{\pi}{32}d^4 = \frac{1}{6}\left(\frac{b}{h}\right)h^4$$

$$\left(\frac{h}{d}\right)^4 = \frac{\pi}{32}\,6\,\frac{h}{b}$$

$$\text{oder } \frac{h}{d} = \sqrt[4]{\frac{\pi}{32}\cdot 6\cdot\frac{h}{b}}$$ (Seite 36. d. autogr. Tab.)

4. Für eine runde Schubstange von $14^{cm} = d$ Dicke soll dafür eine parallelep. von gleich. Fest. hergestellt werden. Es sei $\frac{h}{b} = \frac{3}{4}$. So hat man n. S. 31. $\frac{h}{d} = 0.816$ u. $\frac{b}{d} = 1.088$

$$\text{folglich } h = 0.816 \times 14 = 11.4^{cm}$$

$$\text{und } b = 1.088 \times 14 = 15.2^{cm}$$

Berechnung verschiedener Wirkungsgrößen

die zur Ausdehnung, Zusammendrückung, u. s. w. von Stäben nothwendig sind. Welche Wirkungsgröße entspricht der Ausdehnung eines Stabes? Nehmen wir an, der Stab sei um λ ausgedehnt, die Spannungsint. bei B sei alsdann $\mathfrak{A}$ und der Querschnitt des Stabes sei Θ, so ist:

$$BC = \mathfrak{A}\,\Theta \quad (1)$$ die ausdehnende Kraft am Ende der Dehnung.

Trägt man auf der Verlängerung AB des Stabes die Ausdehnung als Abscissen auf und als Ordinaten die entsprechenden Kräfte, so gibt die Verbindungslinie der Ordinaten eine gerade Linie, da λ proportional mit P wächst.

Die Wirkungsgröße die bei der Ausdehnung entwickelt wird ist ausgedrückt durch den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

folglich $W = \frac{1}{2} AB \times BC$

oder $W = \frac{1}{2} \lambda \cdot \mathfrak{A} \Theta$ (3)

Aus (2) folgt: $\mathfrak{A} = \frac{E\lambda}{l}$

folgl. $W = \frac{1}{2} \lambda \cdot \frac{E\lambda}{l} \Theta$

oder $W = \frac{\Theta E}{2} \cdot \frac{\lambda^2}{l}$

Führt man den Werth von λ aus 2 in 3 ein, so erhält man

$$W = \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{A} l}{E} \cdot \mathfrak{A} \Theta = \frac{1}{2} \Theta l \frac{\mathfrak{A}^2}{E}$$

folgl. $W = \frac{1}{2} V \frac{\mathfrak{A}^2}{E}$ (5) (wo V das Volumen bezeichnet)

Nun haben wir die Wirkungsgröße auf zwei Arten erhalten: die Gl. (4) drückt die Wirkung aus, die eine Ausdehnung λ bewirkt, während (5) die Wirkung ausdrückt, die nothwendig ist, damit eine Spannungsintensität $\mathfrak{A}$ herrsche.

Dies gilt aber nur für schwache Dehnungen. Erlauben wir uns es nun aber auch für starke gelten zu lassen, so reißt der Stab, wenn die Spannungsint. = der abs. Festigkeit und wir sehen aus (5), daß die Wirkung nur von dem Volumen abhängt, es ist daher einerlei ob der Stab dünn und lang oder kurz und dick ist.

Der Coeff. $\frac{\mathfrak{A}^2}{E}$ in Gl. (5) findet sich für versch. Materialien P. 36. Res. u. man sieht aus denselben, daß die Wirkung, welche zum Abreißen nothwendig ist, nicht nur um so größer, je größer $\mathfrak{A}$, sondern sie nimmt auch bei geschmeidigen Metallen um sehr viel zu.

Wirkungsgröße bei der Biegung der Stäbe.

Auf AB trage man als Abscissen die Beugung des Endpunktes B des Stabes auf, u. als Ordinaten die entsprechende Kraft; verbindet man alsdann die Endpunkte der Ordinaten, so muß die Verbindungslinie eine gerade Linie sein, was aus folgendem Satz ergibt.

$$y = \frac{P}{2\varepsilon E z}\left(l^2 x - \frac{1}{3}x^3\right)$$

für $x = l$ ist $y = AB = f$.

$$AB = f = \frac{P}{2\varepsilon E_1 z}\left(x^3 - \frac{1}{3}x^3\right)$$

$$AB = \frac{1}{3}\,\frac{Pl^3}{\varepsilon E z}$$

Daraus sieht man, daß P der Beugung des Stabes proportional ist, und folgl. AC eine gerade Linie.

und folglich auch $W = \frac{1}{2} AB \times BC$

$$W = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\,\frac{Pl^3}{\varepsilon E_1 z}\cdot P$$

$$= \frac{1}{6}\,\frac{P^2 l^3}{\varepsilon E z} \quad (1.)$$

$$Pl = \mathfrak{P} E_1 \quad (2)$$

$$P = \frac{\mathfrak{P} E_1}{l}$$

und $W = \frac{1}{6}\,\frac{l^3}{\varepsilon E_1 z}\cdot\frac{\mathfrak{P}^2 E_1^2}{l^2} = \frac{1}{6}\,\frac{\mathfrak{P}^2}{\varepsilon}\,\frac{E_1 l}{z}$.

Der Koeff. $\frac{E_1 l}{z}$ ist für einfache Formen der Größe des Querschnitts proportional, z. B. für einen runden Cyl. ist: $z = \frac{d}{2}$ und

$$E_1 = \frac{\pi}{32} d^3$$

$$\frac{E_1 l}{z} = \frac{2\pi d^3 l}{32\cdot d} = \frac{1}{4}\,\frac{\pi d^2 l}{4} = \frac{1}{4} V.$$

folglich $W = \frac{1}{24}\,\frac{\mathfrak{P}^2}{\varepsilon} V$

für ein Parallelepiped ist $z = \frac{h}{2}$

und $E = \frac{1}{6} bh^2$

folglich $\frac{E_1 l}{z} = \frac{1}{6}\,\frac{bh^2 l}{\frac{h}{2}} = \frac{1}{3} bhl = \frac{1}{3} V$

und folgl. $W = \frac{1}{18}\,\frac{\mathfrak{P}^2}{\varepsilon} V.$

die Wirkungsgr. W für versch. Querschnitte Seite 33. Resultat. Wollen wir diese Gesetze für stärkere Biegungen gelten lassen, so erhalten wir, wenn wir statt P die Bruchungskraft setzen, die Wirkungsgröße, die nothwendig ist um den Stab abzubrechen. Dieselbe Wirkungsgröße ist auch nothwendig, den Stab durchzubrechen, wenn er auf 2 Stützen liegt und irgendwo belastet wird.

Berechnung der Wirkungsgrößen zum Abwinden der Stäbe.

Wenn der Stab durch die drehende Kraft P um einen Winkel Θ gedreht worden ist:

$$\Theta = 16 \frac{M l}{G} \frac{2}{d^4 \pi} = 32 \frac{M}{G} \cdot \frac{l}{d^4 \pi}$$

worin M das Torsionsmoment am Ende der Verwindung bedeutet, und da dieses dem $\angle \Theta$ proportional ist, so ist

$$W = \frac{1}{2} \Theta M = \frac{1}{2} \times 32 \frac{M^2}{G} \cdot \frac{l}{d^4 \pi}.$$

Nun ist nach Seite 22 Res.

$$M = T \frac{\pi}{16} d^3$$

folglich $W = \frac{1}{2} 32 \frac{T^2}{G} \cdot \frac{\pi^2}{16^2} \cdot \frac{d^6 l}{d^4 \pi}$

$$= \frac{T^2}{G} \frac{\pi}{16} d^2 l$$

und $W = \frac{1}{4} \frac{T^2}{G} \cdot \frac{d^2 \pi}{4} l$

Da aber $\frac{d^2 \pi l}{4} = V$ dem Volumen des Cylinders,

so ist $W = \frac{1}{4} \frac{T^2}{G} V$.

Die Werthe von $\frac{T^2}{G}$ finden sich S. 36 Res. für verschiedene Materialien und S. 34 ist diese Wirkungsgröße W noch für andere Querschnitte hergeleitet.

Beispiel.

Man habe einen vertikal eingemauerten Stab, der unten mit einer Querplatte versehen ist; in denselben laufe ein durchbohrter Cylinder. Läßt man denselben von oben herabfallen, so wird er, wenn an der

Platte angelangt ist, auch so lange fortlaufen, bis seine durch das Fallen erhaltene lebendige Kraft durch die Ausdehnung des Stabes erschöpft ist. Wie groß ist nun die Ausdehnung λ?
Der Schwerpunkt des Körpers vom Gewicht Q ist um $H+\lambda$ nieder gegangen, und hat dadurch die Wirkung:

$$\mathfrak{W} = Q(H+\lambda)$$

producirt. Diese ist aber nach §. 32. die Wirkung, die der Ausdehnung λ entspricht:

$$\mathfrak{W} = \frac{\Theta}{2}\,\varepsilon\,\frac{\lambda^2}{l}$$

$$Q(H+\lambda) = \frac{\Theta\varepsilon}{2}\frac{\lambda^2}{l}$$

$$\text{und } QH + Q\lambda = \frac{\Theta\varepsilon}{2l}\lambda^2$$

$$\frac{\lambda^2\Theta\varepsilon}{2l} - Q\lambda = QH$$

$$\lambda^2 - \frac{2l}{\Theta\varepsilon}Q\lambda = QH\frac{2l}{\Theta\varepsilon}$$

$$\lambda^2 - \frac{2l}{\Theta\varepsilon}Q\lambda + \left(\frac{lQ}{\Theta\varepsilon}\right)^2 = QH\frac{2l}{\Theta\varepsilon} + \left(\frac{lQ}{\Theta\varepsilon}\right)^2$$

$$\left(\lambda - \frac{lQ}{\Theta\varepsilon}\right)^2 = QH\frac{2l}{\Theta\varepsilon} + \left(\frac{lQ}{\Theta\varepsilon}\right)^2$$

$$\lambda = \frac{lQ}{\Theta\varepsilon} + \sqrt{QH\frac{2l}{\Theta\varepsilon} + \left(\frac{lQ}{\Theta\varepsilon}\right)^2}$$

Nun ist aber $\mathfrak{A} = \frac{\varepsilon\lambda}{l}$

oder $\mathfrak{A} = \frac{\varepsilon}{l}\left[\frac{lQ}{\Theta\varepsilon} + \sqrt{QH\frac{2l}{\Theta\varepsilon} + \left(\frac{lQ}{\Theta\varepsilon}\right)^2}\right]$

$$\mathfrak{A} = \frac{Q}{\Theta} + \sqrt{\frac{QH2l}{\Theta\varepsilon}\frac{\varepsilon^2}{l^2} + \frac{l^2Q^2}{\Theta^2\varepsilon^2}\cdot\frac{\varepsilon^2}{l^2}}$$

$$\mathfrak{A} = \frac{Q}{\Theta} + \sqrt{\frac{2QH\varepsilon}{\Theta l} + \left(\frac{Q}{\Theta}\right)^2}$$

Theorie zur Construction der einzelnen Maschinentheile.

Dazu müssen wir Regeln aufstellen, die auf einem gewissen wissenschaftlichen Fundament beruhen, von praktischem Werthe und leicht anwendbar sind.

Hanfseile.

Dieselben werden in der Technik vielfältig gebraucht; z. B. bei Schiffen, Bergbau etc. Ihre Darstellung ist folgende:
Zuerst werden aus Hanf mittelst des sogenannten Seilerrädchens Schnüre gesponnen, von denselben werden 5–6 nebeneinandergelegt u. mit Hülfe jenes Rädchens umeinandergedreht, wodurch man eine Leine erhält. Mehrere solcher Leinen legt man wieder nebeneinander und umwindet sie, wodurch das Seil entsteht.
Nun kommt es bei der Belastung der Seile darauf an, daß alle Elementarfasern gleich gespannt sind und jede gleich viel zu tragen hat, was man durch den beschriebenen Prozeß erlangt.
Es hängt nun die Festigkeit eines solchen Seiles von der Qualität des Hanfes ab, von der Sorgfalt mit der die Pflanze gezogen wurde, dem Erdreich, der Ernte, der Sorgfalt bei den versch. Proceduren, als Rösten, Brechen, von der Elast. u. Festigkeit, von der Sorgfalt mit der die Seiler arbeiteten, von dem Alter u. Strapatzen, welche es auszuhalten hat. Es ist daher leicht einzusehen, daß keine allgemeine ganz genaue Regel zur Constr. eines Seiles aufgestellt werden kann, sondern man ein im jeweiligen Verwendungszustand sich befindl. Seil versuchen muß u. an diesem die Regeln ausfindig machen.
Nach S. 36 Ref. ist für diese die abs. Festigkeit 510 Kilg. u. die Erfahrung lehrte, daß man sie nur bis zu 5ten Theil davon in Anspruch nehmen darf; es darf ein □cm höchstens mit 102 Kilg. belastet werden.

Man hat also $\frac{d^2\pi}{4}\mathfrak{A} = P$.

folglich $d = \sqrt{\frac{4P}{\mathfrak{A}\pi}}$ u. da $\mathfrak{A} = 102$.

so ist $d = \sqrt{\frac{4P}{\pi \cdot 102}} = 0{,}113\sqrt{P}$.

Diese Gl. gibt den Durchmesser eines Seiles, das eine Last P mit 5facher Sicherheit tragen kann.
S. 37. Red. befindet sich eine Tabelle, worin für versch. Belastungen die dazu gehörigen Durchmesser gegeben sind.
Für manche Verwendungen sind Seile sehr gut, insbesondere wenn die Last nicht so groß wird und sie sich in trockenen Localitäten befinden. Da nun z. B. wie in Bergwerken, die Seile fortwährend der feuchten Luft und der Reibung an den Wänden, der Zimmerung etc ausgesetzt sind und daher rasch zu Grunde gehen, so ist man auf den Gedanken gekommen Drahtseile zu construiren, welche in ähnl. Weise, wie Hanfseile angefertigt werden.

Drahtseile.

Es werden 5–6 dünne Drähte um eine getheerte Hanflitze gelegt und umeinander gewunden, wodurch man dann ein Drahtseil erhält. Dieselben haben größere Festigkeit u. Dauerhaftigkeit.
Es sei nun der Durchm. d des Seiles, so wie der Durchm. δ eines Drahtes zu bestimmen, wenn das Seil eine gegebene Last P tragen soll.
Wenn $\frac{\delta^2\pi}{4}$ die Größe des Querschnittes eines Drahtes bedeutet, und i die Anzahl der Drähte in dem Seile, so ist:

$i\frac{\delta^2\pi}{4}\mathfrak{A} = P$, wenn $i\frac{\delta^2\pi}{4}\mathfrak{A}$ die gesammt. Spannung im Seil.

und $\delta = \sqrt{\frac{4P}{i\pi\mathfrak{A}}}$

Durch Messung findet man, daß $d = 10\delta$ ist.
Da die Drahtseile in der Regel bis auf den 5ten Theil der abs. Festigkeit

in Anspruch genommen werden, heißt:

$$\mathfrak{A} = \frac{7000}{5} = 1400$$

ferner i gewöhnlich $= 36$

$$\text{folglich } \delta = \frac{\sqrt{4P}}{36 \times 3.14 \times 1400} = \frac{1}{200}\sqrt{P}.$$

$$\text{und } d = \frac{1}{20}\sqrt{P} = 0.05\,P.$$

Man sieht daraus, daß der Durchmesser des Drahtseiles halb so groß als derj. eines Hanfseiles ist, das die gleiche Last zu tragen hat. Die Biegsamkeit der Drahtseile im Verh. zu den Hanfseilen ist nicht so groß als man dem ersten Anschein nach glaubt.

Ketten.

Dieselben vertreten theilweise die Stellen der Seile und werden folgender Art angefertigt.

Man glüht Stäbe von Rundeisen, biegt sie auf dem Ambosshorn, bis sie die Form d. Fig. A erhalten, u. schweißt beide Enden zusammen.

Was die Festigkeit dieser Ketten anbelangt, so hält es schwer, dieselbe durch Rechnung zu bestimmen, weil die Berechnung der Spannungs- u. Pressungszustände an den verschiedenen Stellen nicht genau bestimmt werden kann. In dem Falle aber, daß wir die innere Öffnung gegen die Dicke des Ketteneisens klein machen, fallen jene Deformationen so klein aus, daß wir uns erlauben können die Festigkeit nach der Summe der beiden Querschnitte des Ketteneisens zu berechnen. Da die Ketten wie ein Seil nach allen Richtungen beweglich sein sollen, ohne dabei in Verwicklung gerathen, so muß man den innern Raum klein machen, man macht ihn auch in Wirklichkeit nur so groß, daß die beiden Glieder gerade noch Platz haben sich frei bewegen zu können.

Taf. II in d. Refs. finden sich die zur Kettenconstruction geeigneten Verhältnisse u. zwar sind die Dimensionen der Ketten, der engl. Marine entnommen, welche ohne Zweifel gut sein müssen.
Zur Berechnung des Durchm. d eines Ketteneisens hat man:

$$2 \frac{d^2 \pi}{4} \mathfrak{A} = P.$$

und $$d = \sqrt{\frac{4}{2 \pi \mathfrak{A}}} \times \sqrt{P}.$$

Die Erfahrung lehrt nun, daß die abs. Festigkeit des Ketteneisens nicht 3300, sondern 2400 Kilg. beträgt, was vom Schweißen, den Deformirungen etc. herrührt. Man kann die Ketten bis auf $\frac{1}{3}$ ihrer abs. Festigkeit in Anspruch nehmen, da es nichts schadet, wenn sie während der Belastung ein wenig gedehnt werden.

deshalb ist $\mathfrak{A} = \frac{2400}{3} = 800$

und folglich $d = 0{\cdot}28\sqrt{P}$.

Es findet sich Seite 39 in den Refs. eine Tabelle, wenn d von 0·5 – 7·70 cm angenommen wurde und die entsprechenden Werthe von P dazu ausgerechnet.

Eine 2te Art von Ketten zeigt Fig. B.

Dieselbe besitzt eine größere Festigkeit als die vorhergehende und sie beträgt nach der Erfahrung 3200.

Schrauben.

zur Befestigung u. Verbindung.

Wenn allgemein 2 Körper A & B verbunden werden sollen, die sich in vertikalem Sinne zu trennen suchen, so geschieht dies gewöhnl. mittelst einer Schraube. Der Theil a heißt Bolzen, b Bolzenkopf und c. die Schraubenmutter.

Die Schrauben werden zur Verbindung mit Vortheil nur dann angewandt, wenn der Bolzen nur auf rel. Festigkeit in Anspruch genommen ist; wird der Bolzen auf Abscheren in Anspr. genommen, so ist die Schraube nicht gut brauchbar u. muß andre Verbindungen nehmen. Es handelt sich nun darum was für Dimensionen wir der Schraube u. Mutter geben müssen.

Ist die Kraft P gegeben, so ist natürl. der Querschnitt des Bolzens proportional P oder daß der Durchmesser proportional der $\sqrt{P}$; also $d = \frac{1}{9}\sqrt{P} = 0{\cdot}111\sqrt{P}$.

Die Länge des Bolzens richtet sich nach der Dicke der zu verbindenden Theile.

Was die Detailabmessungen betrifft, so sagt uns schon das Gefühl, daß die Schrauben nicht geometr. ähnlich sein können, sondern daß kleinere Schrauben verhältnißmäßig ~~stärker~~ größer sein müssen als große. Allgemein bekannt ist, daß die Schrauben der engl. Constructeur's sehr schön u. gut sind; daher man eine Anzahl jener verglichen hatte, die Unregelmäßigkeiten ausglich und daraus folgende Formeln hergeleitet, die Seite 40 in den Res. gez. sind.

Wir wollen nun die Formeln für scharfe Gewinde anführen. Es ist die Anzahl der Gewinde auf den Durchmesser

$$n = \sqrt[3]{48 + 168\,d}.$$

der innere Durchmesser des Gewindes:

$$d_1 = \frac{n-2}{n}\,d$$

die Schlüsselweite: $D_1 = 0{\cdot}5 + 1{\cdot}4\,d.$

die Höhe der Mutter: $h = \frac{2}{3}\,D'.$

Man sieht aus diesen Formeln, was schon bei d. gesagt ist, daß kleine Schrauben verhältnißmäßig größer sind.

Seite 41 befindet sich eine Tabelle, in welcher für versch. Werthe von P die entsprechenden Werthe von d, n, d', D u. h angegeben sind. dabei wurde d angenommen, S daraus berechnet und die übrigen Grössen nach den letzt angeführten Formeln berechnet.

Anwendung der Schraube.

Ausser den mannigfachen Verbindungen zweier oder mehrerer Körper, wo also der Bolzen auf abs. Festigkeit in Anspruch genommen ist, (Taf. VII) gibt es noch Verbindungen, wobei ein Abscheeren des Bolzens vorkommen kann. Hieher gehören insbesondere die 2 sog. Laschenverbindungen und die Verbindung durch Hülfsschienen (Taf. VIII.)

Vernietungen.

Die Vernietung ist eine ähnl. Verbindung wie die mit Schrauben und wird meistens zur Erweiterung einer Fläche durch 2 oder mehrere Bleche, zur Kasten u. Eckenbildung u. s. w. benützt.

Sind z. B. 2 Bleche a u. b zu vernieten, so dass eine Flächenerweiterung entsteht, so durchsticht man beide Bleche oder durchbohrt sie, wendet letzteres Verfahren hingegen nur bei exacten Arbeiten, wo es auf besondere Festigkeit gesehen wird, an.

Die Niete, deren Gestalt Fig. A angiebt, wird zuerst geschmiedet, so dass sie die richtige Form erhält.

Diese Niete wird in weissglühendem Zustand durch das Loch der beiden Bleche gesteckt und einstweilen die rohe Gestalt des Nietenkopfs aus dem hervorragenden Theile des Bolzens mittelst Hammerschlägen hergestellt. Zuletzt bildet man

auf die runde Form mittelst des Setzhammers.
Nun ist die zweckmässigste Vernietung zu bestimmen; d.h. wir haben die Stärke der Bolzen zu berechnen, die Entfernung der einzelnen Bolzen u. die Entf. der Bolzen vom Blechrande etc. Es kann näml. vorkommen, daß die Nietbolzen, welche fast immer auf Abscheren in Anspruch genommen sind, reißen, oder daß das Blech zwischen den einzelnen Bolzen ausreißt, oder endlich, daß der Blechrand ausreißt.
Wir müssen nun eine Vernietung ausfindig machen, bei der die Wahrscheinlichkeit des Reißens der oben angeführten Fälle überall gleich groß ist. Eine solche Vernietung sei Fig. C.
Es muß deshalb dieselbe Kraft nothwendig sein zum Abscheren des Nietbolzens a, als zum Durchreißen des Blechs bei cd, ef und gh.
Setzen wir den Durchmesser des Nietbolzens = d.
für die Entfernungen je zweier Nietenmittel = e.
" " " " des Bolz.umfangs vom Blechrande = e',
und endlich für die Dicke des Bleches δ.
So kann man die 3 Größen d, e u. e' berechnen, wenn δ bekannt ist. Bedeutet ferner A die Spannungsintensität, so hat man:

$$A\frac{d^2\pi}{4} = A(e-d)\delta = 2Ae'\delta.$$

$$\text{oder } \frac{d^2\pi}{4} = (e-d)\delta = 2e'\delta \quad (1)$$

$$\text{und } \frac{d^2\pi}{4} = (e-d)\delta \quad (2)$$

$$\left(\frac{d}{\delta}\right)^2\frac{\pi}{4} = \frac{e}{\delta} - \frac{d}{\delta} \quad (3).$$

$$\frac{e}{\delta} = \frac{d}{\delta} + \frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \quad (4)$$

Wegen (1) ist: $(e-d)\delta = 2e'\delta$.

$$\frac{c}{\delta} - \frac{d}{\delta} = \frac{2c'}{\delta}$$

$$\frac{2c'\delta}{\delta} = \frac{c}{\delta} - \frac{d}{\delta} = \frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2$$

folglich $\frac{c'}{\delta} = \frac{\pi}{8}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2$ (5)

Es sei z. B. $\frac{d}{\delta} = 2$

so ist $\frac{c}{\delta} = 2 + \frac{3{\cdot}14}{4} \times 4 = 5{\cdot}14.$

und $\frac{c'}{\delta} = \frac{3{\cdot}14}{8} \times 4 = 1{\cdot}57.$

Wir haben also durch Gl. (4) u. (5) c u. c' bestimmt, da δ bekannt ist, wenn das Verhältniß $\frac{d}{\delta}$ angenommen ist.

Nun bestimmen wir die Festigkeit der Vernietung, indem wir die Kraft die welche ist um ein ungenietetes Blech abzureißen vergleichen mit der, welche nothwendig ist um ein genietetes abzureißen. Setzen wir das Verhältniß gleich f.

So ist $f = \frac{c}{c-d} = \frac{\frac{c}{\delta}}{\frac{c}{\delta} - \frac{d}{\delta}}$

Führt man aus (4) $\frac{c}{\delta}$ ein, so wird

$$f = \frac{\frac{d}{\delta} + \frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2}{\frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2} = 1 + \frac{4}{\pi}\left(\frac{\delta}{d}\right)$$

Indem man für $\frac{d}{\delta}$ verschiedene Werthe setzt, erhält man folg. Tabelle. P. 42

für $\frac{d}{\delta}$ =	1	1·5	2	2·5	3.
wird f =	2·27	1·85	1·64	1·51	1·42
$\frac{c}{\delta}$ =	1·78	3·26	5·14	7·41	10·06.
$\frac{c'}{\delta}$ =	0·39	0·88	1·56	2·44	3·51.

Hieraus ist ersichtlich, daß bei kleinen Nieten das Verh. f groß ist, zugleich aber auch $\frac{c}{\delta}$ u. $\frac{c'}{\delta}$ klein; bei großen Nieten verhält es sich umgekehrt; folglich gewähren große weit aus einander gestellte Nieten eine weit größere Festigkeit, als kleine nahe an einander gestellte Nieten.

Man wählt deßhalb bei Vernietungen, wobei es bloß auf Festigkeit ankommt, die grobe Vernietung (Brücken u. s. w.)
Bei Vernietungen, wobei es nur auf Dichtigkeit ankommt nimmt man dünne nah gestellte Nieten (Gasometer.)
Bei Vernietungen, welche beiden Zwecken zugleich entsprechen sollen wählt man einen mittlern. (Dampfkessel, Schiffstheile unter Wasser.)

dicht nicht fest $\frac{d}{\delta} = 1.$

fest nicht dicht $\frac{d}{\delta} = 3.$

dicht und fest $\frac{d}{\delta} = 2.$

doppelte Vernietung.

Eine solche sei durch beistehende Figur dargestellt, wobei also das Blech durch 2 Reihen Nietbolzen zusammengehalten werden.
Wir wollen nun hier diese auch wieder e und d bestimmen, so wie untersuchen ob diese oder die einfache Vernietung besser ist
Es muß wieder sein:

$$2\,\frac{d^2\pi}{4}\,St = (e-d)\,\delta\,St \quad (1)$$

$$\frac{2\,d^2\pi}{4} = (e-d)\,\delta$$

$$\frac{\pi}{2}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 = \frac{e}{\delta} - \frac{d}{\delta}$$

$$\frac{e}{\delta} = \frac{d}{\delta} + \frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \quad (2).$$

Nun ~~fragt~~ es sich wieder, wie wir $\frac{d}{\delta}$ annehmen müssen, deßhalb untersuchen wir, wie sich die Festigkeit des unvernieteten Bleches zu der des vernieteten verhält.

Es ist $f = \frac{e\,\delta\,St}{(e-d)\,\delta\,St} = \frac{e}{e-d} = \frac{\frac{e}{\delta}}{\frac{e}{\delta} - \frac{d}{\delta}}$

Setzt man aus 2 $\frac{e}{\delta}$ ein:

so erhält man $f = \frac{\frac{d}{\delta} + \frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2}{\frac{\pi}{2}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2} = 1 + \frac{d}{\delta}\cdot\frac{2}{\pi}\left(\frac{\delta}{d}\right)^2$

folglich $f = 1 + \frac{2}{\pi}\left(\frac{\delta}{d}\right) \quad (3)$

Vergleicht man die beiden Formeln von f, der einf. u. doppelt. Vernietung, so findet man, daß die doppelt. Vernietung fester ist.
Aus Gleichg $\frac{e}{\delta}$ folgt, daß bei der dopp. Vernietung die Bolzen weiter auseinander zu stehen kommen, als bei der einfachen.
Setzen wir nun für $\frac{d}{\delta}$ versch. Werthe, so erhält man auch hier wieder folgende Tabelle. Seite 43.

für $\frac{d}{\delta}$ =	1	2	3.
ist $\frac{e}{\delta}$ =	2·6	8·3	1·4.
und f =	1·64	1·32	1·21
oder $\frac{1}{f}$ =	0·6	0·8	0·9.

Man sieht also daß bei der doppelt. Vernietung das Festigkeitsverhältniß sehr ziemlich klein ist. Bei einer 3, 4, 5 u. s. w. fachen Vernietung wird die Festigkeit immer größer ohne jedoch jemals die molekularen Festigkeit zu erreichen, deßhalb wird man bei besonders wichtigen Fällen immer eine vielfache Vernietung anwenden, trotz der größeren Kosten u. Arbeit.
Allgemein ist nun für eine n fache Vernietung:

$$n\frac{d^2\pi}{4}\mathfrak{A} = (e-d)\,\delta\,\mathfrak{A}. \quad (1).$$

folgt $$\frac{e}{\delta} = \frac{d}{\delta} + n\frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \quad (2).$$

und $$f = \frac{e\,\delta\,\mathfrak{A}}{(e-d)\,\delta\,\mathfrak{A}} = \frac{\frac{e}{\delta}}{\frac{e}{\delta}-\frac{d}{\delta}}$$

$$f = \frac{\frac{d}{\delta} + n\frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2}{n\frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2} = 1 + \frac{4}{n\pi}\left(\frac{\delta}{d}\right) \quad (3).$$

Eine andere Art von Vernietung ist noch die

Kettenvernietung.

dieselbe wird durch Fig. A verdeutlicht. Soll hier der Bolzen abgescheert werden, so kann dies nur geschehen, indem er bei ab u. cd fortgerissen wird.

folglich hat man $2\frac{d^2\pi}{4}\mathfrak{A} = (e-d)\delta\mathfrak{A}$.
dieselbe Bedingungsgl. wie bei der dopp. Vernietung, folgl. hat diese Laschenvernietg. dieselbe Festigkeit, sowie dieselbe Anzahl, Entfernung und Durchmesser der Bolzen wie bei der doppelten Vernietung.
Nun kann es auch vorkommen, dass 2 Bleche a u. b fig D aneinander gedrückt werden, daher man die Bolzen natürl. schwächer nimmt u. in größeren Entfernungen anbringt, die letzteren nur dazu dienen, die Bleche gegen das Auseinanderfallen zu halten.

Winkeleisen.

Man bedient sich derselben zur Ecken und Kantenbildung bei Blechen namentlich bei Dampfkessel, und haben im allgemeinen die Gestalt wie fig E zeigt. Diese Winkeleisen dürfen nicht geometrisch ähnlich sein, sondern bei schwachen Winkeleisen müssen die Schenkellängen verhältnißmäßig länger sein, als bei starken. Man vergleicht auch hier wieder am besten, um die Querschnittsdimensionen des Winkeleisens zu erhalten, eine Anzahl verschiedener gut ausgeführter Eisen dieser Art.
Man erhält dadurch die mittlere Dicke des Winkeleisens:

$$\Delta = \delta = \text{Blechdicke.}$$

und $h = 2{\cdot}4 + 4{\cdot}5\,\delta$, wenn h die Länge eines Schenkels ist.

Anwendungen der Vernietungen.

Hierbei kommen vor: Flächenvernietungen mittelst 2, 3 oder 4 Blechen siehe (Taf IX) fig 1–6 Kanten und Eckbildungen mit und ohne Winkeleisen Taf IX fig 6–10.
Wenn es sich um dichten Verschluss bei Ecken und Kantenbildungen

handelt, so wendet man z. B. bei Dampfkesseln in neuerer Zeit keine Winkeleisen mehr an.
Eine andere Art von Kanten und Eckbildung ist die mittelst eines Rohres fig. A. Endlich dient die Vernietung noch zur Flächenverstärkung, was fig. B, C u. D darstellen mögen.

Zapfen an Wellen und Drehungsaxen.

Soll ein Körper um eine Axe rotiren, so versieht man ihn mit einer Welle, deren geometr. Axe mit der Rotationsaxe des Körpers zusammenfällt, bringt an beiden Enden der Welle Zapfen an, die durch entsprechende Lager gestützt werden.
Damit nun eine solche Welle der oben angeführten Bedingung entsprechen soll, also kein Zwängen u. gewaltsames Biegen der Welle eintreten kann, müssen die beiden Zapfen sorgfältig auf einer guten Drehbank abgedreht werden.
Es handelt sich nun um die Bestimmung dieser beiden Zapfen, da dieselben oft ungeheure Lasten zu tragen haben und es daher nothwendig ist, daß diese Zapfen eine hinreichende respective Festigkeit besitzen; wir wollen deshalb diej. Dimensionen aufsuchen, welche erforderl. sind um das Brechen dieser Zapfen zu verhindern.
Haben wir eine Welle A, B den Zapfen u. C das zugehörige Lager, so übt der Zapfen auf die untere Lagerschale ein Druck aus, welcher gleich der halben Last des rotirenden Körpers. Heißen wir diesen Druck P, u. es wirkt die Schale mit gleichem Drucke P auf den Zapfen zurück.

Bei richtiger Construction, Ausführung u. Aufstellung muss die Int. des Druckes längs des Zapfens gleich sein.

Wir dürfen einen solchen Zapfen B ansehen als Cylinder, der an einem Ende ab befestigt ist, am andern frei ist, und auf den nun eine Kraft P einwirkt, die bestrebt ist diesen Cylinder bei ab abzubrechen. Es darf daher die Spannung bei ab nicht eine gew. Grenze überschreiten, wenn der Zapfen die Last P od. rot. Körpers mit Sicherheit tragen soll.

Es ist nun $\frac{Pl}{2}$ das Moment, das den Zapfen abzubrechen strebt.

$$\text{folglich } \frac{Pl}{2} = \frac{S\pi}{32} d^3$$

$$Pl = \frac{S\pi}{16} d^3$$

$$\text{oder } P = \frac{S\pi}{16} \left(\frac{d}{l}\right) d^2$$

$$\text{folglich } d = \sqrt{\frac{16}{S\pi} \times \frac{l}{d} \times P}$$

Es ist nun leicht d nach dieser Formel zu berechnen, denn P ist gegeben, S ein aliquoter Theil von dem Brechungscoeff. z.B. der 10te, 15te, 20te u.s.f. je nachdem man mit einer 10, 15 od. 20fachen Sicherheit construiren will. $\frac{l}{d}$ ist willkürl. d.h. wie wir es auch immer annehmen, so genügt der Zapfen der Festigkeit und wir können also das $\frac{l}{d}$ so wählen, daß man damit versch. Nebenumständen entsprechen kann. Haben wir z.B. an Kraft zu sparen, so machen wir $\frac{l}{d}$ klein, es wird dann d klein u. folgl. eine geringere Reibung entstehen.

Soll ein Warmlaufen und Abnützen der Zapfen verhütet werden, so macht man $\frac{l}{d}$ groß, also liegt da l u. d groß sind, der Zapfen mit einer großen Fläche in dem Lager auf, und daher auch die Intens. des Druckes klein. Wir können also für alle Fälle Regeln aufstellen; allein diese Fälle sind nur Extreme und wir begnügen uns damit für das zum Verhältniß, wo also kein Warmlaufen und keine Kraft vorhanden ist, Regeln aufzustellen. Gewöhnlich nimmt man

$$\frac{l}{d} \text{ constant an } \frac{5}{4} \text{ bis } \frac{4}{3} \text{ höchstens } \frac{3}{2}.$$

führt man dies, sowie für P seinen allgem. Werth ein,

so hat man $\sqrt{\frac{16}{5\pi}\left(\frac{l}{d}\right)} = \lambda$ eine const. Größe.

$d = \lambda\sqrt{P}$ (1) und $\lambda = \frac{d}{\sqrt{P}}$ (2)

Nun ist noch λ zu untersuchen, zu welchem Zwecke wir jetzt bestehende Constructionen nehmen und für verschiedene Zapfen berechnen, vom selben Material. Wir nehmen dafür für λ einen mittleren Werth an, und finden:

für Gußeisen $\lambda = 0{\cdot}18$.

für Schmiedeisen $\lambda = 0{\cdot}12$.

für Gußstahl $\lambda = 0{\cdot}09$.

Wenn man P ausrechnet, so findet man dafür 236 u. da der Bruchcoeff. für Gußeisen = 3000, so ist ersichtl. daß 236 ohngefähr $\frac{3000}{12}$, diese Zapfen mit 12 fach. Sicherheit construirt sind.

z. B. Es sei für ein 40 pf. Wasserrad die Dimensionen l u. d d. Zapfens ~~der Welle für~~ zu bestimmen.

Es ist $P = 40 \times 250 = 10000$ Kilg.

also $d = 0{\cdot}18\sqrt{10000} = 18^{cm}$

ferner ist $\frac{l}{d} = \frac{5}{4}$ folgt $l = \frac{5}{4} \times 18 = 22{\cdot}5$ cm

Wir können uns auch erlauben $\frac{l}{d} = \frac{3}{2}$ zu setzen u. es wird der Zapfen auch noch die gehörige Festigkeit besitzen.

Seite 45 u. 46 Red. sind Tabellen für guss. u. schmiedeisene Zapfen, worin für versch. Belastungen P, die entsprechenden Werthe von l u. d verzeichnet sind. Bei der Aufstellung dieser Tabelle wurde d angenommen u. daraus P u. l berechnet.

Von den Wellen und Drehungsaxen.

1. Solche welche auf Torsion in Anspruch genommen sind.

Es ist dieses Kapitel von sehr großer praktischer Wichtigkeit, indem es sehr viele Wellen gibt, welche nur auf Torsion in Anspruch genommen sind. Wählen wir dazu folgendes Beispiel:

Es sei d eine Welle, an deren einem Ende sich eine Kurbel b, an deren anderem Ende sich ein Zahnrad c befindet. Auf die Kurbel wirkt nun eine Kraft, welche von der Welle d auf die Welle e mit Hilfe der Zahnräder c u. d übertragen werden soll. Sobald das Rad c in Bewegung ist, wird es das Rad d mitnehmen, die Welle e aber festhält. Nun übt aber das Rad d zurück auf c, das sich an der Welle d befindet und sucht dieselbe, da jetzt an beiden Enden entgegengesetzte Kräfte wirken, zu verwinden.

Wir haben also den Durchmesser d der Welle d zu bestimmen, damit diese die Torsion mit Sicherheit ertrage.

Nach Seite 22 Abs. ist: $PR = T\frac{\pi}{16}d^3$ (0)

und $d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi T}PR} = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi T}} \times \sqrt[3]{PR}$ (1)

Nach dieser Formel können wir d berechnen, wenn PR gegeben ist, was zuweilen der Fall ist; wir brauchen nur noch für T, der Spannung an der Oberfläche einen entsprechenden Theil vom Tabellenwerth zu setzen, den man je nach großer oder geringer ~~Festigkeit~~ Constructionssicherheit groß oder klein nehmen.

Es sei z. B. $P = 4000$ u. $R = 20$ cm in beist. Fig. die Welle von Schmied-

... mit und mit 20 facher Sicherheit zu construiren.

Es ist also $T = \frac{4500}{20} = 225.$

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \times 20 \times 4000}{3{,}14 \times 225}} = \sqrt[3]{1810}$$

also $d = 13{,}4^{cm}$.

Daß eine Welle von Schmiedeeisen deren Durchmesser $d = 13{,}4^{cm}$ beträgt, wird mit 20 f. Sicherheit einem Torsionsmoment von 8000 Kilg. widerstehen.

Allein dieses PR ist selten gegeben, sondern meistens nur die Anzahl der Umdrehungen in einer Minute u. die Pferdekraft, welche die Welle zu übertragen hat.

Wir formen deßhalb die Gleichg (1) um und drücken das Torsionsmoment durch andere gegebene Größen aus.

Sei nun n die Anzahl der Umdrehungen der Welle
und N die Anzahl der Pferdkräfte.

Ist $2R\pi$ ein Radumfang in cm

also $\frac{2R\pi}{100}$ " " " Metern.

folgl. $\frac{2R\pi}{100}n$ der Weg, den ein Punkt des Radumfangs in 1 Minute zurücklegt.

und $\frac{2R\pi}{100}\frac{n}{60}$ " " " " 1 Sec. "

oder auch die in Metern ausgedr. Umfangsgeschwindigkeit v der Welle.

folglich $\frac{2\pi}{100 \cdot 60} \cdot RPn = Pv = 75N.$

wo also Pv den in Kilogrammen ausgedrückten Effect bedeutet, den die Welle zu übertragen hat.

also $PR = \frac{100 \times 60 \times 75}{2\pi} \times \frac{N}{n}$ (2).

Damit ist also das Torsionsm. PR durch 2 gegeb. Größen $\frac{N}{n}$ ausgedrückt, welcher Bruch ein const. factor ist.

Führt man diesen Werth von PR in Gleichung (1) ein,

so kommt $d = \sqrt[3]{\frac{16 \times 100 \times 60 \times 75}{2\pi^2 T}} \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ (3)

Setzen wir $\sqrt[3]{\frac{16 \times 100 \times 60 \times 75}{2 T^2}} = \lambda$ (4)

dieses λ ist nun aber für eine Welle von bestimmtem Material von constanter Größe, und die verlangte Gleichung heißt

folglich $d = \lambda \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ (5).

λ wird nach den besten construirten Wellen bestimmt und es ist dieses λ, wenn wir N, n, d durch Untersuchung an bereits bestehenden Wellen ~~untersucht~~ bestimmt haben:

$$\lambda = \frac{d}{\sqrt[3]{\frac{N}{n}}}$$

In der That findet man, daß bei gut construirten Wellen λ einen constanten Werth hat und zwar ist derselbe

für Gußeisen $\lambda = 16$

für Schmiedeisen $\lambda = 12$

folglich hat man die beiden Gleichungen:

für Schmiedeisen $d = 12\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$

für Gußeisen $d = 16\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$

Für versch. Werthe von $\frac{N}{n}$ findet sich das entspr. d in der Ach. Seite 48 u. 49. Tabelle 70 u. 72 aufgezeichnet. Auch hier wurde wieder d angenommen und $\frac{N}{n}$ berechnet.

Es sei z. B. bei einer schmiedeisernen Welle $N = 20$ und $n = 80$.

so ist also $\frac{N}{n} = \frac{20}{80} = 0{\cdot}250$

also $d = 7{\cdot}5$.

Ferner sei bei einer gußeisernen Welle $N = 120$ und $n = 800$.

so ist also $\frac{N}{n} = \frac{120}{800} = 0{\cdot}150$

folglich $d = 8{\cdot}5$

Wir können nun fragen, wie stark die Wellen in Anspruch genommen sind, wenn wir $\lambda = 12$ oder 16 nehmen; wir berechnen deshalb den Werth von T aus Gl. 4 und erhalten:

$$\sqrt[3]{\frac{16\times100\times60\times75}{2\pi^2 T}} \begin{cases} 12 \text{ für Schmiedeisen} \\ 16 \text{ für Gußeisen.} \end{cases}$$

Woraus folgt: $T = 210$ für Schmiedeisen

und $T = 90$ für Gußeisen

Nach S. 36 ist aber T der Zugkraft zum Abwinden gleich 4500 und da also $\frac{210}{4500} = \frac{1}{21}$, so folgt, daß eine solche schmiedeiserne Welle nur bis auf den 21ten Theil ihrer Sicherheit in Anspruch genommen ist.

Nun ist noch die Größe des Torsionswinkels bei diesen Wellen zu bestimmen. Für einen cyl. Stab findet sich derselbe verzeichnet S. 27:

$$\Theta = 16\frac{PR}{G}\, l\, \frac{360}{d^4\pi^2}$$

Setzen wir für PR seinen Werth aus (8), so erhalten wir:

$$\Theta^0 = \frac{16\times360\times T\cdot\pi}{\pi^2\cdot G\cdot16}\cdot\frac{l d^3}{d^4} = \frac{16\times360\cdot T\,\pi}{\pi^2 G\cdot16}\cdot\frac{l}{d} \quad (6)$$

Hieraus sieht man, daß der Torsionswinkel der Länge der Welle direkt und dem Durchmesser derselben verkehrt proportional ist.

Es folgt daraus, daß der Torsionswinkel bei langen u. dünnen Wellen groß, bei kurzen, dicken Wellen hingegen klein ist.

Führt man in Gl. (6) für T seinen Werth, nämlich 120 u. 90 ein, so erhält man für Schmiedeisen $\Theta^0 = \frac{1}{41}\left(\frac{l}{d}\right)$

für Gußeisen $\Theta^0 = \frac{1}{39}\left(\frac{l}{d}\right)$

d.h. diese Wellen haben die Eigenschaft, daß wenn ihre Länge 41 oder 39 mal größer als ihr Durchmesser ist, so werden sie um einen Grad verwunden.

Die Formel $d = \lambda\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ ist von größter Wichtigkeit, da nämlich d nur von dem Verhältniß $\frac{N}{n}$ abhängt, so ist es uns möglich mit verhältnißmäßig dünnen Wellen die größten Pferdekräfte zu übertragen, indem man diesen Wellen eine große Geschwindigkeit ertheilt.

Es sei z. B. $N = 2$ und $n = 2$.
so ist $d = 16\sqrt[3]{\frac{1}{2}} = 16^{cm}$ oder $N = 1000$
oder $N = 100$ und $n = 100$ und $n = 1000$
so ist $d = 16\sqrt[3]{\frac{100}{100}} = 16^{cm}$; $d = 16\sqrt[3]{\frac{1000}{1000}} = 16^{cm}$

Ein anderer Vortheil ist, daß der Durchmesser d von der $\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ abhängt wodurch die Wellen nicht sehr verschieden von einander ausfallen.

Aus (5) folgt $d = \lambda\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$

$$N = \left(\frac{d}{\lambda}\right)^3 n$$

$$n = N\left(\frac{\lambda}{d}\right)^3.$$

Man ist also in allen Fällen im Stande eine der 3 Größen N, n, d zu berechnen, wenn 2 davon gegeben sind.

Da wir gesehen haben, daß bei langen Wellen, die nach Formel (5) construirt sind, der Torsionswinkel groß ausfällt, so ist es nicht rathsam lange Wellen nach dieser Formel zu construiren, wir werden daher eine Regel herleiten, bei welcher sich die Wellen um gleich viel verwinden, ob sie lang, kurz, dick oder dünn sind, und wobei der Torsionswinkel der Wellenlänge proportional ist.

Nun ist $\theta^\circ = 16\frac{PR}{G}\,\frac{360}{\pi^2}\,\frac{l}{d^4}$ (1)

und da nach der Annahme θ der Länge proportional ist,

so ist $\theta^\circ = \alpha\, l$. (2).

Wir bringen nun diese beiden Gl. in Uebereinstimmung; dies können wir thun, wenn wir

$$\frac{PR}{d^4} = \text{constante} = \beta \text{ annehmen}$$

dann ist $d = \sqrt[4]{\frac{1}{\beta}}\sqrt[4]{PR}$.

Nun muß also d, wenn sich dünne und dicke Wellen gleich stark verwinden sollen der $\sqrt[4]{PR}$ proport. sein, während es früher nur der

$\sqrt[3]{PR}$ proportional war.

Nun wollen wir PR durch $\frac{N}{n}$ ausdrücken, und wir haben früher gefunden, daß
$$PR = F\cdot\frac{N}{n}$$
dieses eingeführt, kommt: $d = \varsigma\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$

Nun sind noch die constanten Größen ξ & ς zu bestimmen, was wir am besten nach bereits gut constr. Wellen thun.

Es ist dann für Schmiedeisen: $d = 0{\cdot}75\sqrt[4]{PR}$.
$$d = 12\sqrt[4]{\frac{N}{n}}.$$
diese Gl. unterscheidet sich von der früher aufgestellten, daß hier die $\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$ und dort die $\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ vorkommt. dies stimmt mit dem Gefühl überein, indem die Gl. ja ausdrückt, daß in verlangtem Falle, die Wellen noch weniger von einander verschieden sind. Es findet sich S. 50 eine Tabelle für d, wenn $\frac{N}{n}$ gegeben ist. (d würde angenommen u. $\frac{N}{n}$ berechnet. Bestimmt man nun den Coeff α der Gleichung (2), so findet man
$$\Theta = \frac{1}{547}\,l.$$
d.h. diese Wellen besitzen die Eigenschaft, daß sie sich bei einer Länge von 547 cm um einen Grad verwinden.

Es sei z. B. $N = 20$ und $n = 200$.
so ist $d = 12\sqrt[4]{\frac{20}{200}} = 7$.

die erste Formel gibt:
$$d = 12\sqrt[3]{\frac{20}{200}} = 5{\cdot}5.$$
Man sieht also, daß wenn $\frac{N}{n} < 1$, so gibt die Formel $d = 12\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ schwächere Wellen; ist hingegen $\frac{N}{n} > 1$ „ „ „ „ stärkere Wellen, und ist $\frac{N}{n} = 1$, so geben beide denselben Durchmesser $d = 12$.

daher rechnet man in der Praxis, wenn $\frac{N}{n} < 1$ nach der Formel $d = 12\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$ und umgekehrt, wenn $\frac{N}{n} > 1$, so rechnet man nach d. Formel $d = 12\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$

Nun kann man die Wellen auch so construiren, daß sie auch andern

Anforderungen entsprechen. Es soll z. B. der Torsionswinkel für jede beliebige d u. l constant sein.

Man hat $\theta^{\circ} = \frac{16 \times 360}{\pi^2 G} \frac{PRl}{d^4} = const.$

Wenn θ constant sein soll, so muss sein:

$$\frac{PRl}{d^4} = const.$$

folglich $d = 4\sqrt[4]{PRl}$. (1).

Also muss d nicht nur dem Torsionsmoment, sondern auch der Länge proportional sein. Da aber dieser Fall in der Praxis nie vorkommt, so wollen wir die Gl. (1) nicht weiter untersuchen und dieser Fall mag blos beispielsweise angeführt sein.

Man rechnet also in den meisten Fällen nach der Formel:

$$d = 12\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

und die Formel $d = 12\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$ nur bei außerordentlich langen und dünnen Wellen angewendet.

Wir wollen zum Schlusse noch folgendes Beispiel anführen:

Eine gußeiserne Welle übertrage $N = 60$ und mache dabei in der Minute 80 Umdrehungen.

Es ist also $d = 16\sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 16\sqrt[3]{0.75} = 14.53$.

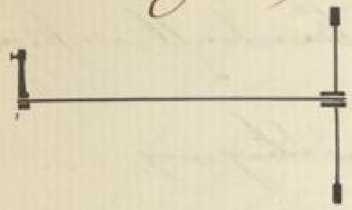
Da aber diese Welle mit einer 33 fachen Sicherheit construirt ist, so können wir je nach Umständen $d = 14$ oder 15^{cm} annehmen.

Widerstandsfähigkeit der Wellen gegen lebendige Kräfte.

Wir haben bis jetzt nur das stat. ~~Moment~~ Verhältniss der Wellen ins Auge gefaßt, allein unter Umständen müssen wir auch den Wid. der Wellen gegen leb. Kräfte betrachten.

Es sei z. B. a eine Welle, an deren einem Ende sich eine Kurbel b befindet, die mit einer Kraftmaschine in Verbindung steht.

Am andern Ende befindet sich ein Schwungrad. Während nun das



Schwungrad durch Einwirkung der Kraftmaschine in vollen Lauf gesetzt wird, so wird dasselbe eine gewisse lebendige Kraft erhalten; daher geht das Schwungrad so lange fort, bis seine lebendige Kraft durch das Verwinden der Welle erschöpft ist.

Nun ist aber die Wirkungsgröße nothwendig ist, um einen cylindrischen Stab so stark zu verwinden, daß an der Oberfläche eine Spannung T eintritt

$$W = \frac{1}{4}\frac{T^2}{G}V.$$

Ist nun Q das Gewicht des Schwungringes, c die Geschwindigkeit desselben und $g = 9.81$ die in m ausgedr. Beschleunigung durch den freien Fall, so ist: $\frac{Qc^2}{2g}$ die in Kilg. ausgedrückte lebendige Kraft des Rades. Es wird also dieselbe Kraft des Rades durch das Verwinden der Welle erschöpft und es muß daher:

$$\frac{Qc^2}{2g} = \frac{1}{4}\frac{T^2}{G}V$$

folglich $$V = \frac{Qc^2}{2g}\frac{4G}{T^2}$$

Setzt man für T in dieser Gl. einen aliquoten Theil vom Tabellenwerth, so erhält man das Volumen V, das die Welle haben muß, damit sie der leb. Kraft des Rades mit Sicherheit widersteht.

Allein dieses Volumen fällt so groß aus, daß eine derartige Welle nicht ausführbar wäre, und man sich deßhalb bei Wellen wo der oben genannte Fall vorkommen kann (Walzwerke) auf andere Art helfen muß (leichte Kupplung).

Hinsichtlich der Verwendung der Wellen, wird man starke von Gußeisen, schwächere von Schmiedeisen herstellen.

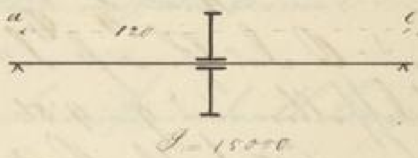
Kommt es bei dicken Wellen auf besondere Festigkeit an, so werden sie immer aus Schmiedeisen und bei außerordentl. wichtigen Fällen sogar aus Gußstahl verfertigt.

2. [illegible], welche einer Biegung ausgesetzt sind.

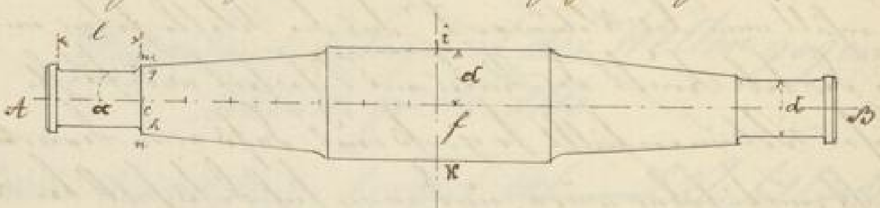
Man wird am besten durch Beispiele die Construction dieser Wellen zeigen.

1. Es sei eine Balancierwage zu construiren, welche auf beiden Enden in Lagern liegt und in der Mitte belastet ist, ohne Berücksichtigung des eigenen Gewichts.

Es sei die Länge $ac = 120^{cm}$ und die Belastung $P = 200 \times 75 = 15000$, so ist also $\frac{P}{2} = 7500$ der Druck auf einen Zapfen, und



folglich nach Tab. 67 wenn die Welle von Schmiedeisen sein soll der Durchm. des Zapfens $d = 10$ cm und die Länge desselben $l = 14.18$ damit nun die Welle, welche also nur auf relat. Festigkeit in Anspruch genommen ist überall die gleiche relat. Fest. besitze, muß sie nach der cub. Parabel construirt werden und zwar hat diese Parabel ihren Scheitel bei a und geht durch die Punkte g u. h.



Man trage desh. um die Parabel zu verzeichnen auf AB von a aus $\frac{l}{2}$ 8 mal auf, mache also $af = 8\,ac = 8\frac{l}{2}$.

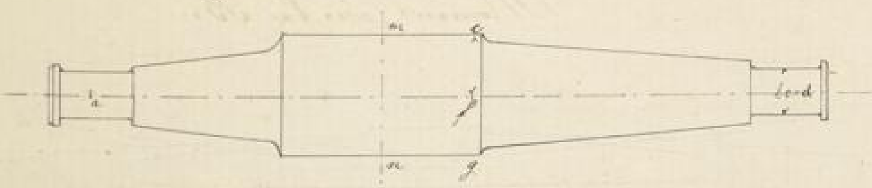
und trage bei f oberhalb und unterhalb den Durchmesser d auf, so sind i k Punkte der Parabel, allein da wir uns mit einer

Annäherungsform begnügen, so verbinden wir die Punkte i m und k n durch gerade Linien und verlängern diese bis sie die Mitte schneidet und erhalten so die eine Hälfte der Axe.
Auf der andern Hälfte verfährt man ganz ebenso. Die Punkte m u. n sind die Endpunkte des Absatzes von dem Zapfen und sind nicht sehr von den Punkten g u. h verschieden.
Um den Balancier gut fest keilen zu können, macht man die Welle in der Mitte cylindrisch. Zuletzt bricht man noch an allen Ecken die Kanten, so daß schöne, gefällige Formen zum Vorschein kommen. Die Welle trägt also 15000 Kilg mit 10–12 facher Sicherheit.

2. Construction einer Balancierwelle, die an beiden Enden aufliegt und an irgend einer Stelle den Balancier trägt.

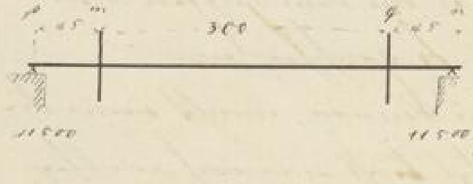
Es betrage also der eine Abstand 60 cm u. der andere 120 cm. P betrage 15000 Kilg. Nun ist der Druck, den jeder Zapfen aushalten muss, zu bestimmen. Für den einen erhalten wir $P = \frac{15000}{3} = 5000$ u. den andern $P = \frac{15000 \cdot 2}{3} = 10000$

Da aber diese Welle mit ~~einem sehr~~ verschiedenen Gewichte auf den Zapfen belastet ist, so erhält der eine Zapfen einen Durchmesser $d = 12$ und eine Länge $l = 16{\cdot}6$ und der andere, $d = 8{\cdot}5$, $l = 11{\cdot}5$.



Um nun die Welle zu verzeichnen, machen wir $af = d\frac{1}{2}$, folglich $fe = ek = d$, verbinden b u. c mit e u. g und die Punkte, wo diese Linien die Mittellinie des Balanciers schneidet, verbindet man mit m a n.

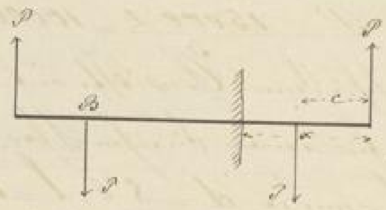
3. Es sei eine Wasserradwelle zu construiren, welche ein Gewicht $2P = 46 \cdot 500 = 23000$ Kilg. zu tragen hat. die Entfernung pq der beiden Rosetten sei 300^{cm} und die Entfernung $pm = qn$ der Rosettenmittel bis zum Zapfenm. sei 45^{cm}; Es ist die Last welche auf je einen Zapfen kommt $P = 11500$ daraus ergeben sich die Dimensionen des Zapfens $d = 20$ und $l = 25$. die Dimension der Rosettenmittel bestimmt man nach der cub. Parabel und erhält:



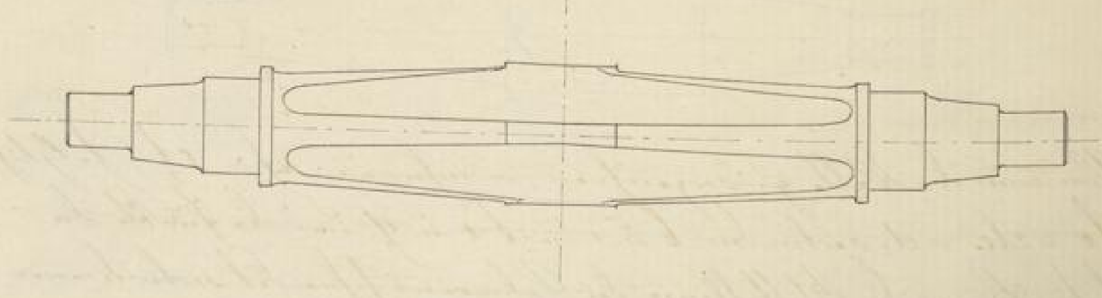
$$fe = \sqrt[3]{\frac{af}{dg}} \cdot \frac{d}{2} = 15{,}87.$$

Man verbindet nun die Punkte e, b mit g, h u. hat die Welle so bis zu den Rosetten gezeichnet. Was nun noch den mittleren Theil der Welle betrifft, so wird wenn wir sie cyl. machen überall die gleiche Festigkeit besitzen.

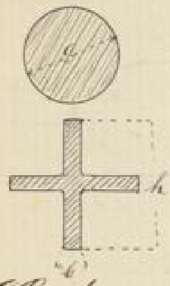
Denken wir uns die Welle an irgend einer Stelle A eingemauert und überall die entsprechenden Kräfte P angebracht, so ist das Moment, welches die Welle bei A abzubrechen strebt:



$Px - P(x-c) = Pc$, also dasselbe Moment, wie bei B.



den mittleren Theil machen wir aber nicht cylindrisch, sondern versehen denselben mit einem andern Querschnitt, der dieselbe Festigkeit besitzt.



Hier muß also sein: $\frac{D^3\pi}{32} = \frac{1}{6} bh^2$

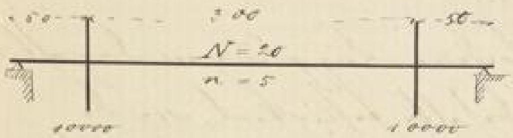
woraus $b = \frac{6\pi}{32}\left(\frac{D}{h}\right)^2 D$

oder $b = \frac{6 \cdot 3{,}14}{32}\left(\frac{28}{45}\right)^2 28 = 6^{cm}$

Bei den Wellen, wo die Kupplungen hinzusetzen kommen, sind Ansätze anzubringen und diese Wellen selbst cylindrisch zu machen.

3. Wellen die theilweise auf Torsion und theilweise auf Festigkeit im Abbruch genommen sind.

Man versieht die Welle vorerst mit einem cylindrischen Kern, der im Stande ist der Torsion zu widerstehen, sodann bringen wir noch Rippen an, welche im Stande sind dem Biegungsmoment mit Sicherheit zu widerstehen.



Nehmen wir nun folgendes an:

$N = 20\ ,\ n = 5$; ferner

$P = 20 \times 500 = 10000$

$d = 16\sqrt[3]{\frac{20}{5}} = 16\sqrt[3]{4} = 25$

Jeder Zapfen hat 10000 Kilg zu tragen, folglich $d = 18^{cm}$

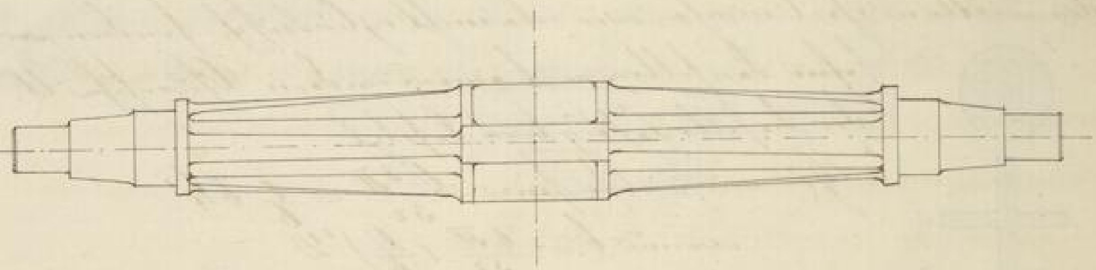
Nennen wir nun M das in Kilogrammen und Centimetern ausgedrückte Moment der äußeren Kräfte, so haben wir

$$M = Pl = \frac{k}{6}\frac{b}{h}(h^3 - d^3)\ ,\ b = \frac{6hM}{k(h^3 - d^3)}$$

Nehmen wir an, daß die Welle kein Gewicht hätte, so ist M für alle Querschnitte $= Pl = 50 \times 10000$ Kilg cm

Nehmen wir nun die $h = 30$, $k = 400$ und d haben wir $= 25$.

So wird $b = \frac{6 \times 500000 \times 30}{400(30^3 - 24^3)} = \frac{90}{4{,}5} = 20$



Wellen Kupplungen.

Es kommen sehr häufig Fälle vor, wo Wellen so lang werden, daß man sie nicht mehr aus einem Stücke herstellen kann, sondern, daß 2 Wellen zu einem Ganzen verbunden werden müssen und man nennt eine Verbindung zweier Wellen, Wellen-Kupplung. Es handelt sich nun darum eine Kupplung so herzustellen, daß wenn die eine Welle getrieben wird, die andere mitgeht und es muß ferner die Widerstandsfähigkeit des Bruches in beiden Wellen sowie in der Kupplungen dieselbe sein. Es würde am besten sein, die Kupplung geschweißt herzustellen, allein da dieses sehr schwierig u. kostspielig herzustellen ist, so wendet man dieselbe höchst selten an.

In Fig 1, 2, 3, 4 Taf III sind verschiedene Kupplungen dargestellt die Kupplung 2 u 3 gewährt nicht dieselbe Festigkeit, wie die Welle, 4 hat etwas mehr Festigkeit als 2 u 3. und entspricht ihrem Zweck vollkommen. 1 wäre wohl auch die vortheilhafteste Construction, allein bei größern Wellen ist dieselbe nicht mehr gut auszuführen.

Außerdem muß man bei einer solchen Kupplung keine zu lange Hülsen anbringen, da sonst die Verbindung zu starr würde und sich die Wellen innerhalb gew. Grenzen noch bewegen sollen, da selbst bei der genauesten Aufstellung der Lager, diese doch mit der Zeit ihre Lage verändern und die Welle eine schnelle Abnützung

der Lagerschalen herbeiführen würde.
Wenn das getriebene Wellenstück nur einen Theil der Kraft des treibenden Wellenstückes überträgt, so wird die Kraft in jedem Kranze geringer und die Kupplung hat deßhalb nur noch die Kraft der getriebenen Welle auszuhalten.
Was die Dimensionen der Kupplungen betrifft, so sind dieselben nach schon bestehenden guten Constructionen bestimmt worden, und es ergeben sich dafür folgende Regeln:
Es ist nach dem früheren der Durchmesser der getriebenen Welle

$$d = 12\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$ (für Schmiedeisen)

und $$d = 16\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$ (für Gußeisen)

Regeln zur Berechnung dieser Kupplungshülsen, finden sich S. 56 Ref.
Nun macht man in der Regel bei dünnen Wellen, die Kupplungshülse verhältnißmäßig länger als bei dicken, weil erstere mehr Elasticität besitzen und ihre Stellung gegen die Lager leicht verändern können.

Zapfenlager.

Dieselben haben die Bestimmung, Wellen aufzunehmen und dieselben in ihrer richtigen Lage zu erhalten.
Allgemein theilt man sie folgender Art ein.

1 Fundamentlager
2. Wandlager, und
3 Hängelager.

Ferner müssen wir je nachdem die Welle horizontal oder vertikal aufgestellt ist zweierlei Lager unterscheiden.
Jedes einfache Zapfenlager besteht nur aus folgenden Theilen:
1. Aus der Lagerplatte, welche entweder auf einem Gemäuer, Balken

oder sonst eine feste Unterlage geschraubt wird.

2. Aus dem eigentl. Lagerkörper

3 Aus den Lagerschalen, und

4 dem Lagerdeckel, welcher die Schalen in ihrer Lage erhält.

Die Lagerplatte hat sog. Arbeitsleisten, welche genau abgehobelt werden, was ebenfalls mit dem Lagerkörper geschieht, damit beide Flächen vollkommen dicht aufsitzen.

Ferner sind an dem Deckel ebenfalls Arbeitsleisten angebracht, um diesen gut in den Lagerkörper einpassen zu können.

Die Lagerschalen, welche in der Regel aus Rothguß oder Kanonenmetall hergestellt werden, dreht man genau, nach dem Durchmesser des Lagerkörpers aus und schneidet dieselben hierauf in 2 Halbcylinder aus einander.

Soll nun ein Lager aufgestellt werden, so bringt man vor allem die Platte in ihre richtige Lage, nachdem man zuerst die beiden Bolzen zur Befestigung des Lagerkörpers hindurchgesteckt hat. Steht dieselbe nun genau nach der Wasserwage horizontal, so zieht man die beiden Fundamentschrauben fest an, und setzt nun den Lagerkörper durch welchen ebenfalls die beiden Schrauben zur Befestigung des Deckels gesteckt sind, darauf, legt in diesen die untere Lagerschale und zieht nun, nachdem die Welle eingelegt worden ist, die beiden Schrauben der Lagerplatte feste an. Liegt jetzt die Welle an allen Stellen der Schale gut auf, so kann man die zweite Schale sammt Deckel darüber legen und zuletzt noch die Schrauben, welche den Deckel mit dem Lagerkörper verbinden, fest anziehen.

Fig 1 Taf XII stellt uns ein solches einfaches Zapfenlager dar.

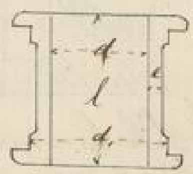
Bei Lagern, welche an Maschinentheilen befestigt werden, vertritt das Gestelle der Maschine in der Regel die Lagerplatte.

Die Lagerplatten und Lagerkörper verschiedener Lager sind geometrisch ähnlich und können also dem äußern Durchmesser d_1 der Schale proportional gemacht werden.

In Fig 1 Taf XII können wir die wesentlichsten Dimensionen für $d_1 = 1$ am Lagerkörper und Schalen angeben.

Die Schalen hingegen sind nicht geometrisch ähnlich, sondern die kleineren Schalen sind verhältnißmäßig dicker als große.

Vergleicht man eine sehr gut construirte große und kleine Lager, so findet man auf dem Wege der Induction, daß wenn d der innere Durchmesser der Schale ist:



die Länge der Schale $l = 0{\cdot}87 + 1{\cdot}21\,d$.

die Metalldicke $e = 0{\cdot}28 + 0{\cdot}074\,d$.

der äuß. Durchm. d. Schale $d_1 = 0{\cdot}69 + 1{\cdot}17\,d$.

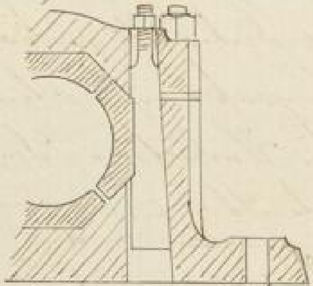
Seite 57 ist die Tabelle, worin sich für 32 Zapfendurchmesser die entsprechenden Werthe von l, e u. d_1 befinden. Die äußern Durchmesser der Lagerkörper, sowie e u. l sind so gewählt, daß man für 2 Zapfendurchmesser dasselbe Lager gebrauchen kann.

Nun ist es sehr wesentlich bei der Construction der Lager, die Richtung des Druckes zu kennen, welchen der Zapfen gegen das Lager ausübt.

Es wird am günstigsten derjenige Fall sein, da der Zapfen einen Vertikaldruck auf das Lager ausübt und man also keine so starken Schrauben zur Befestigung desselben nothwendig hat, sowie auch den Deckel, sammt der obern Schale weglassen kann, wie z. B. bei einem Wasserrade.

Nun kann es auch vorkommen, daß das Lager einmal fest gegen seine Unterlage hingepaßt wird, ein anderes Mal von derselben abgehoben zu werden sucht, wie dies bei vertikal wirkenden Schubstange der Fall ist.

Man wird daher das Lager mit sehr starken Schrauben versehen müssen, sowie auch eine schwere sichere Unterlage herstellen. Ferner kann auch das Lager in horizontalem Sinne verschoben werden, wie dies bei einer liegenden Dampfmaschine der Fall



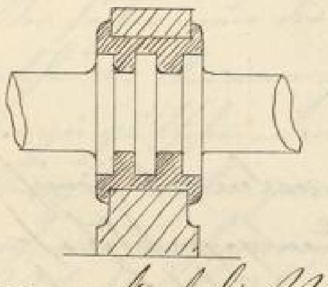
ist. Es muß daher das Lager mittelst Holzkeilen fest in die Lagerplatte eingestellt sein, damit nicht etwa die Bolzen abgeschert würden.

Nun ist dabei der Umstand, daß sich die Schalen mit der Zeit nach dieser horizontalen Richtung ausschleifen und wenn daher genöthigt wäre, öfters neue Schalen einzulegen. Diesem Uebelstande abzuhelfen, stellte man die Lagerschalen aus 4 Theilen her, welche zusammen ein Achteck bildeten fig. A und brachte nun zu beiden Seiten Keile (b) an, welche, wenn die Schalen etwas ausgelaufen sind, angezogen werden, so daß der Kurbelzapfen an allen seinen Theilen berührt wird.

Nun haben aber alle solche cylindrisch eingepaßte Lagerschalen den Nachtheil, daß sie sich in ihrer Lage nicht verändern können, und da selbst bei der genauesten Montirung von Dampfmaschinen, entweder die Fundamente sich setzen können, oder wenn die Lager an der Decke angebracht sind, sich die Balken ziehen und schwinden, so wird ein Zwängen und Klemmen der Welle erfolgen, und entweder die Schalen oder die Wellen sich frühzeitig abnützen.

Man sah sich daher veranlaßt Lager zu construiren, bei welchen eine kleine Verzerrung der Welle gestattet ist, was zu den sog. Kugellagern führte. Taf XV fig 1 mit 2, 3, 4.
Es sind bei diesen Lager die Schalen außen kugelförmig abgedreht und der Lagerkörper entsprechend kugelförmig ausgebohrt.
Diese Lager haben den Vorzug, daß selbst bei einer ungenauen Aufstellung, der Zapfen an allen Theilen der Schale berührt und gut aufliegt, so daß also ein Ausnützen wie bei den vorhergehenden Lagern nicht leicht stattfinden kann.
Nur haben diese Lager den Nachtheil, daß wenn sie sich etwas ausgelaufen haben und man die Schrauben wieder anziehen will, die Beweglichkeit der Schalen verhindert würde, da das Äußere der Schale keine Kugelform mehr ist.
Damit sich nun diese Schalen nicht zu rasch abnützen, ist es vortheilhaft, denselben eine große Länge zu geben, was bei den andern nicht leicht möglich ist.

Fällt die Richtung der Kraft mit der Längsrichtung der Welle zusammen, so bedient man sich der sog. Ringlager,



weil Zapfen nicht leicht anzuwenden sind (z. B. bei Schraubenschiffen)
An der Stelle, wo die Welle im Lager liegt, hat dieselbe ringartige Absätze und das Lager entsprechende Vertiefungen, wodurch die Welle eine große Oberfläche erhält und die Intensität des ungeheuren Drucks vermindert wird.

Rollen.

Soll eine Kraft von einer Welle auf eine andere übertragen werden, so geschieht dies durch Rollen, über welche ein Riemen gespannt wird, so daß aus dem Druck des Riemens gegen die Rollen eine Reibung entsteht, welche denselben an den Rollen so zu sagen fest haften macht.

Bei fig. 1. stimmt die Bewegungsrichtung der beiden Rollen überein, während bei fig. 2, wenn der Riemen geschränkt gespannt ist, die Drehungsrichtung der beiden Rollen entgegengesetzt ist.

fig. 1

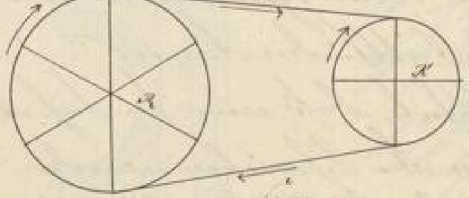
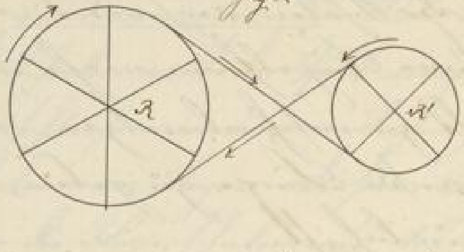


fig. 2

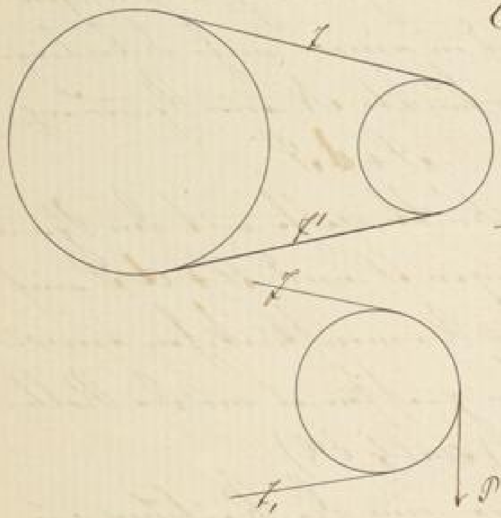


Bezeichnen wir nun den Halb-~~Durch~~messer der größeren Rolle mit R, den Halb~~Durch~~messer der kleineren mit R', die Anzahl der Umdrehungen der größeren Rolle mit n und diejenige der kleinern Rolle mit n', so verhalten sich die Anzahl der Umdrehungen umgekehrt wie die Halbmesser.

Man hat also $\frac{n_1}{n} = \frac{R}{R_1}$

Da nun die zweite Rolle mitgenommen werden soll, auch wenn sich ihrer Bewegung ein Widerstand entgegenstellt, so muß die treibende Rolle durch eine Adhäsion gefaßt werden, welche dem Widerstand der getriebenen Rolle entgegenwirkt.
Es ist nun die Riemenspannung zu bestimmen.
Nehmen wir eine sehr starke Spannung an und heißen sie T'.

Nachdem nun diese Spannung eingetreten ist, lassen wir die treibende Kraft auf die treibende Rolle einwirken und zugleich den Widerstand auf den Umfang der getriebenen Rolle.



Es wird nun in dem obern Riemen eine Spannung T und in dem untern eine Spannung T' eintreten, die Differenz dieser beiden Spannungen hat nun einen gewissen Werth.
Denken wir uns den Riemen auseinander geschnitten und lassen beide Spannungen T und T' eintreten, so werden sich beide das Gleichgewicht halten, und es wird sein

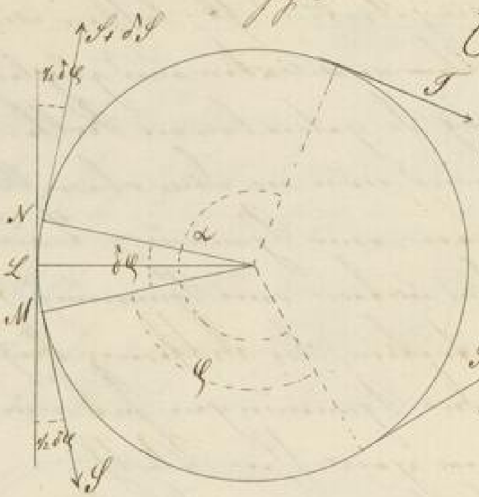
$$T = T' + P.$$

$$\text{oder } T - T' = P \quad (1)$$

diese Differenz besteht unter allen Umständen, so lange nicht ein Gleiten des Riemens eintritt.
Wir suchen nun die kleinste Spannung zu bestimmen, bei welcher die Riemen gerade noch die Kräfte übertragen können ohne zu gleiten, denken uns also die Axen der beiden Rollen allmählig näher gerückt, so werden die Spannungen T und T' noch und noch geringer und die Adhäsionskraft gleich dem Widerstand P sein.
Es soll also die Spannung sein:

$$T - T_1 = P. \quad (2)$$

fig c



Es wird also die Spannung von T_1 nach A_1 zunehmen. Es wird fig c in einem Punkte M eine Spannung S herrschen und in einem nahe dabeiliegenden Punkte N eine Spannung

$$S + dS.$$

Die Kräfte, welche mit den Spannungen S und $S + dS$ auf das Kurvenstückchen einwirken, pressen es an die Rolle und es ist $f\left(S \sin(\tfrac{1}{2} d\varphi) + (S + d\varphi) \sin(\tfrac{1}{2} d\varphi)\right)$ die Kraft, welche nothwendig wäre um die Reibung zu überwinden, die aus der Spannung entsteht.

$$(S + dS) \cos(\tfrac{1}{2} d\varphi) - S \cos(\tfrac{1}{2} d\varphi)$$

Es muss nun sein $\left(S \sin(\tfrac{1}{2} d\varphi) + (S + dS) \sin(\tfrac{1}{2} d\varphi)\right) f =$
$(S + dS) \cos(\tfrac{1}{2} d\varphi) - S \cos(\tfrac{1}{2} d\varphi)$

$$\left[S \tfrac{1}{2} d\varphi + (S + dS) \tfrac{1}{2} d\varphi\right] f = S + dS - S$$

oder $f\, S\, d\varphi = dS.$

$$\frac{dS}{S} = f\varphi$$

$\log nat.\ S = f\varphi + Const.$

für $\varphi = 0,\ S = T_1$; $\varphi = \alpha,\ S = T$

$\log nat.\ T_1 = 0 + Cons.$

$\log nat.\ T = f\alpha + Cons.$

$$\log nat.\ T - \log nat.\ T_1 = f\alpha.$$

$$\log nat.\ \frac{T}{T_1} = f\alpha$$

$$\frac{T}{T_1} = e^{f\alpha}$$

$$T = T_1 e^{f\alpha}$$

$$T - T_1 = P \quad (2)$$

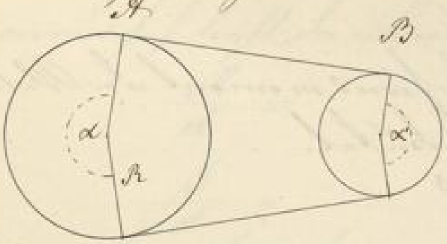
$T = T_1 e^{f\alpha}$ (3) wobei f den Reibungscoefficienten bedeutet.

Nun ist $T_1 e^{f\alpha} - T_1 = P$.

$$\left.\begin{array}{l} T_1 = P\,\dfrac{1}{e^{f\alpha}-1} \\[2ex] T = P\,\dfrac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha}-1} \end{array}\right\} \text{Spannungen der Riemen.}$$

$$t = \frac{1}{2} P \frac{e^{f\alpha}+1}{e^{f\alpha}-1}$$

Ist der Reibungscoefficient groß, so wäre eine schwache Spannung genügend, folglich wäre auch eine rauhe Oberfläche der Rollen günstig, allein da diese die Riemen bald zerreiben würde, so macht man die Oberfläche der Rollen glatt.



Soll nun der Riemen auf A u. B nicht gleiten, so müssen in denselben Spannungen stattfinden, welche dem Winkel α u. α_1 entsprechen und wir geben daher der Formel eine andere Form.

Es ist $S = R\alpha$.

$$T_1 = P\frac{1}{e^{f\frac{S}{R}}-1}$$

$$T = P\frac{e^{f\frac{S}{R}}}{e^{f\frac{S}{R}}-1}$$

Für verschiedene Werthe von

$\frac{S}{2r\pi}$ ist angegeben $e^{f\frac{S}{R}}$ $\qquad \frac{e^{f\frac{S}{R}}}{e^{f\frac{S}{R}}-1}$

wenn	0·4	des Umfangs umfaßt wird	2·02	2
für	0·5		2·41	1·7
	0·6		2·87	1·9

Man kann für alle diese Fälle mit genügender Genauigkeit setzen:

$$T = 2P$$
$$T_1 = P$$
oder $$t = 1{\cdot}5\,P.$$

Heißen wir nun β die Breite des Riemens,

δ die Dicke desselben, und

$\mathfrak{A}$ die Spannung, welche in einem $\square^{cm}$ des Querschnitts herrscht, so hat man die Gleichung:

$$\beta\,\delta\,\mathfrak{A} = 2P.$$
$$\beta\delta = \frac{2P}{\mathfrak{A}}$$
$$\frac{1}{2}\beta\delta\mathfrak{A}R = PR$$

Wobei PR nichts anders als das Torsionsmoment der Welle auf welcher sich die Rolle befindet, bedeutet.

$$PR = \frac{\mathfrak{T}^2\pi}{16}d^3$$
$$\frac{1}{2}\beta\,\delta\,\mathfrak{A}R = \frac{\mathfrak{T}^2\pi}{16}d^3$$
$$\frac{\beta}{d} = \frac{2\mathfrak{T}^2\pi}{16}\,\frac{d^2}{\mathfrak{A}\delta R}$$

oder es ist auch $\frac{\beta}{d} = \frac{2\mathfrak{T}^2\pi}{16}\left(\frac{d}{\mathfrak{A}\delta}\right)\frac{d}{R}$

$\frac{d}{\mathfrak{A}\delta}$ ist als constant anzunehmen. Ist also die Welle dick und die Kraft groß, welche übertragen werden soll, so muß man starkes Leder nehmen, damit der Riemen nicht übermäßig breit wird.

Nimmt man d groß, so ist δ groß, das Leder dick und daher fest. und zwar $\frac{d}{\mathfrak{A}\delta} = \mu$.

$$\frac{\beta}{d} = \lambda \frac{d}{R}$$

Es kommt nur darauf an, daß wir diese beiden Constanten angemessen bestimmen, was wir am sichersten erfahrungsgemäß finden

Es wird $\mu = \frac{1}{3.1}$ und $\lambda = 10.5$.

$$\left.\begin{array}{l} \mu = \frac{1}{3} \\ \lambda = 10.5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \delta = 3.1 \frac{d}{\mathfrak{A}} \\ \frac{\beta}{d} = 10.5 \frac{d}{R} = \frac{10.5}{\left(\frac{R}{d}\right)} \end{array}$$

Nun ist die relative Größe der größeren der beiden Rollen immer 6–7 mal dem Durchmesser der Welle zu nehmen. woraus sich leicht die Breite der Rolle bestimmen läßt.

$$\frac{R}{d} = \quad \ldots \quad 6 \ldots \ldots 7$$

$$\frac{\beta}{d} = \quad \ldots \quad 1.75 \ldots \ldots 1.5$$

Dimensionen der Rollen.

Die Rolle besteht nun wesentlich aus:

1. dem Umfangsring.
2. der Hülse — Bestimmung dieser Dimensionen Red. Res.
3. den Armen, welche zuweilen radial, zuweilen auch gekrümmt werden, nur nimmt bei geraden Armen das Modell

diese Arme aber auch wieder den Nachtheil haben, dass sie beim Gießen leicht springen.

Die Querschnittsform der Arme macht man in der Regel elliptisch.

Was nun die Anzahl der Arme betrifft, so stellen wir dafür eine rationelle Regel auf.

Bezeichnen wir mit N die Anzahl der Arme und ist ferner $\frac{PR}{N}$ das statische Moment, welches einen Arm von der Hülse abzubrechen strebt, so hat man:

$$\frac{PR}{N} = \mathfrak{S}\frac{\pi}{32}\, b h^2 = \mathfrak{S}\frac{\pi}{32}\left(\frac{b}{h}\right) h^3.$$

$$PR = \mathfrak{S}\frac{\pi}{32}\left(\frac{b}{h}\right) h^3 N.$$

für die Welle $PR = \frac{T_2 \pi}{16}\, d^3$

$$\frac{\mathfrak{S}\pi}{32}\left(\frac{b}{h}\right) h^3 N = \frac{T_2 \pi}{16}\, d^3$$

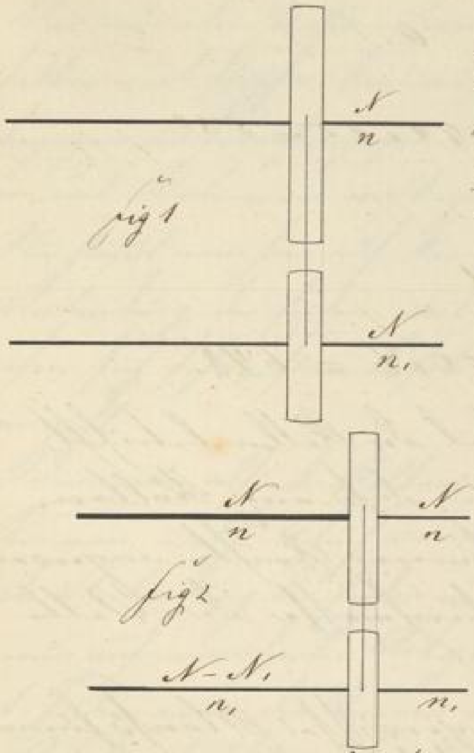
$$\frac{h}{d} = \frac{\sqrt[3]{\frac{T_2\pi}{16} \times \frac{32}{\mathfrak{S}\pi}\left(\frac{h}{b}\right)}}{\sqrt[3]{N}} = \frac{\text{Constante}}{\sqrt[3]{N}}$$

h und b sind gewöhnlich constant, es ist dann $\sqrt[3]{N}$ constant. Macht man die Arme zu dünn, so reißen sie und man macht const. erfahrungsgemäß $C = 1{\cdot}7$.

dann wird $\frac{h}{d} = \frac{1{\cdot}7}{\sqrt[3]{N}}$

für	N =	4	6
wird	$\frac{h}{d}$ =	1·08	0·94.

N ist gleich der relativen Größe zu nehmen und es wird also die Anzahl der Arme durch die relative Größe bestimmt.



Es können nun folgende Fälle zur Uebertragung von Kräften stattfinden.

Bei fig 1. Wird die ganze Kraft der treibenden Welle auf die getriebene Welle übertragen.

Bei fig 2. Wird N – N, übertragen, indem die treibende Welle noch N, nach einer Seite hin abgibt.

Wählen wir fig 3 ein Beispiel mit numerischen Werthen. So finden wir für den

Durchmesser der Welle $A = 16\sqrt[3]{\frac{20}{160}} = 8^{cm}$

" " " " $C = 16\sqrt[3]{\frac{8}{160}} = 6^{cm}$

" " " " $E = 16\sqrt[3]{\frac{12}{240}} = 6^{cm}$

Der Rolle muß eine Welle für 12 Pferde und 160 Umdrehungen zu Grunde gelegt werden und wir finden

$$16\sqrt[3]{\frac{12}{160}} = 6{\cdot}8 = d$$

Relative Größe der Rolle $B = \frac{R}{d} = 7.$

$$R = 7 \times 6{\cdot}8 = 47{\cdot}6^{cm}$$

Halbmesser der Rolle $D = \frac{47{\cdot}6 \times 2}{3} = \frac{95{\cdot}2}{3} = 31{\cdot}7^{cm}$

Riemenbreite $\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}5$

$$\beta = 1{\cdot}5 \times 6{\cdot}8 = 10{\cdot}4$$

$$\delta = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 6{\cdot}8 = 2{\cdot}8^{cm}$$

$$k = 0{\cdot}9 \times 2{\cdot}8 = 2{\cdot}52$$

$$\frac{1}{2}k = 1{\cdot}26$$

Anzahl der Arme $\left(\frac{N}{B}\right)$ = --- 6.

$\left(\frac{h}{B}\right)$ = --- $0{\cdot}94 \times 6{\cdot}2 = 5{\cdot}82$

Relative Größe von $D = \frac{31{\cdot}7}{6} = 5$

$\left(\frac{N}{D}\right)$ = ---- 4

$\left(\frac{h}{D}\right)$ = --- $1{\cdot}08 \times 6 = 6{\cdot}48$

Was die Grenzen der Anwendbarkeit der Rollen betrifft, so sehen wir nach vielen Regeln ein, daß ein Rollenbetrieb nur zur Uebertragung kleinerer Kräfte angewendet werden kann, wenn also der Durchmesser der Welle nicht zu groß wird.

Gehen die Dimensionen über ein gewisses Maaß hinaus, so werden die Rollendurchmesser sehr groß.

Ueber 10, 12 Decimeter wendet man daher selten Rollenbetrieb an.

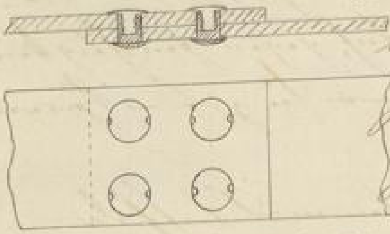
Rollenriemen.

Dieselben werden vorzugsweise aus Leder oder auch aus Gutta-Percha hergestellt.

Was das Material betrifft, so haben wohl die Lederriemen den Vorzug; nur haben sie die fatale Eigenschaft, daß sie sich fortwährend dehnen, bis sie eine Zeitlang gelaufen sind; ferner kann man keine sehr lange Stücke erhalten und das schwierigste ist, die Zusammenfügung der beiden Enden.

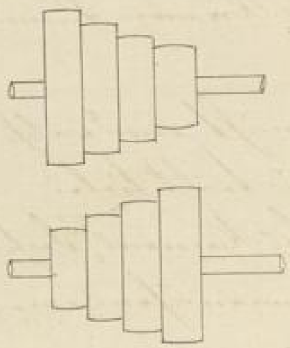
Nun hat das Leder auch wieder seine Vorzüge, indem der Wechsel der Temperatur nur geringen Einfluß auf dasselbe ausübt und sowohl in nassen als feuchten Lokalen benützt werden kann.

Was nun die Gutta-Percha Riemen anbelangt, so sind die-
selben viel steifer, sind auch nicht empfindlich gegen Feuchtigkeit,
dagegen umsomehr gegen die Wärme; daher man sie z. B. in Spinnerei-
en und Webereien nicht gebrauchen kann.
Nur stößt man hier auf keine Schwierigkeiten in Betreff der
Verbindung der Enden, weil dieses Material ähnl. wie Schmied-
eisen sich schweißen läßt und also eine Molekularverbindung
eingeht.
Wenn nun also die Rollen stark ausfallen, so nimmt doppelte
Riemen, welche 4fach vernäht werden.
Die Verbindung der Enden und Anspannung der Riemen kann
nun auf mancherlei Art geschehen und zwar:
1. Indem man die Riemen einfach zusammennäht und welche
Art die gleichförmigste Bewegung ermöglicht, nur tritt hie-
bei der Übelstand ein, daß beim Strecken des Riemens, derselbe
auf den Rollen gleitet und diese Art des Zusammennähens im-
mer eine große Störung verursachen würde.
2. Die Verbindung mittelst Schnallen, welche freilich gut wäre,
wenn die Löcher nicht ausschlitzen würden, und der Riemen
dadurch bald zu Grunde ginge.
3. Durch Zusammennähen mittelst stärkerer Nähriemen, indem
in jedes Riemenende, je nach der Breite desselben 3-4 Löcher
geschlagen werden. Diese Verbindung, sowie die vorhergehende
wird aber sehr bauschig und verursacht eine unregelmäßige Be-
wegung.
4. Die Vereinigung oder Verschraubung der Enden, welche wohl
am häufigsten angewandt wird und besonders bei starken Rie-
men. Dies ist wohl die beste Verbindung, nur ist das Anspannen

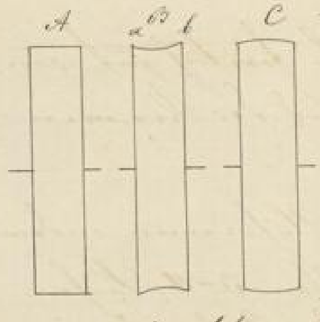


mit Schräubchen verbunden. Die Art der Verschraubung zeigt uns beistehende Figur. Wenn man nun gute Riemen haben will, so ist es am besten, wenn man das Leder zuschneidet und es dann seinem Querschnitte angemessen belastet, es kann sich nun der Riemen strecken und wenn man ihn braucht, so hat man ihn nur einfach zusammenzunähen.

Es kommt auch zuweilen vor, daß die Geschwindigkeit der getriebenen Welle verändert werden soll, während die Geschwindigkeit der treibenden Welle dieselbe bleibt, was man durch eine sog. Stufenrolle erreicht, wie beistehende Figur zeigt.



Was nun die Umfangsform der Rollen betrifft, so soll dieselbe weder hohl, noch cylindrisch sein, sondern erhaben.



Es wird also auf Rolle A der Riemen nicht liegen bleiben, wenn derselbe auf einer Seite etwas länger, als auf der andern ist. Bei der Rolle B wird der Riemen entweder auf a oder b hin ablaufen, weil hier beide Ränder des Riemens gestreckt werden, wenn hingegen die Form der Rolle der Anordnung C entspricht, so wird der Riemen, da dieselbe gewölbt ist, liegen bleiben.

Nun macht man bei großen Rollen den Rundungshalbmesser gleich dem Halbmesser und bei kleinen Rollen den Rundungshalbmesser gleich dem Durchmesser der Rolle.

Zahnräder

Wir wollen einstweilen nur das wesentliche derselben durchgehen und später die geometr. Gestalt der Zähne, Räder etc behandeln.

Denken wir uns nun zunächst 2 kreisrunde Scheiben A u. B, jede derselben auf einer Axe befestigt und pressen nun diese Scheiben gegeneinander, so wird aus der Pressung eine Reibung entstehen,

wodurch Drehung der Scheibe A die Scheibe B mitgenommen wird, sich aber in entgegengesetzter Richtung dreht.

Da nun ein Punkt auf dem Umfange der Scheibe A denselben Weg zurücklegt, als ein Punkt der Scheibe B, so wird, wenn der Halbmesser von A 2, 3, 4, mal größer ist als der von B, die Scheibe B 2, 3, 4 mal mehr Umdrehungen machen als A es verhalten sich daher die Umdrehungen verkehrt wie die Radien: Man hat also:

$$\frac{R}{R_1} = \frac{n'}{n} = i$$

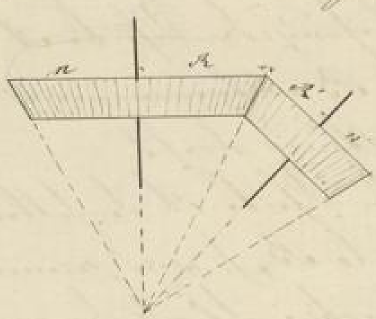
Man nennt dies Verhältniß i die Uebersetzungszahl.

Diese Anordnung kann aber nicht mehr gebraucht werden, sobald der Widerstand der getriebenen Welle zu groß wird, wir müssen deßhalb die Umfänge dieser Scheiben rauh machen, d.h. mit Erhöhungen und Vertiefungen versehen, welche erstere man Zähne nennt. Nun ist leicht einzusehen, daß die Zähne des einen, sowie des andern Rades gleich sein müssen und die Anzahl der Zähne sich wie die Halbmesser der Räder verhalten, also die Halbmesser immer durch rationale Zahlen ausgedrückt werden müssen.

Man nennt nun solche Scheiben mit Zähnen versehen, Zahnräder und zwar in diesem Falle cylindrische oder Stirnräder; indem hier die beiden Axen parallel sind.

Bilden hingegen die beiden Axen einen Winkel mit einander und schneiden sich, so erhält man die sog. conischen oder Kegelräder.

Denken wir uns 2 Kegelflächen mit kreisförmiger Basis und



zwar daß diese Seiten gleich groß sind und die Spitzen zusammenfallen, versehen ferner beide Kegel mit Drehungsaxen und pressen sie gegeneinander, so wird der eine den andern mitnehmen;

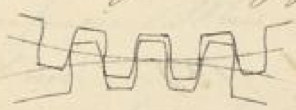
Es ist aber genügend, wenn wir von jedem der beiden Kegel ein Stück nehmen, also conische Scheiben und diese aufeinander rollen lassen. Es verhält sich hier wieder

$$\frac{n'}{n} = \frac{R}{R'}$$

Soll nun eine gewisse Kraft von einer Welle auf die andere übertragen werden, so müssen wir wieder die Oberflächen der Kegel regelmäßig rauh machen und es verwandeln sich alsdann die Scheiben in regelmäßige zahnartige Gebilde.

Ist die Lage zweier Axen ganz beliebig gegeneinander, so erhalten die Räder schraubenförmige Oberflächen und entstehen hyperbolische Räder etc.

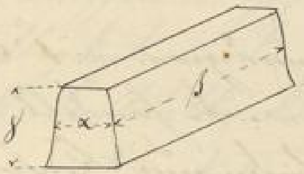
da die Zähne zweier Räder im Eingriff sich gegenseitig pressen, so müssen dieselben gehörige Festigkeit besitzen, damit sie nicht abbrechen.
Die Kraft P, welche nun auf einen Zahn einwirkt, presst bald an der Wurzel, bald in der Mitte und bald an der Krone desselben und sucht ihn vom Zahnkranze wegzubrechen.
Das Moment, welches den Zahn abzubrechen strebt, ist am größten, wenn die Kraft am Ende desselben auf ihn einwirkt, deßhalb muß man ihn so fest machen, daß er diesem Moment mit Sicherheit widersteht.
Betrachten wir den Zahn als parallelepipedisch, so ist die Kraft, welche den Zahn an der Wurzel abzubrechen strebt:



$$Pl = \frac{r}{6}\,\beta\,\alpha^2$$

woraus $$\alpha^2 = \frac{6Pl}{r\beta}$$

$$\alpha^2 = \frac{6}{r}\,\frac{l}{\alpha}\,\frac{\alpha}{\beta}\,P$$



$$\alpha = \sqrt{\frac{6}{r}\,\frac{l}{\alpha}\,\frac{\alpha}{\beta}}\,\sqrt{P}$$

dabei können wir eine der 3 Größen r, $\frac{l}{\alpha}$, $\frac{\alpha}{\beta}$ annehmen
diese Regel wäre gut, wenn P bekannt wäre, was in den meisten Fällen nicht der Fall ist, daher diese Regel, wenn es sich um eine vollständige Rechnung der Dimensionen eines Rades handelt, nicht zulässig ist.

$$Pl = \frac{r}{6} \quad (1.)$$

$$P = \frac{r}{6}\,\beta\,\alpha^2.$$

$$\left.\begin{aligned} PR &= \frac{r}{6}\,\frac{\beta\alpha^2}{l}\,R \\ PR &= \frac{r}{8}\,\frac{T\pi}{16}\,d^3 \end{aligned}\right\} (2.)$$

Wobei d ~~derjenige~~ Durchmesser derjenigen Transmissions-welle, welche ein Torsionsmoment $P R$ entspricht.

Nun ist $\frac{P}{6} \frac{\beta \alpha^2 R}{l} = \frac{T \pi}{16} d^3$

Wir gehen nun darauf hinaus alle Dimensionen des Rades durch d auszudrücken. Nehmen wir zuerst β, so haben wir $\frac{\beta}{d} = \frac{6}{P} \frac{T\pi}{16} \frac{l d^2}{\alpha^2 R}$ (3).

oder auch $\frac{d}{\beta} = \cancel{\frac{6T\pi}{16P}} \cancel{l d^2} \frac{P}{6} \frac{16}{T\pi} \frac{\alpha^2 R}{l d^2}$ (4)

$$\left(\frac{\beta}{d}\right)^2 = \frac{6T\pi}{16P} \frac{l d^2}{\alpha^2 R} \frac{\beta}{d}$$

$$\left(\frac{\beta}{d}\right)^2 = \frac{6T\pi}{16P} \left(\frac{l}{\alpha}\right)\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \frac{d}{R}$$

$$\frac{\beta}{d} = \sqrt{\frac{6T\pi}{16P} \frac{l}{\alpha}} \times \sqrt{\frac{\beta}{\alpha} \frac{d}{R}} \quad (5)$$

$\frac{l}{\alpha}$ nehmen wir jederzeit constant an und zwar = 1·5. $\frac{\beta}{\alpha}$ jedoch nicht, wenn es sich um Räderwerke handelt, die von Menschen getrieben werden, wie Winden und Krahnen etc, also keine sehr regelmässige Bewegung stattfindet, so nimmt man bei derartigen Rädern, weniger Zähne, was bedeutende Kosten erspart. Man nimmt gewöhnlich $\frac{\beta}{\alpha}$ 4–5 an.

Allein bei Rädern, welche durch Wasser oder Dampfkraft getrieben werden; also grosse Massen mit ins Spiel kommen, so nimmt man $\frac{\beta}{\alpha} = 6$ an. Man bekommt mehr Zähne und eine feinere Zahntheilung, sowie auch eine sanftere Bewegung. Dieses Verhältniss wird bei den Transmissionsrädern angewendt.

für Maschinen, wobei für die Bewegung ein höchster Grad von Vollkommenheit verlangt wird, wie bei Werkzeugmaschinen nimmt man $\frac{\beta}{\alpha} = 8$ und erhält die Präcisionsräder.

$\frac{R}{d}$ nennen wir die relative Größe des Rades.

Es bedeutet z. B. wenn wir ein sechsfaches Rad haben, daß der Durchmesser der Welle 6 mal in dem Halbmesser des Rades enthalten ist.

Man nimmt in der Regel ist die relative Größe des größeren der beiden Räder 5–6 mal so groß als der Durchmesser der Welle zu nehmen.

Sollte eine zu starke Uebersetzung verlangt werden, so ist es rathsam, die relative Größe des größeren Rades größer zu nehmen. Man nimmt für liegende Wellen 6, für stehende 5 an.

Nun müssen die Zähne so construirt sein, daß sie dieselbe Festigkeit wie die Achse besitzen, also wenn ein Zahn bricht, die Welle durch Torsion abgedreht wird.

$$\sqrt{\frac{6}{16}\,\frac{T\pi\gamma}{P\alpha}} = 1{\cdot}33.$$

$$\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}33\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}\,\frac{d}{R}} = 1{\cdot}33\,\frac{\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}}{\sqrt{\frac{R}{d}}}$$ Siehe 70 Tab.

Ist z. B. $\frac{\beta}{\alpha} = 6$, $\frac{R}{d} = 5$ ein 6facher Transmissionsrad

so ist $\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}458$

$\beta = 1{\cdot}458 \times d = 14{\cdot}58$

$\alpha = 2{\cdot}43.$

$\gamma = 3{\cdot}64.$

$R = 50.$

Es hat uns diese Regel das Rad so zu sagen aus der Axe bestimmt.

Es kann nun auch das Umgekehrte entstehen, so daß das Rad gegeben und die Axe gesucht wird.

Gehen wir nun von Gl. 4 aus, multipliziren sie mit $\frac{d^2}{\beta^2}$

so erhalten wir $\frac{d^3}{\beta^3} = \frac{S}{6}\,\frac{16}{T\pi}\,\frac{\alpha^2 R}{\delta d^2}\,\frac{d^2}{\beta^2}$

$$\left(\frac{d}{\beta}\right)^3 = \frac{S}{6}\,\frac{16}{T\pi}\left(\frac{\alpha}{\delta}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\left(\frac{R}{\beta}\right)$$

$$\frac{d}{\beta} = \sqrt[3]{\frac{S}{6}\,\frac{16}{T\pi}\left(\frac{\alpha}{\delta}\right)}\;\frac{\sqrt[3]{\frac{R}{\beta}}}{\sqrt[3]{\frac{\beta}{\alpha}}}$$

$\frac{\beta}{\alpha}$ nehmen wir an, kennen auch $\frac{R}{\beta}$ und bestimmen $\frac{d}{\beta}$, woraus d folgt.

$$\sqrt[3]{\frac{S}{6}\,\frac{16}{T\pi}\,\frac{\alpha}{\delta}} = 0{\cdot}826.$$

$$\frac{d}{\beta} = 0{\cdot}826\,\frac{\sqrt[3]{\frac{R}{\beta}}}{\sqrt[3]{\frac{\beta}{\alpha}}}$$ Siehe Seite 71. Red.

$$Z = \frac{2\pi R}{t\alpha\beta d} = 2\pi\left(\frac{\alpha}{t}\right)\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)\left(\frac{R}{d}\right)\left(\frac{d}{\beta}\right).$$

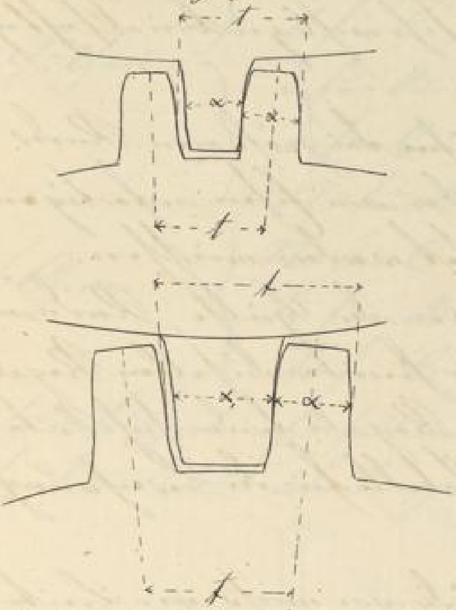
$$\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}33\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}\,\frac{d}{R}}$$

$$Z = \frac{2\pi}{\left(\frac{t}{\alpha}\right)}\,\frac{\beta}{\alpha}\,\frac{R}{d}\cdot\frac{1}{1{\cdot}33}\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}\sqrt{\frac{R}{d}}$$

$$Z = \frac{2\pi}{\frac{t}{\alpha}}\,\frac{\frac{\beta}{\alpha}}{\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}}\,\frac{R}{d}\sqrt{\frac{R}{d}} = \frac{2\pi}{\frac{t}{\alpha}}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Z bedeutet hier die Anzahl der Zähne und t die Zahnweite. Es ist hier noch $\frac{t}{\alpha}$ anzugeben, welches sich nach dem Material, woraus die Zähne bestehen richtet; ob sie nun aus Eisen oder Holz bestehen.

Sind nun die Zähne der beiden Räder von Eisen, so müssen dieselben einerlei Dicke haben und außerdem noch ein Spielraum gelassen werden. Deßhalb ist die Zahntheilung t etwas größer als $2x$ zu nehmen und zwar



$$t = 2 \cdot 1 x$$

Anders verhält es sich wenn das eine der beiden Räder hölzerne Zähne hat; welche dann verhältnißmäßigerweise stärker gemacht werden müssen, damit sie dieselbe Festigkeit, wie die eisernen besitzen. Man nimmt daher $t = (x + x_1) + 0 \cdot 1 x$.

$$x_1 = 1 \cdot 56 x$$

$$t = 2 \cdot 67 x$$

Die hölzernen Zähne haben nun folgende Nachtheile im Vergleich zu den eisernen. Sie können nicht so fest mit dem Radkörper verbunden werden, selbst wenn sie anfangs noch so genau eingepaßt waren, so schwindet das Holz immer etwas mit der Zeit und die Zähne werden lose. Ferner müssen die Zähne des eisernen Rades sehr genau abgerichtet und gefeilt werden, damit die Holzzähne nur einigermaßen halten und nicht vor der Zeit sich abnützen.

Nun haben die Holzzähne wieder den Vortheil, daß wenn sie abgelaufen sind, man nicht den ganzen Radkörper wie bei eisernen wegwerfen muß, sondern nur neue Zähne einzusetzen braucht. Ein solcher Radkörper ist daher von unverwüstl. Dauer.

Ferner machen die hölzernen Räder gegen eiserne fast gar kein Geräusch, was in vielen Fällen sehr wohl zu berücksichtigen ist.

Man wird also in der Regel die Zähne des größeren Rades von Holz und die des kleineren Rades von Eisen anfertigen, welch letztere aber sehr gut bearbeitet werden müssen.

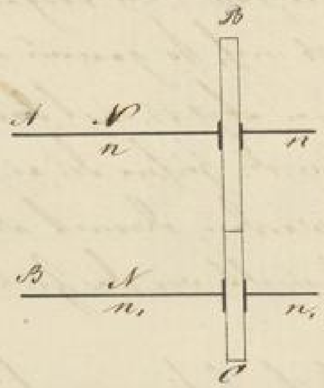
Was nun schließlich die Dimensionen der Hülse, Radarme, Anzahl derselben betrifft, so gelten hierüber dieselben Regeln ähnlich der Rollen. Die empirischen Regeln finden sich Seite 70 und 71 in den Ref. nebst einer Tabelle für die Berechnung der [illegible] der Radarme.

Taf. XVII Fig. 1, 2, 3 finden sich Räder von mäßiger Breite aufgezeichnet.

Wir wollen nun zur Erläuterung einige Beispiele anführen.

1. Es soll die totale Kraft der Welle A auf die Welle B übertragen werden.

Sei nun folgendes gegeben:



$N = 40$, $n = 80$ und $n_1 = 120$;

Schaftdurchmesser für A $= 16\sqrt[3]{\frac{40}{80}} = 13$

Dicke " " D $= 16\sqrt[3]{\frac{40}{120}} = 11$

Relative Gr. von B $= 6$

Halbmesser von B . . $= 6 \times 13 = 78$

" " " C $= \frac{78}{1.5} = 52$

$\frac{b}{t}$ . . . . . $= 6$

$\frac{b}{d}$ . . . . . $= 1.33$

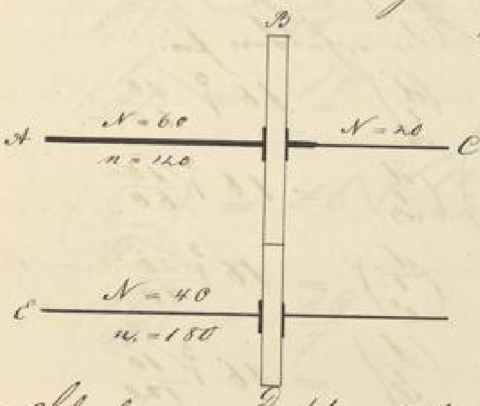
b . . . . $= 1.33 \times 13 = 17.29$

z . . . Eisen auf Eisen $\begin{cases} \text{für } B = 84 \\ \text{für } C = \frac{84}{1.5} = 56 \end{cases}$

Hülsen $\begin{cases} l \text{ für } B = 17{\cdot}29 + 0{\cdot}0678 = 22{\cdot}17 \\ l \text{ für } C = 17{\cdot}29 + 0{\cdot}0652 = 20{\cdot}41. \\ \delta \text{ für } B = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 13 = 4{\cdot}83 \\ \delta \text{ für } C = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 11 = 4{\cdot}16. \end{cases}$

Arme $\begin{cases} N \text{ für } B = \ldots\ldots = 6 \\ N \text{ für } C = \frac{52}{11} = 4 \\ h \text{ für } B = 0{\cdot}94 \times 13 = 12{\cdot}22 \\ h \text{ für } C = 1{\cdot}08 \times 11 = 11{\cdot}88. \end{cases}$

2tes Beispiel. Es soll nur ein Theil der Kraft auf die getriebene Welle übertragen werden.



Wir erhalten:

$$\left(\frac{d}{A}\right) = 16\sqrt[3]{\frac{60}{120}} = 13.$$

$$\left(\frac{d}{C}\right) = 16\sqrt[3]{\frac{20}{120}} = 9.$$

$$\left(\frac{d}{E}\right) = 16\sqrt[3]{\frac{40}{180}} = 7.$$

Das Rad B führt aber blos 40 Pferde, wir müssen daher den Armen zu Zeichnen dieses Rades eine Welle zu Grunde legen, die blos 40 Pferde zu übertragen hätte. Wir bestimmen nun die Dimensionen ganz nach den früheren Regeln nur müssen wir für B statt des realen Durchmessers, den idealen in Rechnung bringen.

In Bezug auf die Wellen wird das Rad D ein Normalrad, während B ein abnormales Rad wird.

$$\left(\frac{d}{B}\right) = 16\sqrt[3]{\frac{40}{120}} = 11$$

$$\left(\frac{R}{B}\right) = 6 \times 11 = 66.$$

$$\left(\frac{R}{D}\right) = 66 \times \frac{120}{180} = 44.$$

$$\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}33\,,\quad \beta = 1{\cdot}33 \times 11 = 14{\cdot}6.$$

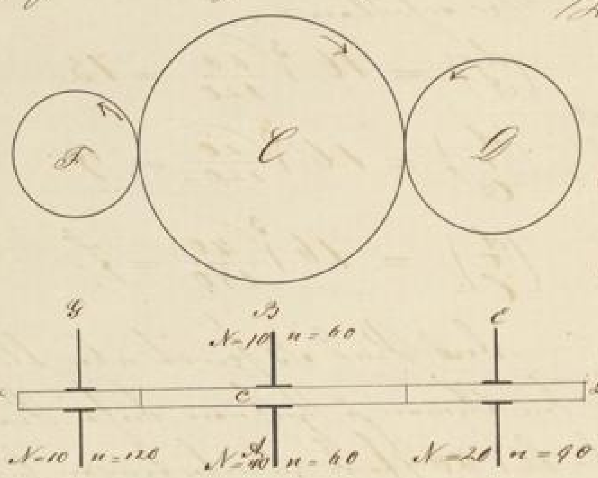
$$\left(\frac{l}{B}\right) = 14{\cdot}6 + 66 \times 0{\cdot}06 = 18{\cdot}56.$$

$$\left(\frac{h}{B}\right) = 0{\cdot}94 \times 11 = 10{\cdot}3$$

$$\left(\frac{K}{D}\right) = \frac{44}{7} = 6.$$

$$\left(\frac{h}{D}\right) = 0{\cdot}94 \times 7 = 6{\cdot}58.$$

3tes Beispiel. Es habe eine Welle nach beiden Seiten Kräfte abzugeben und zwar nach den in der Zeichnung ersichtl. Daten. Wir erhalten für:



$$\left(\frac{d}{l}\right)_A = 16\sqrt[3]{\frac{40}{60}}$$

$$\left(\frac{d}{l}\right)_B = 16\sqrt[3]{\frac{10}{60}}$$

$$\left(\frac{d}{l}\right)_C = 16\sqrt[3]{\frac{20}{90}}$$

$$\left(\frac{d}{l}\right)_G = 16\sqrt[3]{\frac{10}{120}}$$

Die Arme von C haben eine Kraft von 30 Pferden zu übertragen, wir müssen daher diesem Rad wieder eine ideale Welle zu Grunde legen, wonach wir die übrigen Dimensionen desselben bestimmen müssen. Die Zähne sind für 20 Pferde zu machen

$$\left(\frac{d}{l}\right)_{\text{Arme } C} = 16\sqrt[3]{\frac{20+10}{60}} = 13^{\text{cm}}$$

$$\left(\frac{R}{C}\right) = 6 \times 13 = 78$$

$$\left(\frac{d}{l}\right)_{\text{Zähne } C} = 16\sqrt[3]{\frac{20}{60}} = 11$$

Relative Grösse für die Zähne von $C = \frac{78}{11} = 7.$

$$\left(\frac{b}{d_C}\right) = 1{\cdot}231 \; ; \; b = 1{\cdot}231 \times 11 = 14^{cm}$$

$$Z \text{ (Eisen auf Eisen)} = 102.$$

$$\left(\frac{R}{D}\right) = 78\,\frac{60}{90} = 52.$$

$$\left(\frac{R}{F}\right) = 78\,\frac{60}{120} = 39.$$

$$\left(\frac{d_{\frac{1}{2}\,\text{Arme}}}{D}\right) = 16\sqrt[3]{\frac{20}{90}} = 10.$$

$$\left(\frac{VC}{D}\right) = \frac{52}{10} = 5.$$

$$\left(\frac{h}{D}\right) = 10$$

$$\left(\frac{d_{\frac{1}{2}\,\text{Arme}}}{F}\right) = 16\sqrt[3]{\frac{10}{120}} = 7$$

$$\left(\frac{VC}{F}\right) = \frac{39}{7} = 5$$

$$\left(\frac{h}{F}\right) = 1{\cdot}00 \times 7 = 7$$

Lagerstühle

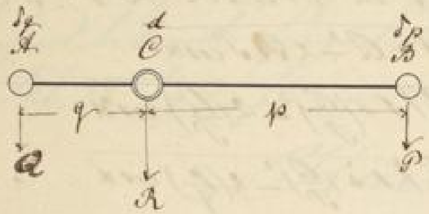
Hierbei handelt es sich die Axen ganz in der Nähe der Räder zu halten und sucht die Grösse eines Lagerstuhles immer womögl. auf ein Minimum zu reduciren.
Als allgemeine Regel gilt es, dass man die Lager innerhalb der Räder anbringt, ferner richtet sich der Stuhl auch nach dem Uebersetzungsverhältniss der beiden oder mehreren Räder.

Man muß beim Verzeichnen eines Lagerstuhls ganz methodisch verfahren.
Zuerst verzeichnet man die Axen, sodann nach den Regeln die Räder und entscheidet sich über die Stellen, wo Lager angebracht werden sollen, verzeichnet letztere aber selbst nicht, sondern nur die Lagerplatten mit ihren gehörigen Dimensionen, und zuletzt den Lagerstuhl, welcher nun an der Mauer, Decke, oder einem Maschinengestelle angebracht wird, oder auch auf ein Fundament zu stehen kommt.
2tes Wird man folgendes Verfahren anwenden, wenn 2, 3, 4 oder mehr Axen mit Rädern vorkommen.
Man verzeichnet ebenfalls zuerst die Axen in ihren bestimmten Lagen und Dimensionen, die Räder vorläufig noch nicht, sodann die Lagerplatten, worauf die Lager zu stehen kommen, nach diesem System erst ~~den Stuhl~~ die Räder und zuletzt den Stuhl.
Nur auf diese Weise kann eine richtige Materialverwendung vorkommen.
Man wird am besten thun, sich vorerst eine Skizze zu entwerfen, welche als leitender Gedanke dient und in dieser die Sache kritisiren, bis man zu einem günstigen Resultate kommt und dann nach diesem die Sache in's Reine zeichnet.
Es finden sich nun in den Resultaten Taf. XVIII, XIX und XX verschiedene Lagerstühle aufgezeichnet.

Hebel.

Es kommen dieselben sehr häufig bei Anordnungen von Maschinen vor. Sie können entweder gerade oder Winkelhebel sein.

Nehmen wir zuerst einen geraden Hebel, der seinen Drehungspunkt in C habe, ferner wirke eine Kraft P in B und in A d. Widerstand Q. Ferner nehmen wir an, daß zweiseitige Zapfen vorhanden wären, so muß nun für den Gleichgewichtszustand sein:



$$Qq = Pp$$

$$Q = P\frac{p}{q}$$

$$R = P + Q = P\left(1 + \frac{p}{q}\right)$$

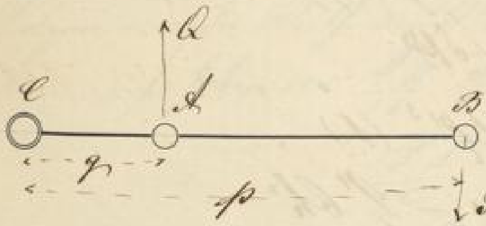
Ferner nehmen wir für die Durchmesser bei $A = \delta q$, für $C = d$ u. B δp an.

Dann ist $\delta p = 0{\cdot}12\sqrt{P}$

$$\delta q = 0{\cdot}12\sqrt{Q} = 0{\cdot}12\sqrt{P} \times \sqrt{\frac{p}{q}}$$

$$= \delta p\sqrt{\frac{p}{q}}$$

Denken wir uns nun den Drehungspunkt am Ende des Hebels in C angebracht, den Widerstand Q in Mitte bei A und die Kraft in B. Wegen des Gleichgewichtszustandes muß wieder sein:



$$Pp = Qq$$

$$Q = P\frac{p}{q}$$

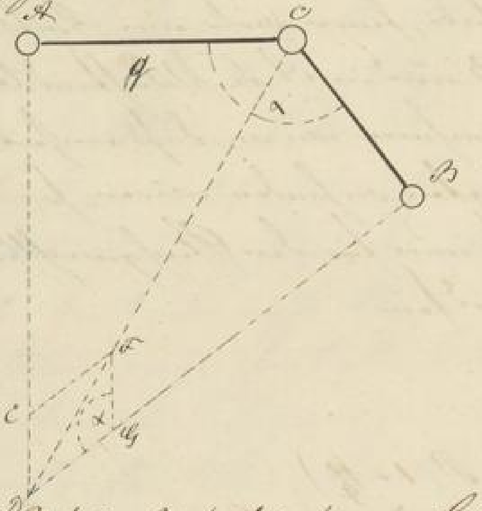
$$R = Q - P$$

$$\delta p = 0{\cdot}12\sqrt{P}$$

$$\delta q = \delta p\sqrt{\frac{p}{q}}$$

$$d = \delta p\sqrt{\frac{p}{q} - 1}$$

Für einen Winkelhebel haben wir, wenn wir mit α den Winkel, welche beide Schenkel des Hebels miteinander bilden, bezeichnen. Als gegeben setzen wir noch ferner die beiden Längen der Schenkel voraus, dann haben wir die Zapfendurchmesser δp, δq, und d zu bestimmen.



Nun ist im Dreieck DFG.

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2QP\cos\alpha}$$

$$R = P\sqrt{1 + \left(\frac{Q}{P}\right)^2 - 2\left(\frac{Q}{P}\right)\cos\alpha}$$

$$R = P\sqrt{1 + \left(\frac{p}{q}\right)^2 - 2\left(\frac{p}{q}\right)\cos\alpha}$$

$$\delta p = 0{\cdot}12\sqrt{P}$$

$$\delta q = 0{\cdot}12\sqrt{Q} = \delta p\sqrt{\frac{p}{q}}$$

$$d = 0{\cdot}12\sqrt{R}$$

$$= 0{\cdot}12\sqrt{P}\sqrt[4]{1 + \left(\frac{p}{q}\right)^2 - \left(\frac{p}{q}\right)\cos\alpha}$$

Resultat Seite 77 ist eine Tabelle für verschiedene Verhältnisse von $\frac{p}{q}$ und α angegeben.

Soll der Hebel mit zweiseitigen Zapfen versehen werden, so hat man nur zuerst einseitige zu rechnen und die so erhaltenen Durchmesser mit 0·7 zu multipliciren.

Zur Bestimmung der Querschnitte des Hebels haben wir, wenn c die Länge desjenigen Zapfens, dessen Durchmesser $= \delta p$.

$$P\frac{c}{2} = \frac{S\pi}{32}(\delta p)^3$$

$$P = \frac{S\pi}{16}\frac{(\delta p)^3}{c} \quad (1.)$$

Nun haben wir für den Arm $P \times p = \frac{S}{6}bh^2$

Arm und Zapfen sollen die gleiche Festigkeit besitzen, daher setzen wir $\frac{\pi}{16}\frac{(\delta p)^3}{c} = \frac{1}{6}\frac{bh^2}{p}$

daraus folgt $h^2 = \frac{6\pi}{16}\frac{(\delta p)^3}{c}\frac{h}{b}$

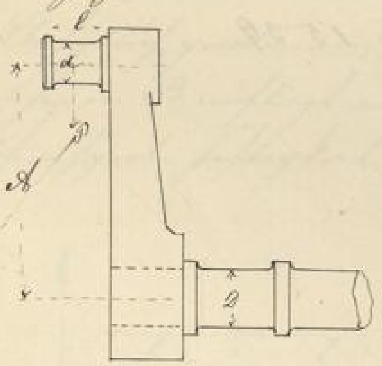
$$h^3 = \frac{6\pi}{16}\frac{(\delta p)^3}{c}\, p\, \frac{h}{b}$$

$$\frac{h}{\delta p} = \sqrt[3]{\frac{6\pi}{16}\left(\frac{\delta p}{c}\right)\left(\frac{p}{\delta p}\right)\left(\frac{h}{b}\right)}$$

$\frac{h}{b}$ ist angemessen je nach Umständen zu nehmen, p u. δp sind bekannt. Hierzu findet sich eine Tabelle Seite 78. Resultat. Taf. XV fig 3 ist eine Abbildung eines Winkelhebels.

Kurbeln.

Der Unterschied derselben und Winkelhebel ist, daß die Axe um welche die Kurbel sich dreht eine Rotationsaxe ist und auf Torsion in Anspruch genommen ist.
Wir beziehen alle Dimensionen auf den Zapfen, so ist das Moment welches den Zapfen abzubrechen strebt:



$$P\frac{c}{2} = \frac{S\pi}{32} d^3$$

$$P = \frac{S\pi}{16}\frac{d^3}{c} \quad (1)$$

$$PA = \frac{T\pi}{16} D^3$$

$$P = \frac{T\pi}{16}\frac{D^3}{A} \quad (2)$$

Setzen wir die Werthe von P aus Gl. 1 u. 2 einander gleich, so haben wir $\frac{S\pi}{16}\frac{d^3}{c} = \frac{T\pi}{16}\frac{D^3}{A}$

$$\frac{S d^3}{c} = \frac{T D^3}{A}$$

$$D^3 = \frac{S}{T} d^3 \frac{A}{c}$$

$$d^3 = \frac{T}{S} D^3 \frac{c}{A} = \frac{T}{S}\frac{D^3 c}{A d}$$

$$d^3 = D^2 \frac{T}{S}\frac{D c}{A D}$$

$$\left\{\begin{aligned} \frac{D}{d} &= \sqrt[3]{\frac{r}{T}}\sqrt[3]{\frac{A}{c}} = \sqrt[3]{\frac{r}{T}\frac{d}{c}}\sqrt[3]{\frac{A}{d}} \\ \frac{d}{D} &= \sqrt{\frac{T}{r}\frac{c}{d}}\sqrt{\frac{D}{A}} \end{aligned}\right\}$$

Die Zapfen werden immer von Schmiedeeisen hergestellt, während die Welle auch aus Gußeisen bestehen kann.
Seite 79 Resultat. ist eine Tabelle aufgestellt, worin für $\frac{A}{d}$, $\frac{A}{D}$, $\frac{D}{d}$ und $\frac{d}{D}$ die Werthe für Wellen von Schmied u. Gußeisen enthalten sind.

Beisp. z. B.

$A = 50$

$d = 10$

$\frac{A}{d} = \frac{50}{10} = 5$ Welle u. Zapfen von Schmiedeisen

$\frac{D}{d} = 1{\cdot}539$

$D = 1{\cdot}539 \times 10 = 15{\cdot}39.$

$A = 100$

$D = 25$

$\frac{A}{D} = \frac{100}{25} = 4$

$\frac{d}{D} = 0{\cdot}6$

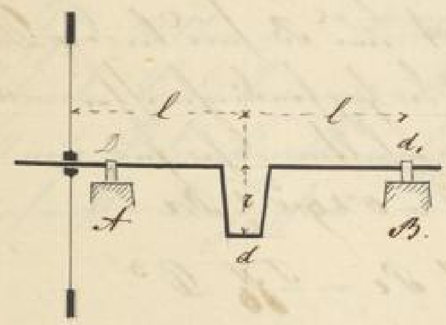
$d = 0{\cdot}6 \times 25 = 15{\cdot}0.$

Für die Kurbelarme müssen wir empirische Regeln aufstellen und diese aus Constructionen, welche sich gut bewährt haben entnehmen. Von Materialersparniß kann hier keine Rede sein, da diese Kurbel erstens wenig vorkommen und dann 2tens immer sehr ungünstigen Verhältnissen ausgesetzt sind; da z. B. ein Kurbelbruch bei einer Dampfmaschine unberechenbare Folgen haben

kann und nicht selten auch mit Unglücksfällen verbunden ist.
Die Dimensionen finden sich Taf. XV fig. 6 für Kurbeln von Schmiedeisen und fig. 5 für Kurbeln von Gußeisen aufgezeichnet.
Wenn es sich nun um große Excentricität handelt, wie z. B. bei Locomotiven und Dampfschiffen, so macht man am besten Kurbel und Zapfen aus einem Stück, während bei Landdampfmaschinen es üblich ist, den Zapfen einzusetzen.

Kurbelaxen.

Bezeichnen wir mit $2l$ die Länge der Axe, mit r den Halbmesser der Kurbel, ferner denken wir uns bei A ein Schwungrad angebracht und es soll die Kraft P nach A hin übertragen werden, so wird die Welle auf Seite des Lagers A auf Torsion in Anspruch genommen, während ~~das~~ andere Theil der Welle, welcher in B aufliegt nur der Biegung ausgesetzt ist, und also auf respect. Festigkeit in Anspruch genommen ist.



Bezeichnen wir mit D Durchmesser bei A, mit $d_,$ Durchm. bei B und mit d den Durchmesser des Kurbelzapfens, so ist

$$d_, = 0{\cdot}12\sqrt{\tfrac{l}{2}P}$$

Steht die Kraftrichtung senkrecht auf dem Kurbelhalbmesser, so ist das Torsionsmoment ein Maximum und es ist:

$$Pr = \frac{T\pi}{16}D^3$$

für die Kurbelzapfen haben wir:

$$\frac{1}{2} Pl = \frac{S\pi}{32} d^3$$

Eliminiren wir aus beiden Gleichungen P, so

$$Pl = \frac{S\pi}{16} d^3$$

$$Pr = \frac{T\pi}{16} D^3$$

und dividiren beide durcheinander, so erhalten wir folgendes:

$$\frac{d^3 S}{D^3 T} = \frac{l}{r}; \quad \frac{d}{D} = \sqrt[3]{\frac{T}{S}} \sqrt[3]{\frac{l}{r}}$$

$$\frac{d}{D} = \sqrt[3]{\frac{210}{450}} \sqrt[3]{\frac{l}{r}} = 0{\cdot}77 \sqrt[3]{\frac{l}{r}}$$

indem man für schmiedeiserne Zapfen S = 450 und T = 210 zu nehmen hat. Construct. eines solchen Kurbelzapfens Taf **XVI** fig 1.

2tens

können wir uns die Kraft zu beiden Seiten der Kurbel übertragen denken, so daß beide Theile der Welle nur auf Torsion in Anspruch genommen sind und jeder Theil die halbe Kraft zu tragen hat, wie es z. B. bei einer Schiffsmaschine mit einfach wirkendem Cylinder der Fall ist. Die Durchmesser der Welle bei A und B sind beide = D und der Zapfendurchmesser = d. Wir erhalten daher für

$$D = 0{\cdot}29 \sqrt[3]{\frac{1}{2} Pr}$$

$$\frac{1}{2} Pr = \frac{T\pi}{16} D^3$$

$$\frac{1}{2} Pl = \frac{S\pi}{32} d^3$$

Eliminiren wir P aus diesen beiden Gleichungen, so erhalten wir:

$$\frac{d}{D} = 0{\cdot}97 \sqrt[3]{\frac{l}{r}}$$

welche Stärke die Welle auch bei Achsen müßte.
Was den Kurbelarm betrifft, so ist das Moment irgend eines Querschnitts desselben, das dem Abbrechen ausgesetzt ist, gleich d oder dem Durchmesser des Kurbelzapfens zu setzen.
Die Construction für diese Art von Kurbelbogen sind Seite 80. Kap. und eine Abbildung Taf. XVI fig. 2
Es sei nun zum Beispiel

$$P = 5000 \text{ Kilg.}$$
$$l = 60^{\text{cm}}$$
$$r = 30^{\text{cm}}$$

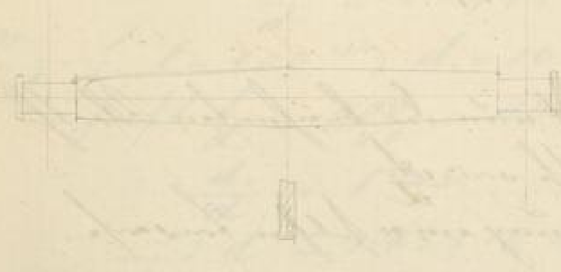
dann ist $D = 0{\cdot}29 \sqrt[3]{\tfrac{1}{2} \times 5000 \times 30} = 0{\cdot}29 \sqrt[3]{75000} = 12{\cdot}2$

$$\frac{d}{D} = 0{\cdot}97 \sqrt[3]{\frac{60}{30}} = 1{\cdot}22$$

$$d = 1{\cdot}22 \times 12{\cdot}2 = 14{\cdot}18$$

Traversen.

Dieselben kommen sehr häufig bei Dampfmaschinen und Pumpwerken vor, wenn man genöthigt ist, die Verbindung zwischen Kolben und Kurbel zur mittelst Schubstange zur Seite des Cylinders anzubringen.
Ist nun P die Kraft, welche auf einen Zapfen wirkt, d der Durchmesser des Zapfens und λ die halbe Länge der Traverse,



so ist das Moment, welches den Zapfen zu brechen strebt

$$P\frac{\lambda}{2} = \frac{S\pi}{32} d^3$$

das Moment, welches die Traverse in der Mitte abzubrechen strebt, ist für

Für einen rechteckigen Querschnitt.

$$PA = \frac{r}{6} bh^2$$

$$d^3 = \frac{16\, Pc}{r\pi}$$

$$h^2 = \frac{6\, PA}{rb}$$

Dividirt man diese beiden Gleichungen durcheinander,

so erhält man $\frac{d^3}{h^2} = \frac{16\, Pc}{r\pi} \times \frac{rb}{6\, PA} = \frac{16}{6\pi}\,\frac{bc}{A}$

$$\frac{h^2}{d^3} = \frac{6\pi}{16}\,\frac{A}{cb}$$

$$\frac{h^3}{d^3} = \frac{6\pi}{16}\,\frac{Ah}{bc}$$

und $\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\frac{6\pi}{16}\left(\frac{h}{b}\right)\left(\frac{d}{c}\right)\left(\frac{A}{d}\right)}$

$\frac{h}{b}$ nimmt man als constant an und zwar gleich $\frac{1}{3}$, es ist also nichts mehr variabel als $\frac{A}{d}$.

Wir setzen also $\frac{h}{d} = 1{\cdot}344\,\sqrt[3]{\frac{A}{d}}$ aber nur unter der Voraussetzung, dass $\frac{h}{b} = \frac{1}{3}$

Es sei z. B. $A = 48$

$d = 8$

so ist $\frac{A}{d} = \frac{48}{8} = 6.$

$\frac{h}{d} = 2{\cdot}44$

$$\begin{cases} h = 2{\cdot}44 \times 8 = 19{\cdot}52 \\ b = 6{\cdot}25. \end{cases}$$

In der Rcf. Seite 81 finden sich nun die berechneten Werthe von $\frac{h}{d}$ für verschiedene Werthe von $\frac{A}{d}$

Taf. XXI fig 1 ist die Zeichnung einer solchen Traverse.

Schubstangen.

Sie haben den Zweck eine hin und hergehende Bewegung in eine drehende zu verwandeln. Fassen wir zuerst das Festigkeitsziel in's Auge und nehmen an, dass alle Querschnitte rund seien, so haben wir folgendes: $d = \alpha\sqrt{P}$

Da nun eine solche Stange, bald auf absolut, bald auf rückwirkende Festigkeit in Anspruch genommen ist, so muss dieselbe nach letzterer construirt werden und hiefür eine gewisse Constante gesetzt werden.

$$P = \beta \frac{d_1^4}{l^2}$$

$$P = \frac{d^2}{\alpha^2}$$

$$\frac{d^2}{\alpha^2} = \frac{d_1^4}{l^2}$$

$$d_1^4 = \frac{1}{\alpha^2\beta} l^2 d^2$$

$$\frac{d_1^4}{d^4} = \frac{1}{\alpha^2\beta} \frac{l^2}{d^2}$$

$$\frac{d_1}{d} = \sqrt[4]{\frac{1}{\alpha^2\beta}}\sqrt[2]{\frac{l}{d}}$$

Das angemessenste ist die Constante durch Erfahrung zu bestimmen.

$$\frac{d_1}{d} = 0{\cdot}299\sqrt{\frac{l}{d}}$$

Bei z. B. $l = 400^{cm}$, $d = 10^{cm}$

heisst $\frac{l}{d} = \frac{400}{10} = 40$

$\frac{d_1}{d} = 1{\cdot}45$

und $d = 1{\cdot}45 \times 10 = 14{\cdot}5$

Der runde Querschnitt ist an und für sich die beste Form für Festigkeit, wäre auch für die Ausführung die beste; allein, da z. B. bei größeren Schubstangen die mittlere Dicke zu groß würde und man oft im Raume beengt ist und weil ferner bei gußeisernen Schubstangen leicht ungesunde Stellen im Guß vorkommen und runde Stangen überhaupt häßlich sind, wählt man besser einen vierkantigen Querschnitt wovon 2 Seiten gerade und die beiden andern gekrümmt sind. Wir stellen uns nun die Frage, den Querschnitt einer solchen Stabes zu berechnen.

Wir gehen vom runden Querschnitt aus und suchen dafür ein rechteck. Querschn. der dem runden aequivalent ist in Bezug auf rückwirkende Festigkeit.

Für einen runden haben wir $P = \frac{\varepsilon \pi^3}{64} \frac{d_1^4}{l^2}$

„ „ vierkantigen „ „ $P = \frac{\varepsilon \pi^2}{12} \frac{b^3 a}{l^2}$

$$\frac{\varepsilon \pi^3}{64} \frac{d_1^4}{l^2} = \frac{\varepsilon \pi^2}{12} \frac{b^3 a}{l^2}$$

$$\frac{12}{\varepsilon \pi^2} \times \frac{\varepsilon \pi^3}{64} \frac{d_1^4}{l^2} = ab^3$$

Multiplizirt man mit $\frac{b}{a} \cdot \frac{1}{d_1^4}$

so erhält man $\left(\frac{b}{d_1}\right)^4 = \frac{6\pi}{32} \frac{b}{a}$

und $\frac{b}{d_1} = \sqrt[4]{\frac{6\pi}{32}\left(\frac{b}{a}\right)}$

Bei z. B. $d_1 = 12$, $\frac{a}{b} = 1{\cdot}5$

so ist $\frac{b}{d_1} = 0{\cdot}78$ $\{$ $b = 0{\cdot}78 \times 12 = 9{\cdot}36$

$\frac{a}{d_1} = 1{\cdot}17$ $\{$ $a = 1{\cdot}17 \times 12 = 14.$

Schubstangenköpfe.

Dieselben befinden sich an den Enden der Stangen und umfassen die Zapfen, sind also in Wirklichkeit Zapfenlager.
Die Schalen laufen sich aber mit der Zeit aus und es muß daher gesorgt werden, daß immer eine Anschließung stattfindet, was durch sog. Keilung bewerkstelligt wird.
Das Andrücken der Schalen kann nun auf dreierlei Weise geschehen.

1. Indem man die äußere Schale hereintreibt, wodurch eine Verkürzung der Stange eintritt.
2. Indem man die innere Schale nach außen treibt und eine Verlängerung der Stange eintritt
3. die Länge der Stange bleibt unverändert, wenn wir die äußere Schale nach innen und die innere nach außen treiben, was durch eine doppelte Keilung geschieht.

Für den Fall, daß die Zapfen an beiden Enden sich gleichmäßig abnützen, ist es genügend das eine Ende mit einer äußeren, das andere Ende mit einer inneren Keilung zu versehen; nützt sich hingegen ein Zapfen stärker ab, so muß die Stange an dieser Stelle mit einer doppelten Keilung versehen werden, während das andere Ende eine einfache Keilung erhalten kann.
Für geringe Abnützung ist gar keine Keilung nothwendig.
Nun sind verschiedene Formen dieser Köpfe in den Resultaten Taf <u>XXI</u> fig 3, 4 u. 5; Taf <u>XXII</u> fig 1–9 aufgezeichnet.
Schubstangen von Gußeisen werden meistens bei Balanciermaschinen angewandt und deren äußere Form kann ganz nach Gefühl bestimmt werden, die Metalldicke δ der Nabe wäre nur noch zu bestimmen.

Eine Abbildung findet sich Taf XXIII fig 4. 5 & 6 dies.

Balancier.

Dieselben bestehen in der Regel aus Gußeisen und kommen meistens nur bei Watt'schen Maschinen vor.

Bezeichnen wir nun mit L die halbe Länge des Balanciers, ferner sei G das Gewicht desselben, so wirkt einmal auf den mittleren Zapfen eine Kraft von 2P + G, das andere mal eine Kraft von G - 2P. Die Zapfen müssen daher für einen Druck von 2P + G construirt werden, und es ist unter P der Dampfdruck und das Gewicht des Kolbens samt Kolbenstange zu verstehen.

Es muß nun der Körper des Balanciers in der Mitte am stärksten sein und das Moment welches denselben an dieser Stelle abzubrechen strebt muß, abgesehen vom Gewichte, sein:

$$PL = \mathfrak{S}E.$$

$$\text{oder } PL = \frac{\mathfrak{S}}{6}\left[b_2 h_2^3 + b_1\left(h_1^3 - h_2^3\right) + b\left(h^3 - h_1^3\right)\right]$$

$$PL = \frac{\mathfrak{S}}{6} h^3\left[\left(\frac{b_2}{h}\right)\left(\frac{h_2}{h}\right)^3 + \left(\frac{b_1}{h}\right)\left(\frac{h_1}{h}\right)^3 - \left(\frac{h_2}{h}\right)^3 + \frac{b}{h}\left(1 - \left(\frac{h_1}{h}\right)^3\right)\right]$$

Setzen wir der Abkürzung wegen für den Ausdruck in der Kl. M so haben wir $PL = \frac{f}{6} h^3 M$

$$h = \sqrt[3]{\frac{6PL}{fM}}$$

$$\left(\frac{L}{h}\right) P = \frac{f}{6} M h^2; \quad h = \sqrt{\frac{6\left(\frac{L}{h}\right)P}{fM}}$$

Man fertigt diese Balancier aus Gußeisen nur noch für Maschinen von 150–200 Pferdekraft, für stärkere Maschinen würde der Balancier zu groß werden und schwierig herzustellen sein, denn einen solchen großen Gußträger [illegible] können.

Größere Balancier's werden daher aus Blechen gefertigt und an diejenigen Stellen, wo Zapfen angebracht werden, kommen gußeiserne Hülsen. Man kann die Balancier's auch ähnlich, wie Gitterträger zusammensetzen.

Abbildungen eines Balancier's ist Taf XXIII fig 1, 2 & 3 enthalten, sowie die Dimensionen zur Construktion desselben in den [illegible] Seite 83

Seil- und Kettenhacken.

Dieselben kommen häufig bei Flaschenzügen, Anordnungen von Hebevorrichtungen etc vor.

Nehmen wir einen kreisförmigen Haken an und lassen die neutrale Faser mit der Axenfaser zusammenfallen, ferner sein alle Durchschnitte [illegible] Kreise; so ist nun die Form zu bestimmen, bei welcher der Haken in allen Theilen gleiche Festigkeit darbietet.

Heißen wir nun den $\sphericalangle\, \varphi$ und ist $AC = r$,

ferner $AB = y$

so wird AB eine Funktion von φ sein.
Wir fällen nun eine Senkrechte von D auf CQ und es ist

$$\text{diese } DG = \left(r + \frac{y}{2}\right) \sin\varphi$$

das Moment der Kraft, welche den Querschnitt bei AB abzubrechen strebt ist:

$$Q \cdot DG = \left(r + \frac{y}{2}\right) \sin\varphi.$$

$$\left(r + \frac{y}{2}\right) \sin\varphi \, Q = \frac{S_1 \pi}{32} y^3$$

$$S_1 = \frac{32\left(r + \frac{y}{2}\right) Q \sin\varphi}{\pi y^3}, \quad S_2 = \frac{Q \sin\varphi}{\frac{1}{4} y^2 \pi}$$

Wir zerlegen nun die Kraft Q in zwei Seitenkräfte $Q \sin\varphi$ und $Q \cos\varphi$, so entsteht in A vermöge der Schiebung eine Spannung S_2. S_1 sei das Spannungsmoment das im Punkte A eintritt. Heißen wir die Totalspannung S, so ist

$$S = S_1 + S_2$$

$$S = \frac{32\left(r + \frac{y}{2}\right) Q \sin\varphi}{\pi y^3} + \frac{4 Q \sin\varphi}{y^2 \pi}$$

$$S = \frac{4 Q \sin\varphi}{\pi y^2} \left\{ 1 + \frac{8\left(r + \frac{y}{2}\right)}{y} \right\}$$

$$S = \frac{4 Q \sin\varphi}{\pi y^2} \left\{ \frac{5y + 8r}{y} \right\}.$$

$$S = \frac{16 Q \sin\varphi}{\pi y^3} \left\{ 2r + \frac{5}{4} y \right\}$$

$$\sin\varphi = \frac{S \pi}{16 Q} \cdot \frac{y^3}{2r + 1{\cdot}25\, y}$$

die Spannung, welche durch den Zug entsteht haben wir vernachlässigt.
Für A wird $\sin\varphi = 1$, die Spannungsintensität am größten.

Also $1 = \frac{P\pi}{16Q} \frac{1}{2a + 1{,}25\,1}$.

Nun kommt es darauf an wie stark P zu nehmen ist.
Es wird für Kettenhaken $P = 2800$, für Seilhaken $P = 1400$
die innere Öffnung soll immer so klein als mögl. genommen werden. Mässiger wird die Form für Doppelhaken, wobei die Last an 2 Ketten oder Seilen hängt und also jeder Haken nur die Hälfte zu tragen hat.
Es kann also für dieselbe Last, die Öffnung im Verhältniss zur $\sqrt{2}$ schwächer gemacht werden.

Röhren und deren Verbindungen.

Werden in grosser Menge bei Wasser und Gasleitungen angewendet.
Es kommt bei einer Röhrenleitung der Durchmesser und die Länge eines Rohrstückes in Betracht.
Gewöhnlich ist die Quantität der Flüssigkeit und die Geschwindigkeit, mit welcher sie durch die Leitung geht, gegeben, womit also die Hauptdimensionen eines Röhrenstückes zu bestimmen sind.
Das Material einer Röhrenleitung richtet sich nun ganz nach den Eigenschaften der Flüssigkeit, welche hindurch geleitet werden soll und nach dem Druck der im innern der Röhren herrscht.
Da nun bei Röhrenleitungen, wie bei einer Wasserleitung die Strömung gegen die Röhre eine bedeutende Reibung verursacht, so soll man immer darauf achten, der Flüssigkeit eine geringe Leitungsgeschwindigkeit zu geben, gewöhnlich 1 Metre.
Bezeichnen wir mit Q die Menge d. Flüssigkeit, v die Geschw. derselben, $\Omega = d$ den innern Durchmesser, D den äussern Durchmesser der Röhre, so haben wir $Q = \Omega v$.

$$\Omega = \frac{Q}{v} = \frac{d^2\pi}{4}$$

$$d = \sqrt{\frac{4}{\pi}\frac{Q}{v}}$$

Es werden nun Röhren aus folgendem Material u. zu folgenden Zwecken gefertigt.

a. Eisenblech wird angewendet bei sehr grossen Flüssigkeitsmengen, wobei die Röhren zuweilen sehr grosse Durchmesser erhalten, insbesondere zu Wasserleitungen für Turbinen.

b. Gusseisen kommt vielfach in Anwendung von 8–40 cm Weite bei Wasserleitungen, sowie auch Gas und Dampfleitungen.

c Kupfer wählt man vorzugsweise für ganz kleine Röhren, welche biegsam, elastisch sein sollen und namentlich eine sehr hohe Temperatur noch ertragen

d Bleiröhren haben die vortreffliche Eigenschaft, dass sie sich sehr leicht und jeder möglichen Krümmung biegen lassen. Sie finden ihre Anwendung als Detailleitungen zu Gaseinrichtungen

e Zinkröhren kommen weniger vor

f Schmiedeisernen Röhren fertigt man dann an, wenn dieselben bestimmt sind, eine sehr hohe Temperatur und einen hohen Druck auszuhalten.

g. Holzröhren zu Brunnenleitungen etc. und

h. Steinerne Röhren, welche sehr selten vorkommen, aber sehr vortheilhaft für Trinkwasserleitungen sind wegen ihrer grossen Reinlichkeit und dem Wasser keinen fremden Geschmack mittheilen. Letztere Röhren können auch auf künstliche Weise aus Cementen hergestellt werden.

Es kommt nun weiter die Metalldicke δ der Wand in Betracht, welche sich theils nach der innern Pressung, dann nach Umständen der Abnützung, Rost etc., ferner nach dem Anfertigungsprozeß richtet.

Wir haben zur Bestimmung von δ folgendes.

Ist K die Festigkeit des Materials, d der Durchm. der Röhre, n der innere, n_1 der äußere Druck und l die Länge einer Röhre

so ist $$d\,l\,(n - n_1) = 2\,\delta\, l\, K.$$

und $$\delta = \frac{d\,(n - n_1)}{2\,K} = a\,n\,d + b.$$

Wir erhalten für die verschiedenen Materialien folgendes:

Eisenblech $\delta = 0{\cdot}00125\ n\,d + 0{\cdot}30$

Gußeisen $\delta = 0{\cdot}00400\ n\,d + 0{\cdot}50$

Kupfer & Messing $\delta = 0{\cdot}00200\ n\,d + 0{\cdot}10$

Blei $\delta = 0{\cdot}04000\ n\,d + 0{\cdot}10$

Zink $\delta = 0{\cdot}02500\ n\,d + 0{\cdot}10.$

Die Länge der einzelnen Röhrenstücke richtet sich nach dem Anfertigungsprozeß. So darf man z. B. bei Gußeisen nicht über eine bestimmte Länge hinausgehen, weil sonst der Kern bei großer Länge sich leicht biegen würde und das Rohr beim Guß ungleich starke Wellen erhielte.

Röhrenverbindung

Für Gußröhren, welche wohl die umfangreichste Anwendung haben, unterscheidet man die Verbindung mittelst Flantschen und Muffen.

1. Die Verbindung mittelst Flantschen wird meistens in den Fällen angewendet, da man zur Verbindung leicht gelangen kann

weg z. B. zu Dampfleitungen, Leitungen in offenen Räumen und niemals zu solchen, die unter Erde gelegt werden.
Die Flantschen macht man in der Regel so groß, daß die Schrauben genug Platz haben und erhalten folgende Dimensionen

Länge 1 + 1·5 δ

Dicke 0·33 + 1·17 δ.

Die Dichtungen sind je nach der Flüssigkeit, welche durch die Leitung geht, von verschiedenem Material.

Die Verbindung mit Muffen wendet man meistens zu Gas-, Wasserleitungen und überhaupt zu Leitungen an, die in die Erde gelegt werden. Das ~~eine~~ Ende jedes Röhrenstückes hat bei dieser Verbindung eine becherförmige Erweiterung, das andere Ende hat eine Art Flantsche und wird in das andere erstere eingeschoben. Die Verbindung bei Gasleitungen geschieht ungefähr auf folgende Weise. In das eine Röhrenstück mit becherförmiger Erweiterung wird zunächst ein getheerter Hanfring gebracht, sodann das andere Röhrenstück eingeschoben und der übrige Raum mit flüssigem Blei ausgegossen, das nach dem Erkalten noch fest eingestemmt wird.
Das erstere Röhrenstück hat noch eine wulstförmige Verstärkung damit das Rohr beim Stemmen des Bleies nicht leicht springt.
Für den Fall, daß die Röhren nicht mehr auseinander genommen werden sollen wendet man Eisenkitt an. Derselbe besteht aus Eisenfeilspänen, Schwefelblumen und verdünnter Säure. Diese 3 Stoffe gehen bei der Mischung unter Wärmeentwicklung eine innige Molekularverbindung ein und die Röhren können nur noch durch gewaltsames Zerschlagen getrennt werden.

die Dimensionen einer solchen Muffenverbindung sind folgende: innere Länge einer Muffe $d + 2\delta$

" Durchmesser " " $d + 1{\cdot}4\,\delta$

Metalldicke einer Muffe $1{\cdot}2\,\delta$

Taf. XXIV finden sich die gebräuchlichsten Röhrenverbindungen

Cylinderdeckel

für Dampf und Pumpencylinder. Die Metalldicke derselben richtet sich einestheils nach den innern Kräften, anderntheils nach dem Anfertigungsprozeß.

Die Metalldicke richtet sich ferner nach dem Durchmesser des Cylinders und wir dürfen die Annahme machen, daß dies δ mittelst einer Gleichung folgender Form bestimmt werden kann:

$$\delta = a + bD.$$

Bezeichnen wir die Metalldicke für Cylinder mit kleinem Durchmesser mit δ_1 für größere Cylinder mit δ_2, so bestehen folgende Gleichungen:

$$\delta_1 = a + bD_1$$

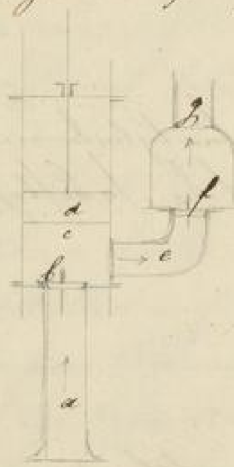
$$\delta_2 = a + bD_2$$

Man kann δ auch auf folgende Weise bestimmen. Man nimmt die Dimensionen von δ und D vieler Cylinder von verschiedener Größe, trägt die so erhaltenen D als Abscissen, die δ als Ordinaten auf, verbindet die Endpunkte sämmtlicher Ordinaten durch einen stetigen Zug und wird so auf diese Weise annähernd eine gerade Linie finden. Ferner findet man, daß δ für kleine Cylinder

groß und für große Cylinder klein ausfällt.
Am besten ist, man bestimmt die Metalldicke nach Constructionen, die sich gut bewährt haben.
Wir können $\delta = 1{,}5 + \frac{D}{60}$ setzen.
Was die Anzahl der Deckelschrauben betrifft, so richtet sich dieselbe nach dem Totaldruck, der gegen den ~~Kolben~~ Deckel ausgeübt wird. Sie ist: $3 + \frac{D}{7}$
Für die übrigen Dimensionen des Deckels, welche δ proportional sind, finden sich die Verhältnißzahlen Taf XXIV Fig 1 in den Resultaten bestimmt.

Ventile.

Sie dienen zur Communikation zwischen Röhren, Behältern, Pumpen und sind hauptsächlich Bestandtheile der letzteren.



Die Bedingungen welche wir an ein solches Ventil zu machen haben, sind:
1. Rechtzeitiges Öffnen und Schließen desselben.
2. daß dasselbe sich leicht öffnet und
3. Genauer und guter Verschluß.

Stellt nun beistehende Figur eine Druckpumpe dar, welche aus folgenden wesentlichen Bestandtheilen besteht. a dem Saugrohr, b dem Saugventil, c dem Cylinder, d Kolben, e knieförmiges Rohr, f dem Druckventil und g dem Steigrohr.
Wenn nun der Kolben aufwärts geht, so wird das Wasser in a steigen, das Ventil b in die Höhe heben und unter den Kolben dringen. Beim Herabgehen desselben schließt sich das Ventil b

und das Wasser entweicht durch e nach dem Steigrohr, wobei das Ventil f gehoben wird.

Sei nun o die obere und u die untere Fläche des Ventils. Bezeichnen wir ferner den Druck der Wassersäule auf 1 □cm der Bodenfläche mit O, die Pressung von unten auf 1 □cm mit U, mit G das Gewicht des Ventils und mit F den Reibungswiderstand, den das Ventil verursacht, so muß für das Öffnen des Ventils folgende Gleichung bestehen.

$$Uu = Oo + G + F$$

und $$U = O\frac{o}{u} + \frac{G+F}{u}$$

G und F kommen aber gar nicht in Betracht und können daher leicht weggelassen werden.

Die Intensität des Druckes richtet sich also hauptsächlich nach den beiden Flächen des Ventils.

Wenn es sich bloß um leichtes Öffnen handelt, wären gleiche Flächen wohl am besten.

Bei guten Anordnungen haben wir folgendes:

$$\frac{o}{u} = \left(\frac{D}{d}\right)^2 = \left(\frac{1{\cdot}2\,d}{d}\right)^2$$

$$\frac{o}{u} = 1{\cdot}44 \;;\; \frac{U}{O} = 1{\cdot}44.$$

D bedeutet hier den Durchmesser der obern und d den der untern Ventilfläche. Aus obiger Gleichung ist also ersichtlich, daß die beiden Durchmesser wenig von einander verschieden sind, was man bei der Construction selbstwirkender Ventile anzuwenden hat, welche durch den Druck irgend einer Flüssigkeit gehoben werden. Ventil und Ventilsitz müssen mathematisch congruent sein, daher sehr genau und vollkommen bearbeitet werden.

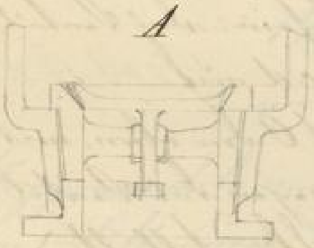
Das Auflager muß nun eine gewisse Breite erhalten, welche Breite aber keineswegs der Größe des Ventils proportional zu nehmen ist, sondern constant ist. Die Höhe des Ventils ist nach empirischer Regel constant zu nehmen und zwar 12 cm

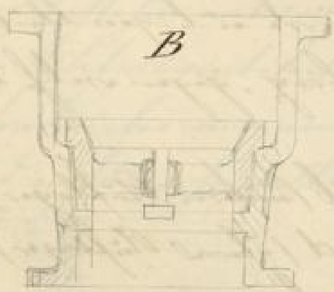
Verzeichnen wir uns eine Reihe Ventile nach obigen Regeln und zwar so, daß immer der kleinere Durchmesser des obersten Ventils, gleich dem größeren Durchmesser des nächstfolgenden u.s.w. und verbinden zuletzt immer je 2 aufeinanderfolgende Punkte durch eine gerade Linie, so wird uns der ganze Linienzug eine logarithmische Linie vorstellen. Ferner ist aus der Zeichnung ersichtlich, daß kleine Ventile spitzkonisch, größere hingegen flachkonisch werden und das Auflager bei großen Ventilen mehr beträgt, als bei kleinen.

A  B  C 

Hinsichtlich der Anfertigung von Ventil und Ventilsitzen ist noch folgendes zu beachten.
Sie dürfen nicht so gearbeitet sein, wie Fig. A zeigt, wobei der obere Theil des Ventils und der untere Theil des Ventilsitzes zerschlagen wird.
Bei der Anordnung **B** würde der untere Theil des Ventils und der obere Theil des Ventilsitzes zerschlagen werden.
C ist eine gute Anordnung und wird daher auch keine Deformation des Ventils als des Sitzes leicht eintreten.

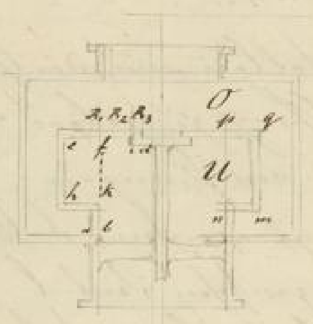
die scharfen Kanten bei den Ventilen müssen durch abgerun-
det werden, damit der Sitz nicht von denselben beschädigt wird.
Die Führung der Ventile ist ebenfalls von großer Wichtigkeit,
namentlich bei großen Pumpwerken, Grubenpumpen etc.
In Bergwerken wendet man des schmutzigen Wassers
wegen keine Metallventile mehr an, sondern Klappen von
Leder, das jederzeit das beste für Kaltwasserpumpenventile
sein wird. Für Locomotiven hat man die sog. Kugelventile
mit sphärischem Ventilsitz. Diese Kugelventile befinden sich
in einem Gehäuse mit Seitenöffnungen und schließen in
allen möglichen Lagen vollkommen.
Für Metallventile wäre zur Erhaltung derselben am vortheil-
haftesten der Pumpe einen langsamen Gang zu geben.





Bei Anordnungen von Pumpen
muß dafür gesorgt werden, daß
das Wasser nicht zwischen Ventil
und Ventilsitz hindurchgepreßt
werden muß, sondern daß es
möglichst leicht sich fortbewegt.
Zum Verständniß hiezu sind 2 Anord-
nungen A u. B angegeben, wovon
die erstere dem Zwecke entspricht.
Es sind die Querschnittsveränderun-
gen bei A ~~sind~~ überall gleich;
auch findet das Wasser zu beiden Seiten des Sitzes genügend
Raum um sich leicht durchzudrücken. Es müssen überhaupt
alle Querschnitte durch welche das Wasser sich durchdrängen
muß gleich sein dem Querschnitte des Rohres.

B ist eine fehlerhafte Anordnung, weil sich hier der Ventilsitz verengert, das Wasser sich an dem Ansatze stößt und die ruhige Bewegung in eine wirbelnde sich umändert, ferner hat das Ventil zu wenig Hub und folglich das Wasser mit großer Kraft hindurchgepreßt werden muß.
Bei einer guten Construction dürfen daher solche Fehler nicht vorkommen.
Es schließen sich nun diesen einfachen Ventilen, die sog. Doppelventile an. Sie kommen meistens bei großen Pumpwerken, in Bergwerken, etc vor.

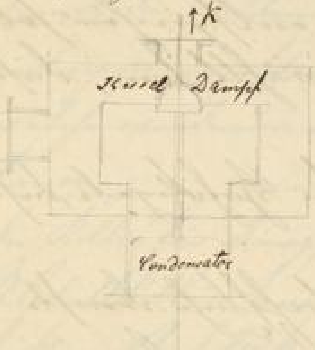


Stellt uns nun beistehende Figur ein solches Ventil dar, so müssen vor allem die Vertikalabstände der Ventile und Ventilsitze gleich sein. Das Ventil sitzt bei ab und cd auf.
Wenn wir nun mit O den obern, mit U den untern Druck gegen das Ventil bezeichnen, so muß, wenn das Ventil sich öffnen soll $U > O$ sein. Vermöge der Fassung ef und hk würde es liegen bleiben. Es bleibt also nur noch die Ringfläche fe übrig, gegen welche ein Druck ausgeübt werden kann.
Heißen wir nun R_1 die Ringfläche von ab (unteres Auflager)
R_3 " " " cd (oberes Auflager)
R_2 " " " f
So wird nun das Ventil mit einer Kraft $U R_2$ hinaufgepreßt, die äußern Fassungen mn und pq heben sich wiederum auf. Es bleibt also $R_1 + R_2 + R_3$. Es muß also

$$U R_2 \text{ gleich oder größer als } O (R_1 + R_2 + R_3).$$

und $U = O\left(1 + \frac{R_1 + R_3}{R_2}\right)$

fragen wir nun, wenn U ~~zum Kleinsten~~ ein Minimum wird, so erfolgt dies, wenn wir die Auflager sehr klein, R_2 hingegen sehr groß machen. Es haben diese Ventile den Vortheil, daß sie nicht weit gehoben werden müssen, hingegen den Nachtheil, daß sie große Kraft zur Hebung erfordern.

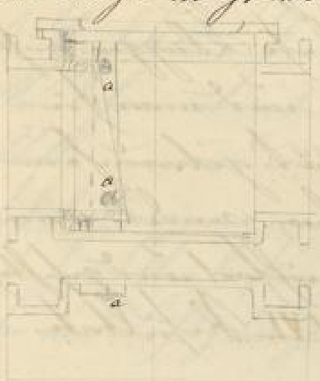


Communicationsventile für Dampfmaschinen und Condensationsapparate größerer Art sind immer meistens Doppelsitzventile. Heißen wir K die Kraft, die erforderlich ist um das Ventil zu heben, so findet folg. Gleichung statt

$$K + UR_2 = O(R_1 + R_2 + R_3)$$

$$\text{und } K = O(R_1 + R_2 + R_3) - UR_2$$

Klappenventile werden vorzugsweise zu Condensationsapparaten, Luftpumpen bei Dampfmaschinen etc angewandt und bestehen entweder aus Metall oder Leder.
Die Metallventile sind schwierig herzustellen und zu erhalten, besonders bei unreinem Wasser, wobei sie leicht undicht werden, und nicht mehr vollkommen schließen.



Die Befestigung solcher Metallventile geschieht meistens in nebenbei skizzirter Weise. Der Keil a kann an den Wänden angegossen oder mittelst Schrauben befestigt sein. Der 2t Keil b drückt nun den Ventilsitz fest gegen die Wand an.

Zeichnungen der verschiedensten Ventile sind in der Ref. Taf XXV enthalten.

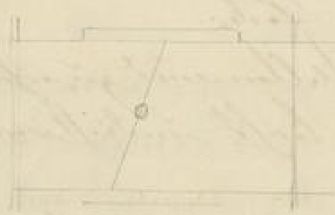
Hahnen.

Diese bestehen meistentheils aus Messing, seltener aus Gußeisen und sind wiederum Einrichtungen, die Kommunikation zweier oder mehrerer Röhren herzustellen. Den Anforderungen, welchen ein Hahnen entsprechen soll sind: 1. die Form desselben muß so gewählt sein, daß sie sich leicht bearbeiten läßt.
2 Muß der Querschnitt der Öffnung des Hahnkegels dieselbe Fläche darbieten, wie derjenige der Röhre.

Für kleine Röhren leisten die Hahnen vortreffliche Dienste und kommen in den mannichfaltigsten Formen vor. Abbildungen solcher Hahnen befinden sich Taf XXV Ref.

Drehklappen.

Dieselben sind vortrefflich für Rohrleitungen von großem



Durchmesser, da hier nur die Reibung zu überwinden ist.
Die Form dieser Klappen ist im Allgemeinen elliptisch.

Nur schließen diese Klappen nicht ganz genau in den Endpunkten der Axe und man sie für eine sorgfältige Abschließung nicht gut gebrauchen kann. Um letzteres vollkommen herzustellen, wendet man Schieber, welche durch irgend eine Vorrichtung geöffnet und geschlossen werden können. Abbildungen Taf XXVI Ref.-Atlas.

Kolben.

Kommen überall vor, wo Flüssigkeiten mit ins Spiel kommen, namentlich bei Pumpen und Dampfmaschinen. Sie sind je nach dem Zweck dem sie entsprechen sollen, verschiedenartig gebildet und bestehen aus verschiedenem Material.

Damit die Kolben genau und dicht an der Cylinderwand anliegen müssen sie mit einer Liederung versehen sein, welche wiederum aus verschiedenem Material bestehen kann.

Die Kolben für Dampfmaschinen können entweder Hanf oder Metallkolben sein. Die ersteren gewähren aber keinen sehr dichten Verschluss und daher nur bei geringer Dampfspannung, bei Niederdruckmaschinen anzuwenden. Die Hanfdichtung muss öfters erneuert werden, wozu der Kolben aus dem Cylinder genommen werden muss, der Cylinderdeckel abgeschraubt u.s.w. was immer sehr misslich ist und nachtheilig auf einen Fabrikbetrieb einwirken kann.

Der Vortheil den diese Kolben aber gewähren ist vor allem der weiche Gang derselben, geringe Abnützung der Cylinderwände, die zuletzt einen höchsten Grad von Glätte erreichen. Ferner haben die Hanfkolben den Vortheil, dass im Fall der Cylinder beim Ausbohren etwas verspannt ~~wäre~~ oder an irgend einer Stelle uneben wäre und eine Vertiefung hätte, der Hanf sich doch immer weich und dicht an diese Stelle anschmiegt. Diese Kolben leisten ferner vortreffliche Dienste zum Wasserschöpfen und Luftpumpen und finden auch meistens hier ihre Anwendung.

Sobald nun die Dampfspannung über 1-1½ Atmosphären beträgt, fertigt man die Dichtung aus Metall an. Die Frage, aus welchem Metall diese Dichtung anzufertigen ist, gibt für Kolben, deren Ringe aus Guß, Schmiedeisen, Kanonenmetall oder Gußstahl bestunden und hinsichtlich ihrer Wirkung erprobt wurden, sehr schwache Differenzen und sind in praktischer Hinsicht sehr unbedeutend.
Aus ökonomischen Gründen sind wohl die gußeisernen Kolben vorzuziehen und werden in den meisten Fällen, namentlich bei großen Kolbendurchmessern angewandt. Diese Ringe müssen aber sehr genau bearbeitet werden, ferner müssen sie eine gewisse Höhe haben, die Intensität des Druckes auf alle Dichtungstheile muß dieselbe sein, ferner ist noch von großer Wichtigkeit, daß alle Dichtungstheile freie Beweglichkeit erhalten und nicht zwischen den Kolbenkörper und Kolbendeckel eingeklemmt sind.
Die Höhe der Dichtung wird ausgedrückt durch einen Ausdruck der Form $A + BD$.
A & B werden empirisch bestimmt und wir erhalten für

Dampfkolben $4\left(1 + \frac{D}{100}\right)$

für Luftkolben $8\left(1 + \frac{D}{100}\right)$

für große Kolben wird also die Dichtung etwas ~~größer~~ höher, als für kleine. Hinsichtlich des Dampfverlustes, der zwischen Cylinder und Kolbendichtung entweicht:

Heißen wir den Durchmesser des Kolbens D, ferner ξ die Spalte zwischen Kolben und Cylinder, P der Druck über, p unter dem Kolben, U die Geschwindigkeit mit der der

dampf entweicht und v die Kolbengeschwindigkeit.
So wird $D^2\frac{\pi}{4}v$ der in einer Sekunde entwickelte Dampf sein.
Ferner ist $D\pi\xi$ die Fläche des Ringstücks ~~ferner~~
und $D\pi\xi u$ die Dampfmenge, welche in einer Sekunde entweicht. Wir erhalten $\frac{D\pi\xi u}{D^2\frac{\pi}{4}v} = \frac{\xi u}{Dv}$.

Der Dampfverlust wird also bei grossen Maschinen unbedeutender sein, als bei kleineren. Die Kolbengeschwindigkeit hat ebenfalls Einfluss auf den Dampfverlust, und es wird letzterer um so geringer sein, je grösser die Geschwindigkeit des Kolbens ist.
Für sehr gut ausgeführte Maschinen wird ξ sehr klein, daher man solche langsam arbeiten lässt.
Der Reibungswiderstand ist proportional dem Umfang und ist für grosse Maschinen klein, für kleine gross.
Wir sehen also, wenn λ den Reibungswiderstand an der Fläche, und a die Höhe des Kolbens bezeichnet.

$$\frac{2\pi D \cdot a\lambda}{\frac{D^2\pi}{4}a} = \frac{\lambda D}{D^2}$$

Für Wasserpumpen sind wohl die Lederkolben am vortheilhaftesten und entsprechen ihrem Zwecke vollkommen.
Es können diese Kolben einen kolossalen Druck aushalten, wie dies die Anwendung bei Wassersäulenmaschinen, hydraulischen Pressen etc. genügend beweisen.
Auf Taf. XXVII Kol. finden sich Kolben verschiedenster Art abgebildet.

Theorie der Verzahnung.

Diese Aufgabe läßt vom geometrischen Standpunkte aus betrachtet unzählige Lösungen zu, vom praktischen aber bieten sich uns nur sehr wenige dar, welche den Anforderungen genügend entsprechen.

Die gewöhnliche Anforderung, welche man an Zahnräder macht, ist, daß das Verhältniß der Winkelgeschwindigkeit constant ist, also in jedem Augenblicke denselben Werth hat.

Wir können uns auch die Aufgabe stellen, daß sich das Verhältniß der Winkelgeschwindigkeit nach einem vorgeschriebenen Gesetze ändert.

Betrachten wir zunächst den ersten Fall, wobei wir drei Hauptfälle zu unterscheiden haben.

1. die Axen können parallel sein.
2. die Axen können sich schneiden und einen gewissen Winkel miteinander bilden.
3. die Axen können irgend welche Lage im Raume gegeneinander einnehmen.

Im ersten Falle wird die Grundform der Räder cylindrische, weßhalb sie auch Cylinder-Räder heißen; beim zweiten Falle ist die Grundform ein Kegel und wir haben die conischen oder Kegelräder; beim dritten erhalten die Räder Grundformen, je nach ihrer Lage paraboloidische, oder hyperboloidische.

1. Verzahnung für parallele Axen.

Dieses allgemeine Verfahren durch welches wir Zahnformen entstehen lassen können, kann auf zahllose Weise gelöst werden.

die Grundanforderung ist, daß das Verhältniß der Winkelgeschwindigkeit constant bleibt, welches so lange gilt, als die Räder noch rund bleiben und nicht aufeinander schleifen. In praktischer Hinsicht soll keine Deformirung eintreten und die Reibung gering sein. Wenn wir diese Umstände nicht berücksichtigen, so wäre jede der nachher beschriebenen Verzahnungsarten gut.

Was die Abnützung anbelangt, so gibt es 2 Hauptverzahnungsarten; nämlich 1 das Rollen der Zähne, 2tens das aneinandergleiten der Zähne. Bei der ersten Verzahnungsart wird fast keine Reibung verursacht, ist aber nicht zu gebrauchen, da die Intensität des Druckes in einem Punkte sehr groß ist, weil sich die Zähne nur in einem Punkte berühren und sich sehr bald abnützen würden. Diese Verzahnung würde für ~~Be~~ Rechnungsmaschinen sehr gute Dienste leisten und eine vorzügliche Präcisionsverzahnung abgeben.

Bei der 2ten Verzahnung fällt die Intensität des Druckes größer aus, weil hier größere Flächen in Berührung kommen, es wird daher auch die Abnützung eine geringere sein.

Man heißt diese im Gegensatz zur ersteren Kraftverzahnung, weil hier überhaupt größere Kräfte transmittirt werden. Es wird immer günstig sein, wenn eine gleichmäßigste Abnützung stattfindet, was nur dann erreicht wird, wenn sich die Zähne wechselseitig constant greifen.

a b 

a wäre hier eine richtige Abnützung, während b nur theilweise abgenützt ist.

Gehen wir nun zu den speziellen Verzahnungsarten über und zwar zunächst zur

Triebstockverzahnung

Wir verfahren hier auf folgende Weise: Wir nehmen die Form der Zähne des einen Rades an und bestimmen darnach die Zahnform des 2ten Rades. Heißen wir die beiden sich berührenden Kreise der beiden Räder Grund- oder Theilkreise und sind r und R ihre Radien, so werden sich dieselben umgekehrt wie die Winkelgeschwindigkeiten der beiden Räder verhalten. Wir nehmen nun in der Peripherie des Kreises vom Radius r einen Punkt d an und nehmen weiter an, daß dieser Stift d ungemeine Festigkeit darbiete und fragen nun was für eine Form der Zahn des andern Rades erhalten muß.

Für die Zahnform des 2ten Rades wollen wir Epicycloide annehmen und zwar so, daß der Kreis r auf R fortrollt. Für die Richtigkeit dieser Annahme müssen wir nachweisen können, daß der Weg, den ein Punkt auf dem Umfange des Kreises r zurücklegt, gleich ist dem Weg, den ein Punkt auf dem Umfange des Kreises R zurücklegt.

Bewegen wir den Kreis R von d nach b, so wird die Zahnform eine andere Stellung einnehmen und der Stift auf dem Umfang von r wird in die Lage a gekommen sein.

Die Richtigkeit findet statt, wenn wir beweisen können,

daß $da = db$

der dünne Stift entspricht aber den praktischen Anforderungen nicht und unsere Annahme wäre daher nicht realisirbar.

Wir machen daher den Stift von endlicher Größe und aus festem Material. Wir heißen alsdann diesen Stab Triebstock. Wir erhalten die Zahnform für das andere Rad, indem wir den Halbmesser des Triebstocks zu beiden Seiten von b auftragen ~~und~~ und eine equidistante zur Epicycloide innerhalb, und eine symmetrische Linie in Bezug zur [illegible] verzeichnen. Diese Verzahnungsart wäre geometrisch richtig, allein nehmen wir an das große Rad würde gewaltsam getrieben und es setze das Kleinere einen bedeutenden Widerstand entgegen, so werden sich Triebstock und Zähne sehr bald abnützen, weil die Pressungsintensität variabel ist.

Heißen wir P die Pressung welche auf die Zähne einwirkt und normal zur Zahnfläche steht, fällen ferner ein Perpendikel p von c aus auf P, so wird die Länge dieses Perpendikels je nach der Stellung der Zähne verschieden sein, und es nimmt die Länge ab, je weiter sich P von der Centrallinie entfernt.

Ist nun M das Moment, welches den Zahn abzubrechen strebt, so haben wir:

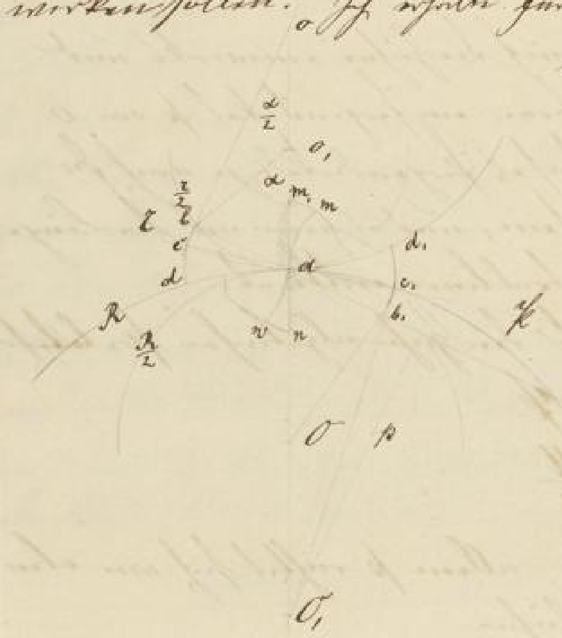
$$M = p \cdot P$$

und
$$P = \frac{M}{p}$$

$\frac{M}{p}$ ist nicht constant, M wohl, allein p richtet sich wie oben bemerkt nach der Stellung der Zähne die relative Geschwindigkeit mit welcher sich der Zahn auf dem Triebstock hinbewegt, wird ein Ausschleifen des Zahnes zur Folge haben, der Triebstock kommt hingegen nur mit einer sehr kleinen Fläche in Contact, was ein häufiges Abnützen herbeiführt. Man wendet diese Verzahnung wegen der angeführten Nachteile sehr selten oder überhaupt gar nicht mehr an. Zahn und Triebstock erhalten ungefähr beistehende Form bei starker Abnützung.

Epycycloidenverzahnung.

Wir verzeichnen vor allem die beiden Grundkreise, nehmen bei dem einen Rad einen radialen Einschnitt als Grundform an und fragen, was für eine Zahnform das andere Rad bekommt, wenn beide Räder richtig aufeinander einwirken sollen. Ich erhalte für die Zahnform des Rades R diejenige Epycycloide, welche entsteht, wenn ich $\frac{r}{2}$ auf R rollen lasse, die entsprechende Zahnform des Rades r ist der radiale Einschnitt.



Denken wir uns den Zahn des Rades R in die Position b d gerückt und dass er fortwährend auf den radialen Einschnitt eingewirkt hat, so finden wir die Richtung des letzteren, in-denn wir an bd eine Tangente ziehen, welche nichts anders ist, als die Verbindungslinie von b mit O.

Es muß sein $\widehat{ab} = \widehat{ad}$

und $\widehat{ab} = \widehat{ac}$

folglich auch $\widehat{ad} = \widehat{ac}$

Machen wir nun in R einen radialen Einschnitt und fragen nach der Zahnform von t.

Wir erhalten als Zahnform für t diejenige Epicycloide, welche entsteht, indem wir einen Kreis vom Halbmesser $\frac{R}{2}$ auf t rollen lassen.

Denken wir uns nun a n' auch an einem Rand, so wird an auf eine andere Stelle kommen und zwar erhalten wir den geradlinigen Einschnitt, indem wir b_1 mit O_1 verbinden.

Es ist hier $\widehat{ad_1} = \widehat{ab_1}$,

$\widehat{ab_1} = \widehat{ac_1}$,

und folglich $\widehat{ad_1} = \widehat{ac_1}$,

Beide Zahnformen können eine richtige Einwirkung hervorbringen und wirken durch 2 Theilungen richtig hindurch.

In rein geometrischer Hinsicht, da keine Abnützung in Anschlag zu bringen ist, wäre es genügend, wenn nur ein Zahnpaar in Contact ist.

Besser ist es, wenn 2 Zahnpaare in Contact kommen, da die Summe der Pressungen auf mehrere weit geringer ist; auch findet hier bei weitem keine so starke Abnützung statt, was überhaupt in dieser Hinsicht wohl zu berücksichtigen ist.

Stellen wir uns nun die Frage in Betreff der Deformirung der Zähne. Wir fällen auf die Normale L vom Mittelpunkt O aus eine Senkrechte und bezeichnen mit M das Moment der Kraft, welche das Rad dreht.

So haben wir $M = P\,p$.

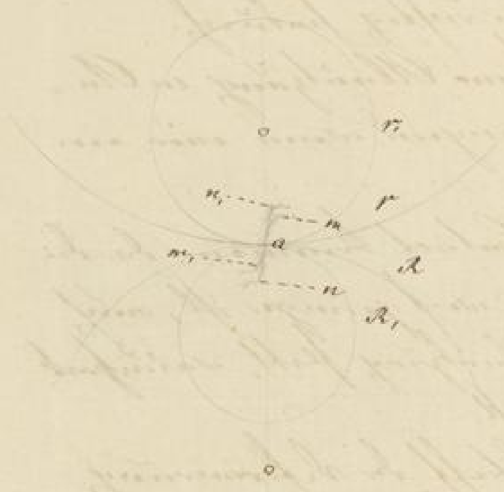
und $P = \frac{M}{p}$.

Es ist nach der Zeichnung leicht einzusehen, daß p variabel. Auch befriedigt diese Verzahnung nicht ganz den praktischen Anforderungen hinsichtlich der Abnützung; denn die Linie der Abnützung weicht zu sehr von der ursprünglichen Form ab.

Ferner erfordern diese Räder eine sehr exacte Aufstellung und sobald die Theilkreise sich nicht genau berühren können diese Räder für außerordentliche Geschwindigkeiten nicht mehr gut angewandt werden.

Epycycloiden und Hypocycloiden – Verzahnung.

Nehmen wir für das Rad R die Zahnform n a m an und ist n, a m, ein Zahn des Rades r, so ist am ein epycycloidischer, an ein hypocycloidischer Bogen der Halbmesser des Grundkreises für am ist R, Halbmesser des Grundkreises für an ist r die Halbmesser der Erzeugungskreise für am und an sind gleich oder kleiner als $\frac{1}{2}$ r.



am, epycycloidischer, an, hypocycloidischer Bogen. der Halbmesser des Grundkreises für am, ist r, Halbmesser des Grundkreises für an, ist R. die Halbmesser der Er-

zeugungskreise für am, und an sind gleich oder kleiner als $\frac{1}{2}$ R zu nehmen.
Entspricht jeder dieser 4 Bogen der Wälzung auf einem Theilungsbogen für starke Uebersetzungen eignen sich diese Zahnformen vortrefflich.

Evolventen-Verzahnung.

Verzeichnen wir zwei Kreise R, und r, deren Theilrisse sich nicht berühren, ihre Radien sich aber verkehrt, wie ihre Winkelgeschwindigkeiten verhalten.

Ziehen wir an beide Kreise eine gemeinschaftliche Tangente f g, so wird die Centrallinie in einem Punkte a geschnitten und es ist leicht zu beweisen, daß o a und O a die Radien der beiden Theilkreise r und R sind, wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke o a f und O a g.

Wir haben also $\overline{oa} = r$

und $\overline{Oa} = R$.

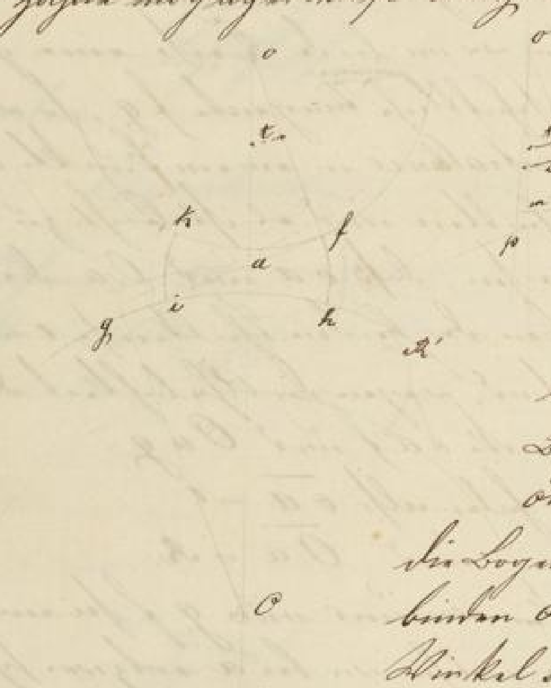
Denken wir uns nun g f sei ein Faden, welchen wir bei a entzwei schneiden. Wir befestigen nun das Fadenende in g und wickeln g a auf R' ab, wodurch wir das Evolventenstück c a b erhalten. Das Fadenstück f a, befestigen wir mit dem einen Ende in f und wickeln es auf r' ab, wodurch das Evolventenstück d a e beschrieben wird. Beide Evolventen berühren sich in dem Punkte a die beiden Evolventenstücke geben richtige Zahnformen für die Räder

denken wir uns beide Formen realisirt, den Zahn bac in die Position $b'a'c'$ gerückt, so wird gf immer noch ~~Cen~~ C- ~~trale~~ Normale zur Profilcurve sein
damit jeder Punkt den gleichen Weg in der Peripherie der Theilkreise zurücklegt, muss sein

$$bb' = aa'$$

und ebenso $cc' = aa'$

fa ist eine Zahntheilung, wenn die Bewegung einer Zahntheilung vor der Centrallinie beginnen soll und es können 2 Zähne möglicherweise durch einen Raum fg wirken.



Wenn nun verlangt wird, dass ein Zahnpaar durch 2 Theilungen richtig eingreift und wir den Theilungswinkel mit t bezeichnen, so beschreiben wir mit beliebigem Halbmesser einen Bogen mn, errichten in n auf on eine Senkrechte np und tragen die Bogenlänge mn auf np ab, verbinden o mit p und erhalten so den Winkel s. Nun suchen wir auf der Centrallinie Oo den Pkt a, in welchem die Theilkreise sich berühren, machen $aof = \angle s$, fällen von a aus auf of eine Senkrechte und verlängern dieselbe und ziehen von O aus auf ~~ersten~~ diese eine Parallele mit of, wodurch wir den Pkt g erhalten.
Es ist nun $af = ai$ gleich einer Theilung. Nun sind noch die Curven ik und fh zu construiren, welche die gesuchten Zahnformen geben

Bezeichnen wir hier wiederum mit M das st. Moment der Kraft, welche das Rad treibt, so haben wir

$$\frac{M}{R_1} = \varphi$$

R_1 ist hier constant und nur die relative Geschwindigkeit mit welcher die Zähne aufeinander gleiten ist etwas variabel. Die Zahnformen sind also hinsichtlich der Abnützung sehr günstig und die Linie der Abnützung beinahe äquidistant zur ursprünglichen Form.
Die großen Vortheile dieser Verzahnungsart sind in den Resultaten Seite 12 angegeben, daher man auch dieselbe seit neuerer Zeit in der Praxis mit Erfolg anwendet.

Allgemeine Verzahnung.

Machen wir in das kleine Rad einen Einschnitt und nehmen eine ganz willkürliche Zahnform an und fragen was für eine Zahnform das andere Rad bekommt.

In der verzeichneten Kurve nehmen wir einen Punkt n an und ziehen durch denselben eine Normale zur Kurve, diese Normale verlängert, schneidet den Kreis r in dem Punkte m.
Dann schneiden wir auf R ein Bogenstück $am' = am$ ab. Verbinden m' mit O und tragen an $m'O$ von m' aus den $\angle aom = \varphi$ auf die Verlängerung von $f m'$ ~~schneidet~~ tragen wir $m'n' = \overline{mn}$ auf und erhalten so einen Punkt für die Zahnform des Rades R.

Indem wir diese Construction mehrere male wiederholen, erhalten wir eine Reihe Punkte, welche letztere durch eine Curve verbunden die richtige Zahnform für das 2te Rad geben.
Es müssen die Zähne wenn die Räder aufeinander rollen immer in Contact bleiben.
Verschieben wir die Räder so, dass m und m' nach a kommen, so berühren sich die Punkte n und n' der beiden Zähne und die Normalen fallen in diesem Punkte zusammen.

Nehmen wir ganz allgemein r und R als Theilkreise zweier Räder an und zur Zahnform eine ganz beliebige Curve A. R und r bewegen wir gleichsam als ob sie aufeinander rollen, A bewegen wir nach irgend einem Gesetz, alsdann wird A seine Lage successive gegen R und ebenso ihre relative Lage gegen r fort und fort ändern.
Es wird also in Bezug auf R sowohl als auch auf r eine Einhüllungslinie bilden.

Kreisbogen - Verzahnung

Rundet man die Zähne beider Räder mittelst Kreisbogen, so wird niemals eine richtige Zahnform herauskommen, wenn man jedoch die Halbmesser dieser Kreisbogen geschickt wählt, so kommt eine annähernd gute Form heraus, welche großen Vortheil im Zeichnen gewährt.
Angenommen wir gingen von der Cycloidenverzahnung aus, runden den äußern Theil der Zähne mit passenden Kreisbogen

statt der Cycloide ab und zwischen den inneren Theil des Zahnes mit geradem Einschnitt.
Wir müssen die Kreisbogen so wählen, daß der Fehler ein Minimum wird.
Zu dem Ende suchen wir aus der Gleichung der Cycloide den Ausdruck für den Krümmungshalbmesser, der irgend einem Punkt der Cycloide entspricht, suchen den wahren mittleren Werth des Krümmungshalbmessers und nehmen denselben als Halbmesser des zu verzeichnenden Kreisbogens, so wird alsdann diese Zahnform sehr wenig von der wahren Cycloide abweichen.

Es wird also sein $\rho = \text{funct}(\varphi)$
und es ist ρ zu bestimmen von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \alpha$
Bezeichnet m den mittleren Werth dieses Krümmungshalbmessers, so ist

$$\rho_m = \frac{\int_0^\alpha \rho \, d\varphi}{\alpha} = \text{funct}\left(\alpha, \frac{R}{2}\right)$$

Man erhält hier für sehr complizirte Ausdrücke, welche man annähernd ändern kann, weil der Winkel α selten mehr als eine Theilung beträgt und der Fehler sehr klein ausfällt. Die Zahnformen sind sehr gut; allein sobald es sich um sehr rasche Bewegung handelt wird man immer die exacteste Verzeichnungsart vorziehen.

Verzeichnung der Zähne mittelst Abrundungshalbmesser.

Wir schneiden auf den Kreisen R, $\frac{1}{2}R$, r und $\frac{1}{2}r$ eine Zahntheilung ab, machen also $AM = aN = t$ und eben so $am = an = t$.
Es wird dann der Krümmungshalbmesser ρ für R,
für $MO = NO$

der Abrundungshalbmesser für r ist $\overline{mo} - \overline{no}$

der Bogen MNP ist aus O beschrieben

der Bogen mnp aus O.

Um den radialen Einschnitt für R zu erhalten, ziehen wir eine Tangente an MNP, d.h. wir verbinden P mit C

Ganz ebenso verfahren wir mit r indem wir an mnp eine Tangente ziehen, also p mit c verbinden. Jeder Rch. sind für versch. Übersetzungsverhältnisse die Abrundungshalbmesser für R u. r bestimmt

Verzahnung für Kegelräder.

diese Verzahnung kann auch ganz wie die Stirnräder durchgeführt werden. i die Übersetzungszahl sagt aus, wievielmal ox sich umdreht, wenn oX eine Umdrehung macht

Wir tragen nun auf die sich schneidenden Axen oX, ox eine beliebige Länge ab auf, auch oX dieselbe Länge i mal.

Nun ziehen wir durch d eine Parallele mit oX, durch b eine Parallele mit ox, diese Parallelen werden sich in einem Punkt e schneiden, welchen Pkt e wir mit O verbinden.

Nun nehmen wir einen Halbmesser für beide Räder an, denken uns beide Dreiecke um ihre Axen gedreht, so entstehen die beiden Kegel, Grundkegel genannt. Auf e errichten wir eine Senkrechte, verlängern dieselbe bis dieselbe beide Axen schneidet und erhalten so die beiden Punkte h und k, die Spitzen der Ergänzungskegel. Denken wir uns weiter beide Kegel realisirt und mit

Zähnen versehen, so werden letztere gerade so verzeichnet werden müssen, wie die Zähne der Stirnräder, nur sind hier statt der Radien der Theilrisse, die Radien he und ke der Ergänzungskegel zu nehmen. Wählen wir z. B. die Kreisbogenverzahnung, so wird die Krümmung der Zähne des größern Kegelrades schwächer sein als die des größern der Stirnräder, dagegen fällt aber die Zahnkrümmung des kleinern Kegelrades stärker aus, als die des entsprechenden Stirnrades. Es ist dieser Satz richtig unter der Voraussetzung, daß beide Räder gleiche Halbmesser und Übersetzungsverhältnisse haben. Zuweilen wird die Construction ~~etwas~~ mißlich, wenn die Erzeugende des Ergänzungskegels die Axe des Grundkegels nicht mehr auf der Zeichenfläche trifft und man die Länge derselben mittelst Rechnung sucht.

Wir haben $\frac{\overline{me}}{\overline{ne}} = i \quad \Big| \quad i = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$

$$\frac{eh}{ek} = n \quad \Big| \quad n = \frac{tg\, \beta}{tg\, \gamma} = \frac{cotg\, \gamma}{cotg\, \beta}$$

Nun ist aber $\sin \beta = \sin(\alpha - \gamma)$

und $i = \frac{\sin(\alpha - \gamma)}{\sin \gamma}$

$$i = \frac{\sin\alpha\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma}{\sin\gamma} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}\,\mathrm{cotg}\,\gamma - \frac{\cos\alpha}{\sin\gamma}$$

$$\mathrm{cotg}\,\gamma = \frac{i + \cos\alpha}{\sin\alpha} \qquad \frac{1}{i} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta} = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin\beta}$$

$$\mathrm{cotg}\,\beta = \frac{\frac{1}{i} + \cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$n = \frac{\frac{i+\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\frac{\frac{1}{i}+\cos\alpha}{\sin\alpha}} = i\,\frac{i+\cos\alpha}{1+i\cos\alpha}$$

Für $\alpha = 90^\circ$ wird $n = i^2$

Die Schraube ohne Ende.

Denken wir uns eine Schraubenlinie und führen einen Stift a, während wir dieselbe drehen, längs einer horizontalen hin, so wird der Stift von der Stelle weichen und zwar bei einer Umdrehung der Schraube wird er sich in a' befinden. Die Höhe des Schraubenganges muß gleich einer Zahntheilung sein. Die Anzahl der Zähne wird schlechtweg durch die Uebersetzungszahl bestimmt.

Für sehr starke Uebersetzungen sind diese Schrauben vortrefflich; allein es wirkt die Reibung sehr nachtheilig auf die Bewegung ein. Wenn z.B. das Rad um eine Theilung fortgehen soll, so muß der totale Reibungswiderstand durch den Umfang der ganzen Schraube überwunden werden.

Wir haben daher einen ungeheuren Kraftverlust und eine sehr starke Abnützung, weßhalb der Mechanismus bloß als Bewegungsmechanismus gebraucht werden kann, wozu er sich auch vortrefflich eignet.

Wird von einem Schraubenmechanismus ein höchst vollkommener

Bewegung verlangt, so müssen die Zähne in das Rad eingeschnitten werden und zwar kann man dabei verfahren, wie folgt:

Es sei A eine cylindrische Scheibe oder der Radkörper, in welchen die Zähne eingeschnitten werden sollen, ferner seien B und C 2 Schrauben, wovon eine aus Schmiedeisen, die andere aus Gußstahl bestünde, beide aber sonst ganz identisch seien.

An der Oberfläche der Stahlschraube C bringen wir nun Schärfen an, machen es zum Werkzeug, so daß selbiges in das Material von A gut eingreift. Nun legen wir C an A an, bringen die Axen von C und A in Verbindung und bringen eine Uebersetzung derart an, daß wenn die Schraube eine Umdrehung macht, das Rad die derselben entsprechenden Umdrehungen.

Indem C noch weiter mit einem Mechanismus versehen ist, der dieselbe fortwährend gegen A hinpreßt, bekommen die Zähne ihre erforderlichen Dimensionen und es müssen dieselben wenn sie ausgeschnitten sind vollkommen in die Schraube B passen. Die Zahnformen des Rades sind alsdann die Einhüllungsflächen, welche die Schraubengewinde durch ihre relative Bewegung gegen die Scheibe beschreiben.

Von den Bewegungsmechanismen.

Jede Maschine besteht theils aus beweglichen, theils aus unbeweglichen Bestandtheilen, welch letztere die eigentlichen ~~Rahmen~~ Stützen, während die ersteren mehr activ sind.
Nun müssen in jedem Mechanismus nothwendig 2 Theile da sein, welche aufeinander einwirken und dadurch eine Bewegung hervorbringen, welche selbst wieder übereinstimmen oder abweichen oder überhaupt mannichfacher Art sein können.
Es lassen sich alle Mechanismen nach der Bewegung der beweglichen Theile eintheilen, welche Eintheilung uns alsdann eine Uebersicht der Mechanismen ermöglicht.

Die Bewegung kann nun sein:

1. → Geradlinig fortschreitend.
2. ↔ Geradlinig hin und hergehend.
3. Kreisförmig.
4. Bogenförmig hin und hergehend.
5. Krummlinig.
6. Krummlinig hin und hergehend.

Die beiden letzten Bewegungsarten sind meistens Ausnahmen und können durch Combination einfacher Mechanismen zu Stande gebracht werden.

Vereinigen wir 2 Elementarbewegungen, so entsteht eine Umwandlung, vielleicht mit Geschwindigkeitsänderung. Betrachten wir vorerst die 4 Elementarbewegungen, so sehen wir, daß sich 16 Bewegungen daraus combiniren lassen und zwar haben wir

I			II		
→	in	→	↔	in	→
→	in	↔	↔	"	↔
→	in	↻	↔	"	↻
→	"	⌒	↔	"	⌒

III			IV		
↻	in	→	⌒	in	→
↻	"	↔	⌒	"	↔
↻	"	↻	⌒	"	↻
↻	"	⌒	⌒	"	⌒

Die Varietäten sind zahllos, die Arten jedoch beschränkt und es gibt trotz dem Reichthum der Mechanismen, deren nur sehr wenige, welche etwas Vollkommenes leisten.
Von diesem Standpunkte aus können wir die Mechanismen wiederum in 2 Hauptgruppen bringen, nämlich: in Kraft und Bewegungsmechanismen.
Es kommen die letzteren bei Arbeitsmaschinen in zahlloser Menge vor, dürfen jedoch bei Kraftmaschinen nicht in Anwendung gebracht werden.

der einfachste Mechanismus ist, der eine gleichförmig rotirende Bewegung in dieselbe verwandelt wird.
Bei dieser Betrachtung kommen wir zu 2 Hauptgruppen von Mechanismen, nämlich 1tens Räder und 2tens Rollen.
Wir haben also zuerst eine einfache Uebersetzung mittelst Stirnräder. Bei richtiger Zahnform der einen und drehenden Bewegung desselben, wird dem andern eine entgegengesetzte Bewegungsrichtung ertheilt. Die Winkelgeschwindigkeit muss constant sein und es können nur solche Uebersetzungen gebraucht werden, welche durch ganze Zahlen ausgedrückt werden. Uebersetzungsverhältnisse, wie √2 können wir mit Rädern nicht herstellen.


fig 1

Bei fig 2 haben wir ein Uebergang auf 2 Axen und es haben die getriebenen Räder einerlei Bewegungsrichtung.


fig 2

Es verhalten sich die Zahnzahlen wie die Halbmesser. Sollen beide Räder direkt in das treibende Rad eingreifen, so müssen der Grundform der Zähne entweder die Evolventen oder allgemeine Verzahnung zu Grunde gelegt werden. Wollen wir Cycloidenverzahnung anwenden, so müssen wir die Anordnung der Räder wie etwa fig. 3. treffen.

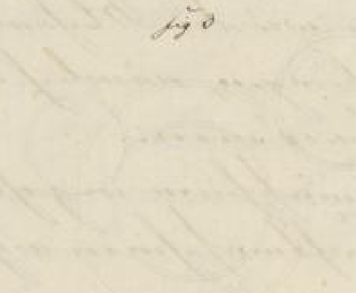


fig 3

In fig 4 haben wir eine mehrfache Uebersetzung. Bezeichnen wir die Welle des treibenden Rades mit A, den Halbmesser mit R und die Anzahl der Umdrehungen mit n. In R greift nun r ein welches auf A_1 sitzt, ferner sitzt auch A' noch R' und dieses greift in r' ein.

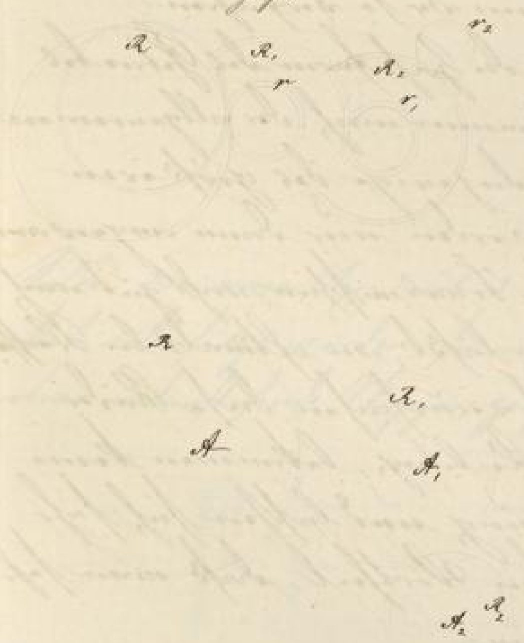
fig 4

$$\text{Es ist } \left(\frac{n}{A_1}\right) = \left(\frac{n}{A}\right) \frac{R}{r}$$

$$\text{und } \left(\frac{n}{A_2}\right) = \left(\frac{n}{A}\right) \frac{R}{r} \frac{R_1}{r_1}$$

Wenn es sich um Conservirung der Zähne ~~handelt~~ und große Uebersetzungen handelt wie z. B. bei Kraftmaschinen, so müssen immer mehrere Räderpaare zur Uebersetzung angewandt werden, was vom theoretischen Standpunkte aus ein Luxus wäre.

fig 5



In fig 5 haben wir eine mehrfache Uebersetzung und zwar ist

$$\left(\frac{n}{r_2}\right) = \left(\frac{n}{R}\right) \frac{R}{r} \frac{R_1}{r_1} \frac{R_2}{r_2}$$

Wenn das Rad auf welches die Bewegung des ersteren übertragen werden soll mit demselben einerlei Bewegungsrichtung haben soll, so müssen wir ein sog. Zwischenrad einschalten. Es ist die Peripheriegeschwindigkeit des letzten Rades so groß als diejenige des ersten.

Es ist also die Geschwindigkeit von R_2 gleich der von R bei dem directen Eingriff in R_1.

Wir können auf diese Art auch viele Zwischenräder anwenden wir müssen nur immer die Geschwindigkeiten gleich groß sein. Man findet häufig ihre Anwendung bei sehr großer Entfernung zweier Axen, wenn also die furchtbare Größe eines einzelnen Rades zu umgehen sucht.

Man wendet diese Zwischenräder aber auch da an, wenn der Raum bei einer complizirten Maschine durch andre Mechanismen eingenommen ist und man die Verbindung der Axen durch Umwege zu erreichen sucht.

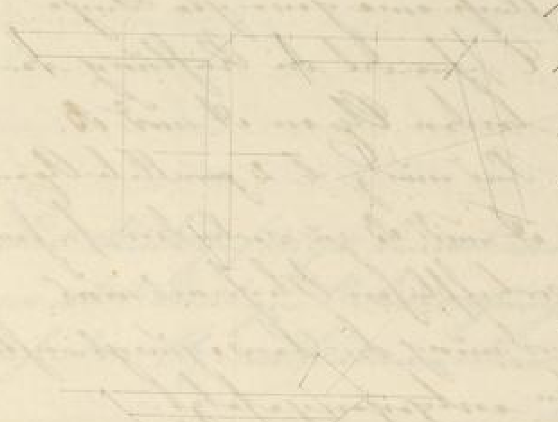
Innere Verzahnung.

die Zähne des größeren Rades sind hier nach innen gestellt bei der Bestimmung der Zahnform können wir so verfahren. Wir nehmen die Zahnform des Getriebes an und bestimmen nach der allgemeinen Verzahnung diejenige des größeren diese Räder werden nur dann angewandt, wenn sich die Transmission nicht gut nach außen legen läßt, wie oftmals bei Wasserrädern, auch verursachen diese Räder bei guter Ausführung sehr wenig Reibung, bekommen keine schlimmen Stöße durch Abnützung und lassen sich sehr gut bearbeiten. Auch haben sie den Vortheil, daß man sehr starke Uebersetzungen erzielen kann.

In Bezug auf Bewegungsrichtung leisten sie dasselbe wie Zwischenräder.

Uebersetzungen mittelst Kegelräder.

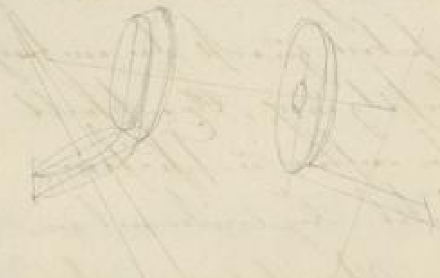
Sie erfüllen im Allgemeinen die Aufgabe, Axen die sich unter einem Winkel schneiden mit Rädern zu verbinden.



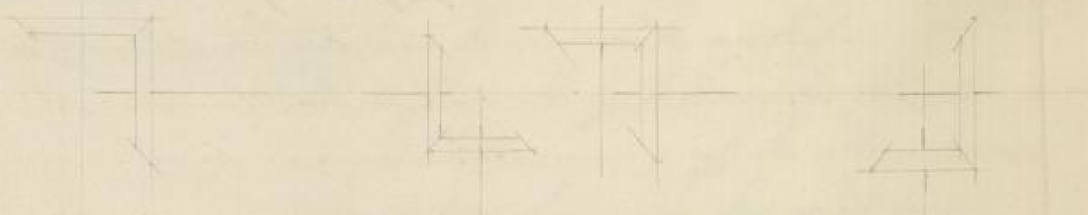
Wir haben zuerst die einfache Uebersetzung, Axenschnitt unter rechtem u. schiefem Winkel. Kegelräder mit innerer Verzahnung werden selten angewandt, kommen jedoch auch vor. Uebertrag einer Axe auf 2 andere mit übereinstimmender Geschwindigkeit.

Sollen von einer Axe aus 2 Räder mit ungleicher Geschwindigkeit übersetzt werden, so müssen wir 4 Räder anwenden, wie etwa untenstehende Skizzen zeigen.

Wenn wir nun 3 Axen A B C haben, welche ganz beliebige Lagen im Raum gegeneinander einnehmen, so können wir dieselben mittelst einer 3ten Axe durch Kegelräder in Verbindung bringen. Nehmen wir an A liege in der Ebene

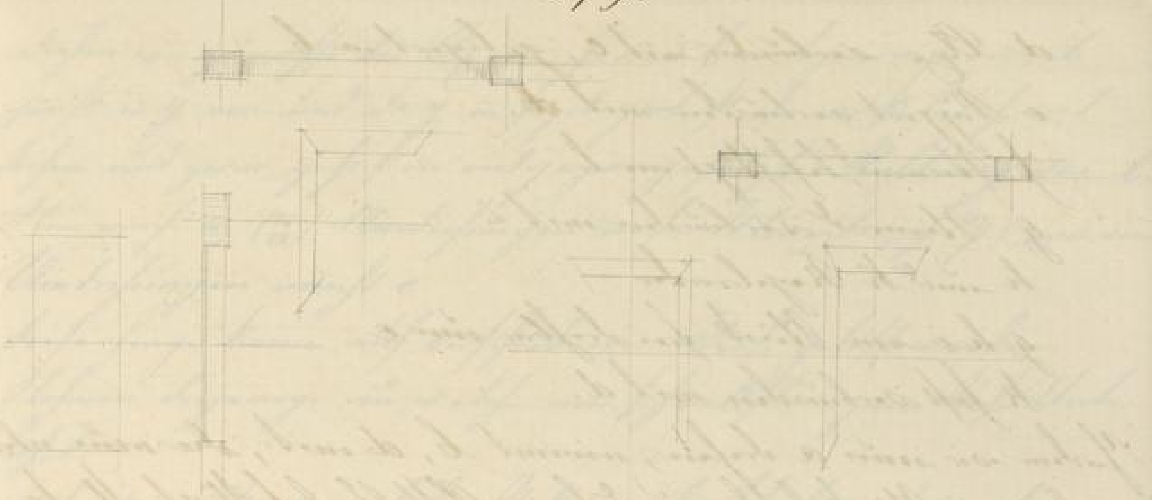


des Papiers, B habe zu dieser Fläche eine geneigte Lage C schneidet die Richtung der beiden Axen A und B. Sind nun z. B. 2 parallele Axen A und B zu verbinden, so finden wir in den Kegelrädern einen vortrefflichen Mechanismus und zwar ist bei der ersten Anordnung die Bewegungsrichtung übereinstimmend, bei der 2ten entgegengesetzt.

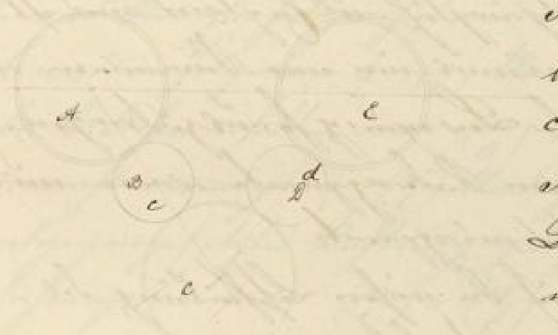


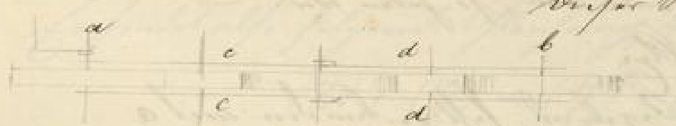
Uebergang einer Axe auf eine sehr entfernt gelegene, welche letztere rasch rotiren soll.

Uebergang einer horizontalen Welle auf eine dazu senkrechten, welche sich mit großer Geschwindigkeit umdrehen soll und weit entfernt von der ersteren Welle liegt. Das erste Beispiel zeigt uns einen doppelten Wechselgang mit Wasserradbetrieb, das zweite einen Turbinenbetrieb.



Das Rädergehänge kommt meistens bei Arbeitsmaschinen vor und dient zur Uebertragung einer rotierenden hin und hergehenden Axe auf eine rotirende feste Axe.



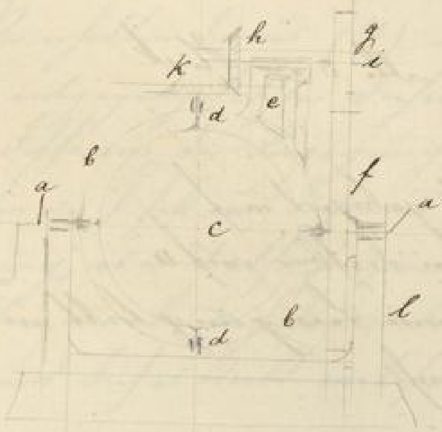


A, B, C, D, E Räder, a feste, b bewegliche Axe

c und d Verbindungsschienen

B, C, D Zwischenräder, die die Bewegung derart übertragen, wie wenn A in E eingriffe.

dieser Mechanismus ist jedoch nur als Bewegungsmechanismus zu gebrauchen ——



Gleichzeitige Drehung eines Körpers um zwei Axen

Wir haben hier:

a Axe

b Ring verbunden mit a

c Kugel frei drehbar um d

d Axe, verbunden mit c, gelagert in b

e Support verbunden mit b.

f Stirnrad, befestigt an b

g Stirnrad verbunden mit i

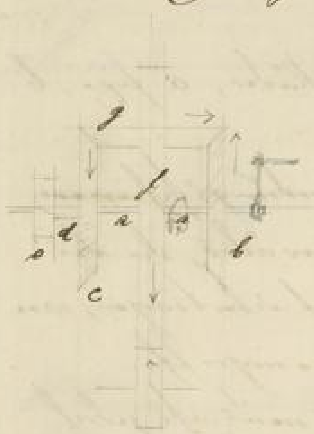
h und k Kegelräder

g h i ein Stück, frei drehbar um c

k fest verbunden mit d.

Indem wir nun a drehen, nimmt b, d mit, da nun aber g h i ein Stück bilden und f am Gestelle befestigt ist, so ist g gezwungen auf f zu rollen, was ein rotiren der Kugel um die Axe d zur Folge haben muß.

Das Differentialräderwerk



stammt ursprünglich aus England und ist ein Mechanismus um eine Summe oder Differenz der Bewegung herauszubringen, alle bisherigen Räderapparate waren nur Multiplikationsapparate.

Gehen wir auf die nähere Beschreibung des Apparates ein, so haben wir

a Axe

b Zugrad, fest verbunden mit a

c " "

d Röhre } alle 3 ein Stück

e Stirnrad

g Planetenrad, gelagert in f

f Stirnrad, frei drehbar auf a.

Nun können wir fragen was für eine Bewegung tritt in c ein, wenn a, n Umdrehungen macht.

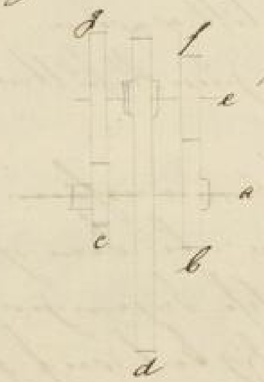
drehen wir zunächst die Axe a, so wird b mitgenommen, b
greift in g ein und da g in f gelagert ist, so muß f sich mit
drehen und zwar geht f in entgegengesetzter Richtung von b.
Nun macht a $\binom{n}{a}$ Umdrehungen in der Minute, f $\binom{n}{f}$, wieviel
Umdrehungen macht c.
Diese Frage kann auf verschiedene Weise gelöst werden.
Nehmen diejenige an, welche am schnellsten zum Resultate
führt.
Drehen wir also a nach der Richtung des Pfeiles und nehmen an,
daß überall eine Drehung stattfindet, fügen aber dem gan-
zen Apparate noch eine Bewegung hinzu, welche derjenigen von
f entgegengesetzt ist, aber dieselbe Geschwindigkeit wie f habe,
so wird dies zur Folge haben, daß f stille steht.
b wird in Folge von a $\binom{n}{a}$ Umdrehungen machen, indem wir
aber b drehen erhalten wir $\binom{n}{a} + \binom{n}{f}$ für b.
c macht vermöge a $\binom{n}{c}$ Umdrehungen, allein da f nach
entgegengesetzter Richtung gedreht wird, so sind die Um-
drehungen von c $\binom{n}{c} - \binom{n}{f}$

Es findet also folgende Gleichung statt:

$$\binom{n}{a} + \binom{n}{f} = \binom{n}{c} - \binom{n}{f}$$

Wir erhalten daraus $\binom{n}{c} = \binom{n}{a} + 2\binom{n}{f}$
Bei entgegengesetzter Drehungsrichtung von b erhalten wir
die Differenz der Bewegung.
Halten wir f fest und drehen a, so haben wir eine ordinäre Über-
setzung, es wird also f geradezu ein Lager vorstellen.
Halten wir aber a fest und bewegen f, so nimmt f zunächst g
mit und dieses bleibt mit seinen Zähnen in b liegen, rollt

auf b herum. Indem g auf b rollt, dreht es sich um seine eigene Axe. Lassen wir also f n mal herumlaufen, so wird c $\left(\frac{n}{f}\right)$ mal herum mitgenommen.
Vermöge der Drehung um seine Axe nimmt es c mit
Wir haben also $\left(\frac{n}{c}\right) = \left(\frac{n}{a}\right) + 2\left(\frac{n}{f}\right)$



Nehmen wir einen andern Apparat mit Sternrädern so haben wir:

a Axe
b Sternrad, fest verbunden mit a
c Sternrad, frei beweglich auf a
d Sternrad " " " a
e Axe frei beweglich im Körper d
f
g } Sternräder, fest verbunden mit e

Fragen wir, was für eine Bewegung entsteht in c, wenn gleichzeitig b und d bewegt werden.
b macht nach der Richtung des Pfeiles $\left(\frac{n}{b}\right)$ Umdrehungen, d $\left(\frac{n}{d}\right)$ Umdrehungen, c wird eine uns noch unbekannte Umdrehung $\left(\frac{n}{c}\right)$ machen. Fügen wir nun dem Ganzen noch eine künstliche Bewegung hinzu und zwar derart, daß selbige der Richtung des Rades d entgegengesetzt ist und ertheilen dieser Bewegung dieselbe Geschwindigkeit wie d, so wird d stille stehen.
Das Rad d ist nur ein Axenhalter und die Uebersetzung eine ordinäre. Es ist hier $\left(\frac{n}{c}\right) - \left(\frac{n}{d}\right) = \left\{\left(\frac{n}{b}\right) - \left(\frac{n}{d}\right)\right\} \frac{b}{f} \frac{g}{c}$

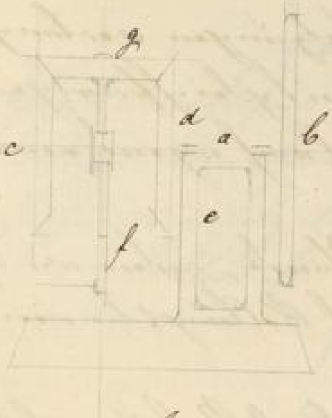
Setzen wir hier $\frac{b}{f} \frac{g}{c} = m$

$$\left(\frac{n}{c}\right) = \frac{b}{f} \frac{g}{c} \left(\frac{n}{b}\right) - \left(\frac{b}{f}\frac{g}{c} - 1\right)\left(\frac{n}{d}\right)$$

$$\left(\frac{n}{c}\right) = m\left(\frac{n}{b}\right) - (m-1)\left(\frac{n}{d}\right).$$

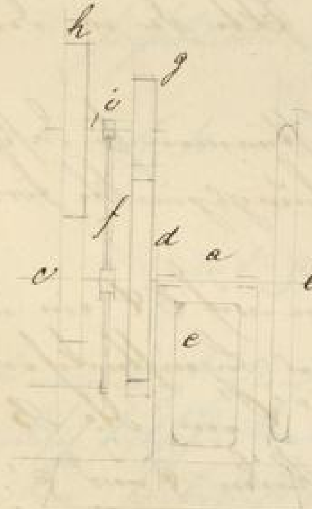
Halten wir d fest und drehen bloß b, so haben wir eine ordinäre Uebersetzung und es werden die Umdrehungen von c folgende sein:

$$\left(\frac{n}{c}\right) = \frac{b}{f}\,\frac{g}{c}\left(\frac{n}{b}\right) + \left(\frac{n}{d}\right) - \left(\frac{n}{d}\right)\frac{b}{f}\,\frac{g}{c}$$



a Axe
b Schwungrad } fest verbunden mit a.
c Kegelrad
d Kegelrad, unbeweglich verbunden mit e.
f Kurbel frei drehbar um d
g Planetenrad, frei drehbar um f

Bei einer Umdrehung von f macht b zwei Umdrehungen und zwar ist die Bewegungsrichtung übereinstimmend. Wir können dieselbe Bewegung mittelst Stirnräder hervorbringen, nur ist die Drehungsrichtung entgegengesetzt.



a Axe
b Schwungrad } festverbunden mit a.
c Stirnrad
d Stirnrad, fest verbunden mit e
f Kurbel, frei drehbar um d
g Stirnrad
h Stirnrad } alle 3 bilden ein Stück
i Axe

drehen wir f, so wird zunächst i mitgenommen, g bleibt mit seinen Zähnen in d hängen und rollt auf d, weil aber h mit i verbunden, so muß c mitgenommen werden, was eine Drehung der Axe a zur Folge hat.

Theorie der unrunden Räder.

Es kommt zuweilen vor, daß Uebersetzungen verlangt werden derart, daß wenn eine Axe mit gleichförmiger Geschwindigkeit gedreht wird, die andere sich nach irgend einem vorgeschriebenen Gesetze drehen muß.

Wir bringen die Aufgabe dadurch zu Stande, indem wir Scheiben herstellen, deren Grundformen nach Rollungslinien bearbeitet sind.

Es müssen aber diese Rollungslinien durch Rechnung bestimmt werden, und nehmen wir allgemein an A und A_1 seien die Axen zweier solcher Räder, die Curven zweier solcher Rollungslinien sollen sich in B berühren, einem Punkte der in der Verbindungslinie beider Axen liegt.

Nun versuchen wir die Rollungslinien zu bestimmen so, daß wenn ein Rollen stattfindet, die Berührungspunkte fortwährend auf der Axe liegen.

Wir schneiden auf EC ein unendlich kleines Bogenstückchen Bc, auf $E'C'$ ein dto. Bc' ab, ziehen die Radien ρ und ρ', so werden EC und $E'C'$ wirklich Rollungslinien sein unter der Voraussetzung, daß:

$$\rho + \rho' = AA_1$$

$$BC = BC'$$

$$AA_1 = D$$

der Möglichkeit des Rollens müssen folgende 3 Gleichungen entsprechen:

$$\left.\begin{array}{l} \rho + \rho_1 = D \\ \rho\, d\varphi = \rho' d\varphi' \\ \text{Gegeben muß sein } \varphi_1 = \text{funct}\ \varphi \end{array}\right\}$$

diese 3 Gleichungen lösen die Aufgabe und es muß durch das Rollen das Bewegungsgesetz bestimmt werden.

Nun ist $\rho_1 = \rho \dfrac{d\varphi}{d\varphi'}$

$$\rho + \rho \frac{d\varphi}{d\varphi_1} = D$$

und $\rho = \dfrac{D}{1 + \dfrac{d\varphi}{d\varphi'}}$

drücken wir nun φ_1 durch funct φ aus.

so haben wir $\dfrac{d\varphi_1}{d\varphi} = \dfrac{d f(\varphi)}{d\varphi}$

Es ist $\rho = \dfrac{D}{1 + \dfrac{1}{\frac{d f(\varphi)}{d\varphi}}}$ Polargleichung d. 1ten Curve

und $\rho' = D \dfrac{\frac{d\varphi}{d\varphi_1}}{1 + \frac{d\varphi}{d\varphi_1}}$ " " 2ten "

Soll nun durch gleichförmige Drehung der einen Axe, eine periodisch fortschreitende Bewegung der andern Axe bewirkt werden, so besteht hiefür die Gleichung folgender Form.

$$\varphi_1 = M\varphi + L \sin K\varphi.$$

Würden wir das letzte Glied weglassen, so hätten wir eine ordinäre Uebersetzung.

Es sei nun $\varphi_1 = M\varphi;\ d\varphi_1 = M d\varphi.$

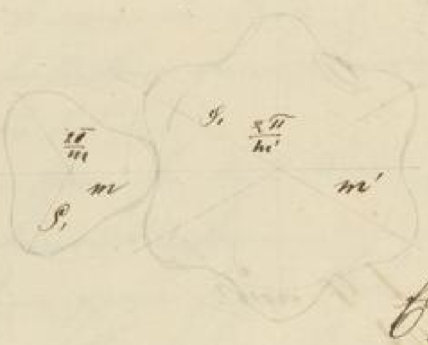
$\mathfrak{A}$ bedeutet hier das Uebersetzungsverhältniß.

$$\rho\,\partial\varphi = \rho_1 \mathfrak{A}\,\partial\varphi$$

$$\rho_1 \mathfrak{A} + \rho_1 = \mathfrak{D}$$

$$\left.\begin{array}{l} \rho_1 = \dfrac{\mathfrak{D}}{1+\mathfrak{A}} \\ \rho = \mathfrak{D}\dfrac{\mathfrak{A}}{1+\mathfrak{A}} \end{array}\right\} \text{Einfache Stirnräder}$$

Schreiben wir aber $\varphi_1 = \mathfrak{A}\varphi + \mathfrak{L} \sin k\varphi$, so haben wir eine Bewegung, die eine fortschreitende ist mit periodisch veränderlicher Geschwindigkeit. Wollen wir die Zeichnung von solchen polygonal Räderwerk der und nehmen an, das eine sei ein m, das andre ein m' Eck und zwar so, daß $\frac{m'}{m}$ das Uebersetzungsverhältniß $= 2$ sei.



So ist

$$\rho + \rho' = \mathfrak{D} \quad (1)$$

$$\rho\,\partial\varphi = \rho'\,\partial\varphi' \quad (2)$$

$$\frac{m}{m'} = i \quad (3)$$

Wir genügen den Anforderungen des Problems, indem wir die Gleichung differenziren:

$$\varphi_1 = \mathfrak{A}\varphi + \mathfrak{L}\sin k\varphi \quad (4)$$

$$\frac{\partial\varphi_1}{\partial\varphi} = \mathfrak{A} + \mathfrak{L}k\cos k\varphi \quad (5)$$

$$\frac{\rho}{\rho_1} = \frac{\partial\varphi'}{\partial\varphi} = \mathfrak{A} + \mathfrak{L}k\cos k\varphi$$

Aus dieser Gleichung suchen wir ρ_1 und erhalten:

$$\rho_1\left[\mathfrak{A} + \mathfrak{L}k\cos k\varphi\right] + \rho_1 = \mathfrak{D}$$

$$\rho_1 = \frac{\mathfrak{D}}{1 + \mathfrak{A} + \mathfrak{L}k\cos k\varphi} \quad (6)$$

Nun ist $\vartheta = \frac{2\pi}{m}$, $\vartheta_1 = \frac{2\pi}{m_1}$

Vermöge Gleichg (1) haben wir $\frac{2\pi}{m_1} = \mathfrak{A}\frac{2\pi}{m} + \mathfrak{B}\sin k\frac{2\pi}{m}$ (7)

Setzen wir in (6) für $\vartheta = 0$, so erhalten wir:

$$\frac{\mathfrak{D}}{1+\mathfrak{A}+\mathfrak{B}k} = \frac{\mathfrak{D}}{1+\mathfrak{A}+\mathfrak{B}k\cos k\frac{2\pi}{m}} \quad (8)$$

diesen Bedingungen wird entsprochen, wenn wir setzen:

$$\left.\begin{array}{l} k = m \\ \text{und } \mathfrak{A} = \frac{m}{m_1} = \frac{1}{i} \end{array}\right\} (9)$$

(7) u (8) drücken weiter nichts aus als Gleichg (9)

$\frac{\partial\vartheta_1}{\partial\vartheta}$ das Geschwindigkeitsverhältniss ist variabel und hat einen größten und kleinsten Werth.

$$\frac{\partial\vartheta_1}{\partial\vartheta} = \mathfrak{A} + \mathfrak{B}k \ (Max)$$

$$\frac{\partial\vartheta_1}{\partial\vartheta} = \mathfrak{A} - \mathfrak{B}k \ (Min)$$

$$\mathfrak{A} + \mathfrak{B}k = \gamma\mathfrak{A} - \mathfrak{B}\gamma k$$

$$\mathfrak{B}[k + k\gamma] = \gamma\mathfrak{A} - \mathfrak{A}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{A}}{k}\,\frac{\gamma-1}{\gamma+1}, \quad \mathfrak{B} = \frac{1}{m_1}\,\frac{\gamma-1}{\gamma+1}$$

$$\frac{\left(\frac{\partial\vartheta_1}{\partial\vartheta}\right) Max}{\left(\frac{\partial\vartheta_1}{\partial\vartheta}\right) Min} = \frac{\mathfrak{A}+\mathfrak{B}k}{\mathfrak{A}-\mathfrak{B}k} = \gamma$$

führen wir $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, k in die ursprünglichen Gleichgn ein, so haben wir $\vartheta_1 = \frac{1}{i}\left\{\vartheta + \frac{1}{m}\,\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\sin m\vartheta\right\}$

$$\rho_1 = \frac{i\mathfrak{D}}{1+i+\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\cos m\vartheta}$$

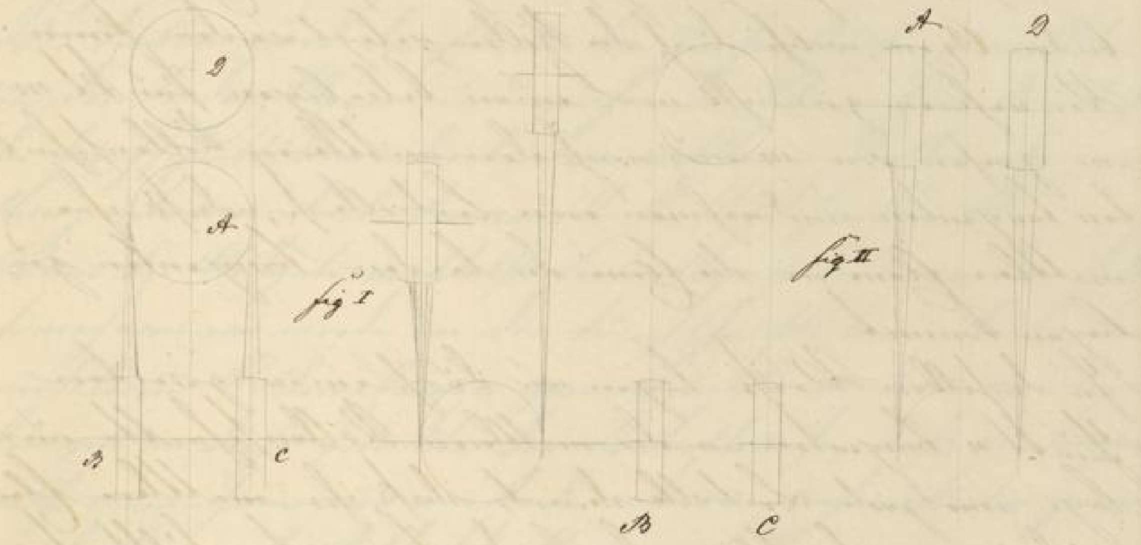
dieselbe Aufgabe kann auch als Problem der Variationsrechnung gelöst werden

$$\rho + \rho' = D$$
$$\rho \, d\varphi = \rho' \, d\varphi'$$
$$\rho = F(\varphi)$$
$$\rho' = D - F(\varphi)$$
$$d\varphi' = \frac{F\varphi \, d\varphi}{D - F(\varphi)}$$
$$\varphi' = \int \frac{f(\varphi)\, d\varphi}{D - f(\varphi)}$$

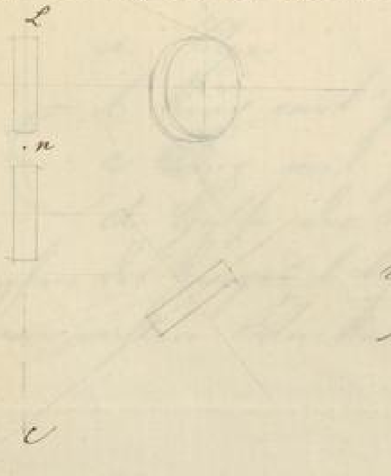
Rollen und Riemen

Es ist bei jeder Rollenanordnung zu beachten, daß der Riemen richtig auf und abläuft.
Um diesen Bedingungen zu entsprechen, muß die mittlere Ebene einer Rolle, d. i. die Ebene welche senkrecht auf der Axe steht mit dem Riemenmittel zusammenfallen, ferner muß das Riemenmittel gleichweit von seinen Rändern abstehen.
Für zwei parallele Axen liegen die Riemen außen, in Richtung der Axe an, die Bewegungsrichtung ist übereinstimmend und die Peripheriegeschwindigkeiten sind gleich der Geschwindigkeit der inneren Fläche des Riemens, unter der Voraussetzung, daß kein Gleiten stattfindet.

Bei dem zweiten Falle kreuzt sich der Riemen und es ist die Bewegungsrichtung entgegengesetzt, sonst bleibt alles gleich.



Sollen nun zwei Wellen B u. C von A aus getrieben werden, so muß noch eine Hilfsrolle D angenommen werden, wie fig I zeigt. Dieselbe Anordnung ist bei fig II, nur mit dem Unterschiede, daß die Rolle D auf der Axe lose sein muß, weil sie sich in entgegengesetzter Richtung von A bewegt.
Letztere Methode ist jedoch empfehlenswerther, indem keine so starke Abnützung der Welle als auch der Rolle eintritt.
Nehmen wir nun den Fall, da zwei Axen sich schneiden und einen Winkel miteinander bilden.



Wir legen zuerst die Axen in die Ebene des Zeichenblattes, suchen den Durchschnitt der mittl. Rollenebenen, welcher in c ist.
Wir müssen also Leitrollen annehmen, da eine direkte Riemenverbindung

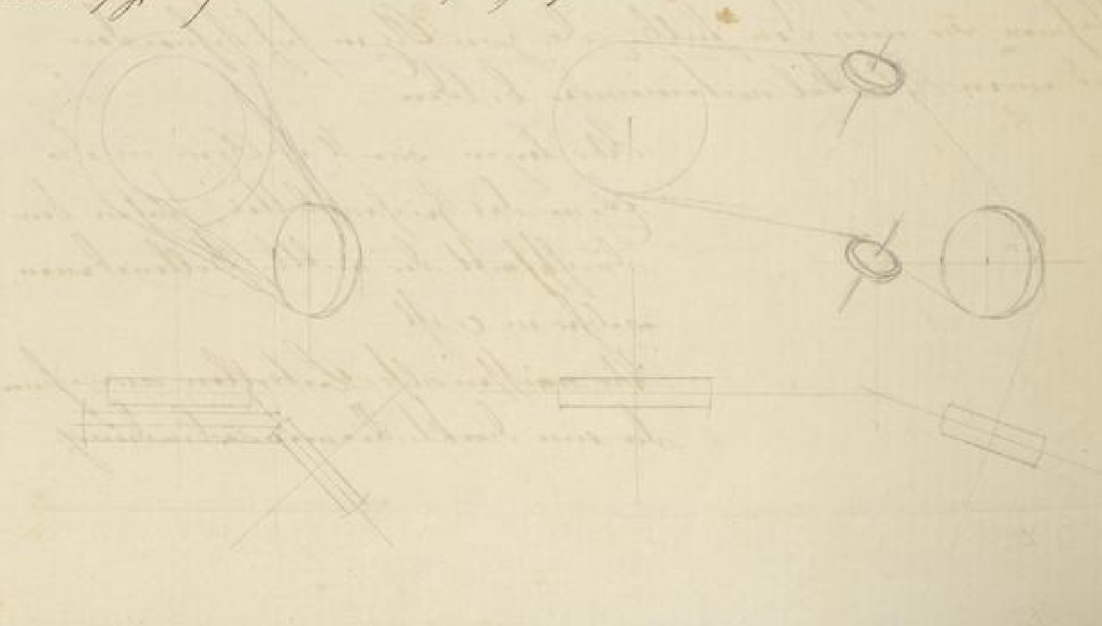
beider Rollen nicht möglich ist, es handelt sich also nur darum die Lage dieser Rollen zu bestimmen.

L steht der Richtung nach senkrecht auf der Ebene der beiden Axen, welche durch die Rollen gelegt werden können. Wir nehmen zunächst in L einen beliebigen Punkt m an, ziehen von m aus nach den mittleren Rollenschnitten Tangenten und nehmen eine Leitrolle so, daß ihre mittlere Ebene in die Ebene der beiden Tangenten zu liegen kommt.

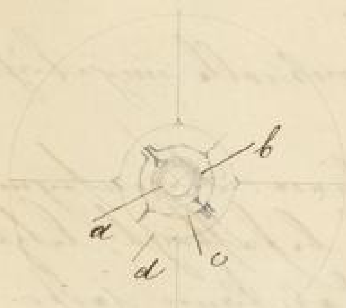
In derselben Weise legen wir durch einen zweiten Punkt n Tangenten an die mittleren Rollenschnitte und lege eine zweite Leitrolle derart, daß ihre mittlere Ebene wiederum in die Ebene der beiden Tangenten fällt, so wird alsdann die Aufgabe gelöst sein.

Diese Aufgabe ist kaum praktisch denkbar, indem die Leitrollen nach allen Seiten hin freie Beweglichkeit erhalten sollen und sie leicht verschoben werden sollten, damit der Riemen immer gut aufläuft.

Wenn daher eine solche Construction herzustellen ist, so muß man sich auf andere Weise helfen.



die Aufgabe für Rollen, deren Axen sich nicht schneiden und einen Winkel miteinander bilden kann zuweilen auch schon Leitrollen gelöst werden.
Wir denken uns die Ebene der Zeichenfläche parallel zu den beiden Axen und machen die Anordnung so, daß die Durchschnittslinie der beiden mittleren Rollenebenen Tangente an die beiden mittl. Rollenschnitte ist.
Wenn die Aufgabe mittelst Leitrollen gelöst werden soll so nehmen wir wieder in der Durchschnittslinie der beiden mittleren Rollenebenen zwei Punkte m u. n an und bringen an diese Punkte die Leitrollen so, daß die Tangente welche man von ihnen aus an beide ersteren ziehen kann genau in die Ebene der Rollenschnitte hineinfallen.



Rollen deren Axen sich schneiden und einen beliebigen Winkel miteinander bilden kann man derart miteinander verbinden, daß man eine Rolle fest macht, die andere hingegen derart, daß sie jede beliebige Lage gegen ihre Axe einnehmen kann.
Wir haben also bei dieser Rolle

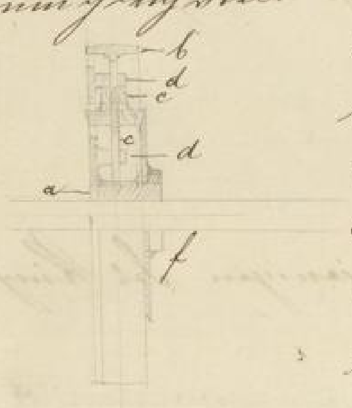
a. Axe
b Ring mit zwei Zapfen
c Ring mit zwei Zapfen
d Hülse der Rolle.

die Zapfen des Ringes b bilden mit denjenigen des Ringes c einen rechten Winkel.

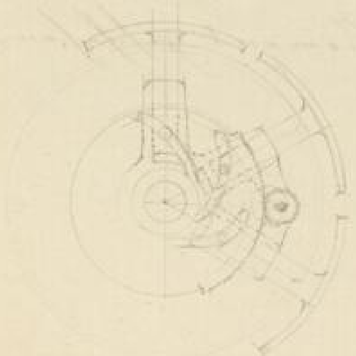
die Zapfen von b sind im Ringe c, die Zapfen des Ringes c sind in der Hülse d der Rolle gelagert. Diese Rollen sind nur in denjenigen Fällen praktisch brauchbar, wenn der Winkel der beiden Axen klein ist.

Expansionsrollen.

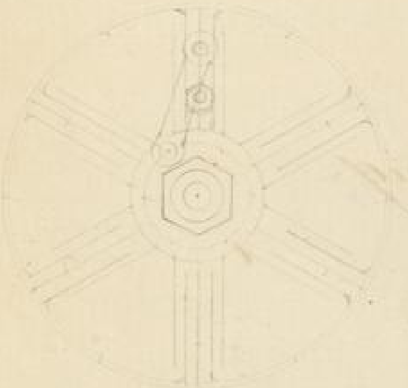
Es läßt sich durch einen Rollenbetrieb jedes Uebersetzungsverhältniß realisiren, was bei Zahnrädern nicht der Fall ist.
Oftmals ist es wünschenswerth, daß die Geschwindigkeit der getriebenen Welle nur ein klein wenig geändert werden soll, während die Geschwindigkeit der treibenden Welle constant bleibt.
Mit Rädern läßt sich dies gar nicht mehr erreichen, wohl aber durch Expansionsrollen.
Im Wesentlichen hat jede Expansionsrolle ungefähr folgende Einrichtung:
der Rollenkörper besteht aus einzelnen Bogensegmenten jedes Segment ist an einem Stiele befestigt, letzterer bewegt sich in einer Führung und es kann jeder Stiel herausgeschoben werden und zwar alle immer um gleich viel.



a Rollenkörper
b Segmentstück
c Stiel
d Führungen
e Hülse mit Kegelrad
f Kegelrad, drehbar auf der Hülse des Rollenkörpers.

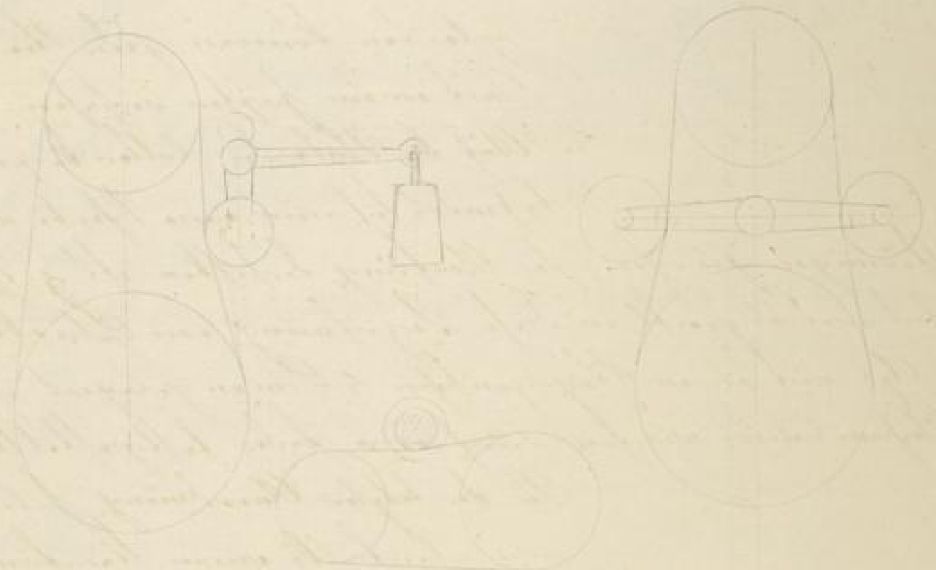


Der Rollenkörper besteht hier aus einem sternförmigen Theil, die Arme desselben sind Lehnen, worin die Arme aus und ein gleiten können, jeder Theil ist mit einem Zapfen versehen.
Auf der Nabe des Rollenkörpers befindet sich nun eine Scheibe mit spiralförmigen Furchen, der Umfang derselben ist z. Th. verzahnt und es greift in diese Verzahnung ein Getriebe, dessen Axe auf einem Steg zwischen 2 Armen gelagert ist. Der Mechanismus wird hier durch eine Feder festgestellt.

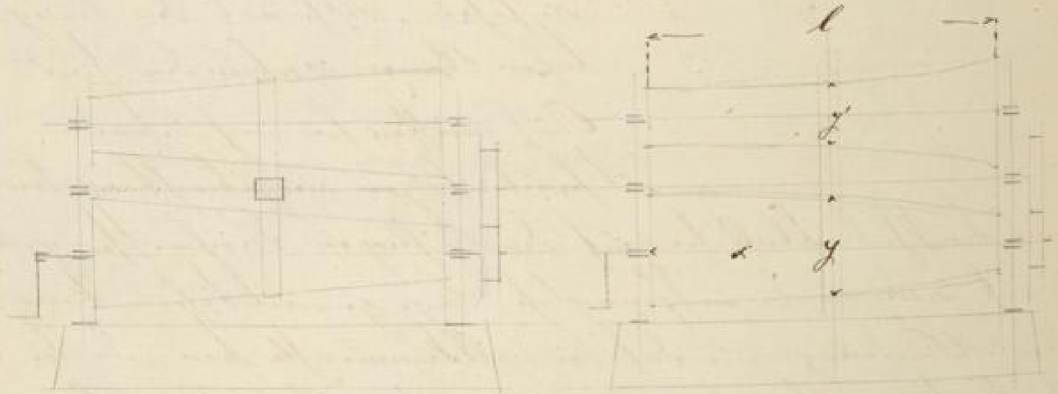


Bei der letzten Anordnung haben wir ebenfalls einen sternförmigen Radkörper, nur ist die auf der Nabe drehbare Scheibe mit Schubstangen versehen, welche mit den beweglichen Armen verbunden sind. Auch müssen hier noch besondere Schraubenbolzen angebracht werden, damit die Scheibe sobald sie auf den richtigen Durchmesser gestellt ist, nicht wieder in ihre ursprüngliche Lage zurückkehren kann. Die erste Anordnung wird doch die vollkommenste sein, da sie allen Zwecken entspricht und bei geringster Verschiebung ihre Lage beibehält. Nun haben wir noch die Spannrollen zu betrachten welche auch bei Expansionsrollen ihre Anwendung finden.
Sie haben den Zweck den Riemen immer in seiner richtigen Spannung zu erhalten, so daß kein Gleiten bei demselben entstehen kann.

die Spannung des Riemens kann nun durch direktes oder indirektes Andrücken des Riemens geschehen, wie aus den Skizzen ersichtlich ist.



Conusbewegung.



Es wird bei dem ersten Mechanismus, sobald der eine Conus mit gleichförmiger Geschwindigkeit gedreht wird, die Geschwindigkeit des andern sich fortwährend ändern.
Bei dem zweiten Apparat sind die Conus nach irgend einer

Kurve abgedreht und war ist die eine Conus concav, der andre convex bearbeitet.

Es soll nun bei einer Umdrehung von A, der Riemen um einen Weg s weiter gehen.

Heißen wir W die variable Geschwindigkeit der obern Axe und W' die variable Geschw. der untern Axe, und sind R u. r die beiden Radien der Conus

So haben wir $W y = W' y'$ (1)

$y + y_1 = R + r$ (2) Unter Voraussetzung, daß die Curven übereinstimmen.

$S = \frac{x}{s} 2\pi$ (3) und $2\pi : S = s : x$

Für gewöhnlich geradlinige Kegel haben wir:

$$\left.\begin{aligned} y &= r + (R-r)\frac{x}{l} \\ y_1 &= R - (R-r)\frac{x}{l} \end{aligned}\right\} (4)$$

Fragen wir nur nach dem Gesetz der letzteren,

so ist $$\frac{W'}{W} = \frac{y}{y'} = \frac{r + (R-r)\frac{x}{l}}{R - (R-r)\frac{x}{l}}$$

$$\frac{W'}{W} = \frac{r + (R-r)\frac{sS}{2\pi l}}{R - (R-r)\frac{s}{2\pi l}S}$$

indem wir für $x = \frac{sS}{2\pi}$ gesetzt haben.

Wird die Bewegung eine gleichförmig beschleunigte, so haben wir $W_1 = W(a + b\varphi)$

$$y = \frac{r + R}{1 + \frac{W}{W_1}}$$

$$y_1 = \frac{r + R}{1 + \frac{W_1}{W}}$$

$$\frac{W_1}{W} = (a + b\varphi) = a + b\,\frac{2\pi}{s}\,x$$

$$y = \frac{(R+r)(a + b\frac{2\pi}{s}x)}{1 + a + b\frac{2\pi}{s}x}$$

$$y_1 = \frac{R+r}{1 + a + b\frac{2\pi}{s}x}$$

$\frac{W_1}{W}$ ist als funct (φ) zu betrachten

$$\frac{W_1}{W} = f\left(\frac{2\pi}{s}x\right)$$

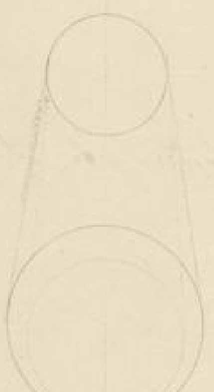
Es wird nun $y_1 = \frac{r + R}{1 + f\left(\frac{2\pi}{s}x\right)}$

Die Kurven sind Hyperbeln und haben eine Gleichung von der Form $Axy + Bx + Cy + D = 0$.

Eine solche Bewegung läßt sich jedoch mittelst der Band nicht erzielen, wegen des Riemens.

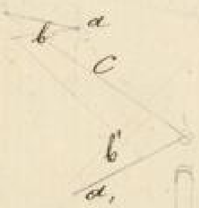
Kettenbewegung

Die Kettenräder sind so zu sagen Zahnräder, die Ketten Triebstöcke. In theoretischer Hinsicht wäre der Kettenzug vollkommen; betrachten wir ihn aber von praktischer Seite, so werden wir finden, daß derselbe hinsichtlich zur Uebertragung schwacher Kräfte oder als Bewegungsmechanismus zu gebrauchen ist, wenn bei Uebertragung der Bewegung keine gleichförmige stattfinden soll. Fassen wir die Abnützungsverhältnisse in Rechnung namentlich bei Uebertragung großer Kräfte, so finden wir, daß die Zähne sich abnützen,

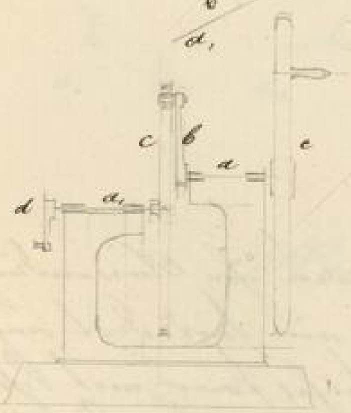


während die Zahntheilung constant bleibt, ferner werden die einzelnen Kettenglieder länger und länger, die Triebstöcke derselben schleifen und wetzen sich aus und es kann daher die Kette unmöglich mehr auf das Rad passen, was ein Reißen der Kette dann zur Folge haben muß.

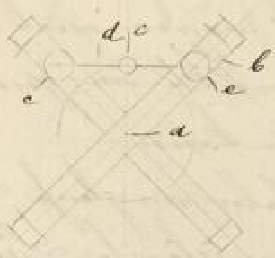
Kurbelübersetzungen.



a
a, } Axen
b
b, } Kurbeln
c Schubstange.



a
a, } Axen
b Kurbel
c Schleife
d Kurbel
e Schwungrad.



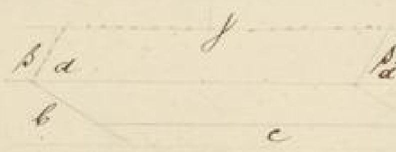
a Axe
b Riemenkreuz
c Axe
d Doppelkurbel
e Rollen
dieser Mechanismus ist als Kraftmechanismus zu gebrauchen, namentlich bei Schraubenschiffen.

a Axe
b Kurbel
c Schwinge
d Drehungspunkt.
e Gleitstück

durch continuirlich drehende Bewegung wird eine schwingende Bewegung hervorgebracht. Kommt vor bei Hobelmaschinen.

a, a, { Axen
b, b, { Kurbeln
c Schubstange
d, d, { Schwungräder

diese Kurbeln finden ihre Anwendung bei Locomotiven, nur sind dort auf jeder Seite ein solches Paar mit Schubstange anzubringen, die Kurbeln selbst müssen unter einem Winkel von 90° gestellt werden, weil bei einfachen Kurbeln, die Bewegung vom todten Pkt. an, gerade zu auch nach entgegengesetzter Richtung gehen kann.



Wir haben hier a a, 2 Axen, b b, 2 Kurbeln von gleicher Länge c Schubstange; β β, 2 Kurbeln von gleicher Länge γ Schubstange gleich der Länge der Schubstange von c. diese Kurbeln haben den Vortheil, daß kein Schwungrad nöthig ist.

a
a, } 2 Axen
b
b } Kurbeln
c Schubstange
d Schwungrad.

Bei der oscillirenden Bewegung von b, entsteht eine rotirende Bewegung von b und d.

Eine weitere Kurbelbewegung von einer Axe auf mehrere z. B. hier 4 mit gleichmässiger Geschwindigkeit wird bewerkstelligt indem $c^1 c^2$ steif miteinander verbunden sind.

$a^1 a^2 a^3 a^4$, 4 Axen

$c^1 c^2 c^3 c^4$ 4 Verbindungsstangen

$c^1 c^2$ ein Stück.

Hook'scher Schlüssel.

Der Hook'sche Schlüssel oder das Universalgelenk dient zur Verbindung zweier Axen welche in einem α beliebigen Winkel zu einander liegen.

Drehen wir A, so bewegt sich die Axe $a a_1$ in dem Kreise k k.

Drehen wir B, so bewegt sich die Axe $b b_1$ in dem Kreise k'k'.

Bewegen wir beide Axen zugleich, so können wir a o in der Ebene k, b o in der Ebene k' laufen lassen.

die Bewegung können wir sowohl durch Construction ermitteln als auch durch Rechnung finden.

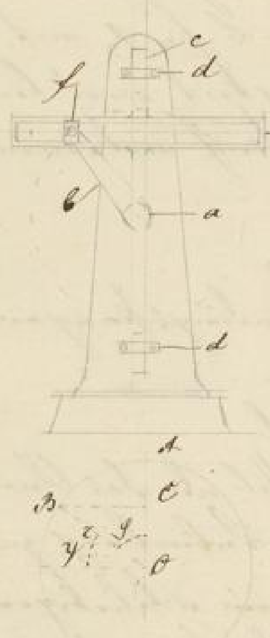
Lassen wir a nach α kommen und b nach β, so ist nun

$$a\alpha = \varphi \text{ und } b\beta = \psi$$

durch sphärische Trigonometrie sind diese Winkel aus dem Dreieck leicht berechenbar.

Die Bewegung wird ungleichförmig, sobald der ∠ δ fort und fort wächst.

Sinusschleife.



a Axe

b Kurbel

c Geradführung

d Lagerung der Stange c

e Schleife

f Gleitstück

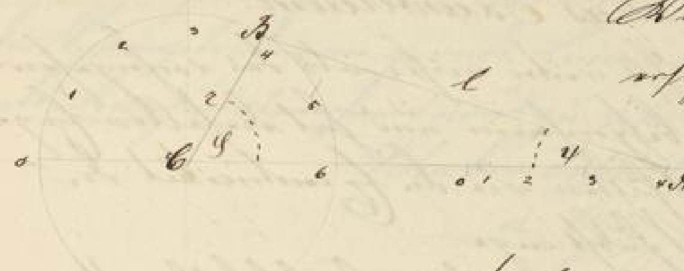
Heißen wir $\overline{AC} = y = r(1-\cos\varphi)$

$$\overline{OC} = r - r\sin\varphi$$

Für große Kraftmaschinen ist die Sinusschleife nicht anwendbar.

Anstatt der Kurbel können wir auch ein Excentricum in der Schleife gleiten lassen, für kleine Hubhöhen.

Durch Modification des vorhergehenden Mechanismus entsteht die Schubstangenbewegung. Da nun der Druck an den Führungslinealen verschieden ist, so laufen sich dieselben ungleichmäßig ab. Die Bewegung welche entsteht ist weder eine Sinusversusbewegung, noch eine gleichförmige.



Wie aus der Zeichnung schon ersichtlich, so legt der Kolben in dem ersten Quadranten einen weit kleineren Weg zurück als im zweiten. Der Unterschied wird um so größer werden, je kürzer wir die Schubstange annehmen, und er verschwindet allmählig, je länger wir dieselbe machen, auch nähert sich alsdann die Bewegung mehr ~~und~~ und mehr einer Sinusversusbewegung oder gleichförmigen Bewegung.

Heißen wir $AC = x$, so haben wir

folgendes $\quad r \sin \varphi = l \sin \psi \quad (1).$

ferner ist $\quad r \cos \varphi + l \cos \psi = x \quad (2)$

aus (1) folgt $\quad \sin \psi = \frac{r}{l} \sin \varphi$

$$\cos \psi = \sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2 \sin^2 \varphi}$$

und $\quad x = r \cos \varphi + l \sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2 \sin^2 \varphi}$

Wenn nun die Kurbel eine solche Lage einnimmt, daß der $\measuredangle \varphi = 0$, so müssen wir ξ suchen. Wir haben für

$$CA_1 = r + l$$

$$\xi = CA_1 - CA$$

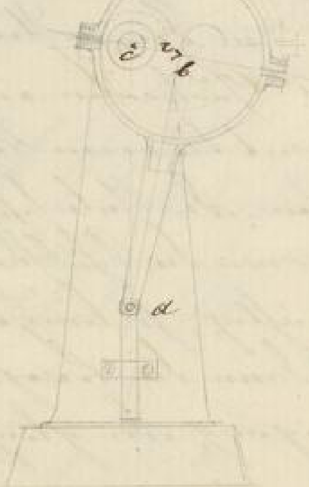
$$\xi = r + l - r \cos \varphi - l \sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2 \sin^2 \varphi}$$

$$\xi = r\left[1 - \cos \varphi\right] + l\left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2 \sin^2 \varphi}\right]$$

$$\xi = r(1 - \cos \varphi) + l\left[1 - \cos \psi\right].$$

Für ziemlich gleichmäßige Bewegungen muß die Schubstange sehr lang werden.

Das Excentricum.



Ist weiter nichts als das vorhergehend besprochene und hat dieselben Eigenschaften wie die Excentricität der Schubstange.

bc gleich dem Kurbelhalbmesser.

Wir haben $cb = r$

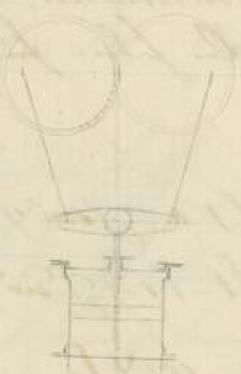
$ba = l \; ; \; \angle bca = \varphi$

$$\xi = r(1 - \cos\varphi) + l\left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2 \sin^2\varphi}\right)$$

Die Excenterbewegung ist geometrisch ähnlich mit der Schubstangenbewegung. Dieser Mechanismus erfordert vielen Kraftaufwand und ist als Kraftmechanismus nicht zu gebrauchen.

Das Differentialräderwerk.

Findet seine Anwendung bei Pumpwerken etc; sie haben den Vortheil, daß die Zapfenreibung sehr gering ist und daher als Kraftmechanismus gut zu gebrauchen

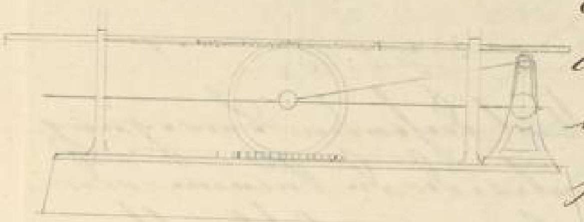


a Axe
b Kurbel
c Zahnrad
d Zapfen befestigt an c
e Zahnkranz befestigt am Gestelle.
f Pumpenstange

Ist gut zu gebrauchen als Bewegungsmechanismus. Die Stange braucht hier keine besondere Führung, da der Halbmesser des rollen-

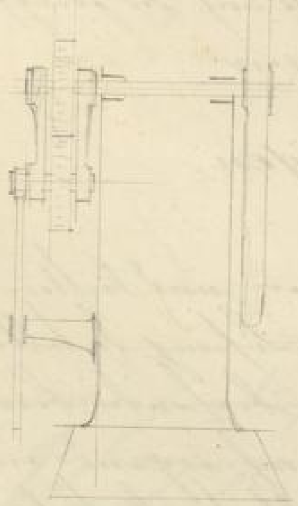
Kreises gleich dem halben Radius des festen Kreises und also die Hypocycloide eine gerade Linie. Dieser Apparat ist nur als Bewegungsverwandlung zu gebrauchen.

Schubverdoppelung.



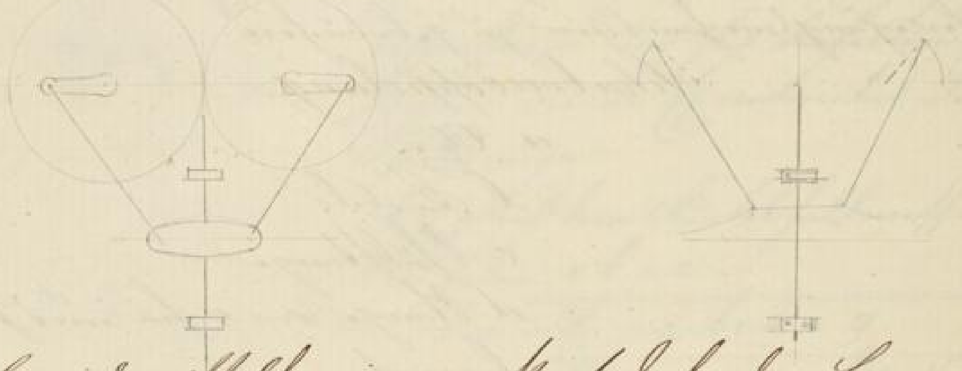
a Axe
b Kurbel
c Schubstange
d Stange von c hin und her bewegt
f Lagerung der Stange d
g verzahntes Rädchen
h Zapfen gehend durch d, c u. g.
e feste Zahnstange
k Zahnstange befindlich an einer beweglichen Stange. k macht bei einem Hin und Hergang von d, k gerade den doppelten Schub. Ist als Bewegungsmechanismus für Schnellpressen zu gebrauchen.

Planetenrad (Erfindung von Watt)



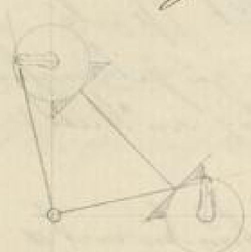
a Axe
b Stirnrad fest verbunden mit a
c Schwungrad.
d 2 auf a frei drehbare Kurbeln
e ein in die Kurbelarme gesteckter sich frei drehender Zapfen
f Zahnrad, verbunden mit e
g Schubstange verbunden mit e.
Bei einem Hin und Hergang der Schubstange, macht c eine doppelte Umdrehung.

Interferenzmechanismus.



Es wird mittelst einer constant drehenden Bewegung bewirkt, daß ein Auge entweder die Summe oder Differenz einer Sinusversusbewegung beschreibt. Drehen wir die eine Kurbel um φ, so wird sich die andere um einen Winkel $k\varphi$ drehen, wobei k das Uebersetzungsverhältniß ist.

Wir haben $y = \frac{1}{2} r \sin \varphi + \frac{1}{2} r \sin k\varphi$.



Beistehende Skizze zeigt uns die Schwingung des Polarisationslichts, wenn die Atome senkrecht auf der Fortpflanzungslinie schwingen

Herzbewegungen.

Sind sehr gute Bewegungsmechanismen und leichter als solche Excenter. Die Aufgabe und Lösung derselben besteht darin, daß durch eine gleichmäßige drehende Bewegung eine hin und hergehende Bewegung nach irgend einem vorgeschriebenen Gesetze erfolgt, welche sowohl stetig als auch nicht stetig sein kann.

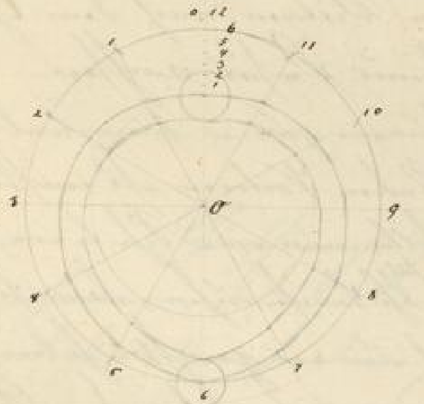
das Bewegungsgesetz angeben heißt, daß wenn die Axe um einen gewissen Winkel gedreht wird, die Stange sich um ein bestimmtes Maß heben muß.
Die Erhebungshöhen müssen auf die Radien als $f(\varphi)$ aufgetragen werden. Wir haben hier z. B.

$$AD = y = f(\varphi)$$

Wir fahren so mit einer Reihe Punkte fort, die wir zuletzt durch einen stetigen Zug verbinden.

Es ist die Möglichkeit gegeben durch eine gleichförmig drehende Bewegung eine hin u. hergehende Bewegung nach irgend einem Gesetz, welches auch symmetrisch sein kann zu verwandeln.

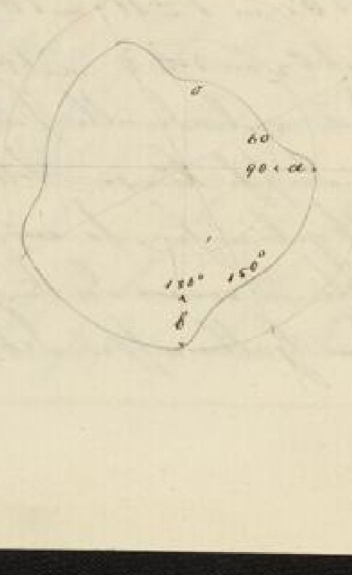
Erhebung und Niedergang mit gleichförmiger Geschwindigkeit.



Wir verzeichnen vor Allem den Grundkreis, tragen von einem Endpunkte des Durchmessers die Erhebungshöhe auf und theile dieselbe in eine Anzahl gleicher Theile z. B. 6; theile den Halbkreis ebenfalls in 6 gleiche Theile, ziehe die Radien.

Schneide mit O_1 in 1 u. 11, mit O_2 in 2 u. 10 mit O_3 in 3 u. 9 mit O_4 in 4 u. 8 u. s. w. verbinde alle Punkte, so haben wir eine zum Durchmesser 12 6 symmetrische Kurve. Wollen wir diese Herzbewegung als Horizontalschub gebrauchen, so müssen wir 2 Röllchen anbringen, deren Mittelpunkte in einem der Durchmesser und zugleich in der Kurve liegen. Mit dem Halbmesser des

Vollständig müssen wir noch immer zur eigentlichen Curve eine Abstands differenz verzeichnen.
Es ist hier noch zu bemerken, daß die Summe zweier diametrallaufenden Radien Vectoren constant ist.
Es soll, während die Axe einen Winkel von 180° + 60° zurücklegt die Erhebung mit gleichförmiger Geschwindigkeit vor sich gehen, die Senkung soll rascher gehen. Wir theilen A B C in 6 gleiche Theile desgleichen A C, tragen vom Grundkreis die Erhebungshöhe 6 mal auf und verfahren in ähnlicher Weise, wie vorher.



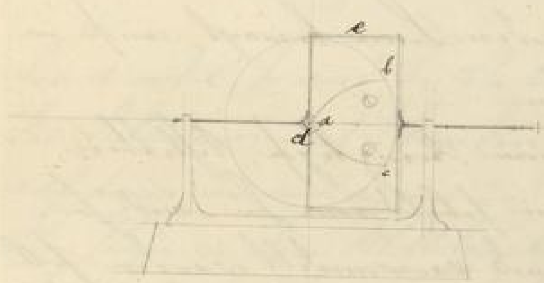
Soll die Stange eine Sinus Versus bewegung machen, so müssen die Radien Vectoren nach dem Gesetz des Sinus Versus wachsen.
Die Summe zweier diametrallaufenden Radien Vectoren ist constant.
Wir sollen nun eine Scheibe construiren, die Stange soll ~~welche~~ theilweise ruhen, denn soll sie sich nur ein gewisses heben u. sie und zwar unter folgenden Angaben.
Von 0° – 60° soll sie ruhen
„ 60° – 90° bewegen um a
„ 90° – 150° ruhen
„ 150° – 180° aufwärts um b
Der Rückgang soll in dergleichen Weise vor sich gehen.

die verzeichnete Curve ist die Linie für den Mittelpunkt des Röllchens, um die Curve selbst verzeichnen zu können müssen wir mit dem Halbmesser des Röllchens eine Aequidistante zur Curve verzeichnen.

Damit ein sanfter Gang erzielt wird muß der Grundkreis im Verhältniß zur Erhebungshöhe groß sein.

Für größere Bewegungen sind diese Scheiben überhaupt nicht mehr zu gebrauchen, sondern nur für kleinere Bewegungsmechanismen und zu Arbeitsmaschinen.

Ein ähnlicher Mechanismus ist das Bogendreieck, jeder Bogen beträgt 60°. die eine Spitze des Dreiecks liegt in dem Mittelpunkt der Drehungsaxe.

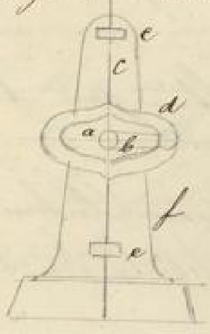


a b c Bogendreieck verbunden mit d, e Rahmstück, worin das Dreieck abc schleift.

das Gesetz, während die Spitze schleift ist ein anderes, wenn die Seite des Dreiecks schleift.

Gleichförmige Hin und Herbewegung durch eine Kurbel

Wir nehmen an, daß die Kurbel mit gleichförmiger Geschwindigkeit gedreht wird, während wir zugleich eine Zeichentafel gleichförmig auf und nieder bewegen, so beschreibt ein an der Kurbel befestigter Stift die mittlere Linie der Kanalfläche.



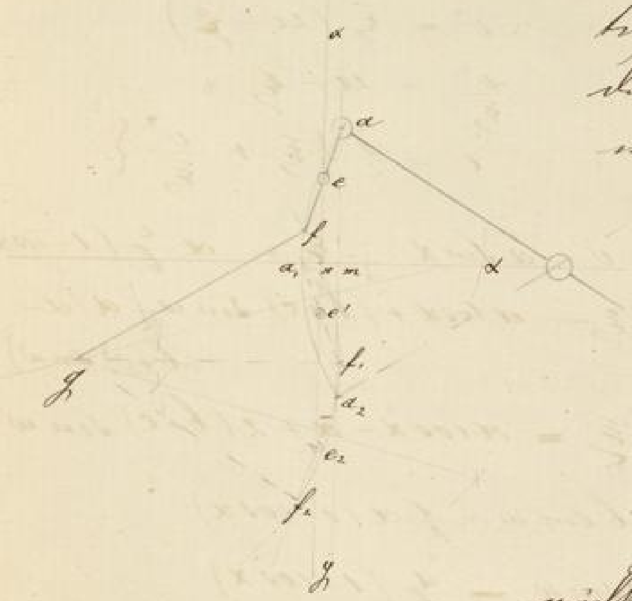
a Axe
b Kurbel mit Röllchen
c Stange mit einer Schleife d
e Führungen der Stange
f Gestell

a Axe
b Kurbel, verbunden mit a mit verschieb-
barem Halbmesser
c Axe
d Führungsbuchse, verbunden mit c.
f Stange
g Stift
der Stift beschreibt je nachdem er tiefer oder
höher geschraubt wird, verschiedene Kurven.

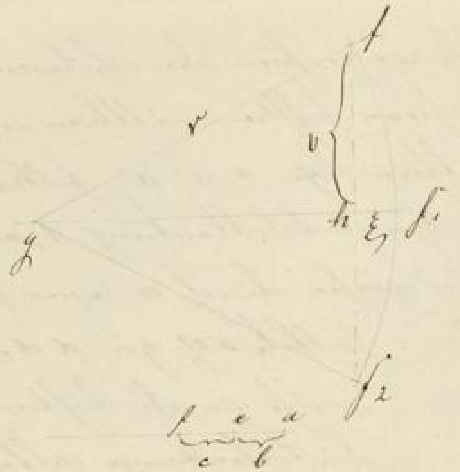
Gerad-Führungen.

Ein Körper, der sich in einer geraden Linie bewegt, muß in dieser Lage erhalten, geführt werden.
In den meisten Fällen wendet man Kreuzköpfe, Schlitten, Rollen etc zu Geradführungen an, sobald eine hin und hergehende Bewegung in eine rotirende verwandelt werden soll.
Wenn es sich nun handelt die rotirende Bewegung in eine schwingende zu verwandeln, so müssen wir andere Vorrichtungen treffen. Die Geradführung besteht aus einem System von Hebel und Verbindungsstangen, die derart verbunden sind, daß sich das ganze System bewegen läßt und ein gewisser Punkt annähernd sich in einer nahezu mathematisch genauen Geraden bewegt.
Es handelt sich nun darum solche Gelenkvorrichtungen für Geradführungen zu bestimmen.
Nehmen wir zwei Hebel an, heißen den einen Balancier, den andern den Gegenlenker. Es wird ersterer sobald die Bewegung

erfolgt auf und nieder gehen. Wir verzeichnen den Balancier in seiner höchsten, mittleren und tiefsten Lage a, a', a_2, fällen die Horizontalablenkung α, m und ziehen durch n eine Parallele xy zu $a\,a_2$, welche wir als Richtung der Kolbenstange gelten lassen wollen. Nun nehmen wir den Verbindungspunkt zwischen Balancier und Gegenlenker an und zwar zunächst einen Pkt. e in xy, verbinden a mit e, so wird die Verlängerung von ae die Kreisbahn des Balanciers in f schneiden.



aef tragen wir von a' aus und ebenfalls von a_2 aus ab.
Nun suchen wir den Mittelpunkt desjenigen Kreises, der durch die 3 Punkte f, f_1, f_2 geht; dieser befindet sich in g, welcher Punkt der Aufhängepunkt für den Gegenlenker ist.
Es wird also der Punkt e annähernd in einer geraden Linie geführt werden.
Der Fehler wird sehr klein werden, wenn wir den Balancier sowie Gegenlenker sehr lang machen.
Es kann nun auch durch Rechnung bestimmt werden, daß der Punkt e annähernd in einer geraden Linie bleibt.
In vielen Fällen ist es zweckmäßig, Balancier, Gegenlenker und Aufhängepunkt anzunehmen, und den Verbindungspunkt zu suchen.



damit c in einer geraden Linie bleibe, muß sein

$$v^2 = \xi\,(2r - \xi)$$

$$\frac{v^2}{\xi} = 2r - \xi$$

$$r = \frac{1}{2}\left\{\xi + \frac{v^2}{\xi}\right\}$$

$$v = a\sin\alpha \quad \Big| \quad \xi = a\,\frac{c}{b}\,(1-\cos\alpha)$$

$$\xi = a\cos\alpha + (b+c)\sin\omega - a(a - (b+c)\sin\omega)$$

$$\xi = a\cos\alpha - a + 2(b+c)\sin\omega$$

$$b\sin\omega = \frac{1}{2}\,a\,(1-\cos\alpha)$$

$$2\sin\omega = \frac{a}{b}\,(1-\cos\alpha)$$

$$\xi = a\cos\alpha - a + \frac{a}{b}(b+c)(1-\cos\alpha)$$

$$\xi = (1-\cos\alpha)\left(\frac{a}{b}(b+c) - a\right)$$

$$= (1-\cos\alpha)\,a\,\frac{c}{b}$$

$$r = \frac{1}{2}\left\{a\,\frac{b}{c}\,\frac{\sin^2\alpha}{1-\cos\alpha} + a\,\frac{c}{b}\,(1-\cos\alpha)\right\}$$

Es kann nun gegeben sein α, $\frac{r}{a}$; $\frac{b}{c}$ gesucht

Wir haben $\frac{b}{c} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin^2\alpha}\left\{\frac{r}{a} + \sqrt{\left(\frac{r}{a}\right)^2 - \sin^2\alpha}\right\}$

In allen Fällen der Anwendung muß α so klein als möglich angenommen werden und wir können dann setzen für $\sin\alpha = \alpha$, $\cos\alpha = 1 - \frac{1}{2}\alpha^2$.

$$1 - \cos\alpha = \frac{1}{2}\alpha^2$$

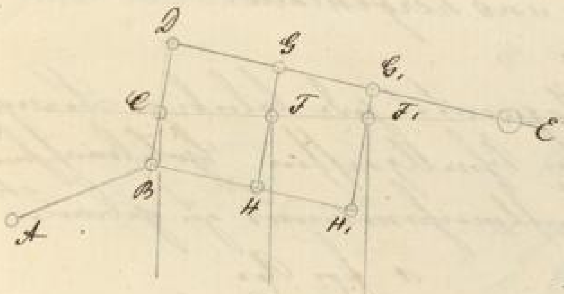
dann wird $r = \frac{1}{2}\left\{a\,\frac{b}{c}\,\frac{\alpha^2}{\frac{1}{2}\alpha^2} + a\,\frac{c}{b}\,\frac{1}{2}\alpha^2\right\}$

$$r = a\frac{b}{c} + \frac{1}{4}a\frac{c}{b}x^2$$

da wir nun x sehr klein angenommen haben, so ist x^2 auch kleiner und kann vernachlässigt werden
Wir können also setzen $\frac{r}{a} = \frac{b}{c}$

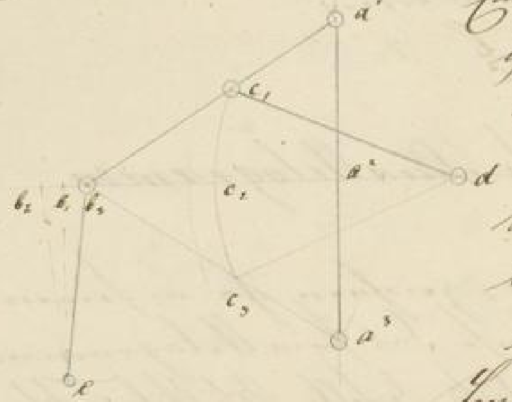
Das Watt'sche Parallelogramm.

Wir nehmen den Balancier an, zeichnen ihn in seinen 3 Hauptstellungen, dann ebenso das Parallelogramm, richten den Aufhängepunkt so, daß derselbe Mittelpunkt ist für den Kreis der durch die 3 Punkte f, f_1, f_2 geht und der Punkt c immer in der Geraden $x\,y$ bleibt.



In der Geraden CE nehmen wir einen Pkt F an, ziehen durch F eine Parallele mit BD, ferner durch B eine Parallele zu DE, so werden die Dreiecke DCE und GFE in jeder Position ähnlich bleiben, also auch F eine gerade Linie beschreiben wie der Punkt C; es wird überhaupt jeder Punkt der in der Geraden CE liegt eine Gerade Linie beschreiben.
Es ist also die Möglichkeit vorhanden von einem Balancier aus eine größere Anzahl Stangen mit verschiedener Geschwindigkeit und verschiedenem Hub zu bewegen.
Nun ~~[illegible]~~ erfordern diese Maschinen eine äußerst exacte und solide Ausführung; es werden die Zapfen, welche eine oscillirende Bewegung machen, nicht an jeder Stelle um gleich viel

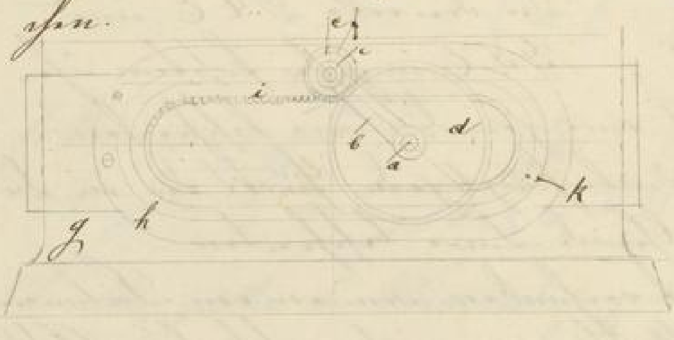
abgenützt, also unrund und müssen deßhalb von Zeit zu Zeit gedreht werden.



Eine andere Art von Geradführung ist die nebenbei skizzirte. a^1 a^2 a^3 höchste, mittlere und tiefste Lage des Balanciers. Würde wir den Hebel b_3 c sehr lange machen wird diese Anordnung gut werden. Im Großen lässt sich dieses System nicht ~~anwenden~~ anwenden, wohl aber für kleinere Maschinen.

Verwandlung einer continuirlich drehenden Bewegung in eine hin und hergehende.

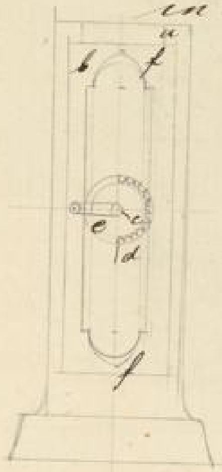
Man kann mittelst dieses Apparates jede beliebige Bewegung [uncertain reading] herstellen, namentlich bei Schnellpressen, Hobelmaschinen anwendbar und auch als Kraftmechanismus zu gebrauchen.



a feste Axe
b 2 Arme tragen eine Axe c und sind frei drehbar auf a.
d Stirnrad verbunden mit a.
e kleines Getriebe fest verbunden mit c
f ein zweites Rad gleich e greift in die Zahnstange ein.
g Wand, h Schlitten
i Zahnstange, k Furche.

In der Furche k liegt das Zapfenende der Axe c

Verwandlung der drehenden Bewegung in eine hin und hergehende.



a Bahn

b Schlitten

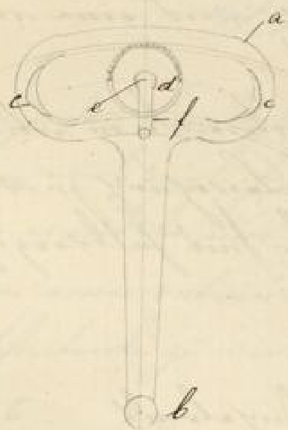
c Axe

d halbverzahntes Rad

e Kurbel mit Zapfen

f Ansätze

Greift die Verzahnung rechts ein, so geht der Schlitten nieder, im entgegengesetzten Falle aufwärts.



a Verzahnte Schwinge, dreht sich um b

c Ansätze an a

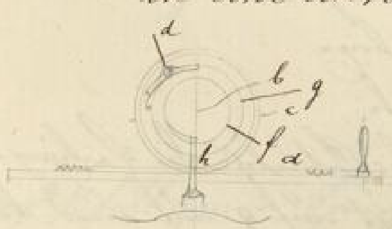
d halbverzahntes Rad

e Axe

f Kurbel mit Zapfen

Durch drehende Bewegung von d entsteht eine oscillirende Bewegung in a.

Verwandlung der ~~rotirenden~~ hin und hergehenden Bewegung in eine ruckweise rotirende.



a Zugstange

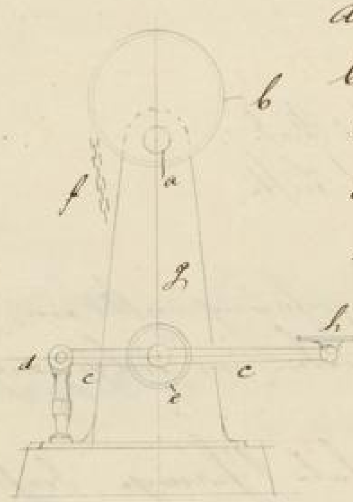
b Axe

c Zahnrad frei drehbar auf b

und ihm verbunden ein Haken d

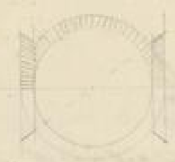
f Scheibe fest verbunden mit b
g " " " mit b.
h Stab, wird durch eine Feder in die Höhe getrieben.

Trittbewegung.



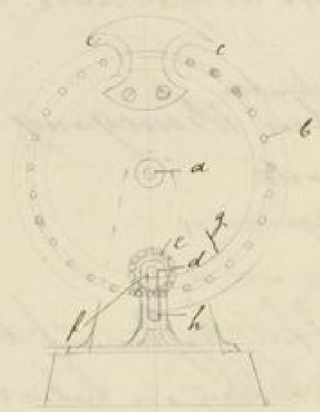
a Axe
b Excentrik.
c Trittshebel
d Lager
e Rolle
f Kette.
g Gestell
h Tritt

durch eine oscilirende Bewegung des Trittshebels c wird eine rotirende Bewegung der Axe a bewirkt.



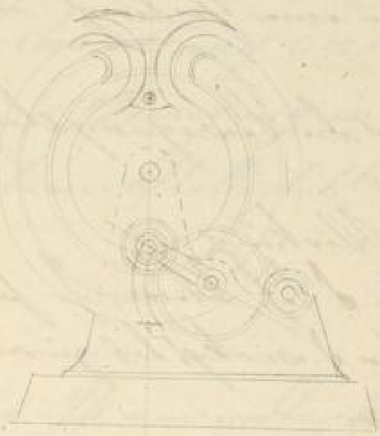
Apparat um eine rotirende in rotirende hin und hergehende Bewegung zu verwandeln. Alle 3 Räder sind halbverzahnt.

Mangelrad.



a Axe des Mangelrads
b Triebstockverzahnung
c Einführungskanal
d Getriebaxe
e Getriebe
f Axe des Getriebs. die Verlängerung davon liegt auf g auf und kann

vermöge des Schlitzes h nicht höher hinauf, ist also in ihrer Lage gehalten.

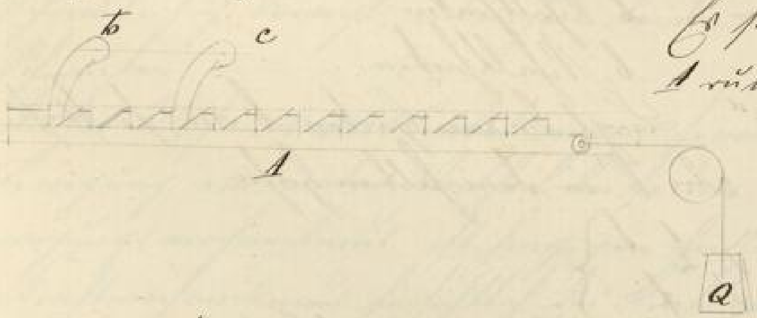


Beistehende Skizze zeigt uns ein Mangel- od. vollkommenere Construction.

Es ist hier eine doppelte Zahnstange mit äußerer und innerer Verzahnung, und es hat ferner dieser Apparat den Vortheil, daß die Axe eine horizontale Lage hat und also direkt von der Transmission aus getrieben werden kann, während beim Obrigen ein Universalgelenk angewandt werden muß.

Schaltungen.

Sie werden benützt um
1. Eine continuirlich drehende Bewegung in eine ruckweise drehende zu verwandeln und
2. Um eine continuirlich drehende Bewegung in eine ruckweise fortschreitende zu verwandeln.



Es soll also z. B. die Stange A ruckweise fortgeschoben werden, so denken wir uns der Stange einen Widerstand Q entgegenwirkend, bringen deshalb einen Sperrhaken b an, sodann einen zweiten

Haken, Schalthaken an, der den Zweck hat die Stange fort-
zuschieben.
Wir sind nun im Stande den Haken so zu bewegen, daß
er die Stange um ein wenig, genau einer Theilung, um 1½
Thlg, 2 Thlg etc bewegt.
Heißen wir t die Zahntheilung, s die Bewegungslänge des
Schalthakens, so gibt

$s < t$ keine Wirkung

$s = t + \delta$, wobei δ sehr klein, so haben
wir den Erfolg, daß der Haken nur δ wirkt los zurückgeht
und um eine Zahntheilung t vor.

$$\left\{ \begin{array}{l} s > t \\ s < 2t \end{array} \right\}$$

so schaltet der Haken um eine Theilung.

$$\left\{ \begin{array}{l} s > 2t \\ s < 3t \end{array} \right\}$$

so entsteht eine wirksame Bewegung um 2 Theilungen.
Handelt es sich um sehr feine ruckweise Bewegungen,
so muß man sehr feine Theilungen nehmen.

Schaltung für Bruchtheilung

a Stange.
b Schalthaken
b, Schalthaken

Liegt der eine Haken b an, so steht
die Angriffsfläche des 2ten b' in dem halben Zahne.

$$s \left\{ \begin{array}{l} > \frac{1}{2} t \\ < t \end{array} \right\}$$

wird genau um eine halbe Theilung geschaltet.

$s \left\{ \begin{matrix} > t \\ < \frac{3}{2} t \end{matrix} \right\}$ Schaltung auf eine Theilung.

Verwandlung der continuirlich drehenden Bewegung in eine continuirl. fortschreitende.

Wird bewerkstelligt 1tens mittelst Zahnstange und Getriebe.

In praktischer Hinsicht steht dieser Mechanismus zwischen Kraft und Bewegungsmechanismus. Ist anwendbar bei einfachen Bewegung, wie z. B. beim Blockwagen einer Schneidemühle.

2tens die Schraubenmutter.

Es liegt hier die Schraubenspindel in Lagern, kann sich also nicht verschieben. Wird die Spindel umgedreht, so muss wenn die Mutter sich nicht drehen kann dieselbe längs der Spindel sich hinbewegen.
Ist die Schraube fest und wird die Mutter bewegt, so entstehen beide Bewegungen in der Mutter.
Im entgegengesetzten Falle, da die Mutter fest ist und die Schraube sich bewegt, entstehen beide Bewegungen in der Schraube.
Dieser Mechanismus bietet wegen seiner sanften und weichen Bewegung einen Vortheil bei seiner Anwendung als Bewegungsmechanismus, ist hingegen bei Anwendung als Kraftmechanismus hinsichtlich des Kraftverlustes sehr beschränkt. Bei der besten Ausführung kann man darauf rechnen, dass

dieselbe Kraft durch Reibung verloren geht, bei geringerer Ausführung kann man auf $2/3$ Kraftverlust rechnen.
Es ist noch zu erwähnen, daß hinsichtlich der Ausführung es vortheilhaft ist eine lange Mutter zu machen, weil dieselbe sich sehr leicht ausschleift.

3tens Die Schnurbewegung

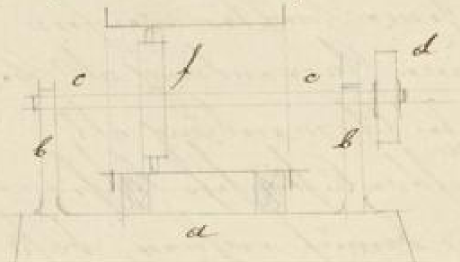
a Stab, der hin und herbewegt wird.

b Schnurrolle

c und d Enden woran die Schnur befestigt wird. Durch eine hin und hergehende Bewegung des Stabes wird eine periodisch rotirende Bewegung der Rolle erzielt. Ist zu gebrauchen als Bewegung von Handbohrern.

Sind 2 Körper gleichzeitig nach entgegengesetzter Richtung zu verschieben, so hat man rechtes und linkes Gewinde an die Schraube zu schneiden und es werden je nach der Drehungsrichtung die Mütter sich entweder entfernen oder einander nähern.

Bei Bohrwerkzeugen wird's angebracht, daß die Meißel sich um eine Axe drehen und ferner längs dieser Axe fortschreiten, die Spitze des Meißels wird alsdann eine Schraubenlinie beschreiben, so daß die einzelnen Schraubenlinien sehr nahe beisammen liegen.



a Bohrbank

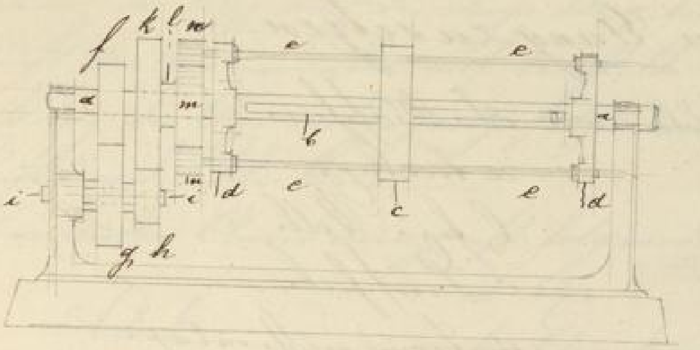
b Lager der Spindel

c Bohrspindel

d Getriebe

f Bohrkopf, muß mit c rotiren und sich zugleich verschieben.

Skizze einer Cylinderbohrmaschine



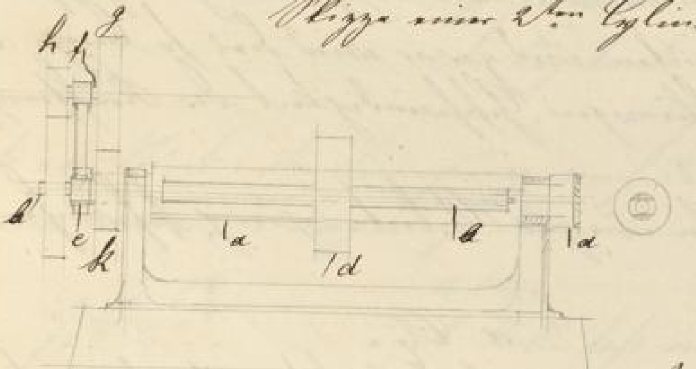
a Bohraxe
b Hülse
c Bohrkopf
d Axenhalter
e Schraubenspindel
f Stirnrad fest verbunden mit a

g h { Stirnräder ein Stück, frei drehbar auf i

k l m { k m Stirnräder, frei drehbar auf a

n Getriebe, fest auf e

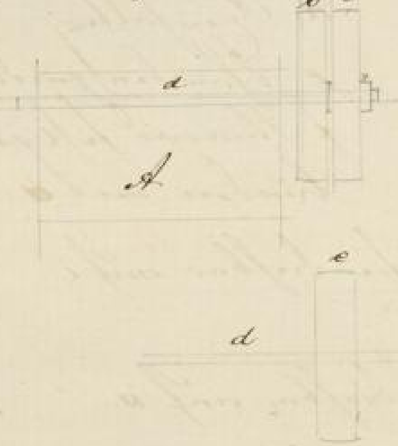
Skizze einer 2ten Cylinderbohrmaschine



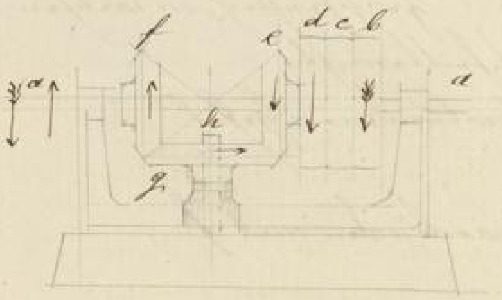
a Bohrspindel
b Schraubenspindel
c Stirnrad verbunden mit b
d Bohrkopf mit Zwischensteg, in welchem eine Mutter eingeschnitten ist.
e ein mit a fest verbundener Hebel
f Axe
g h Stirnräder, fest verbunden mit f
f g h ein Stück
k Stirnrad fest verbunden mit der Axe a.

Absteller um Maschinen in und außer Gang zu setzen

Im Allgemeinen haben wir A Maschine
a Triebaxe
b feste Rolle
c Leerscheibe
d Transmissionsaxe
e Rolle fest verbunden mit d.



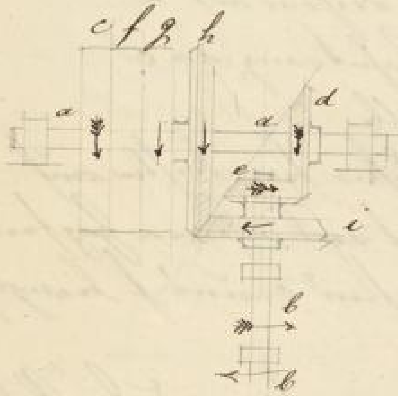
Wenn wir nun die Transmissionsaxe in Gang setzen wollen, so ist die Leerscheibe das vortheilhafteste, weil der Riemen nach und nach der Welle d die Bewegung mittheilt. Es wird also die Transmission mit beschleunigter Geschwindigkeit anfangen zu laufen und zwar wird dies so lange dauern, bis dieselbe der gleichförmigen Geschwindigkeit der Kraftmaschine gleichkommt.
Die Leerscheibe ist aber nur zur Uebertragung schwacher Kräfte verwendbar.



a Axe
b Rolle fest verbunden mit a
c Leerscheibe frei drehbar auf a
d Rolle " " " a
e Getriebe fest verbunden mit d
f Kegelrad fest verbunden mit a
g Zwischenrad drehbar um den Zapfen h

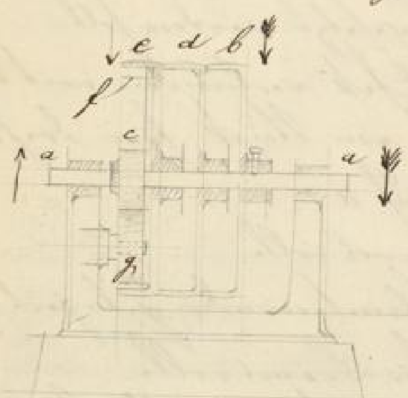
Liegt der Riemen auf der Rolle b, so ist die Bewegungs-
richtung der Axe nach der Lage des gefiederten Pfeiles ←
Läuft der Riemen aber auf der Rolle d, so ist die Bewegungs-
richtung der Axe entgegengesetzt und zwar nach der
Richtung des Pfeiles ←

Eine andre Anordnung ist folgende.



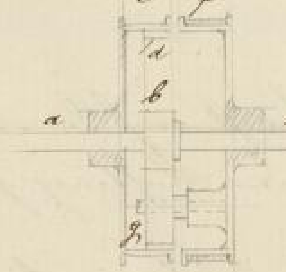
a Axe
b Axe kann sowohl nach der einen als auch der andern Richtung gedreht werden
c Rolle fest verbunden mit a
d Rädchen fest " " " a
e Kegelrad fest " " mit b
f Leerscheibe frei drehbar auf a
g Rolle " " " auf a
h Kegelrad " " " a
i " " fest verbunden mit b.

g h ein Stück. Die Bewegung nach der Richtung des →
ist eine andre als diejenige des →



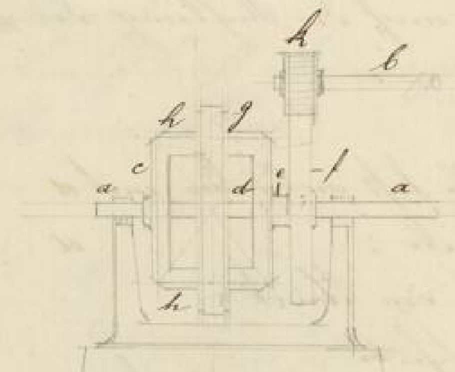
a Axe
b Rolle fest verbunden mit a
c Getriebe " " a
a b c ein Stück
d Leerscheibe
e Rolle frei drehbar auf a mit einer Verzahnung f
g Zwischenrad frei drehbar auf einem Zapfen greift in c und f ein.

Ist gut anwendbar bei Hobelmaschinen, da wegen des Uebersetzungsverhältnisses bei Zurückführung des Schlittens derselbe rascher geht, während beim Angriff des Meißels der Schlitten langsam geführt werden muß.



a Axe
b Scheibe fest verbunden mit a
c Rolle frei drehbar auf a
d Innerer Zahnkranz an c
f Bremsrolle
g Sternrädchen frei drehbar auf einem mit f verbundenen Zapfen

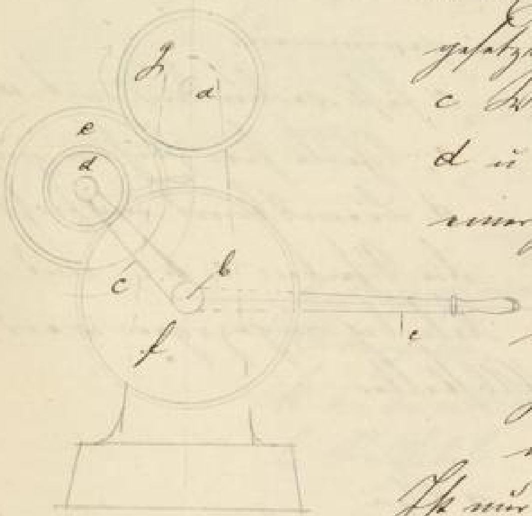
Wird die Bremse nicht angezogen, so sind c und f beweglich auf a.
Wird hingegen das Bremsband angezogen, so wird die Rolle f nichts anders als ein Axenhalter für das Rädchen g und es muß sich daher die Rolle c umdrehen.



a Axe
b Axe, welche in oder außer Gang gesetzt werden soll.
c Rad, fest verbunden mit a
d e f ein Stück, frei drehbar auf a
g Bremsrolle
h i Sternenräder, gelagert in der Bremsrolle.

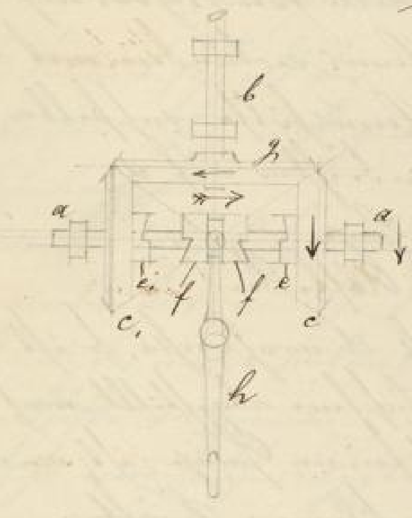
k fest verbunden mit der Transmissionswelle b.
Wird die Bremse losgelassen, so ist die Maschine abgestellt

Wird die Bremse angezogen, so ist die Maschine im Gang und die Planetenräder werden zu einer ordinären Uebersetzung.



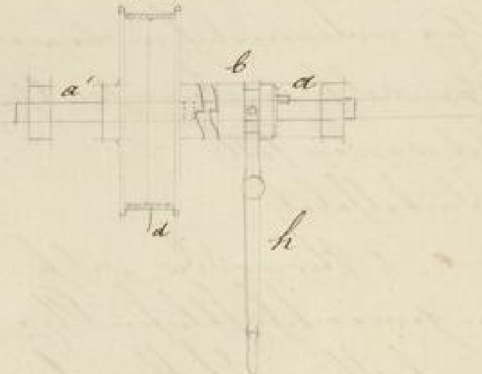
a Axe continuirlich in Bewegung
b Axe, welche in oder außer Gang gesetzt werden soll
c Winkelhebel
d u. e, 2 Stirnräder, welche auf einer gemeinschaftlichen Axe sitzen
f Stirnrad fest verbunden mit b
g Stirnrad fest verbunden mit d.

Ist nur für kleinere Maschinen anwendbar.

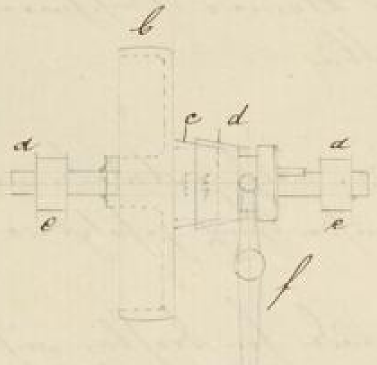


a Axe
b Axe, welche entweder in Gang oder außer Gang gesetzt werden soll.
c c, 2 Räder frei drehbar auf a
f Hülse mit 2 Zahnformen
g Kegelrad, verbunden mit b
e e, Hülsen verbunden mit c u. c,
h Absteller.

Wird die Klaue f in die Mitte gestellt, so ist die Maschine außer Gang.
Schieben wir die Klaue nach c, so erfolgt die Bewegung in Richtung des ↓. Schieben wir die Klaue nach c, , so erfolgt die Bewegung nach entgegengesetzter Richtung.

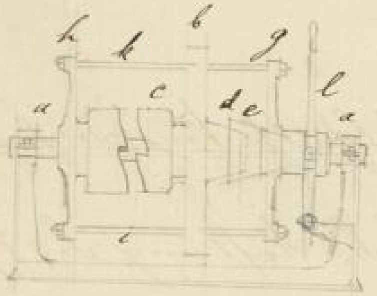


a
a, } 2 Axen
b eine auf a verschiebbare Klaue und wird von a mitgenommen.
c fest verbunden mit a,
c, Scheibe frei drehbar auf a,
d Bremsband umfasst die Scheiben c u. c, und kann beliebig angezogen werden.
h. Absteller



a Axe
b Rolle frei drehbar auf a
c Conus, verbunden mit b,
d Conushülse, verschiebbar und freidrehbar auf a.
e Lager
f Absteller
Steht d nach rechts, so ist die Maschine abgestellt, nach links ist sie im Gange; ist anwendbar für kleinere Kräfte.

Auch ist diese Methode nicht ganz zuverlässig, weil die eine Klaue blos durch Friction der andern mitgenommen wird. Ein ähnlicher Apparat ist folgender.



a Axe

b Rad, welches in oder außer Gang gesetzt werden soll, frei drehbar auf a

c Klauenhülse, verbunden mit dem Conus d

b c d ein Stück.

e Conus, frei drehbar auf a und verschiebbar auf a

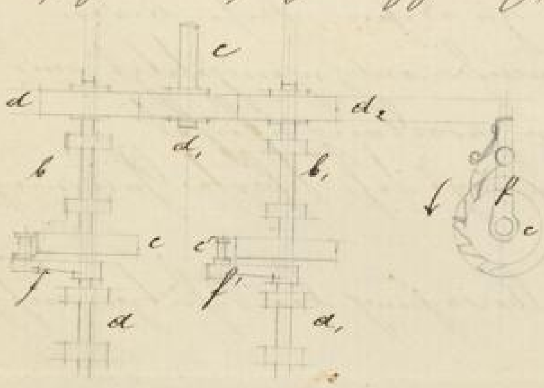
g h Hörner, umfassen die Conus und Klauenhülse

k i, vereinigen die Hörner

l Stellhebel.

Kraftmaschinenverkupplung.

Diese kommt sehr oft vor, namentlich bei Fabrikbetrieben, wo eine Kraftmaschine nicht genügt und die Fabrik eine große Ausdehnung hat.
Auch werden öfters hydraulische Maschinen mit Dampfmaschinen verbunden, wo also die Verbindung derart sein muß, daß keine die andere fortreißt und überhaupt keine gewalt-samen Stöße vorkommen
Es besteht eine solche Kupplung im Wesentlichen aus Folgendem



a, a' Axen, jede von einer Kraftmaschine aus getrieben

b b', 2 Axen liegen in der Fortsetzung von a a'

c Axe, welche die Kraft der Transmission abgibt.

d, d', d² 3 Räder, durch welche c mit b, b' verbunden ist

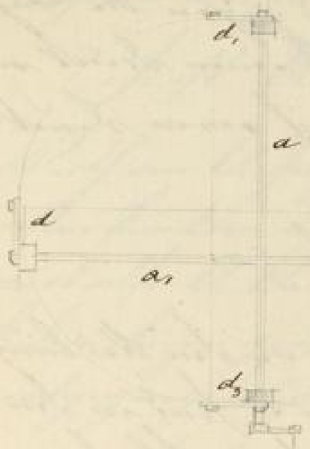
e } 2 Schalträder.
e' }

f, f' hebelartige Hebel mit Schaltsperre, welche durch Federn angedrückt werden.
Bewegen sich beide Axen nach der Richtung der Pfeile so treiben beide c

Parallelmechanismen.

Sie haben den Zweck, Körper parallel mit sich selbst zu verschieben.
Das einfachste ist das Parallellineal

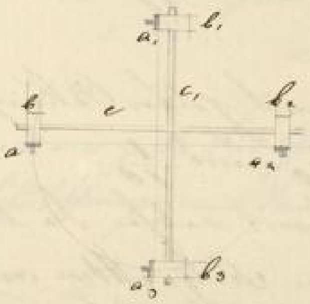
Ferner haben wir die Schnurbewegung. Es sind hier c c' d d' Fix-Punkte a b a' b' Roller an dem Lineale f befestigt.
Wir spannen nun eine Schnur über c a b' d, welche aber nicht genügend ist und das Lineal sich nach der Richtung des ↷ drehen würde, deshalb bringen wir eine zweite Schnur c' a' b d' an, welche das Bestreben hat das Lineal nach ↶ zu drehen; diese beiden Drehungsrichtungen sind aber einander entgegengesetzt und es wird das Lineal nahezu genau parallel geführt.
Wird angewandt, wenn es sich um nicht sehr scharfe Genauigkeit handelt.
Wir haben nun noch die Parallelbewegung bei Schützenaufzügen



a, a_1 2 Axen, welche der Richtung nach senkrecht und über einander liegen

d, d_1, d_2, d_3, Stangen verbunden mit entsprechenden Kurbeln

Besser ist die 2te Anordnung, weil man hier jeden beliebigen Hubhöhe herstellen kann.



Es sind hier

a, a_1, a_2, a_3 Zahnstangen,

b b_1, b_2, b_3, die entsprechenden Zahnrädchen

c, c_1, 2 Axen.

Von der Reibung.

Es hängt von derselben hauptsächlich die Construction der Maschinentheile ab.

Der Reibungswiderstand richtet sich nach dem Material der Körper und nach der Beschaffenheit und dem Zustande der Berührungsflächen

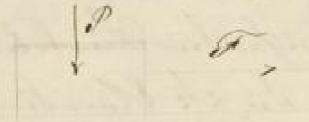
Der Reibwiderstand ist unabhängig von der Größe der Berührungsflächen.

Er ist ferner unabhängig von der Geschwindigkeit, mit welcher sich die Körper aufeinander bewegen, innerhalb gewisser Grenzen

Er ist wesentlich abhängig von der Pressung, mit welcher beide Körper aufeinander drücken und ist proportional diesem Druck.

Heißen wir P die Pressung des Körpers gegen die Lage, f den Reibungswiderstand, welcher durch einen Druck von 1 Kilg. F den Rbgswiderstand, der durch einen Druck von P Kilg verursacht wird, so haben wir

$$F = f \cdot P \text{ und}$$



$$f = \frac{F}{P}$$

dieses f heißen wir den Reibungscoefficienten, und es sind in den Ref. Tab. 94 die Erfahrungscoefficienten für die verschiedenen Materialien angegeben.

Für gut bearbeitete metallische Flächen, mit guter Ölung schwankt der Rbgscoefficient zwischen $\frac{1}{500}$ und $\frac{1}{10}$.

Heißen wir nun v die Geschwindigkeit mit welcher die beiden Körper auf einander gleiten, e den in Kilg. Metern ausgedrückten Effect, welcher der Überwindung des Rbgswiderstandes entspricht, so haben wir

$$e = Fv$$

Setzen wir für F seinen Werth, so ist

$$e = fPv.$$

Fassen wir die Reibung hinsichtlich der Abnützung ins Auge und fragen wonach sich diese richtet, so ist dieselbe zu beurtheilen nach der Intensität des Druckes, der an einer gewissen Stelle stattfindet und nach der Beschaffenheit des Materials. Bezeichnen wir mit A die Contactfläche zwischen beiden Körpern, so ist

$\frac{P}{A}$ die Intensität des Druckes, oder die Pressung auf 1 □cm

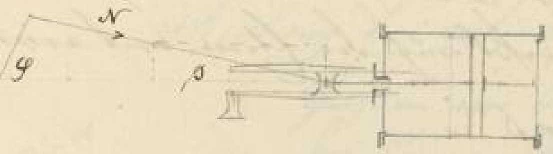
Bezeichnen wir ferner mit A die Abweichung

so ist $A = f \frac{P v}{A}$

der Werth von A setzt voraus, dass die Intensität der Pressung an allen Punkten dieselbe ist.
Es wird also A klein ausfallen, wenn die Contactflächen der beiden Körper gross sind und es wird A gross ausfallen im entgegengesetzten Falle.

Reibungswiderstände, welche bei Gleitstücken vorkommen.

Nehmen wir z. B. das Gleitstück bei einer Dampfmaschine, so wird die Schubstange mit der Horizontalen einen gewissen Winkel β bilden



wenn die Schubstange mit der Kurbel einen Winkel φ bildet.

Bezeichnen wir mit N die Schubstange und zerlegen diese in 2 Seitenkräfte, nämlich in eine Verticalkraft $V = N \sin\beta$ und in eine Horizontalkraft $H = N\cos\beta = P$

Wir haben also $P = N\cos\beta$.

$$\frac{V}{P} = tg\,\beta$$

$$V = P\,tg\,\beta.$$

Der Druck des Gleitstückes auf das Führungslineal ist mit β variabel und er wird um so grösser, je grösser β wird; β richtet sich aber nach der Länge der Schubstange und Kurbel und ferner nach dem Winkel φ.

der Kreuzkopf wird stets gegen das untere Lineal angepreßt und zwar ist der Druck variabel, nach der Mitte hin ist er am stärksten, was ein Ausschleifen des unteren Lineals und der unteren Fläche des Kreuzkopfs zur Folge hat.

Nehmen wir die schiefe Ebene und legen einen Körper darauf, dessen Gewicht Q sei.
Fragen welche Kraft ist nothwendig um den Körper diese Ebene hinaufzuziehen und zwar soll diese Kraft P mit der geneigten Ebene selbst einen Winkel β bilden.
Nun zerlegen wir Q in 2 Seitenkräfte $Q\cos\alpha$ und $Q\sin\alpha$ ebenso P in die 2 Seitenkräfte $P\sin\beta$ und $P\cos\beta$.
Der Körper wird dann angepreßt auf die Ebene mit einer Kraft

$$Q\cos\alpha - P\sin\beta$$

Um den Körper wirklich bewegen zu können müssen wir diese Differenz mit dem Reibungscoefficienten multipliziren und das Gewicht des Körpers addiren. Wir haben alsdann

$$(Q\cos\alpha - P\sin\beta)f + Q\sin\alpha = P\cos\beta$$

Woraus folgt $Q\cos\alpha f + Q\sin\alpha = P(\cos\beta + f\sin\beta)$

$$\text{und } P = Q\,\frac{\sin\alpha + f\cos\alpha}{\cos\beta + f\sin\beta}$$

Wollen wir bewirken daß der Körper nicht herabgleitet, so wirkt die Reibung zu Gunsten des Körpers und es ist f negativ zu nehmen.

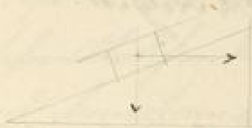
Wir haben hier

$$p = Q\,\frac{\sin\alpha - f\cos\alpha}{\cos\beta - f\sin\beta}$$

Nehmen wir den Fall für $\beta = 0$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{so ist } P = Q(\sin\alpha + f\cos\alpha) \\ \text{und } p = Q(\sin\alpha - f\cos\alpha) \end{array}\right\}$$

Setzen wir aber für $\beta = -\alpha$, d.h. die Zugkraft horizontal, so ist



$$\left\{\begin{array}{l} P = Q\,\dfrac{\sin\alpha + f\cos\alpha}{\cos\alpha - f\sin\alpha} = Q\,\dfrac{tg\,\alpha + f}{1 - f\,tg\,\alpha} \\ \text{und } p = Q\,\dfrac{\sin\alpha - f\cos\alpha}{\cos\alpha + f\sin\alpha} = Q\,\dfrac{tg\,\alpha - f}{1 + f\,tg\,\alpha} \end{array}\right\}$$

Reibung bei rotirenden Körpern.

Heißen wir P den Druck des Zapfen auf das Lager in Kilgr. ausgedrückt, so ist Pf der Reibungswiderstand.

Wir müssen uns am Umfang des Zapfens eine Kraft Pf angebracht denken, welche dem Körper eine drehende Bewegung ertheilt.

Wir müssen also an 2 diametral gegenüberliegenden Punkten uns 2 Kräfte ½ F nach entgegengesetzter Richtung wirkend denken.

Bezeichnen wir mit v die Umfangsgeschwindigkeit des Zapfens, so ist wenn wir e in Kilogr. Metern ausdrücken

$$e = Pfv.$$

Nun ist aber $v = \frac{d\pi}{100}\,\frac{n}{60}$ (d in Centimetern ausgedrückt.)

$$e = \frac{\pi}{6000} \, n \, d \, P f = \frac{1}{1910} \, n \, d \, P f.$$

Nehmen wir z. B. den Verlust bei einem Wasserrade.

Es sei also $P = 300 \times 40 = 12000$ Kilg.

$$d = 0·18 \sqrt{12000} = 20.$$

$$n = 3$$

$$f = 0·06$$

Also $e = \frac{3 \times 20 \times 12000 \times 0·06}{1910} = 22$ Kilg M.

der Verlust ist also hier sehr gering.

Nehmen wir aber ein anderes Beispiel, also eine Dampfmaschine

Nehmen wir hier $P = 20000$ Kilg.

$$d = 30$$

$$n = 30$$

und $f = 0·054$

so ist $e = \frac{30 \times 30 \times 20000 \times 0·054}{1910} = 508$ Kilg M.

der Verlust also schon bedeutender.

In Betreff der Abnützung conserviren sich rundumlaufende Zapfen am besten, vorausgesetzt, daß das Material an allen Stellen dasselbe ist.

Gußeiserne Zapfen nützen sich erfahrungsgemäß am wenigsten ab, schmiedeiserne Zapfen viel mehr, weil eben das Material an verschiedenen Stellen nicht dasselbe ist.

ferner richtet sich auch die Abnützung nach der Intensität des Druckes und ist zu beurtheilen nach dem Verhältniß

$$\frac{P}{d \, l} f v$$

sie ist diesem Ausdruck proportional.

Es ist also $\mathfrak{A} = \lambda \frac{P}{d\,l} f v$

Nehmen wir nun an $d = 0{\cdot}18 \sqrt{P}$

und $l = 1{\cdot}25\, d = 0{\cdot}18 \times 1{\cdot}25 \times \sqrt{P}$

Also $\mathfrak{A} = \lambda \frac{P}{0{\cdot}18\sqrt{P} \times 0{\cdot}18 \times 1{\cdot}25 \times \sqrt{P}} f v$

oder $\mathfrak{A} = \frac{\lambda f v}{(0{\cdot}18)^2 \times 1{\cdot}25}$

v ist n und d proportional, woraus folgt, daß dicke und schnelllaufende Zapfen sich rasch abnützen, hingegen dünne und langsamlaufende Zapfen sich schwach abnützen.
Seite 280 Resultate findet sich eine Tabelle hiezu.
Führen wir nun noch für v seinen Werth ein, so erhalten wir für:

$$\mathfrak{A} = \lambda \frac{P}{d\,l} f \frac{d \pi n}{6000}$$

$$\mathfrak{A} = \frac{\lambda \pi}{6000} \times \frac{P n}{l}$$

Man macht jetzt z. B. bei Eisenbahnwagen die Zapfenlängen $l = 2 - 2\frac{1}{2}\, d$ um eine rasche Abnützung zu vermeiden und eine weiche Auflage des Zapfens zu erhalten.
Bodmer macht die Zapfenlängen bei Locomotiven sogar $3\,d$.

Reibung bei Zapfen, welche eine schwingende Bewegung machen.

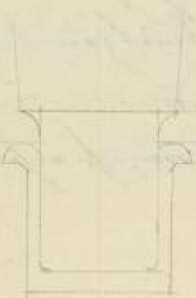
Die Reibung ist wohl etwas geringer als bei rundumlaufenden Zapfen; allein das mißliche bei der Sache ist, daß hier die Zapfen unrund werden und auf die Lagerschale wie eine Reibahle einwirken.

Heißen wir n die Anzahl der Oscillationen, so haben wir

$$e = \frac{n\,d\,P\,f}{1910}\;\frac{\alpha}{360^\circ}$$

Zapfenreibung bei stehenden Wellen.

Es kommen hier 2 Reibungsflächen in Betracht. Nämlich 1stens die Reibung an der Bodenfläche und 2tens die Rbg am Umfange des Cylinders. Der Druck auf 1 □ cm der Bodenfläche beträgt $\frac{P}{\frac{d^2\pi}{4}}$, vorausgesetzt, daß der Druck gleichmäßig vertheilt ist.



Wir berechnen nun zunächst den Druck auf einen Theil der Bodenfläche und es beträgt dieser $2x\,\pi\,dx$

Die Reibung für diese Fläche beträgt.

$$2x\,\pi\,dx\,\frac{P}{\frac{d^2\pi}{4}}\,f\,x$$

und der Reibungswiderstand auf die ganze Fläche ist alsdann:

$$\int_{x=0}^{x=\frac{d}{2}} 2x\,dx\,\pi \times \frac{P}{\frac{d^2\pi}{4}}\,f\,x = k \times \frac{d}{2}$$

$$\frac{2\pi P f}{\frac{d^2\pi}{4}} \int_0^{\frac{d}{2}} x^2\,dx = k \times \frac{d}{2}$$

$$\frac{16 P f}{d^2}\,\frac{1}{3}\left(\frac{d}{2}\right)^3 = k\,d.$$

$$\frac{16 P f}{24\,d^2} = k\,d$$

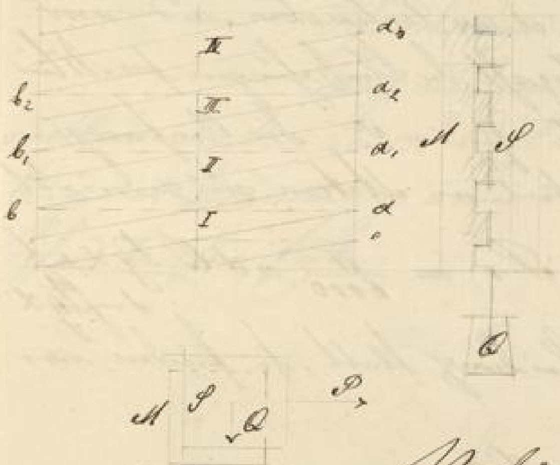
$$k = \frac{2}{3} P f$$

und $e = \frac{2}{3}\,\frac{1}{1910}\,P f d n$.

$$x = \frac{n\,d\,f}{1910}\left\{P + \frac{2}{3}P_1\right\}.$$

Reibung an der Schraube.

Um dieselbe strikt genau zu berechnen, bedarf es zahlloser Rechnungen und führt zu endlosen Resultaten.
Wir wollen uns hier mit einer Annäherung begnügen indem wir ein Brett nehmen und hierauf eine Anzahl Leisten parallel in schräger Richtung befestigen.



Schließen wir das eine Brettchen M und fertigen ein ähnliches Stück S, welches vollkommen in die Höhlung des ersten paßt

Wir hängen an S ein Gewicht Q und bringen ferner eine horizontal Kraft P an.
Wir haben dann weiter nichts als einen Körper auf schiefer Ebene und haben nach einem früheren Satze

$$P = Q\,\frac{\sin\alpha + f\cos\alpha}{\cos\alpha - f\sin\alpha}$$

$$P = Q\,\frac{tg\,\alpha + f}{1 - f\,tg\,\alpha}$$

denken wir uns die Platten aus elastischem Material bestehend und biegen sie so lange bis sie zu einem cylindrischen Körper werden, so werden die Punkte a u. b, a_1 u. b_1 u.s.w. zusammenkommen und die Leisten werden zu Schraubenflächen
die Kraft P wirkt drehend am Umfang der Schraube.

die Reibung an der Schraubenfläche ist aber an allen Punkten gleich groß.
Wir nehmen die Reibung am äußern Umfange der Spindel an und fragen nun welche Kraft nothwendig ist um die Last am äußern Umfang der Spindel zu bewältigen.
Der Fehler den wir begehen wird sehr klein sein, wenn die Gewindtiefe klein ist.

Drücken wir d in Centimetern aus, und ist n die Anzahl der Umdrehungen pro Min. so ist $\frac{d\pi}{100}\,\frac{n}{60} = v$ die Umfangsgeschwindigkeit in Metern ausgedrückt und $e = Pv = \frac{\pi}{6000}\, n d Q \,\frac{tg\alpha + f}{1 - f\,tg\alpha}$

Fände keine Reibung statt, so fänden wir e_1, indem wir $f = 0$ setzen.

$$\text{so ist } e_1 = \frac{\pi}{600}\, n d Q\, tg\alpha$$

$$\frac{e_1}{e} = tg\alpha\,\frac{1 - f\,tg\alpha}{tg\alpha + f}$$

Nehmen wir z. B. $tg\,\alpha = \frac{1}{10}$ an und $f = \frac{1}{10}$

$$\text{so ist } \frac{e_1}{e} = \frac{1}{10}\,\frac{1 - \frac{1}{100}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}} = 2.$$

Es gehen also 50% der Kraft verloren, und die Schraube daher, wie schon früher erwiesen nicht als Kraftmechanismus zu gebrauchen.
Noch ungünstiger wird der Fall, wenn wir $tg\,\alpha$ noch kleiner nehmen; z. B. $tg\,\alpha = \frac{1}{20}$ und $f = \frac{1}{10}$

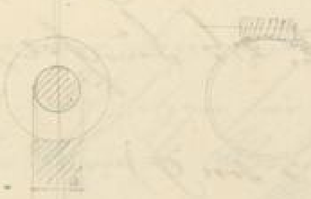
$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{20}\;\frac{1-\frac{1}{200}}{\frac{1}{20}+\frac{2}{40}} = 3$$

Reibung bei der Schraube ohne Ende.

Es beträgt für flache Gewinde

$$P = Q\,\frac{tg\,\alpha + f}{1 - f\,tg\,\alpha}$$

Schneiden wir von der Mutter den größten Theil weg und machen sie so lange als wir immer wollen, denken uns das Material der Mutter elastisch und biegsam und bringen es zu einer Kreisform, so erhalten wir die Schraube ohne Ende.



P

Q

Ist nun Q der auf den Umfang des Rades reducirte Widerstand, welcher der Schraube entgegenwirkt, P die Kraft, welche die Reibung und den Widerstand Q bewältigen muß, so ist

$$P = Q\,\frac{tg\,\alpha + f}{1 - f\,tg\,\alpha}$$

Es gehen also immer noch 50 % bei sehr guter Ausführung verloren.

Reibung bei Zahnrädern.

Sind Z und z richtige Zahnformen, so haben alle Verzahnungen die Eigenschaft, daß wenn man den Berührungspunkt B mit dem Berührungspunkt der Theilung verbindet, AB Normale ist.

Ist nun P die am Umfange des treibenden Rades R wirkende

Kraft, Q der am Umfange des getriebenen Rades zu bewältigende Widerstand.

Es wird z einen Druck N auf das Rad r ausüben und z einen Druck N auf R.
Auf das ~~Kraft~~ Rad R wirkt eine Kraft P treibend und wirkt Nf dieser Kraft entgegen.
Heißen wir nun $AB = p$,
so ist $PR = NR\cos\varphi + Nf(p + R\sin\varphi)$

und $Qr = Nr\cos\varphi - Nf(p - r\sin\varphi)$.

Theilen wir die 1te Gleichung durch R, die 2te durch r, so erhalten wir:

$$P = N\cos\varphi + Nf\left(\frac{p}{R} + \sin\varphi\right)$$

$$Q = N\cos\varphi - Nf\left(\frac{p}{r} - \sin\varphi\right)$$

Dividiren wir beide Gleichungen durcheinander, so haben wir

$$\frac{P}{Q} = \frac{\cos\varphi + f\left(\frac{p}{R} + \sin\varphi\right)}{\cos\varphi - f\left(\frac{p}{r} - \sin\varphi\right)}$$

$$\frac{P}{Q} - 1 = \frac{P-Q}{Q} = \frac{\cos\varphi + f\left(\frac{p}{R} + \sin\varphi\right)}{\cos\varphi - f\left(\frac{p}{r} - \sin\varphi\right)} - 1$$

$$= \frac{f\left(\frac{p}{R} + \sin\varphi\right) + f\left(\frac{p}{r} - \sin\varphi\right)}{\cos\varphi - f\left(\frac{p}{r} - \sin\varphi\right)}$$

und $\dfrac{P-Q}{Q} = \dfrac{F}{Q} = \dfrac{fp\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right)}{\cos\varphi - f\left(\frac{p}{r} - \sin\varphi\right)}$

die Reibung ist variabel, da φ und p variabel sind.
Wir müssen also für jede spezielle Verzahnungsart p als Function von φ ausdrücken.
Nun ist aber in allen Fällen der Anwendung φ sehr klein, ferner ist auch p eine kleine Größe und selten größer als eine Theilung.
Es wird also der Fehler sehr gering, wenn wir p sehr klein annehmen, d. h. eine feine Theilung nehmen und also folglich viele Zähne an ein Rad anbringen.

Wir können also dann setzen:

$$\cos\varphi = 1 \quad \text{und} \quad f\left(\frac{p}{r} - \sin\varphi\right) = 0$$

Es wird dann $\dfrac{F}{Q} = f\,p\left(\dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{r}\right)$

Nehmen wir den mittleren Werth des Reibungswiderstandes und setzen für p seinen mittleren Werth, so wird der kleinste Werth von p, 0 sein, der größte Werth von p wird nahezu einer Theilung t gleichkommen.

Wir haben $\dfrac{F_m}{Q} = f\dfrac{t}{2}\left(\dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{r}\right)$

$$t = \frac{2R\pi}{M}$$

M Anzahl der Zähne des größeren Rades, m die Anzahl der Zähne des kleineren Rades.

$$\frac{F_m}{Q} = \frac{1}{2} f \frac{2R\pi}{M}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right)$$

$$= f\frac{\pi}{M}\left(1 + \frac{R}{r}\right) = f\frac{\pi}{M}\left(1 + \frac{M}{m}\right)$$

$$F_m = Q f \pi\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m}\right)$$

In Betreff der Verzahnungen ist der Abgleitwiderstand bei allen derselbe.

Nehmen wir z. B. $f = 0.1$.

$$M = 60$$

$$m = 30.$$

Also $\frac{F}{Q} = 0.1 \times 3.142 \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{30}\right) = 0.0157.$

Reibungswiderstand bei Kegelrädern.

Die Reibung ist ähnlich wie bei Stirnrädern nur sind hier die Halbmesser s und S zu nehmen. $\alpha = \beta + \gamma$ (1)

$$\frac{F}{Q} = \pi f \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{m_1}\right) \quad (2)$$

M_1 und m_1 sind nun auszurechnen.

$$R = BC \sin\beta$$

$$r = BC \sin\gamma$$

$$\frac{R}{r} = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma}$$

$\frac{R}{r} = \frac{M}{m}$, weil die Anzahl der Zähne proportional den Radien sind.

$$\frac{\sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{M}{m}$$

$$\frac{\sin(\alpha - \gamma)}{\sin\gamma} = \frac{M}{m}$$

$$\frac{\sin\alpha\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma}{\sin\gamma} = \frac{M}{m}$$

$$\sin\alpha \cot g\,\gamma - \cos\alpha = \frac{M}{m}$$

$$\left.\begin{aligned} tg\,\gamma &= \frac{\sin\alpha}{\frac{M}{m} + \cos\alpha} \\ tg\,\beta &= \frac{\sin\alpha}{\frac{m}{M} + \cos\alpha} \end{aligned}\right\} (3).$$

$$\cos\gamma = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\gamma}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\sin\alpha}{\frac{M}{m}+\cos\alpha}\right)^2}} = \frac{\frac{M}{m}+\cos\alpha}{\sqrt{\left(\frac{M}{m}\right)^2 + 2\frac{M}{m}\cos\alpha + 1}}$$

$$= \frac{\frac{M}{m}+\cos\alpha}{M\sqrt{\frac{1}{M^2}+\frac{1}{m^2}+\frac{2}{Mm}\cos\alpha}}$$

$$= \frac{\frac{1}{m}+\frac{\cos\alpha}{M}}{\sqrt{\frac{1}{M^2}+\frac{1}{m^2}+\frac{2}{Mm}\cos\alpha}} \quad (4.)$$

$$\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\beta}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\sin\alpha}{\frac{m}{M}+\cos\alpha}\right)^2}}$$

$$= \frac{\frac{m}{M}+\cos\alpha}{\sqrt{\left(\frac{m}{M}\right)^2 + 2\frac{m}{M}\cos\alpha + 1}}$$

$$= \frac{\frac{m}{M}+\cos\alpha}{m\sqrt{\frac{1}{M^2}+\frac{1}{m^2}+\frac{2}{Mm}\cos\alpha}}$$

$$= \frac{\frac{1}{M}+\frac{\cos\alpha}{m}}{\sqrt{\frac{1}{M^2}+\frac{1}{m^2}+\frac{2}{Mm}\cos\alpha}} \quad (4.)$$

$$\frac{M_1}{M} = \frac{S}{R} \quad ; \quad \frac{m_1}{m} = \frac{s}{r}.$$

$$\frac{1}{M_1} = \frac{1}{M} \cdot \frac{R}{D} = \frac{\cos\beta}{M}$$

$$\frac{1}{m_1} = \frac{1}{m} \cdot \frac{r}{s} = \frac{\cos\delta}{m}$$

Setzen wir diese Werthe in (2) ein, so erhalten wir

$$\frac{F}{Q} = \pi f \left(\frac{\cos\beta}{M} + \frac{\cos\delta}{m} \right)$$

für $\cos\beta$ und $\cos\delta$ nun die Werthe (4) gesetzt, gibt:

$$\frac{F}{Q} = \pi f \frac{\frac{1}{M^2} + \frac{\cos\alpha}{Mm} + \frac{1}{m^2} + \frac{\cos\alpha}{Mm}}{\sqrt{\frac{1}{M^2} + \frac{1}{m^2} + \frac{2}{Mm}\cos\alpha}}$$

$$= \pi f \frac{\frac{1}{M^2} + \frac{1}{m^2} + \frac{2}{Mm}\cos\alpha}{\sqrt{\frac{1}{M^2} + \frac{1}{M^2} + \frac{2}{Mm}\cos\alpha}}$$

$$= \pi f \sqrt{\frac{1}{M^2} + \frac{1}{m^2} + \frac{2}{Mm}\cos\alpha}$$

der Ausdruck unter der Wurzel ist kleiner als $\frac{1}{M} + \frac{1}{m}$, d. h. die Kegelräder verursachen noch weniger Rbg als die Stirnräder.

Reibung eines Seiles an einem ruhenden Cylinder.

Es ist $P = Q e^{f\alpha}$

wo e die Basis der natürl. log.

Reibung bei liegenden Transmissions-Wellen.

L sei hier die Länge der Transmissionswelle in Metern, d der Durchmesser derselben in Centimetern, v die Umfangsgeschwindigkeit, N die Anzahl der zu übertragenden Pferdekräfte, E der zu übertragende Effect und e den Effectverlust durch Reibung derselben.

Wir haben das Volumen der Welle

$$100 L \frac{d^2\pi}{4}$$

das Gewicht also:

$$100 L \frac{d^2\pi}{4} \frac{7800}{100000}$$

die Umfangsgeschwindigkeit v ist

$$\frac{d\pi}{100} \frac{n}{60} = v$$

der Effectverlust durch Reibung also:

$$e = 100 L \frac{d^2\pi}{4} \frac{7800}{100000} \times \frac{d\pi n}{6000} \times f.$$

Da L, f, n und d die in Betracht kommenden Größen sind, so kann man den Ausdruck gleich setzen.

$$e = A L f n d^3$$

wobei A ein bestimmter Coefficient ist.

$$d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

$$d^3 = 16^3 \frac{N}{n}.$$

$$e = B L f n \frac{N}{n} = B L f N$$

$$e = B L f \frac{E}{75}.$$

dies ist der Effectverlust in Kilogrammeter.

$$\frac{e}{E} = 2\,2 f$$

Es ist also der Effectverlust unabhängig von dem Durchmesser und der Geschwindigkeit der Welle. Er wird also bei einer starken und langsam gehenden Welle, ebenso groß sein, wie bei einer dünnen und schnellgehenden; nur kann bei letzterer noch Effectverlust durch Vibration.

Effectverlust einer Uebersetzung durch Rollen und Riemen

Wegen der Spannung 2P und P werden die Axen in die Lager gepreßt. Die Kraft die nöthig ist um am Umfang der Rolle den durch 3P verursachten Reibungswiderstand an den Zapfen zu überwinden ist für die größere Rolle

$$3Pf\frac{d}{D}$$

für die andere $3Pf\frac{d'}{D'}$

der Effectverlust ist also:

$$e = 3Pf\frac{d}{D} + 3Pf\frac{d'}{D'}$$

$$\frac{e}{Pv} = 3f\left(\frac{d}{D} + \frac{d'}{D'}\right)$$

$Pv = E$ den zu übertragenden Effect.

$$\frac{e}{E} = 3\left(\frac{d}{D} + \frac{d'}{D'}\right)$$

Diese Formel ist ähnlich mit der der Zahnräder.
Man erhält aus dieser Formel diejenige der Zahnräder, wenn man statt 3π ; $\frac{d}{D}$, $\frac{1}{M}$ und statt $\frac{d'}{D'}$, $\frac{1}{m}$ setzt.
$\frac{d}{D}$ ist gewöhnlich $\frac{1}{14}$, also viel größer als $\frac{1}{M}$ oder $\frac{1}{m}$, deßhalb ist der Effectverlust bei einem Riemenbetriebe viel größer als bei Zahnrädern.

Widerstand bei der Bewegung eines Wagens.

Beistehende Skizze zeigt uns die einfachste Construction eines Transportwagens bei einer Eisenbahn.

k Der Widerstand der der Bewegung des Wagens entgegenwirkt, hängt ab:

1. Von der Bahn, ob dieselbe hart und fest ist.
2. Von der Beschaffenheit der Räder, ob dieselben hart, glatt rund und concentrisch sind.
3. Von der Axe

Berücksichtigen wir nur die Axenreibung, so wird die Pressung auf jeden der 4 Zapfen sein

Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 = Q (1), dem Gesammtgewicht des Wagens sammt Belastung.
Die Effectverluste, welche durch die Reibungswiderstände an jedem Zapfen entstehen, sind:

$Q_1 f v \frac{d}{D}$; $Q_2 f v \frac{d}{D}$; $Q_3 f v \frac{d}{D}$; $Q_4 f v \frac{d}{D}$.

Um diese zu überwinden, ist der Effect $k v$ erforderlich.
Wir haben also:

$$Q_1 f v \frac{d}{D} + Q_2 f v \frac{d}{D} + Q_3 f v \frac{d}{D} + Q_4 f v \frac{d}{D} = k v.$$

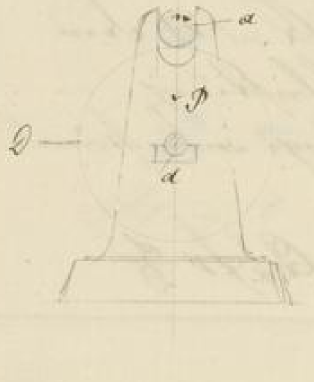
v ist die Geschwindigkeit des Wagens und $v \frac{d}{D}$ die Umfangsgeschwindigkeit der Zapfen.

Wir finden $k = \frac{d}{D} f (Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4)$

oder $k = \frac{d}{D} f Q$

Es kommt also die Anzahl der Räder nicht in Betracht.
Der Wagen muß so leicht als möglich gebaut werden, damit Q möglichst klein wird.
Große Räder im Verhältniß zum Axendurchmesser sind gut, bei Eisenbahnen beträgt das Verhältniß gewöhnlich $1/14$.
Je mehr Axen vorhanden sind, desto kleiner kann d und mithin D sein, man kann also die Räder um so kleiner machen, je mehr Axen man nimmt.
Gute Bahnen erlauben kleine Räder, weiche Bahnen hingegen erfordern große Räder.

Reibungswiderstände bei Frictionsrollen.



Es soll hier auf die Axe a eine vertikal abwärts gerichtete Kraft P einwirken. Die Axe selbst sei auf einer Rolle gelagert und außerdem vor seitlichen Verschiebungen geschützt sein.

die Rolle hat einen Durchmesser gleich D und einen Zapfendurchmesser = d.
die Zapfen der Frictionsrolle werden nun in die Lager gepreßt mit einem Drucke

$$P_1 + P_2 = P$$

die Reibungswiderstände am Umfange beider Zapfen sind

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 f v \frac{d}{D} \\ P_2 f v \frac{d}{D} \end{array} \right\} = e$$

$$e = f v \frac{d}{D} (P_1 + P_2)$$

$$e = f v \frac{d}{D} P.$$

Wir sind nun im Stande das Verhältniß $\frac{d}{D}$ so klein als immer nur möglich zu machen.
Bei dem hier gezeichneten Apparate wird die Reibung, welche in einem Lager für die Welle a verursacht würde in dem Verhältniße $\frac{d}{D}$ verringert.
In der Praxis wendet man aber solche Frictionsrollen entweder selten oder gar nicht an, wegen Mangel an Solidität der Zapfenlagerung; würden aber von diesem Uebelstande abgesehen eminente Vortheile gewähren.

Widerstände bei Körpern, die sich in Luft oder Waßer bewegen.

Wenn ein Körper, von irgend welcher Gestalt in Wasser oder Luft sich fortbewegt, so muß die Luft oder das Wasser zur Seite gedrängt werden. In der Luft wird alsdann ein luftverdünnter Raum und im Wasser ein leerer Raum entstehen.

der dem Körper entgegenwirkende Widerstand ist beinahe der dichte der Flüssigkeit proportional und richtet sich nach der Größe des Körpers, nach der Form desselben, ferner nach dem Querschnitt, der die Flüssigkeit durchdringt und ist diesem beinahe proportional, ferner hat der Widerstand für jede Körperform einen andern Werth.

Das Problem, welchen Einfluß die Körperformen auf den Widerstand haben ist noch nicht gelöst, weil es zu schwierig ist.

Die beste Form für einen Körper, der in einer Flüssigkeit schwimmt ist diejenige, die nach Schwingungslinien gebildet ist, und es wird derselbe ~~sehr~~ wenig Reibungswiderstand

finden, denn denken wir uns beistehende Figur stelle eine Schwingungslinie dar und es wären ringsum acht Stäbe gegen den Körper gepreßt, von beiden Seiten, bewege sich ferner der Körper in Richtung des Pfeiles, so werden beim Wegschieben des Wassers die Stäbe so lange geschoben werden, bis sie das Maximum erreicht haben, sodann aber wirken die Stäbe als Druckkräfte und schieben den Körper vorwärts. (die Stäbe sollen uns die Wassertheilchen vorstellen)

Die richtige Form, welche ein Schiff erhalten müßte, damit es blos die Reibung zu überwinden hätte, hat man bis jetzt noch nicht ermitteln können auf wissenschaftlichem Wege.

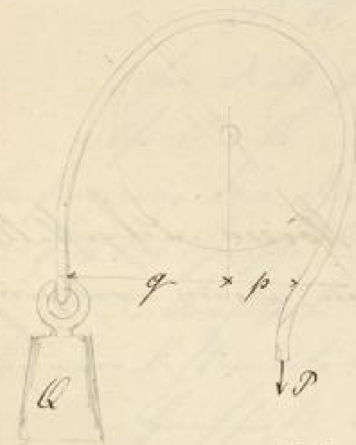
Der Wasserwiderstand, eigentlich Adhäsionswiderstand entsteht durch Reibung der Wassertheilchen an dem Körper.

Er hängt zusammen mit den Molekülarkräften des Wassers ist proportional der Größe der Berührungsfläche, scheint aber nicht abhängig zu sein von der Form und dem Material des Körpers, er ist ferner abhängig von der Geschwindigkeit der Bewegung und die Geschwindigkeit ist theils der 1ten, theils der 2ten Potenz proportional. Nun können wir noch fragen ob er abhängig ist von der Intensität der Pressung, nicht ferner abhängig von der Dichte und der Natur der Flüssigkeit. Der Rbgs widerstand läßt sich ungefähr ausdrücken durch die Formel

$$F(\alpha u + \beta u^2)$$

Steifheit der Seile.

und zwar blos der Hanfseile.



Diese werden sehr oft gebraucht und namentlich zum Fortpflanzen von Kräften auf größere Entfernungen.
Nehmen wir ein Seil von größerem Durchmesser legen es über eine Rolle, so werden wir sehen, daß dasselbe sich nicht an allen Stellen gleich anlegt, weil es nicht elastisch ist und ein Bestreben hat seine Krümmung beizubehalten. Es ist hier also $P > Q$ damit Gleichgewicht herrscht, muß sein

$$Q q = P p$$

und

$$P = Q \frac{q}{p}$$

$$P - Q = Q\left(\frac{q}{p} - 1\right)$$

Nun hat man versucht durch Experimente die Steifigkeit dieser

Seile zu finden.

~~Von~~ der Quotienten $\frac{q}{p}$ hängt ab von der materiellen Beschaffenheit des Seiles, von der Länge und Dicke desselben, von der Dicke der Hanffaser, ob dieselbe alt oder neu ist, von dem Anfertigen der Schnüre, Leinen, wie dieselben gezwirnt sind etc, je nach diesen Angaben kann der Widerstand verschieden sein.

Ferner hängt derselbe ab vom Zustand der Luft, ob dieselbe trocken oder nass, oder vom Zustand des Seiles, ob dasselbe trocken, feucht, eingefettet, getheert etc ist und von dem Durchmesser der Rolle.

Wir müssen Seile mittleren Schlages nehmen und in solchem Zustand, wie sie im Gebrauche vorkommen, nehmen ferner eine constante Qualität an und bringen blos Rollen und Seildurchmesser in Betracht.

Dann haben wir die Gleichung:

$$P - Q = \lambda Q \frac{d^m}{D^n}$$

Ähnliche Formeln haben Coulomb und Moirin aufgestellt. Sie entsprechen so ziemlich den Anforderungen, wenn wir nach Eytelwein setzen:

$$\lambda = 0{\cdot}26.$$
$$m = 2$$
und $$n = 1$$

Wir haben alsdann $P - Q = 0{\cdot}26\, Q \frac{d^2}{D}$.

Flachseile kommen ebenfalls vor, nur ist die Anfertigung der Art, dass eine gewisse Anzahl Hanfleinen nebeneinander gelegt werden und durch Querfäden miteinander verbunden sind.

δ ist proportional β und verkehrt proportional D

$$P - Q = \mu Q \frac{\delta}{D}$$

Setzen wir $\beta = \delta$

so erhalten wir $P - Q = \mu Q \frac{\delta^2}{D}$

erfahrungsgemäß ist hier $\mu = 0{\cdot}26$ zu setzen

und $P - Q = 0{\cdot}26\, Q \frac{\beta \delta}{D}$

Es ist der Widerstand bei Flachseilen von gleichem Querschnitt wie bei Rundseilen bei weitem geringer, das dieselbe Last zu tragen hat. Zu bemerken ist noch, dass Hanfseile von geringer Dauer sind.

2 Drahtseile.

Dieselben verursachen gleichfalls einen Widerstand und zwar ist derselbe allgemein:

$$P - Q = \lambda Q \frac{\delta^2}{D}$$

für λ ist hier zu setzen: $0{\cdot}58$

also $P - Q = 0{\cdot}58\, Q \frac{\delta_1^2}{D}$

Heißen wir den Durchmesser für das Drahtseil δ_1, so haben wir für das Hanfseil $P - Q = Q \times 0{\cdot}26 \frac{\delta^2}{D}$

" " " Drahtseil $P - Q = Q \times 0{\cdot}58 \frac{\delta_1^2}{D}$

für eine bestimmte Last beträgt die Dicke der

Hanfseile $\delta = 0{\cdot}1 \sqrt{Q}$

Drahtseile $\delta_1 = \frac{0{\cdot}1}{2} \sqrt{Q}$

so ist $0{\cdot}26 \frac{\delta^2}{D} = \frac{0{\cdot}26}{100} \frac{Q}{D} = 0{\cdot}0026 \frac{Q}{D}$

$$0{\cdot}58 \frac{\delta_1^2}{D} = \frac{0{\cdot}58}{4 \times 100} \frac{Q}{D} = 0{\cdot}0014 \frac{Q}{D}.$$

Die Festigkeiten beider Seile verhalten sich also wie 26 : 14 und die Steifigkeit der Hanfseile beträgt beinahe das doppelte desjenigen der Drahtseile.

Es gewähren die Drahtseile also bei weitem mehr Vortheile indem sie nicht so steif sind, nicht so stark werden bei gleicher Belastung, einen kleineren Rollendurchmesser erfordern, weil dauerhafter sind und nicht so viel kosten.
Hiermit schließen wir die Elemente des Maschinenwesens und kommen zu einem weiteren Abschnitte, nämlich:

Den Messapparaten, die meistens in der Technik gebraucht werden und namentlich diejenigen, welche auf mechanistichen Grundsätzen beruhen.

Unter der 1ten Gruppe

betrachten wir zunächst, die Meßapparate für Längen, Flächen, Volumen und Winkel.

2te Gruppe

Hier haben wir die Zeitmeßapparate, Uhren etc.

3te Gruppe

Geschwindigkeitsmeßapparate für feste und tropfbar flüssige Körper. Je nachdem nun die Bewegung gleich, oder ungleichförmig, beschleunigte etc ist oder überhaupt, je nach der Beschaffenheit der Körper und dem Gesetze der Bewegung fallen die Apparate verschieden aus.

4te Gruppe.

Diese umfasst die Kraftmeßapparate, wie Waagen zur Bestimmung des Gewichtes der Körper, ferner gehören hieher die Dyna-
mometer

zur Bestimmung der Widerstände, welche Körpern entgegengesetzt sind; ferner die Manometer zum Messen des Druckes bei Gasen und tropfbar flüssiger Körper.

Betrachten wir zunächst die verschiedenen Arten von Wagen und zwar 1tens die Schnell oder Römer wage.

Ist nun S das Gewicht der Schale sammt Seilen oder Ketten, ferner p das im Schwerpunkt vereinigte Gewicht und P das Laufgewicht, so muß, wenn Gleichgewicht stattfinden soll, sein:

$$Px + pb = a(G + S)$$

denken wir uns das Gewicht um x, verschoben, so erhalten wir folgende Gesetz:

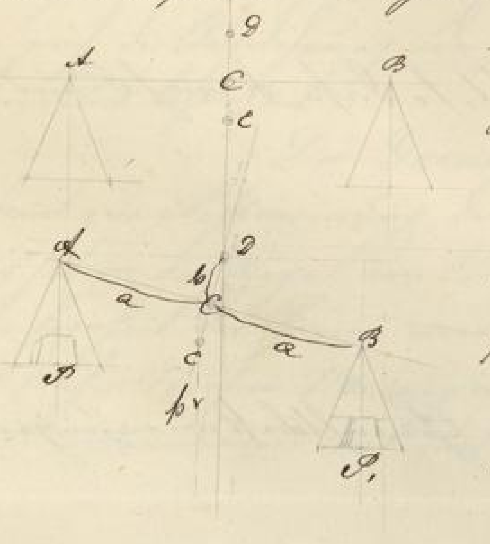
$$Px_1 + pb = a(G + 1 + S)$$

$$P(x_1 - x) = a \qquad ; x_1 - x \text{ ist eine Constante.}$$

$$x_1 - x = \frac{a}{P}$$

2tens die gleicharmige Wage.

Hier ist die Genauigkeit nach der Differenz $P_1 - P$ zu beurtheilen; es soll die Wage bei einer noch so schwachen Differenz einen merklichen Ausschlag geben.



Bezeichnen wir hier wieder mit S das Gewicht der Schalen sammt Schnüren, und sind P und P_1 die Gewichte, ferner D der Drehungspunkt des Wagbalkens, so muß, wenn Gleichgewicht stattfinden soll, sein:

$$(P_1+S)(a\cos\varphi - b\sin\varphi) = (P+S)(a\cos\varphi + b\sin\varphi) + pc\sin\varphi$$

$$(P_1+S)[a - b\,tg\,\varphi] = (P+S)(a + b\,tg\,\varphi) + pc\,tg\,\varphi.$$

$$\text{oder } tg\,\varphi = \frac{(P_1 - P)\,a}{(P+S)\,b + (P_1+S)\,b + pc}$$

$$tg\,\varphi = \frac{(P_1 - P)\,a}{(P+P_1+2S)\,b + pc}$$

Eine genaue Waage muss also folgenden Bedingungen entsprechen, wenn sie richtig ist.
Es muss der Nenner klein werden, d. h. wir müssen die Schalen leicht machen, p u. c klein machen, den Wagbalken lang, und so construiren, dass wir die Stärke mit einem Minimum von Materialaufwand erreichen.
3tens die ungleicharmige Waage.

Die Hebellängen der Waage seien a und a', die Schalen sollen beide gleich schwer sein und die Waage sich im Gleichgewicht finden. So wie die Gewichte jetzt liegen, haben wir für den Gleichgewichtszustand:

$$a\,k = a_1\,P$$

Legen wir aber die Gewichte verkehrt, so dass k nach P und P nach k kommt, so ist

$$a\,P_1 = a_1\,k.$$

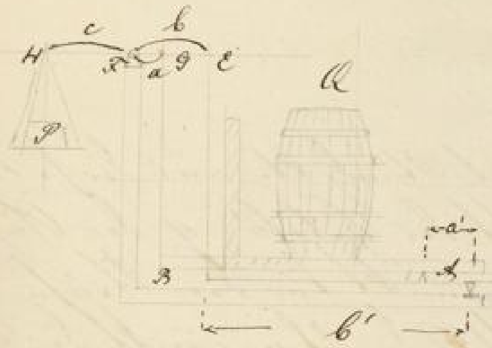
$$\frac{k}{P_1} = \frac{P}{k}$$

$$\text{daraus } k = \sqrt{P P_1}$$

Ist sehr zu empfehlen für genaue Gewichtsbestimmungen

3tens die Decimalwaage

Ist sehr praktisch für grosse Gewichtsmassen zu bestimmen dieselbe wurde erfunden von Quintenz.



die Pressungen bei A sind

$$Q_1 + Q_2 = Q$$

C wird niedergedrückt mit einer Kraft $Q_1 \frac{a_1}{b_1} b + a Q_2 = Pc$

$$Q_1 \frac{a_1}{b_1} b + a(Q - Q_1) = Pc$$

$$Q_1 \left[\frac{a_1}{b_1} b - a\right] + aQ = Pc$$

$$Q_1 b \left[\frac{a_1}{b_1} - \frac{a}{b}\right] + aQ = Pc$$

diese Waagen richtet sich einzig nach der Grundbedingung, dass $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a}{b}$ ist.

$$aQ = Pc$$

$$P = Q \frac{a}{c}$$

Es kann jeder freibewegliche Parallelmechanismus auch bei einer Brückenwaage angewendet werden.

Die Federwaagen dienen zum Messen von Zugkräften und je nach der Ausdehnung oder Zusammenpressung der Feder wird der Druck bestimmt.

Die Garnwaage

dient zur Bestimmung der verschiedenen Garnsorten. Es hat in der Regel ein Strähn 1000 Meter Fadenlänge. Die Feinheit der Garne wird dadurch bestimmt, dass z. B. 30 solcher Strähne 1 Ko wiegen, wenn letzteres als Gewichtseinheit angenommen wird und die Nummer des Garns also 30 ist.

Ist also q das Gewicht eines Strähnes, n die Nummer, welche die Feinheit eines Strähnes angibt, so haben wir

$$qn = \frac{1}{2}$$
$$q = \frac{1}{2n}$$
$$n = \frac{1}{2q}$$

Verzeichnen wir uns vom theoret. Standpkte aus diese Waage und es sei A der Drehungspkt des Hebels, q der Aufhängepunkt für den Strähne und ist C der Schwerpunkt des Hebels, so muss, wenn man die Waage sich selbst überläßt vertikal stehen.

Heißen wir nun $\overline{AC} = a$
$\overline{AB} = b$

so ist $p\,a \cos\varphi = q\, b \cos(\pi - (\alpha+\varphi))$

$$p\,a\cos\varphi = -\,q\,b\cos(\alpha+\varphi)$$
$$p\,a\cos\varphi = q\,b(\sin\alpha\sin\varphi - \cos\alpha\cos\varphi)$$
$$p\,a = q\,b(\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\varphi - \cos\alpha)$$
$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{pa}{qb}\,\frac{1}{\sin\alpha} + \mathrm{cotg}\,\alpha$$
$$\mathrm{tg}\,\varphi = \mathrm{cotg}\,\alpha + 2\,\frac{pa}{b}\,\frac{n}{\sin\alpha} \quad (1)$$

die Gleichung bestimmt uns die Lage eines Armes für leichtere Strähne wird φ kleiner, und es ist

$$\mathrm{tg}\,\varphi_1 = \mathrm{cotg}\,\alpha + 2\frac{pa}{b}\,\frac{n+1}{\sin\alpha} \quad (2.)$$

diese letztere Gleichg bestimmt also den Werth eines Strähnes dessen N° um 1 höher.

Nehmen wir die Differenz dieser beiden Grössen, so haben wir: $tg\,\delta_1 - tg\,\delta = \frac{2 \sin a}{b} \cdot \frac{1}{\sin x}$ (3)

Sei nun A der Drehungspunkt des Hebels, so ziehen wir an dem von A aus beschriebenen Kreis eine verticale Tangente, legen ein gewisses N^ro^ auf, so wird der Hebel in die Lage des Winkels δ kommen, legen wir ein anderes N^ro^ auf, so ist die Tangenten-differenz DE

Die Differenzen auf der Tangente bleiben nun aber gleich, folglich haben wir ein Mittel zur Hand auf empirischem Wege, die Eintheilung einer solchen Wage vorzunehmen.

Indem wir auflegen: n, n+1, n+2, n+3 etc erhalten wir DE = EF = FG = GH.

Die Bogenintervalle nehmen jedoch immer ab und werden zuletzt so klein, daß das Anzeigen ungenau wird.

Nun lassen sich auch 2 Extreme denken, man läßt die Differenz zwischen dem größten und kleinsten Gewichte nur wenig betragen, wobei aber Alles ungenau würde.

Hat aber die Tangentheilung einen zu großen Umfang, so werden die Intervalle in der Nähe der Normalen sehr groß sein, die feinsten und gröbsten Nummern aber sehr schlecht bestimmt sein.

die beste Anordnung wird diejenige sein, bei welcher das Logenintervall, das der höchsten Nummer und der zunächst kleineren Nummer entspricht, ein Minimum ist. Zwischen 32 u. 40.

Legt man nun die höchste Nummer auf u. dann die niederste so sind n u. n_2 die Stellen.

Nehmen wir dann die um 1 kleinere Nummer $n_2 > n_1$ heißen das nun unbekannte No. μ

so ist $\operatorname{tg}\beta_2 = (n_2 - \mu)c$

$$\operatorname{tg}(\beta_2 - \Delta\beta_2) = (n_2 - 1 - \mu)c$$

$$\frac{\operatorname{tg}(\beta_2 - \Delta\beta_2)}{\operatorname{tg}\beta_2} = \frac{n_2 - 1 - \mu}{n_2 - \mu} \quad (4)$$

$$\frac{n_2 - 1 - \mu}{n_2 - \mu} = \lambda \quad (5.)$$

$$\frac{\operatorname{tg}(\beta_2 - \Delta\beta_2)}{\operatorname{tg}\beta_2} = \lambda \quad (6.)$$

Es ist nun der Werth von β zu bestimmen, der $\Delta\beta_2$ zu einem Maximum macht.

$$\operatorname{tg}(\beta_2 - \Delta\beta_2) = \lambda \operatorname{tg}\beta_2$$

$$\frac{d\beta - d(\Delta\beta_2)}{\cos^2(\beta_2 - \Delta\beta_2)} = \lambda \frac{d\beta_2}{\cos^2\beta_2}$$

$$d(\Delta\beta_2) = 0.$$

$$\frac{1}{\cos^2(\beta_2 - \Delta\beta_2)} = \lambda \frac{1}{\cos^2\beta_2}$$

$$\cos^2\beta_2 = \lambda \cos^2(\beta_2 - \Delta\beta_2)$$

$$\cos^2\psi = \frac{1}{\sec^2\psi} = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2\psi}$$

$$\frac{1}{1+tg^2\beta_2} = \lambda\,\frac{1}{1+tg^2(\beta_2-\Delta\beta_2)}$$

$$1+tg^2(\beta_2-\Delta\beta_2) = \lambda(1+tg^2\beta_2)$$

$$1+\lambda^2 tg^2\beta_2 = \lambda(1+tg^2\beta_2)$$

$$tg\,\beta_2 = \sqrt{\frac{1-\lambda}{\lambda(1-\lambda)}} = \sqrt{\frac{1}{\lambda}}$$

$$tg\,\beta_2 = \sqrt{\frac{n_2-1}{n_2-\mu-1}}$$

Also ist das beste, daß für die höchste Nummer und für die niederste der Gabel um 45° abweicht.
Nun entsteht die Frage, wie der Wechselrad num einzurichten ist, damit der Gabel sich unter 45° stellt.

Vermöge der Gleichung 1.

Setzt man in Gleich. 1.

$$n = n_2\,,\quad \vartheta = +45^\circ$$

$$n = n_1\quad \vartheta_1 = -45^\circ$$

$$\left.\begin{aligned} 1 &= cotg\,\alpha + \frac{2ha}{b}\,\frac{n_2}{\sin\alpha} \\ -1 &= cotg\,\alpha + \frac{2ha}{b}\,\frac{n_1}{\sin\alpha} \\ 1 - cotg\,\alpha &= \frac{2ha}{b}\,\frac{n_2}{\sin\alpha} \end{aligned}\right\}(7)$$

$$-1 - cotg\,\alpha = \frac{2ha}{b}\,\frac{n_1}{\sin\alpha}$$

$$\frac{1-cotg\,\alpha}{-1-cotg\,\alpha} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{tg\,\alpha - 1}{-tg\,\alpha - 1} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{tg\,\alpha - 1}{-tg\,\alpha - 1} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{1 + tg\,\alpha}{1 - tg\,\alpha} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$tg\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{n_2}{n_1} \quad (A)$$

Zieht man die Gleichgn (7) von einander ab, so kommt:

$$2 = \frac{2pa}{b \sin\alpha}(n_2 - n_1)$$

$$\frac{pa}{b} = \frac{\sin\alpha}{n_2 - n_1} \quad (B.$$

Bestimmt das Gewicht des Hebels

Theorie der Uhren.

Pendelschwingungen.

Wir messen die Zeit durch zweierlei Bewegungen: nämlich 1tens durch eine absolut gleichförmige, oder
2tens " " gleichmäßig wiederkehrende.
Bei der ersten nehmen wir einen gewissen Weg als Einheit an, bei der 2ten die Zeit einer Periode.
Lassen wir z. B. ein einfaches Pendel schwingen, so wirken der Bewegung folgende Widerstände entgegen:

1. das Gewicht desselben
2. der Reibungswiderstand am Aufhängungspkt.
3. der Luftwiderstand
4. Gewichtsverlust durch Gegendruck der Luft.

5. die Rotation der Erde
6. der Temperaturwechsel
7. die electrischen und magnetischen Einflüsse.

Legen wir uns zur Rechnung ein ideales Pendel vor und abstrahiren von allen Einflüssen mit Ausnahme von (1.)

Es ist hier A der Aufhängepunkt, B ein Schwingungspunkt. Denken wir uns das Pendel sich selbst überlassen, so wird es in einer gewissen Zeit in die Lage C gekommen sein und dabei einen gewissen $\angle \varphi$ zurückgelegt haben. Denken wir uns nun das Gewicht u. Masse des Pendels im Schwerpunkt vereinigt, und heißen ~~dieses~~ μ das Trägheitsmoment in Bezug auf die Drehungsaxe bei A, M das Gewicht der im Schwerpunkt vereinigten Masse; so ist:

$$\mu = M l^2$$

Nun ist aber Geschwindigkeitszunahme gleich der Differenz der Geschw.

$$dv = \frac{1}{2}\frac{Kft}{Masse} \quad (1)$$

die Differenz der Zeit: $\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{2}\frac{Kft}{Masse}$ (2)

v die Geschwindigkeit im Punkte M

$$v = \frac{d\varphi}{dt} l$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d\left(l\frac{d\varphi}{dt}\right)}{dt} = l\frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

Kraft ist hier $Q\sin(\alpha-\varphi)$, Masse ist hier M.

G ist ein tangential u. eine Normalcomponente zerlegt. Also

$$l\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{1}{2}\,\frac{G\sin(\alpha-\varphi)}{M}$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{G}{2Ml}\sin(\alpha-\varphi) \quad (1)$$

Nehmen wir aber an, daß der Ablenkungswinkel sehr klein ist, also $\alpha-\varphi$ sehr klein, und wir setzen können $\sin(\alpha-\varphi) = (\alpha-\varphi)$

So wird alsdann $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{G}{2Ml}(\alpha-\varphi) \quad (2)$

$$\varphi = A + M\sin\lambda t + N\cos\lambda t \quad (3)$$

$$-\lambda^2(M\sin\lambda t + N\cos\lambda t) = \frac{G}{2Ml}\left\{\alpha - A - M\sin\lambda t - N\cos\lambda t\right\}$$

diese Gleichung wird erfüllt, wenn wir setzen $\lambda^2 = \frac{G}{2Ml}$

$$A = \alpha,\quad \varphi = \alpha + M\sin\sqrt{\frac{G}{2Ml}}\,t + N\cos\sqrt{\frac{G}{2Ml}}\,t$$

M u. N sind constante Größen.

für $t = 0$, soll $\varphi = \alpha$ werden

Also $0 = \alpha + N$, $N = -\alpha$

ferner ist $\frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{\frac{G}{2Ml}}\left\{M\sin\sqrt{\frac{G}{2Ml}}\,t - N\cos\sqrt{\frac{G}{2Ml}}\,t\right\}$

für $t = 0$, wird $\frac{d\varphi}{dt} = 0$

$$0 = \sqrt{\frac{G}{2Ml}}\,M$$

$$M = 0$$

$$\varphi = \alpha - \alpha \cos\sqrt{\frac{G}{2Ml}}\, t$$

$$\varphi = \alpha\left[1 - \cos\sqrt{\frac{G}{2Ml}}\, t\right]$$

$$\text{für } \varphi = \alpha \text{ wird } t = \frac{T}{2}$$

$$\alpha = \alpha\left\{1 - \cos\sqrt{\frac{G}{2Ml}\times\frac{T}{2}}\right\}$$

$$\text{und } \sqrt{\frac{G}{2Ml}}\times\frac{T}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$T = \pi\sqrt{\frac{2Ml}{G}}$$

die Schwingungszeit ist unabhängig von dem Schwingungswinkel. Ist also M die im Pendel vereinigte, reducirte ideelle Masse, so ist Ml^2 das Trägheitsmoment derselben

und zwar ist dieses $Ml^2 = \frac{G}{2g}h^2 + \frac{G}{2g}l^2$.

$$\frac{G}{2g}\left(\frac{h^2+l^2}{l^2}\right) = M.$$

$$\frac{M}{G} = \frac{1}{2g}\left(\frac{h^2+l^2}{l^2}\right)$$

$$\frac{2Ml}{G} = \frac{2}{2g}\,\frac{h^2+l^2}{l^2}$$

$$T = \pi\sqrt{\frac{1}{g}\,\frac{h^2+l^2}{l}} = \pi\sqrt{\frac{l}{g}\left(1+\left(\frac{h}{l}\right)^2\right)}$$

$$l\,\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{1}{2}\,\frac{G\sin(\alpha-\varphi) - \alpha G - b\,\frac{d\varphi}{dt} - C}{M}$$

$$l\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{1}{2}\;\frac{G(\alpha-\varphi) - aG - b\frac{d\varphi}{dt} - C}{M}$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{G}{2Ml}(\alpha-\varphi) - \frac{aG}{2Ml} - C - \frac{b}{2Ml}\frac{d\varphi}{dt}$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{G}{2Ml}\varphi + \left(\frac{G\alpha}{2Ml} - \frac{aG}{2Ml} - C\right) - \frac{b}{2Ml}\frac{d\varphi}{dt}$$

Setzen wir der Abkürzung halber $\frac{G}{2Ml} = m$

dann ist $\frac{G\alpha}{2Ml} - \frac{aG}{2Ml} - C = n \quad \frac{b}{2Ml} = p.$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + m\varphi + p\frac{d\varphi}{dt} = n$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + p\frac{d\varphi}{dt} + m\varphi = n$$

$$\varphi = A + Le^{kt}; \quad \frac{\partial\varphi}{dt} = Lke^{kt}.$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{dt^2} = Lk^2e^{kt}.$$

$$Lk^2e^{kt} + pLke^{kt} + mA + mLe^{kt} = n$$

$$e^{kt}\left\{Lk^2 + pL + mL\right\} = n - mA.$$

$$Lk^2 + pLk + mL = 0.$$

$$n - mA = 0$$

$$A = \frac{n}{m}$$

$$\varphi = \frac{n}{m} + L_1e^{kt} + L_2e^{k_2 t}$$

Schwungradschwingungen.

Befestigen wir an die Axe eines Schwungrades eine Spiralfeder und zwar befestigen wir das andere Ende an irgend einem Theile des Gestelles.

Fassen wir nun das Schwungrad an und drehen dasselbe um einen Winkel α nach rechts, so wird die Feder zusammengewunden, lassen wir das Schwungrad los, so wird vermöge der Spannkraft der Feder das Schwungrad über die Gleichgewichtsdisposition hinaus nach links schwingen und also die Feder aufgewunden werden, die Bewegung also verzögert.

Nehmen wir z. B. an, das Schwungrad sei um einen Winkel α aus seiner Gleichgewichtsdisposition abgelenkt und dann um einen Winkel φ derselben näher gerückt, wir wollen nun versuchen die Intensität der Federkraft zu bestimmen.
Die Kraft sei proportional dem Ablenkungswinkel $\alpha-\varphi$.
Das statische Moment ist $A(\alpha-\varphi)$ bezogen auf die Entf. 1.
Heißen wir nun M das Trägheitsmoment des Schwungrades, so ist M eine ideale Masse in der Entfernung 1 vom Drehungspunkt angebracht.

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{\tfrac{1}{2} A(\alpha-\varphi)}{M}$$

Setzen wir $\alpha - \varphi = \psi$

$$-d\varphi = d\psi$$

$$-d^2\varphi = d^2\psi$$

$$-\frac{d^2\psi}{dt^2} = \frac{1}{2}\frac{A}{M}\psi$$

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + \left(\sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\right)^2 \psi = 0 \quad (1)$$

$$\psi = \mathfrak{M} \sin\sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\, t + \mathfrak{N} \cos\sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\, t \quad (2)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\left(\mathfrak{M} \cos\sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\, t - \mathfrak{N} \sin\sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\, t\right)$$

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = \frac{1}{2}\frac{A}{M}$$

Die Bewegung ist die algebraische Summe einer Sin u. einer Cos. Bewegung.

Setzt man $\psi = \alpha - \varphi$

So haben wir $\alpha - \varphi = \mathfrak{M} \sin\sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\, t + \mathfrak{N} \cos\sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\, t$

$$\varphi = \alpha - \mathfrak{M} \sin\sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\, t - \mathfrak{N} \cos\sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\, t \quad (3)$$

$t = 0,\ \varphi = 0;\ 0 = \alpha - \mathfrak{N},\quad \mathfrak{N} = \alpha$

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\left\{\mathfrak{M} \cos\sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\, t - \mathfrak{N} \sin\sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\, t\right\}$$

$$\left\{ t = 0,\quad \frac{d\varphi}{dt} = 0 \right\}$$

$$0 = -\sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\,\mathfrak{M},\quad \mathfrak{M} = 0$$

Wegen $K = \alpha$ und $K' = 0$

Wird $\varphi = \alpha\left(1 - \cos\sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\,t\right)$ (3.)

Vorausgesetzt, daß die Intensität der Federkraft dem Ablenkungswinkel proportional ist, haben wir eine Sinus artige Schwingung.

Suchen wir die Schwingungszeit bis $\varphi = \alpha$ wird

So haben wir $\alpha = \alpha\left(1 - \cos\sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\,\frac{T}{2}\right)$

$$\sqrt{\frac{1}{2}\frac{A}{M}}\,\frac{T}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$T = \pi\sqrt{\frac{2M}{A}}$$

die Schwingungszeit ist unabhängig vom Ausschlagswinkel.

Die Schwingungszeit ist abhängig vom Trägheitsmoment, ferner von A der Natur der Federkraft. Ist A klein, so ist T groß, A groß, T klein.

Die Feder muß nun so angeordnet sein, daß der Schwerpunkt derselben in der Axe bleibt. Es kann letzteres nur der Fall sein, indem man entweder die Feder unten nicht festhält oder die Feder mit sehr langen Windungen versieht.

Luftwiderstand u. Reibung sind nicht berücksichtigt.

Die Temperatur hat Einfluß auf M, ist die Schwingungszeit größer, so ist die Anzahl der Schwingungen klein. Man kann nun durch Compensation es dahin bringen, daß die Temperatur keinen Einfluß mehr auf A üben kann.

Von allen Bewegungen, welche zur Zeitmessung dienen ist es hauptsächlich die gleichförmige und es bieten eine annähernd genaue Bewegung, die Turbine, das conische Pendel, und die Achsendrehung der Erde.
Eine 2te Bewegungsweise ist die periodisch wiederkehrende und es gehört hierzu das Pendel u. Schwungradschwingung.
Wollen wir einen Apparat dar, indem ein Körper isochrone Schwingungen macht.
Wir wissen, daß ein Pendel isochron schwingt; allein es hören die Schwingungen nach und nach auf. Wenn also diese Schwingungen fortdauern sollen, so müssen wir dem Pendel oder Schwungrad den Verlust an lebendiger Kraft ersetzen.
Wir müssen daher einen Motor haben, der bei dem Schwung die Kraft ersetzt, welche durch Reibung, etc verloren geht, müssen die Einrichtung aber so treffen, daß der Motor mit mathematischer Genauigkeit gerade soviel ersetzt, als eben nothwendig ist.
Sind wir dies im Stande auszuführen, so haben wir einen Apparat, der zur Zeitmessung geeignet ist.
Als Motoren werden nun gebraucht:
1tens Gewichte.
2tens Spiralfedern.
Die Einrichtung müssen wir nun so treffen, daß der schwingende Körper längere Zeit ganz frei schwingen

kann, dann aber plötzlich der Motor einwirkt und zwar in dem Maaße, daß er den Verlust ersetzt.
Dies wird geleistet durch diejenigen Theile, welche man Hemmungen nennt.
Die Hemmung selbst besteht aus 2 Theilen, dem Hemmungsrad und einem Haken, der in das Rad eingreift und die Hemmung bewirkt.
Soll das Pendel langsam schwingen, so muß es schwach einwirken im andern Falle entgegengesetzt.
Der Kraftverlust ist klein bei kleinen Schwingungen und groß bei großen Schwingungen.
Bei jeder guten Uhr muß ein Beharrungszustand eintreten, bei welchem der Kraftersatz gleich dem Kraftverlust ist.

Die Kraftverluste sind bei Uhren fast gar nicht in Anschlag zu bringen, wohl aber die Abnützung, welch letztere einen langsameren Gang der Uhr verursachen würde.

Die erste skizzirte Hemmung findet man öfters bei Taschenuhren, die 2te bei Pendel, Zimmer Thurmuhren etc. Die beiden ersteren sind unfreie Hemmungen.
Besser ist die freie Hemmung nach Jürgensen, welcher 2 Räder angebracht hatte, nämlich eines zum Hemmen, das 2te zum Treiben.
Schlagwerke, wie sie bei größeren Thurmuhren vorkommen, werden außerdem, daß sie einen eigenen

Uhren besitzen noch ein Zeigerwerk getrennt.
Viertel und Stundenschlagwerke sind gesondert.
Im Allgemeinen besteht das letztere aus einer mit genau gesetzten Stiften versehenen Scheibe; mit dieser Scheibe verbunden ist die Schnurtrommel, etc.

Damit nun das Schlagwerk richtig functioniren kann ist noch eine Vorbereitung nöthig
der Schlaghammer wird vermittelst eines Hebelwerkes gehoben. Die Scheibe des Viertelstundenschlagwerkes ist in 10 gleiche Theile getheilt, so daß bei 1/4 die Scheibe sich um 1/10, bei 1/2 um 2/10, bei 3/4 um 3/10 und bei 4/4 um 4/10 solcher gleichen Theile bewegt.

Beim Stundenschlagwerk ist die Scheibe in 1+2+3 +4+5+6+ ... +12 = 78 Theile getheilt.

Pendelaufhängungen

Hier kommt es darauf an eine Schiene mit einer Schneide versehen derart aufzuhängen, daß der Drehungspunkt sich in einem Stahl oder Achatlager bewegt.
Eine Aufhängung die so zu sagen fast gar keinen Kraftaufwand bedarf, ist die Pendelstange an eine Stahllamelle zu befestigen und diese einzuklemmen
Bei der Thurmuhr allein muß man sich die Zapfenreibung gefallen lassen.

Compensation

Es kommt hiebei darauf an, daß die Temperaturänderungen keinen Einfluß haben auf den Gang der Uhr.
Das Princip der Comp. beruht darauf, 2 Körper miteinander zu verbinden, welche von der Wärme derart afficirt

werden, daß wenn der eine Körper das Bestreben hat das Trägheitsmoment des Pendels zu vermehren, der andere Körper dasselbe zu vermindern sucht. In ähnlicher Weise ist das Rostpendel gebildet. Das Nähere findet sich in den Lithographieen z. d. Vortr.

Die thierischen Kraefte.

Die Wirkung, welche ein Mensch oder ein Thier ohne Nachtheil seiner Gesundheit zu leisten vermag, fällt am günstigsten aus; wenn ein Individuum bei einem Widerstande von k Kilogr. thätig ist mit einer Geschwindigkeit C, wenn es ferner von 24 Stunden eine gewisse Zeit T arbeitet und es beträgt diese größte Wirkung in einem Tage

$$W = 3600\, k\, C\, T \text{ Kilogr.}$$

k u. C richten sich nach der Art des Individuums und sind bei einer Arbeitszeit $T = 8$ Stunden auf Tabelle 248 in den Ref. zusammengestellt.
Beträgt die tägl. Arbeitszeit z Stunden und erfolgt die Arbeit mit v meter Geschwindigkeit in der Secunde, so findet man den Widerstand den der Motor zu überwinden hat annähernd durch folgenden von Gerstner aufgestellten Ausdruck:

$$Q = \left(2 - \frac{v}{C}\right)\left(2 - \frac{z}{T}\right) k.$$

während die tägliche Wirkung:

$$W = 3600\, P v Z$$

Erfolgt die Thätigkeit mit der mittleren Geschwindigkeit c und in sehr kurzen Zeitintervallen, auf welche dann Ruhepunkte folgen, so darf man

$v = C$ und $Z = c$ setzen

Es ist $P = 2k$ Kilogrammen

Fragen wir nun nach der Leistungsfähigkeit, wenn sie größer sein soll als C

für die Geschwindigkeit $= V$ ist:

$$P = \left(2 - \frac{V}{C}\right)\left(2 - \frac{Z}{T}\right) k$$

$$V = 2C$$

$$Z = 2T$$

$$W = 3600\, P V Z$$

Nehmen wir an, daß ein Arbeiter mit der Geschwindigkeit C den Tag hindurch nur kurze Zeit arbeitet, wieviel können wir von ihm verlangen?

$$\left.\begin{array}{l} V = C \\ Z = 0 \end{array}\right\} P = 2k.$$

Dieser Fall kann z. B. angenommen werden bei Winden und Krahnenarbeiten, k ist hier 8 Kilo.

Wie groß ist der größte Widerstand den ein Arbeiter leisten kann bei sehr langsamer Bewegung und sehr kurzer Zeit.

Es ist hier $\left.\begin{array}{l} V = 0 \\ L = 0 \end{array}\right\} P = 4K.$

Dies Alles ist nur für tägliche Arbeit zu gebrauchen. Ist die Arbeit sehr anstrengend oder leidenschaftlich, z. B. bei Löschmannschaften, so steigern die Leistungen sich ins Colossale, wogegen später auch um so größere Ruhe eintreten muß.

Bei den Thieren, besonders bei Pferden ist die Leistung am größten, wenn sie ohne Maschine arbeiten, langsam fortschreiten, also blos einen Zug ausüben.

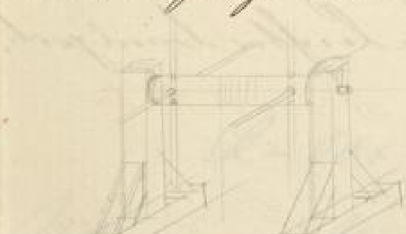
Es ist hier $P = 56$, $W = 72$.

Manche Thiere leisten mehr bei schnellerer Bewegung. Wir kommen nun zunächst zu den

Maschinen zum Heben der Lasten.

insbesondere solche, welche durch Menschen bewegt werden.

1. der Haspel und zwar mit horizontalliegender Welle



Es können entweder Kurbeln zu beiden Seiten der Welle angebracht sein, oder auch blos Hölzer durch die Welle gesteckt sein, so daß 4 Arbeiter in Thätigkeit sind.

2. Der Kurbelhaspel ist eine ähnliche Anordnung, wie der erstere Haspel, nur sind hier Kurbeln an den beiden Enden der Wellzapfen angebracht, die Kurbeln selbst unter 90° gestellt. Der Kurbel gibt man am besten eine Länge von 36 – 40 cm.

3. Der Tummelbaum besteht hauptsächlich aus einer vertikal stehenden Seilwelle, in welche 2 Arme eingesteckt sind und diese je nach der Zahl der Arbeiter verlängert werden können. Die Bewegung für den Körper ist hier sehr vortheilhaft indem derselbe in seiner normalen Lage bleibt

4. Die Erdwinde, ebenfalls eine sehr gute Vorrichtung und ähnlich construirt, wie die vorhergehende, wird hauptsächlich bei Bauplätzen etc. angewandt.

5. Die Chinesenwinde dient zum Heben grösserer Lasten und unterscheidet sich von andern dadurch, daß die Welle nicht einerlei Durchmesser hat, sondern die Durchm. der beiden Wellenhälften verschieden gross sind.

Bei Bergwerken z. B. wo öfters ein Fallen der Bohrer bei Bohrlöchern nöthig ist und also das Heben der Bohrgestänge rasch vor sich gehen muß, wendet man entweder das Spillenrad, Tretrad oder auch das Laufrad an, wobei eine größere Anzahl Arbeiter thätig sein kann.

Alle diese Holzconstructionen müssen leicht auseinander genommen werden können, um sie leichter transportiren zu können.

Eiserne Winden.

Werden angewandt um größere Lasten zu heben. Hängen wir eine Last Q an und ist W der Halbmesser der Seilwelle, R Halbmesser des großen Rades, r des kleinen Rades k die Kurbellänge, S Halbm. der Bremsrolle, l u. L die Längen des Bremshebels, ferner sei P der mittlere Betrag des Druckes mit welchem auf beide Kurbeln angewirkt wird, so haben wir:

$$Q \cdot \frac{R}{W} \frac{k}{r} = P, \text{ und}$$

$$Q = P \cdot \frac{k}{W} \times \frac{R}{r}$$

Fragen wir nach der Maximalleistung einer Winde, so richtet sich dieselbe nach den Dimensionen und der Anzahl der Arbeiter.

Im Ganzen können bei einer solchen Winde 4 Arbeiter beschäftigt werden und der Druck für 1 Arbeiter zu 16 Kilogr. angenommen werden

Es ist also P für 64 Kilg.

$$k = 40$$
$$W = 12$$
$$\frac{R}{r} = 6$$

$$Q = 64 \times \frac{40}{12} \times 6 = 64 \times 20 = 1280 \text{ Kilg.} = 25 \text{ Ctr.}$$

Wollen wir eine Winde construiren für eine Maximalleistung von 25 Ctr, so wird dieselbe schon ziemlich starke Dimensionen erhalten. Wir erhalten für den

Durchmesser der Welle — — — = 4 cm

Torsionsmoment der Welle — — — = 1280 × 12 = 15360

Durchm. der Wellenzapfen — — — — = 7.2 cm.

Halbm. R — — — — — — — — — = 7 × 7.2 = 50.4

Halbmesser von r — — — — — — — = $\frac{50}{6}$ = 8 1/3.

β = 1.122 × 7.2 = 8 cm

Torsionsmoment der Achse — — — = 40 × 64 = 2560

$$T\rho = Qw + t\rho$$

Sind die Spannungen T u. t gerade so groß, daß ein Gleiten des Bandes nicht stattfinden kann, so besteht ein gewisses Verhältniß zwischen T u. t.

$$T = t e^{\frac{f\sigma}{\rho}}$$

$$t\rho e^{\frac{f\sigma}{\rho}} = Qw + t\rho$$

$$t = \frac{Q\frac{W}{\rho}}{e^{\frac{f\sigma}{\rho}} - 1}$$

$$p\frac{L}{l} = \frac{Q\frac{W}{\rho}}{e^{\frac{f\sigma}{\rho}} - 1}$$

$$p = \frac{Q\frac{l}{L}\frac{W}{\rho}}{e^{\frac{f\sigma}{\rho}} - 1}$$

Halbmesser der Bremsrolle $\rho = \frac{\frac{Q}{p}\frac{l}{L}W}{e^{\frac{f\sigma}{\rho}} - 1}$

Nimmt man $Q = 1280$ Kilg an

$$\frac{l}{L} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{\sigma}{\rho} = \frac{\frac{2}{3} 2 \rho \pi}{\rho} ; \quad \frac{\sigma}{\rho} = \frac{4}{3} \pi$$

$$W = 12$$

$$f = 1/5$$

$$f \frac{\sigma}{\rho} = \frac{1}{5} \times \frac{4}{3} \times 3{\cdot}142 = \frac{13}{15} = 1$$

$$e^{f \frac{\sigma}{\rho}} = (2 \times 718)^{1} = 2{\cdot}72$$

Nimmt man $\rho = 36^{cm}$

$$p = \frac{1280 \times \frac{1}{6} \times \frac{12}{36}}{2{\cdot}72 - 1} = \frac{1280}{30} = 43 \text{ Kilo}$$

Ist 43 zu viel, so nehme man ρ etwas größer und nimmt $\frac{l}{L} = \frac{1}{8}$

$$Q = 1280$$
$$\frac{l}{L} = \frac{1}{8} \qquad p = \frac{1280 \times \frac{1}{8} \times \frac{12}{40}}{2{\cdot}72 - 1}$$
$$W = 12 \qquad p = 27 \text{ Kilg.}$$
$$f = \frac{1}{5}$$
$$\rho = 40$$

Nach den Spannungen t u. T kann man die Querschnitte des Bremsbandes und die Stärke der Zugfeder berechnen

$$t = p \frac{L}{l} = 27 \times 8 = 216 \text{ Kilg.}$$

$$T = t e^{f \frac{\sigma}{\rho}} = 216 \cdot 2{\cdot}718$$

$$T = 587.$$

Kraft t und der Länge L ist der ganze Winkelhebel zu construiren
das Gestell ist nach Gefühl zu verzeichnen.
Für größere Lasten sind Winden mit Uebersetzung ~~an~~zufertigen, sonst bleibt Alles wie bei der ersteren Construction

die Kraft am Umfange von R u. r ist:

$$Q\frac{W}{R},\quad Q\frac{W}{r}\ \text{u.}\ Q\frac{W}{r'}$$

$$Q\frac{W}{R}\times\frac{r}{R_1}\times\frac{r_1}{k} = P$$

$$Q = P\left(\frac{R}{r}\right)\left(\frac{R_1}{r_1}\right)\left(\frac{k}{W}\right)$$

Nehmen wir hier $P = 64$.

$$\frac{R}{r} = 6$$

$$\frac{R_1}{r_1} = 5$$

$$\frac{k}{W} = \frac{40}{16} = \frac{5}{2}$$

$$Q = 64\times 6\times 5\times\frac{5}{2} = 64\times 75$$

$$Q = 4800 \text{ Kilg.}$$

Wir müssen für diese Winde eine Kette nehmen, da der Seildurchmesser (8 cm) zu stark würde.

Durchmesser des Ketteneisens ---- = 1·9 cm
Torsionsmoment der Axe d. Kettenwalle -- = 4800×16
= 76800
Durchmesser der Axe ------ = 12.

Halbmesser R – – – – = $6 \times 12 = 72$.

β für R – – – – – – = $14{\cdot}54$ cm

Torsionsmoment der Axe für r = $\underline{76800}$ = 12800

Durchmesser der Axe für r = $6{\cdot}6$

Halbmesser für R_1 – – – – = $6 \times 6{\cdot}6 = 39{\cdot}6 = 40$

β für R_1 – – – – – – = $1{\cdot}212 \times 6{\cdot}6 = 8$.

Torsionsm. für die Kurbelaxe = $64 \times 40 = 2560$

Durchmesser der " " = 14 cm

$Q = 4800$

$W = 16$

$\rho = 50$

$\frac{l}{L} = \frac{1}{10}$

$f = \frac{1}{3}$

$\sigma = \frac{3}{4} \times 2\rho\pi$

$$p = \frac{4800 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{10}}{2{\cdot}718^{1{\cdot}6} - 1}$$

$$= 48.$$

Besser ist es eine einfache leichte Winde mit Flaschenzug anzuwenden.

Die Länge der Kette oder Seilrolle richtet sich nach der Seillänge und diese nach der Hebungshöhe.

Frictionswinden bieten sich vortrefflich in Verbindung mit Flaschenzügen und finden namentlich ihre Anwendung in größeren Werkstätten um schwere Arbeitsstücke auf Arbeitsmaschinen zu bringen.

Durch die Spannungen T u. t soll Reibung erzeugt werden.

Es ist $T = t\, e^{f \frac{\sigma}{w}}$ (1.)

σ ist die Summe der Bogenlängen, welche wir so groß als möglich machen können.

$S_x \frac{k}{r}$ ist die Kraft welche am Umfange von r wirkt und somit die Summe der Kräfte, die an beiden Umfängen wirken

$$S\frac{k}{r}\frac{R}{w} = S - s$$

$$S\frac{k}{r}\frac{R}{w} = S - Se^{-f\frac{b}{w}}$$

$$= S\left(1 - e^{-f\frac{b}{w}}\right)$$

$$S\frac{k}{w}\frac{R}{r} = S\left(1 - e^{-f\frac{b}{w}}\right) \quad (2)$$

Aus den Gleichungen 1 u. 2 ist b zu bestimmen

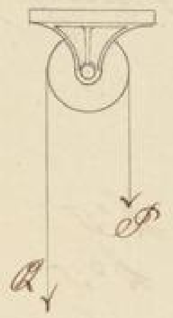
Für große Seildurchmesser muss die Anordnung so getroffen werden, daß die mittleren Seilrollenaxen so gegeneinander gestellt sind, daß das Seil gut geleitet wird und das Auf- und Abwickeln desselben gut von statten geht; dies wird der Fall sein, wenn die Axen der beiden Seilrollen in einem Winkel zu einander stehen, es wird dann kein Abgleitschen der Seile vorkommen können, was immer heftige Erschütterungen in demselben verursachen würde.

Die Zeichnung ist für ein ideal, indem die Rollendurchmesser in Wirklichkeit gleich groß sein müssen.

In Lüttich sind dreierlei Maschinen aufgestellt, 4 sind zu 80 Pfkft. für Rampen.

Flaschenzüge.

Die eine obere Flasche ist hier an einem fixen Punkte aufgehängt, während die 2te untere mit der Last direkt in Verbindung ist.



Schlingen wir ein Seil um diese beiden Flaschen, abstrahiren gänzlich von der Reibung, so ist die Spannung eines Seilstückes $1/6$ Q bei Anwendung von 2 Flaschen zu je 3 Rollen.

Die Kraft welche am Umfange der Rolle wirkt ist:

$$P = Q + (P+Q) f \frac{d}{D}$$

$$P = Q + (P+Q) f \frac{d}{D} + 0{\cdot}26 \frac{\delta^2}{D} Q$$

$$P\left(1 - f \frac{d}{D}\right) = Q\left[1 + f \frac{d}{D} + 0{\cdot}26 \frac{\delta^2}{D}\right]$$

$$P = Q \frac{1 + f \frac{d}{D} + 0{\cdot}26 \frac{\delta^2}{D}}{1 - f \frac{d}{D}}$$

$$P = Q\left[1 + f \frac{d}{D} + 0{\cdot}26 \frac{\delta^2}{D}\right]\left[1 - f \frac{d}{D}\right]$$

$$P = Q\left[1 + 2f \frac{d}{D} + 0{\cdot}26 \frac{\delta^2}{D}\right]$$

Setzen wir $1 + 2f \frac{d}{D} + 0{\cdot}26 \frac{\delta^2}{D} = k.$

So haben wir $P = kQ$.
Wenden wir dies auf einen Flaschenzug an und es sei P allen Widerständen gewachsen, ferner seien alle Zapfen und Rollendurchmesser gleich; denn gute Flaschenzüge haben immer nebeneinanderliegende Rollen, so wird das innerste Seil eine gewisse Spannung T haben. Und es wird sein:

$$T = T$$
$$T_1 = kT$$
$$T_2 = k T_2 = k^2 T$$
$$T_3 = k T_2 = k^3 T$$
$$T_4 = k T_3 = k^4 T$$
$$T_5 = k T_4 = k^5 T$$
$$P = T_6 = k T_5 = k^6 T.$$
$$P = T k^{2n} \quad (1)$$

Nun ist aber $Q = T + T_1 + T_2 + \dots + T_5$

$$Q = T(1 + k + k_2 + k_3 + \dots + k_5)$$
$$Q = T(1 + k + k^2 + \dots + k^{2n-1})$$
$$Q = T\frac{k^{2n} - 1}{k - 1} \quad (2)$$
$$Q = P\frac{k^{2n} - 1}{k^{2n}(k-1)} \quad (3)$$
$$T = \frac{P}{k^{2n}} \quad (4)$$
$$\frac{Q}{2nP} = \frac{k^{2n} - 1}{2nk^{2n}(k-1)} \quad (5)$$

$\frac{Q}{2nP}$ ist das Güteverhältniß. Je mehr sich dieser Quotient der Einheit nähert, desto günstiger wird dasselbe.

Das Güteverhältniß nimmt ab mit der Anzahl der Rollen.

Nehmen wir z. B. $P = 100$ Kilg

$$n = 3$$

$$\frac{Q}{2nP} = 0{\cdot}63$$

$$Q = 0{\cdot}63 \times 2nP$$

$$Q = 0{\cdot}63 \times 600 = 378.$$

	Güteverhältnisse		
n	$k = 1{\cdot}05$	$k = 1{\cdot}10$	$k = 1{\cdot}15$
2	0·88	0·79	0·75
3	0·85	0·73	0·63
4	0·81	0·66	0·56

Der Flaschenzug kann nur für sich allein oder auch in Verbindung mit Winden, Krahnen etc in Anwendung gebracht werden.

Seile wendet man hiebei an bis zu einem Durchmesser von 5 Centimeter.

Wird die Last größer, so müssen Ketten genommen werden und die Rollen nach denselben bearbeitet werden. Der Ring muß in den Angriffspunkt der Resultirenden der 3 Kräftepaare gesetzt werden, also auf die Seite, sonst würde die Flasche in Bezug auf die Seilrichtung eine schiefe Lage einnehmen.

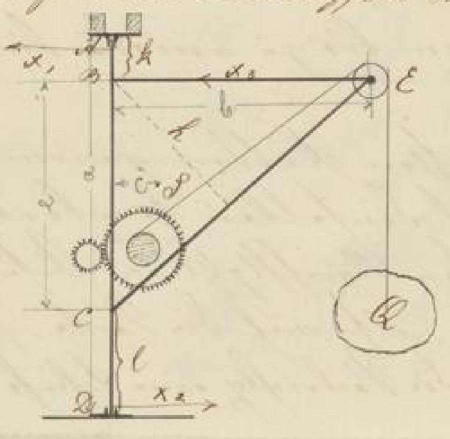
Krahnen.

Hinsichtlich der Beweglichkeit der Krahnen im Ganzen unterscheidet man Laufkrahnen und feste Krahnen. Was die Aufstellung betrifft, so gibt es freistehende und solche die eine Unterstützung haben, wie letztere hauptsächlich in größeren Werkstätten vorkommen. In Betreff des Anfertigungsmaterials unterscheidet man:

a. Hölzerne Krahnen,
b. Gußeiserne und
c. Blechkrahnen.

Im Allgemeinen ist der Krahn ein um eine vertikale Axe drehbares Gerüst mit Seil oder Kettenwinde versehen.

Verzeichnen wir uns also einen theoretischen Krahn und sehen wie die einzelnen Theile construirt und angebracht werden müssen um den praktischen Anforderungen zu entsprechen.



Fragen wir nun wie stark der Zapfen bei A in Anspruch genommen ist.

Nennen wir diesen Druck x_1 und es ist dieser so groß, daß wenn ich das Lager bei A wegnehmen und mit einer Kraft x_1 ersetze, das Ganze stehen bleibt.

Nun hat der ganze Krahn ein gewisses Gewicht. dieses und die Last Q können wir uns im Schwerpunkt S vereinigt denken.

Heißen wir nun $AD = a$ die Höhe des Krahnes

ferner $BE = b$ die Ausladung

c die Entfernung des Schwerpunktes von der Drehungsaxe und ist G das Gewicht des Krahnes

so ist $x_1 a = Qb + Gc$

$$x_1 = Q\frac{b}{a} + G\frac{c}{a}$$

c ist immer im Verhältniß zu a eine sehr kleine Größe und kommt deßhalb wenig in Betracht.

Es ist daher vortheilhaft einen Krahn mit geringer Ausladung zu machen und sehr hoch.

Nach dem Druck x_1 ist die Befestigung zu machen.

Der Zapfen bei D sitzt in einer Pfanne und hat das Totalgewicht zu tragen.

Die Bodenfläche des Zapfens wird gedrückt mit einer Last P + G. Es ist also darnach der Zapfen zu construiren und die Fundamente darnach einzurichten, denn wir können das Ganze als Hebel betrachten, der oben seinen Drehungspunkt hat.

Es ist also für D $x_2 a = Qb + Gc$.

also $x_2 = x_1$,

die Zapfen haben also beide gleichviel auszuhalten.

die Stange BC muß mit einer Kraft x_3 gehalten werden. Heißen wir $BC = c$.

so haben wir $x_3 c = Qb - Qf$

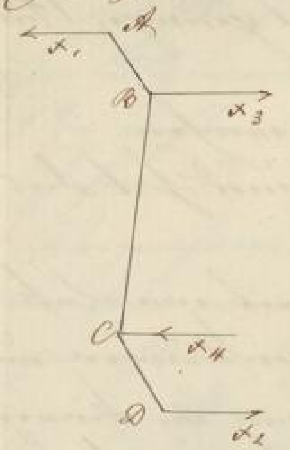
$$x_3 = Q\frac{b}{c} - Q\frac{f}{c}$$

Auch hier sind dieselben Verhältnisse vortheilhaft.
In Bezug auf die Strebe wollen wir eine Kraft x_4 annehmen, welche aufwärts preßt.
Wir fällen zu diesem Zwecke ein Perpendikel auf CE von B aus und wollen dasselbe h heißen.
Das Gewicht der Stange und Strebe kann vernachlässigt werden.

Es ist also $(x_4 - Q)h = Qb$.

$$x_4 = Q\frac{b}{h} + Q = Q\left(1 + \frac{b}{h}\right)$$

Es ist gut wenn h oder BC groß ist.



Die Säule ist nun durch 4 Kräfte in Anspruch genommen, welche sie zu biegen bestrebt sind.
Wir wollen nun sehen, wie wir die Säule so schwach als thunlich construiren können, sie aber doch den nöthigen Widerstand leistet.
Es ist $k x_1$ das Mom. welches die Axe bei A abzubrechen strebt.
$k x_2$ das Mom. welches die Axe bei B abzubrechen strebt.
Es ist daher immer vortheilhaft k u. l sehr klein zu nehmen; setzen wir k u. l = 0, so haben wir ~~einen~~ Krahnen ohne Säule.

Schachtkrahn.

Der Schwerpunkt des ganzen Gestells sei in S. Heißen wir den Horizontalschub bei D, H. und den bei C H, so haben wir

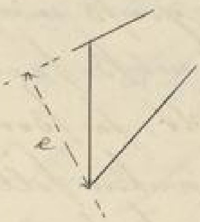
$$H a = Q b + G c$$

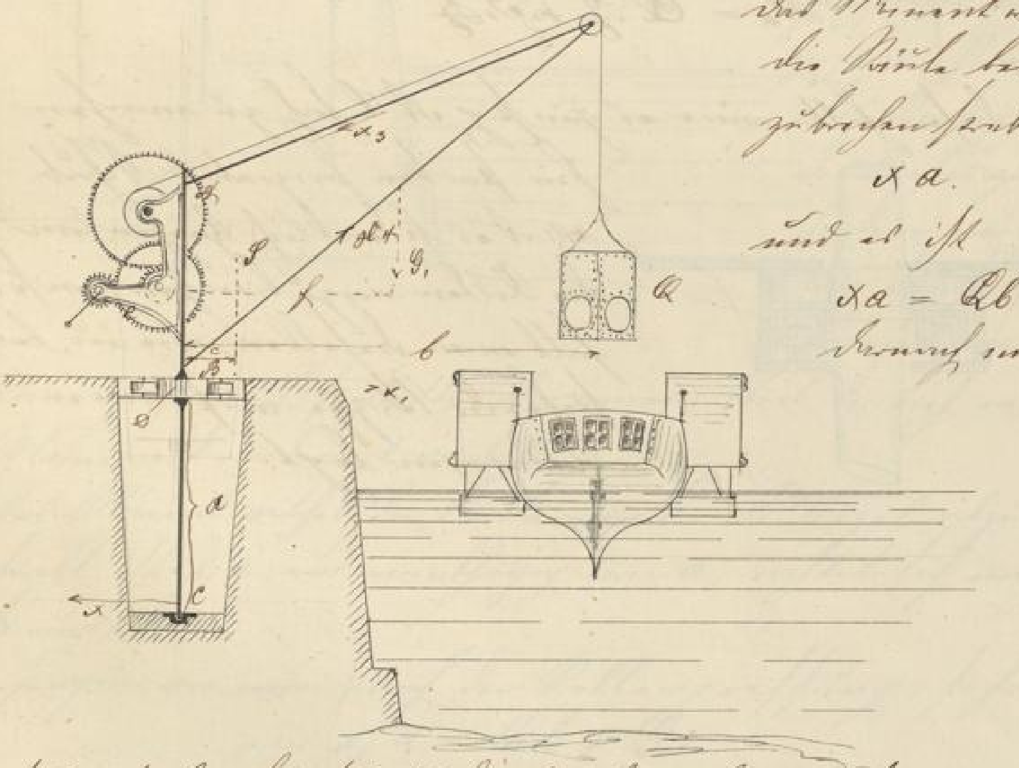
$$H = Q \frac{b}{a} + G \frac{c}{a}$$

$$H_{,} a = Q b + G c$$

$$H_{,} = Q \frac{b}{a} + G \frac{c}{a}$$

$$H_{,} = H.$$





Das Moment welches die Säule bei D ab zubrechen strebt ist

$$H a.$$

und es ist

$$H a = Q b + G c$$

demnach muß sich also der Querschnitt der Säule richten, also nach der Last Q und der Ausladung, er ist unabhängig von der Tiefe des Schachtes.

Berechnen wir nun die Spannung in der Zugstange und es sei das Gewicht des Schenkels G_1

so ist $$(H_3 + Q)c = Qb + fG_1$$

$$H_3 = Q\frac{b}{c} + \frac{f}{c}G_1 - Q.$$

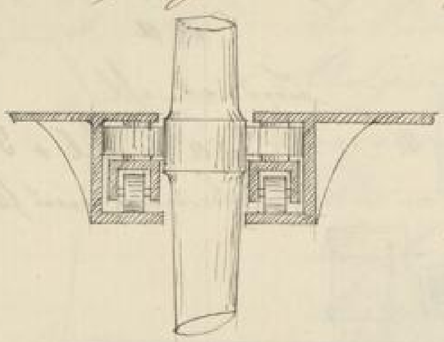
Es ist hieraus ersichtlich, dass für gute Krahnen c man gross machen muss.

BD muss so construirt werden, dass kein Knicken eintritt; heissen wir diejenige Kraft, welche dem entgegenwirken soll H_4

so ist. $$H_4 c = fG_1 + Qb$$

$$H_4 = Q\frac{b}{c} + G_1\frac{f}{c}$$

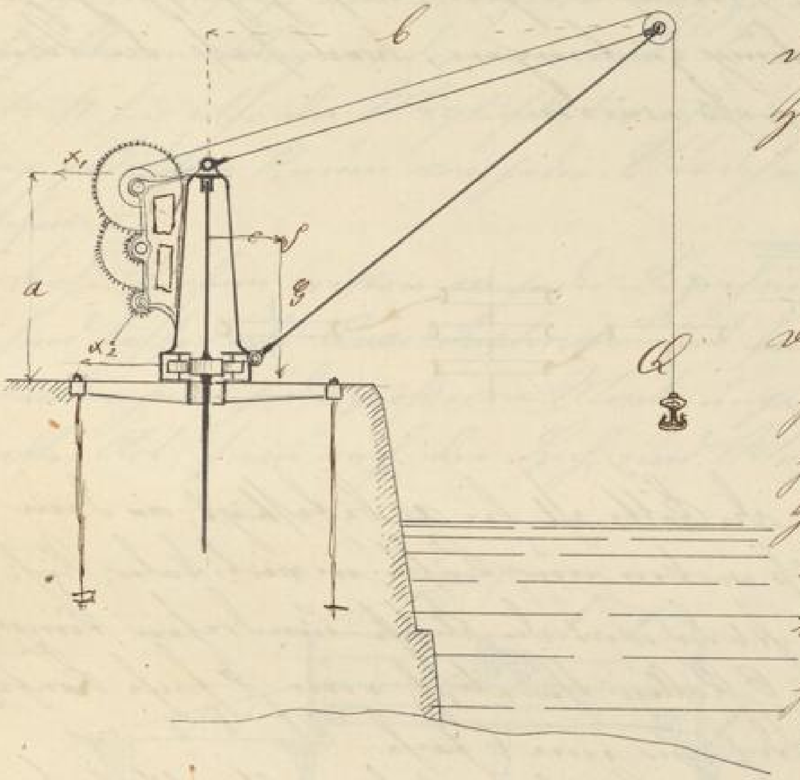
Für diesen Fall wäre es günstig AC hoch zu machen



Für starken horizontal Schub wird es bedenklich Zapfen an die Rollen anzubringen, weshalb man dieselben, wie in beistehender Skizze auf einen Rollwagen legt.

Quai-Krahn.

mit freidrehbarem Obertheil.



der Druck am obern Zapfen ist.

$$x_1 a = Qb + Gc$$

$$x_1 = Q\frac{b}{a} + \frac{Gc}{a}$$

die Säule für sich zu machen ist das günstigste für den Zapfen. Um nun das Umkippen des Krahns zu verhindern müssen wir denselben entweder mit einer großen Fußplatte oder einem Keil der tief in das Mauerwerk eindringt, versehen.

Das Moment welches die Säule von der Wurzel abzubrechen strebt, ist $x_1 a$ und unabhängig von a, richtet sich nach Q und b.

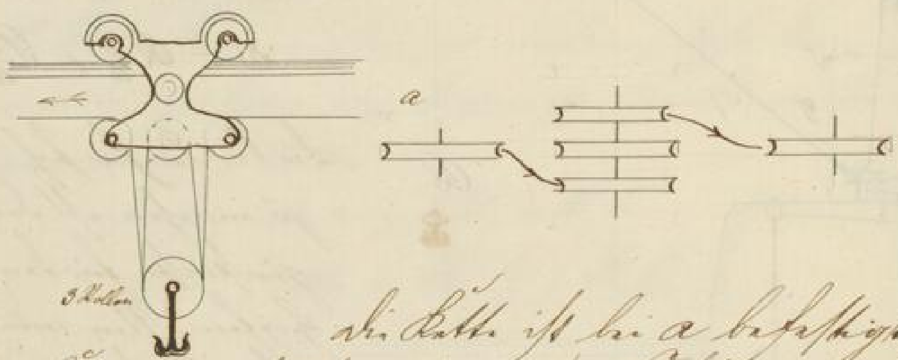
Fragen wir nun nach der Rollenpressung, so haben wir $x_2 a = Qb + Gc$

und $x_2 = Q\frac{b}{a} + G\frac{c}{a}$

Darnach sind also die Zapfen für die Rollen zu construiren

Giesserei = Krahn.

Für sehr große Lasten ist es zweckmäßig Flaschenzüge mit in Anwendung zu bringen, weil sonst die Winden für sich zu groß würden.



Die Kette ist bei a befestigt, an dem Flaschenzug selbst wirken nur Kräfte in vertikaler Richtung, also ist nichts da, was die Flasche umdrehen könnte. Wir haben hier bei 6 Rollen theoretisch eine 8fache Kraft, in Wirklichkeit jedoch nur eine 6fache.
Nehmen wir hiezu eine Winde mit doppelter Uebersetzung und 4 Mann, so haben wir

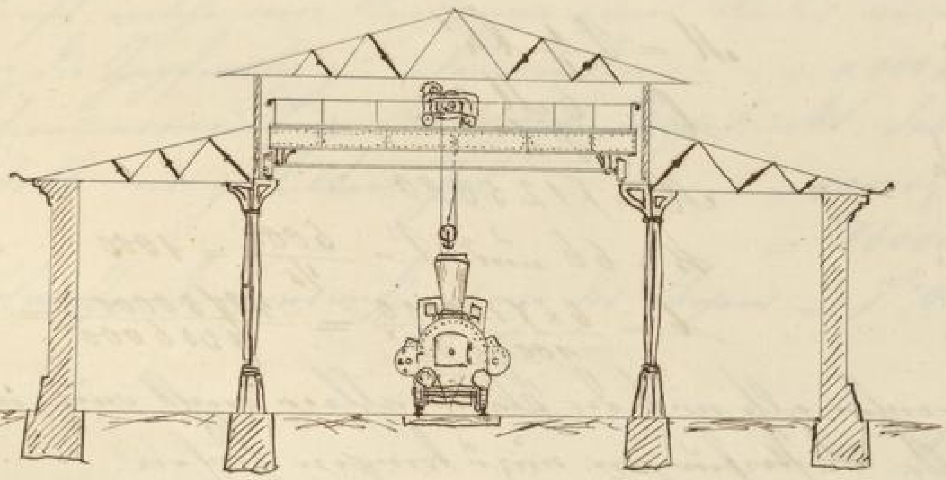
$$64 \times 6 \cdot 5 \times 3 = 5760 \text{ Kilg} = 100 \text{ Ctr}$$

Mit 4fachem Flaschenzug $= \frac{4}{23040} = 200$ Ctr

Was nun das Anfertigungsmaterial für Krahnen betrifft, so ist es genügend in geschlossenen Räumen dieselben aus Holz zu fertigen, im Freien hingegen dieselben aus Gußeisen oder Schmiedeisen zu fertigen.

Lauf=Krahn.

Derselbe besteht aus 2 rechtwinkelig zu einander verschiebbaren Wagen, der eine mit, der andere ohne Winde. Es ist hier also die Möglichkeit vorhanden einen parallelepipedischen Raum von jeder Ausdehnung zu beherrschen.
Diese Krahnen leisten in jeder Beziehung Eminentes sind besser als Quai-Krahnen und finden ihre Anwendung in jeder größeren Montirungswerkstätte aller Art, sowie auch bei Hoch und Wasserbauten u. s. w.



Es ergeben sich für einen Laufkrahn, der mit 4 Mann betrieben wird, folgende Verhältnisse.
der Druck, den ein Mann ausübt zu 16 Kilogr. gerechnet

$$16 \times 4 \times 6 \times 5 \times 3 = 5760.$$

Last Q – – – – – – = 23000 Kilgr.

Zugkraft am Seil, das sich aufwickelt = 5750 Kilg.

Durchmesser des Kettenrades – – = 2 cm

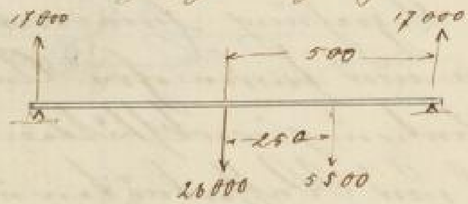
" " einer Welle des Flaschenzugs = $0.12\sqrt{\frac{23000}{2}} = 13$ cm

" einer Rolle " " = 78 cm

Länge eines Blechträgers – – = $10 \times 100 = 1000$ cm

Höhe eines " " – – = $\frac{1}{15} \times 1000 = 66$ cm

Wahrscheinlicher Druck der Achse = $\frac{23000}{2} = 11500$ k.



$17000 \times 500 - 5500 \times 250$

Bruchmoment für beide Träger

7125000 Kilgcm

Die Platten sollen auf 1/5 in Anspruch genommen werden.

$$M = P\,\frac{1}{6}\,b h^2$$

$$b = \frac{6M}{P h^2}$$

$$M = 7125000$$

$$h = 66 \text{ und } P = \frac{5000}{1/5} = 1000$$

$$b = \frac{6 \times 7125000}{1000 \times 66^2} = \frac{42750000}{4356000} = 10.$$

Wir reichen also mit der Platte allein nicht aus, müssen also Versteifungen anzubringen suchen.

$$h = \frac{1}{10} \times 1000 = 100 \text{ cm}$$

$$\frac{P}{6h}\left(b_1 h_1^3 + b(h^3 - h_1^3)\right) = \frac{M}{2}$$

Bruchmoment für beide Träger.

$$(b_1 - b) h_1^3 + b h^3 = \frac{6hM}{2P} = \frac{3hM}{P}$$

$$b_1 = 2\ ,\ b = 20\ ,\ h_1 = 100.$$

$$18 \times 100000 + 20 \times h^3 = \frac{3 \times 7125000}{1000}\, h$$

$$18000000 + 20h^3 = 21375\, h$$

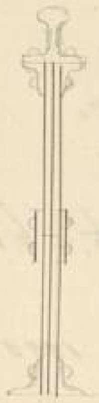
$$20h^3 - 21375\, h = 18000000$$

$$h = 120,\ h^3 = 1728000 \times 20$$

$$34560000 - 2565000 = 18000000$$

$$31995 = 18000$$

$$h = 115$$



Durchmesser eines Zapfens des grossen Wagens
- - - - - - - $= 0{\cdot}12 \sqrt{\frac{14300}{8}} = 7{\cdot}86$

Durchmesser eines Rades dto - - $= 8 \times 7{\cdot}86 = 62{\cdot}8.$

Druck auf einen Zapfen - - $= 4000$ Kilg.

Kraft, welche am Umfange eines Rades wirken muss um die Zapfenreibung zu überwinden - - - $= 4000 \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{8}$

Torsionsmoment in Kilg. Met. ausgedrückt, das die Welle auszuhalten hat - - - - - $= 4000 \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{8} \times 8 \times \frac{63}{2}$
$= 16000$ Kilg.

Durchmesser der Transmissionswelle des Wagens $= 7{\cdot}4.$

Krahn für 600 Ctr.

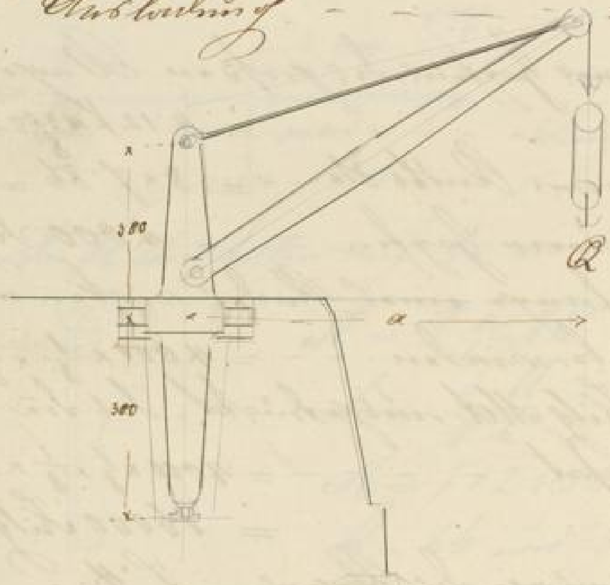
Schachtkrahn.

Last 600 x 50 ---- = 30000 Kilogr.

Wahrscheinliches Gewicht -- = 12000 "

Höhe der Rolle über dem Boden = 600 Ctm.

Ausladung ---- = 600 Ctm.



$$M = \frac{P}{6h}\left\{b_1 h_1^3 + b(h^3 - h_1^3)\right\}$$

$P = \frac{6000}{5} = 1000$

$h = 100$

$h_1 = 100 - 2\delta$

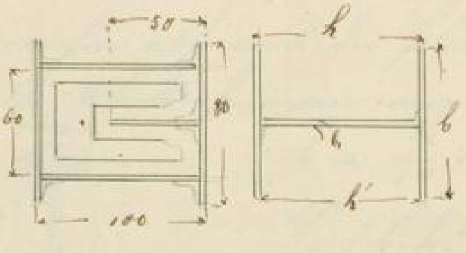
$b = 80$

$b_1 = 2\delta$

$a = 600$

$Q = 30000$

δ darf nicht kleiner als 1 cm genommen werden, probiren wir $\delta = 1$ cm zu setzen und sehen was herauskommt.



$\delta = 1$

1000
100
98
80
2
60
600
30000

$$\frac{1000}{600}\left\{2 \times 98^3 + 80\left(100^3 - 98^3\right)\right\} = 18000000$$

Es kömmt hier heraus 18·978 343.
dies wäre zu schwach, wir müssen also die Blechstärke kräftiger nehmen, setzen also $\delta = 1·5$ cm u. probiren neuerdings

$\delta = 1·5$

1000
100
97
80
3
600
30000

$$\frac{1000}{600}\left\{3 \times 97^3 + 80\left(100^3 - 97^3\right)\right\} \text{ soll } = 18\ 000\ 000.$$

Es kommt hier 16000 000 heraus, was abermals zu schwach wäre, nehmen wir $\delta = 1·7$ cm und probiren wieder bis wir zu einem Resultate kommen.

$\delta = 1·7$

1000
100
96·6
80
3·4
600
30000

$$\frac{1000}{600}\left\{3·4 \times 96·6^3 + 80\left(100^3 - 96·6^3\right)\right\}$$

soll = 18 000 000 sein

Wir bekommen diesmal 18 250 000 können die Blechstärke δ also zu 1·7 cm nehmen

Zwei & Dreifüsse.

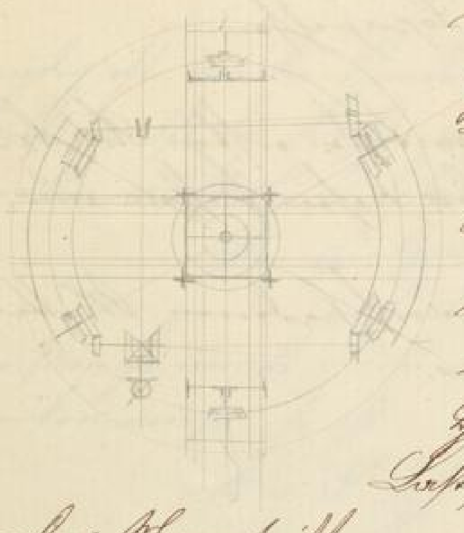
Man wendet dieselben hauptsächlich beim Aufstellen als Aufrichtgerüste etc an.
Die einzelnen Theile müssen gegliedert sein und dürfen nicht fest verbunden sein.
Für schwere Lasten stellt man die Dreifüsse in Form von Röhren aus Eisenblech her, für geringere Lasten aus Holz. Die Winden sind dieselbe Constructionen wie die schon früher beschriebenen.
Zweifüsse wendet man häufiger in Werften zum Montiren von Schiffen, etc an.
Es wurde z. B. der Obelisk à Paris mittelst eines solchen Zweifusses aufgerichtet.
Wir kommen nun zu den

Schiebebühnen & Drehscheiben.

Beide haben den Zweck um Fahrzeuge aus einem Geleise in das andere zu bringen.
In der Grube können beliebig viele Geleise angebracht sein. Ist Locomotive sammt Tender zu verschieben, so muss noch eine Winde angebracht werden um die Schiebebühne

fortzübewegen.
Die Drehscheiben dienen hauptsächlich dazu ein Fahrzeug von einem Geleis auf ein anderes zu bringen, das mit dem ersteren einen x bel. Winkel bildet.
Auch hier gibt es solche für Wagen und solche für Maschinen sammt Tender.
Das Ganze besteht aus einem Ring, der durch ein System

von Rollen getragen wird.
Für größere Scheiben wendet man oft Blechträger an für Dimensionen von 32 - 34' kann man folgende Construction anwenden.



Durchm. der Drehscheibe --- = 12 Mtr.
Höhe eines Tragbalkens --- = $\frac{12}{16}$ = 75 cm
Locom. sammt Tender --- = 36 tonnen = 36000 Kilo
Gewicht der Drehscheibe --- = 12 tonnen
= 12000 Kilo
Das Totalgew. liegt auf 6 Rollen, also kommen auf eine Rolle --- = 2000 Kilo
halbes Gewicht ---- = 6000 Kilo
Last für einen Träger --- = 24000 K.
Das Moment ist --- = 5250 x 300 - 5250 x 150
= 787500.

Pressen.

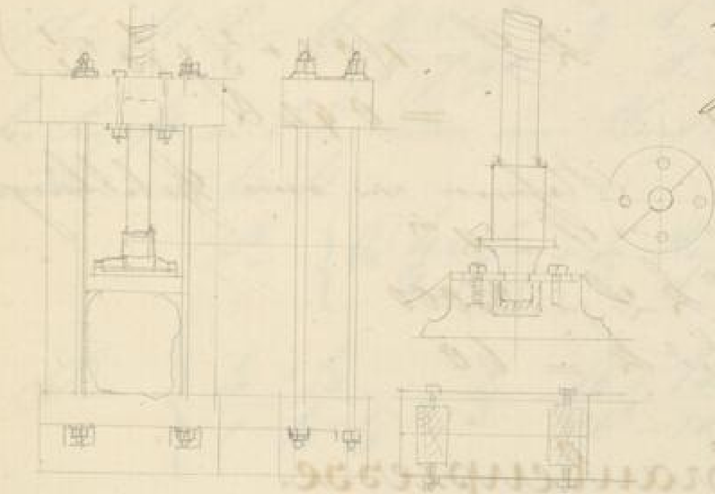
Dieselben können wir eintheilen nach dem Zweck
1. in Pressen die eine Volumenverminderung bewirken sollen. (Packpressen, Waarenpressen.
2. Pressen zum Verdichten, Luftpressen, Gas zu comprimiren. Um weiche Körper zu verdichten.
3. Pressen, die dazu dienen um aus irgend einem Material Saft herauszupressen.
4. Formpressen, um plastisches Material in eine gewisse Form zu bringen, sowie auch festes Material, wie Glas, etc.
5. Pressen um auf eine Oberfläche einzuwirken. Appreturpressen, Glattpressen, Satinirpresse, Kalander, Druckmaschine, Druckerpressen, Copirpressen.
6. Münzpressen.

Wir werden uns hauptsächlich mit der ersten Art beschäftigen, übrigens sind bei allen diesen Pressen nur die Werkzeuge verschieden.
Unterscheidet man nach den verschiedenen Mitteln, die man anwendet, so hat man:
1. Hebelpressen.
2. Keilpressen.
3. Walzenpressen.

4. Kniepressen.
5. Schraubenpressen.
6. Hydraulische Pressen.

Betrachten wir nun zuerst die

Schrauben Presse.



Die Schraube wird hier durch ein Schaltwerk in Bewegung gesetzt, die Zapfen der Spindel haben beistehende Form.

Fragen wir hier nun nach der Kraft welche nothwendig ist, um die Spindel zu drehen?

Heißen also die Kraft, welche am Umfange der Spindel wirken muß P, so haben wir:

$$P = Q \frac{tg\,\alpha + f}{1 - f\,tg\,\alpha} + \frac{2}{3} Q f \frac{\delta}{d}$$

Heißen ferner K die Kraft, welche an der Schaltstange wirken muß, so ist:

$$K = P \frac{\frac{1}{2} d}{L} = \frac{d}{2L} \left(\frac{tang\,\alpha + f}{1 - f\,tg\,\alpha} + \frac{2}{3} f \frac{\delta}{d} \right) Q.$$

Fragen wir nach dem Effect bei einer gewissen Spindeldicke.

Durchmesser der Spindel ———— 8cm

Querschnitt " " ———— $= 50^{\square cm}$

Druck(Spannung) auf $1^{\square cm}$ ———— $= \frac{5000}{10} = 500$ k.

Druck Q ———— $= 500 \times 50$

$= 25\,000$ Klg

Querschnitt einer Stange ———— $= 12{\cdot}5^{\square cm}$

$$f = \frac{1}{10}, \quad tg\,\alpha = \frac{1}{10}, \quad \frac{\delta}{d} = \frac{1}{2}, \quad d = 8$$

$$k\,L = 4\left(0{\cdot}2 + \frac{2}{3} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{2}\right) = 0{\cdot}92\,Q$$

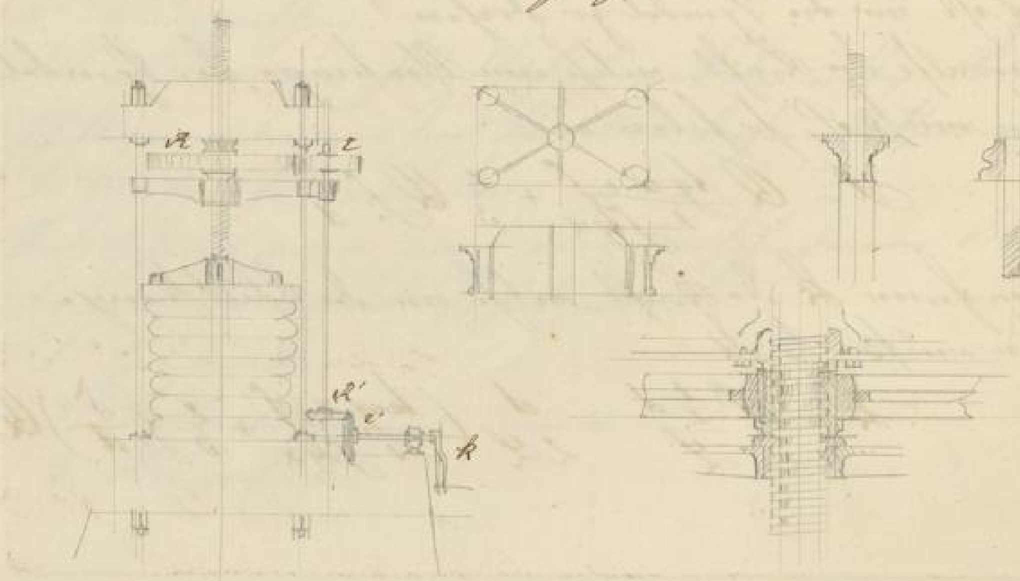
Nehmen wir eine Hebellänge $L = 4^m$

so ist $k\,L = 23000$

und $k = 60$

Schraubenpresse.

mit Räderübersetzung, Kurbel od. Haspel.



Wir wollen nun sehen, was wir mit einer Spindel von 12^{cm} Durchmesser leisten können.

Durchmesser der Spindel ---- $= 12^{cm}$

Querschnitt derselben ------ $= 113\,\square^{cm}$

Druck auf $1\,\square^{cm}$ ------ $= 300$ Kilg.

Gesammtdruck Q ---- $= 113 \times 300$

$= 34\,000$ Kilg.

Durchmesser einer Säule ---- $= 6^{cm}$

Nun ist $P = Q\dfrac{tg\alpha + f}{1 - f\,tg\alpha} + \dfrac{2}{3}\,\dfrac{d_1^3 - d_0^3}{d_1^2 - d_0^2}\,f_1 + \dfrac{Q}{D}$

die Kraft mit der man am Umfange der Kurbel wirken muss, ist:

$$P = \left\{ Q\frac{tg\alpha + f}{1 - f\,tg\alpha} + \frac{2}{3}\,\frac{d_1^3 - d_0^3}{d_1^2 - d_0^2}\,f_1\frac{Q}{D} \right\} \frac{\frac{D}{2}}{R}\,\frac{r}{R_1}\,\frac{r'}{R}$$

$$P = \left\{ \frac{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}{1 - \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}} + \frac{2}{3}\,\frac{16^3 - 14^3}{16^2 - 14^2} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{12} \right\} 34\,000 \times \frac{1}{3} \times \frac{6}{36} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3}$$

$$P = 34\,000 \left\{ 0{\cdot}2 + 0{\cdot}13 \right\} \frac{1}{100} = 34\,000 \times 0{\cdot}33 \times \frac{1}{108}$$

$$= 11220 : 108 = 100$$

Wir können nun statt der Kurbel auch ein Haspel anwenden, indem wir machen:

Halbmesser des Haspels ------ $= 72$

Kraft am Haspel -------- $= \frac{100}{2} = 50.$

Moment der Räder -------- $= 36 \times 100 \times 3 \times 6$

(d_0) ---------- $= 12^{cm}$

Halbmesser für R Ansteig -------- $= 6 \times 72 = 72^{cm}$

$\partial E_1 = Q\frac{l}{2}$. (17) Res. Rech.

Hydraulische Presse.

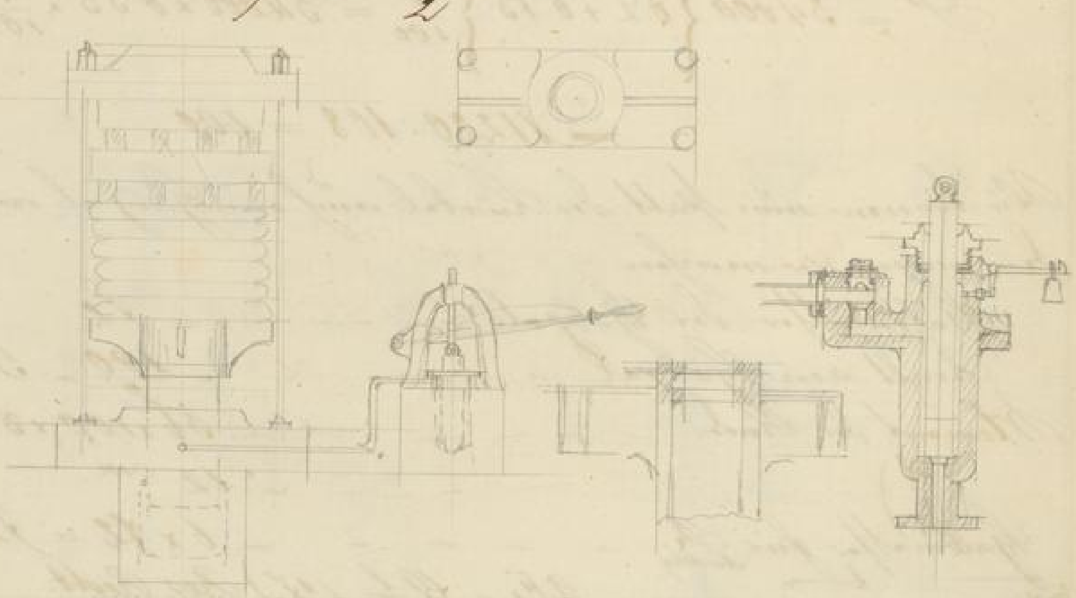
Wir können hier mit einer Kraft P einen Widerstand Q überwinden.
A, a. sind die beiden Querschnitte der Kolben

$$\frac{P}{a} = \frac{Q}{A} \text{ und } Q = \frac{A}{a} P$$

Nehmen wir z.B. $a = 4$, $A = 400$
so wird $\frac{A}{a} = 100$.

die Wege müssen sich verkehrt verhalten wie die Kolbenquerschnitte.
Nun steht es uns frei entweder die Metalldicke oder die Pressung anzunehmen, es ist auch bei allen hydraulischen Pressen als Regel angenommen die Wanddicke gleich dem Halbmesser des Kolbens zu machen.

also $\delta = \frac{1}{2} D$.



$$\delta = \frac{D}{2}\left[\sqrt{\frac{\mathfrak{K}+p_0}{\mathfrak{K}+2p_1-p_0}} - 1\right]$$

p_0 bedeutet hier die Pressung der Flüssigkeit im Innern

$$1 = \sqrt{\frac{\mathfrak{K}+p_0}{\mathfrak{K}+2p_1-p_0}} - 1$$

$$\frac{\mathfrak{K}+p_0}{\mathfrak{K}+2p_1-p_0} = 4$$

$$\mathfrak{K}+p_0 = 4\mathfrak{K}+8p_1-4p_0$$

$$5p_0 = 3\mathfrak{K}+8p_1$$

$$p_0 = \frac{3\mathfrak{K}+8p_1}{5}$$

Nehmen wir $p_1 = 1$ Kilg. die Spannung, welche im Innern des Materials eintreten darf ist

$$\mathfrak{K} = \frac{1200}{3} = 400$$

also $p_0 = \frac{1200+8}{5} = \frac{1208}{5} = 241$ Kilg auf 1 □cm

das Material ist auf 1/3 der absol. Festigkeit in Anspruch genommen.

Die Pressen können auf 200 Atmosphären gespannt werden.
Heißen wir nun Q den Druck, welchen wir hervorbringen wollen, so ist: $Q = 241\,A$.

Nehmen wir beispielsweise an

$$D = 30\text{cm},\quad A = 700\ \square\text{cm}$$

$$Q = 241 \times 700 = 168700 \text{ Kilg}$$

Spannung für 1 □cm der Säule ---- $= \frac{4800}{6} = 800$

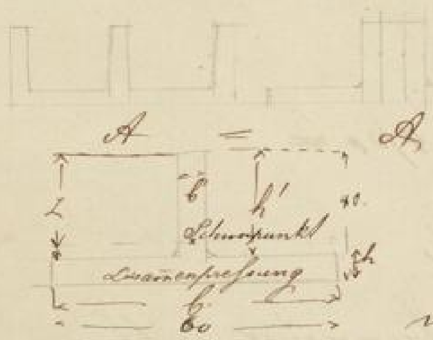
Querschnitt einer Säule ---- $= \frac{168700}{4 \times 800} = 53$ □cm

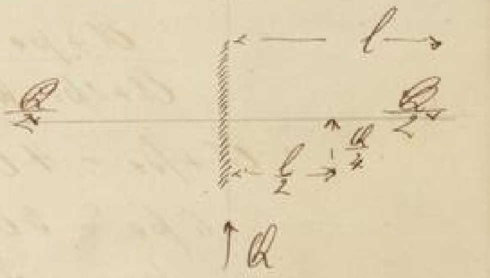
Durchmesser einer Säule ---- $= 8{\cdot}2$ cm

$\frac{l}{L}$ ist das Uebersetzungsverhältniss; $p_0\,d$ die Kraft mit welcher der Kolben hineingepreßt wird.

$$p_0\, d\, \frac{l}{L} = P,\quad p_0 = 241,\quad \frac{l}{L} = \frac{1}{10},\quad d = 4.$$

$$\text{Also } P = 241 \times 4 \times \frac{1}{10} = \frac{964}{10} = 96 \text{ Kilg.}$$





Dieser Druck $p = 96$ Kilg ist immerhin noch stark. Weiss man die Grösse der Kolben, so macht man die übrigen Bestandtheile nach praktischer Einsicht. Ueber die obere und untere Befestigungsplatte ist folgendes zu sagen: Q ist der Gesammtdruck nach der Rechnung 16000.

Das Moment $Q\frac{l}{4} = \mathfrak{P}\frac{1}{3z}\left(b\left((h+h_1-z)^3-(h_1-z)^3\right)+b_1\left(z^3+(h_1-z)^3\right)\right)$ (1)

$$z = \frac{1}{2} \times \frac{bh^2 + b_1h_1^2 + 2bhh_1}{bh + b_1h_1} \quad (2)$$

Dividiren wir 2 durch h^2: $\frac{z}{h} = \dfrac{\frac{1}{2}\frac{b}{h} + \frac{b_1}{h}\left(\frac{h_1}{h}\right)^2 + 2\frac{b}{h}\cdot\frac{h_1}{h}}{\frac{b}{h} + \frac{b_1}{h}\times\frac{h_1}{h}}$

Wir dividiren (1) durch h^4 und erhalten

$$Q\frac{l}{4} = \frac{\mathfrak{P}}{3}\,\frac{\frac{b}{h}\left(\left(1+\frac{h_1}{h}-\frac{z}{h}\right)^3-\left(\frac{h_1}{h}-\frac{z}{h}\right)^3\right)+\frac{b_1}{h}\left(\left(\frac{z}{h}\right)^3+\frac{h_1}{h}\left(\frac{z}{h}\right)^3\right)}{\left(\frac{z}{h}\right)\frac{1}{h^3}}$$

$$Q\frac{l}{4} = \frac{\mathfrak{P}}{3}\,h^3\,\frac{\frac{b}{h}\left[\left(1+\frac{h_1}{h}-m\right)^3-\left(\frac{h_1}{h}-m\right)^3\right]+\frac{b_1}{h}\left[m^3-\left(\frac{h_1}{h}-m\right)^3\right]}{m}$$

$$Q\frac{l}{4} = \frac{\mathfrak{P}}{3}\,h^3\,C$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{3}{4}\,\frac{Ql}{\mathfrak{P}C}}$$

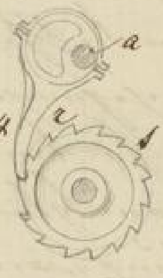
In einem langen Cylinder von kleinem Durchmesser bewegt sich ein Kolben k, der nach beiden Seiten hin ausläuft in eine dicke und eine dünnere Kolbenstange. Am Ende der dickeren Kolbenstange ist der Stoßbohrer S befestigt. Die dünnere Kolbenstange ist jedoch nicht am Kolben fest, sondern nur in diesen hineingesteckt und der Kolben kann sich auf dieser Stange hin u. herbewegen, jedoch nicht drehen. Selbst hin & herbewegen kann d[iese] sich nicht, sondern nur in der Kopfbüchse drehen.

Die comprimirte Luft tritt nun in den Schieberkasten M ein u. wirkt durch die Kanäle c & c, abwechselnd vor und hinter den Kolben; tritt sie durch den Kanal c, so wirkt sie auf eine größere Fläche des Kolbens, als wenn sie durch den Kanal c, tritt, da die Kolbenstangen ungleich dick sind. Der Bohrer wird deshalb mit größerer Kraft ins Bohrloch getrieben, als er zurückgetrieben wird. Die Steuerung wird durch ein kleines Dampfmaschinchen bewegt (das aber statt durch Dampf mit Luft getrieben wird.) Dies Maschinchen dreht zunächst eine Welle a, auf welcher sich eine einseitig abgeschrägte Scheibe f befindet, gegen welch letztere die Schieberstange mittelst einer Feder angedrückt wird, und auf diese Weise hin und herbewegt, wenn die Scheibe sich dreht. Ist nun die Maschine eine Zeitlang gegangen, so kommt der Bohrer immer tiefer ins Loch, mithin kommt auch der Kolben weiter vor und dieser würde am Cylinderdeckel anstoßen, wenn nicht folgende Vorrichtung wäre: Am Gestelle ist eine Zahnstange Z angebracht, in welche der Sperrhaken C eingreift.

Ist nun der Hebel sammt Kolbenstange so weit vorgerückt, daß der Kolben beinahe anschlagen würde, so stößt i gegen n und schiebt dadurch die Zugstange ein Stück mit fort, mit letzterer bewegt sich aber auch die Auslösung h fort, greift in e ein und da h fortwährend durch den Schalthaken c gedreht wird, so dreht sich jetzt auch p mit. p ist aber eine Schraube ohne Ende, die im Gestelle läuft. dreht sich also p, so wird es sich im Gestelle (aus 2 untereinanderliegenden Backen b bestehend) fortbewegen und die ganze Maschine mitnehmen, so daß wieder genug Spielraum für den Kolben und Hebel da ist. Die Maschine bewegt sich jedoch nur so lange fort, bis h u. e wieder ausgelöst sind, und dann beginnt das Spiel von Neuem. Ein bedeutender Vortheil bei dieser Einrichtung ist noch, daß diese Fortbewegung, ob rasch oder langsam sich nach der Härte des zu durchbohrenden Gesteins richtet. Ferner ist vortheilhaft, daß die Steuerung durch eine ganz isolirte Maschine D bewirkt wird, so daß die Schwere der Arbeit auf die Steuerung auch gar keinen Einfluß hat.

Fig. 4. stellt die Schalthaken c dar, an der Steuerwelle a ist eine excentrische Scheibe befestigt und an dem Excenterring ist der Schalthaken befestigt, der eine fortwährend hin u. hergehende Bewegung macht und dadurch das Sperrrad d mit herumdreht.

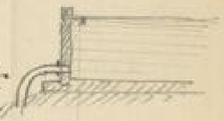
fig. 4

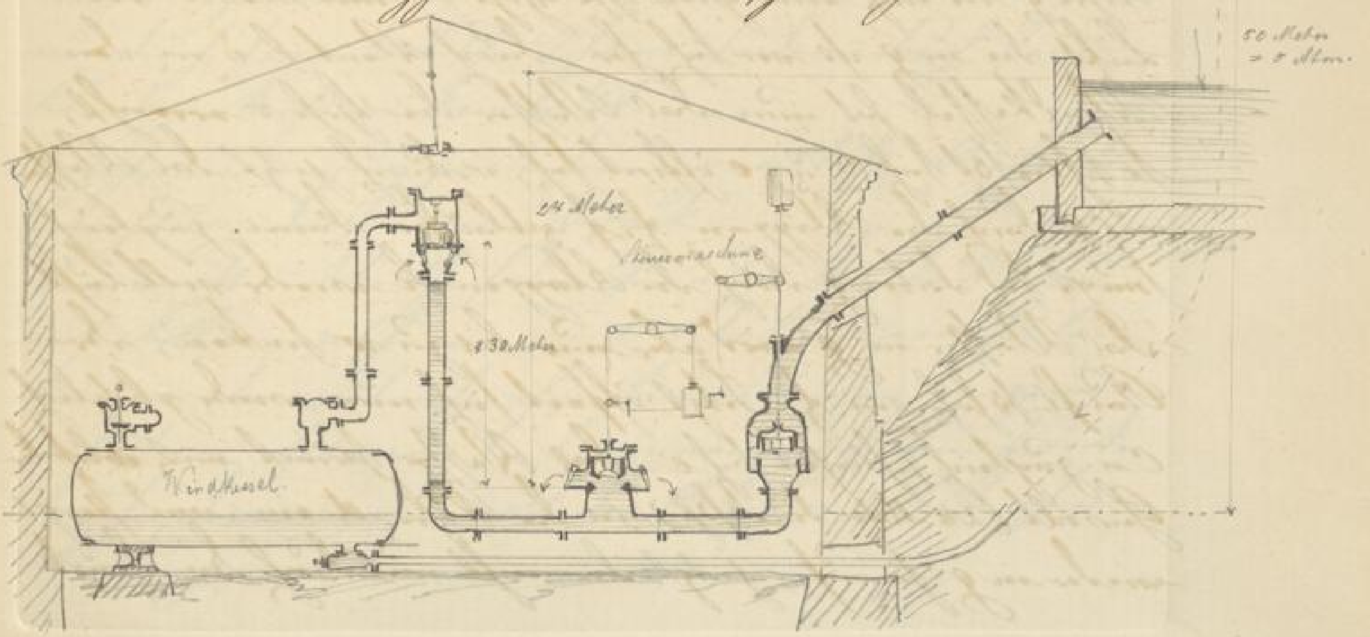


Einige constructive Daten der Bohrmaschine sind:

Anzahl der arbeitenden Bohrmaschinen	6.
Größter Hub	28 cm
Cylinderdurchmesser	6.3 cm
Anzahl der Schläge per Minute	200.
Durchmesser des Steuercylinders D	6 cm
Hub desselben	6 cm
Anzahl der Touren pro Minute	200
Pressung des Windes	4.5 Atmosph.
Totale Länge der Maschine	2.70 Meter
Gewicht einer " "	4 Centner.
Anzahl der Bohrlöcher einer Masch. in 6 Stunden	8–10.
Bohrlochweite 4–6 cm, Tiefe desselben	90 cm
Anzahl der verwendeten Bohrersorten pro Loch	3.

Was nun bei dieser Maschine aber eigentlich angeht, das ist der Kraftaufsammlungsapparat, die Luftcompressionsmaschine. Das Gefälle beträgt 50 Meter und die Luft wird durch einen Druck von 5 Atmosphären in die Maschinen geleitet.





Daten:

Anzahl der Windkessel	10.
Länge eines "	10 Meter
Inhalt " "	17 kub. Meter
Wanddicke "	12 Millimeter.
Pressung in einem "	5 Atmosphären.
Höhe der Luftsäule	4.30 Meter
Höhe des Treibwassers	24 Meter
Höhe des Hebewassers.	50 Meter.
Luftmenge pr. 1 Spiel und 1 Kessel	1.3 kub. Meter
Anzahl der Spiele per 1 Minute	3.

Das Spiel der Maschine ist nun folgendes:

Aus dem Bassin A tritt das Wasser in die Röhre b und gelangt durch das Ventil c in d, Ventil e ist jetzt geschlossen, also geht das Wasser weiter u. steigt in der Röhre g bis auf eine gewisse Höhe v, und treibt die Luft die in g ist vor sich her, durch Ventil i in den Windkessel hat nun das Wasser die Höhe v erreicht, so schließt sich c u. e öffnet sich, wodurch jetzt das Wasser aus g durch die Klappen f ablaufen kann, zugleich saugt sich dabei g durch die Klappen h wieder voll Luft. Das Wasser in g wird aber nur bis zu w sinken, der Ausflußhöhe von f. Jetzt öffnet sich nun wieder plötzlich c u. zugleich schließt sich e. das Wasser strömt mit colossaler Gewalt (24 Meter Druckhöhe) in die Röhre d ein, und steigt wieder in g hinauf, jetzt aber nicht nur durch den Druck der 24 Meter hohen Wassersäule, sondern auch zugleich durch seine eigene lebendige Kraft; denn wenn eine Wassermasse, wie in b und d enthalten ist, in heftiger Bewegung ist, so besitzt es auch eine ganz bedeutende lebendige Kraft, und vermöge dieser plus dem eigentlichen Gewicht der Wassersäule, treibt dieselbe die in f enthaltene Luft durch das Ventil e in den Windkessel hinein, indem es noch das mit 5 Atmosphären belastete Ventil aufdrücken muss. Um nun die Spannung im Kessel auf demselben Standpunkt zu erhalten, steht derselbe durch ein Rohr n mit einem 50 Meter hohen (auf einem ½ Stunde entfernt gelegenen Berge) Bassin oder Wasserreservoir in Verbindung, durch welch letzteres also immer die Spannung auf 5 Atmosphären erhalten wird.

Aus dem Windkessel tritt dann die Luft durch Ventil m in das Rohr l, das bis zur Maschine in den Tunnel führt. Aus diesem Beispiele sehen wir, dass man auch gewaltige Kräfte erzielen kann, wenn man das Wasser nicht nur durch seine statische (Schwere) sondern durch seine lebendige Kraft wirken lässt.

Kehren wir nun zu unserer eigentlichen Aufgabe, Betrachtung der Pumpen zurück.

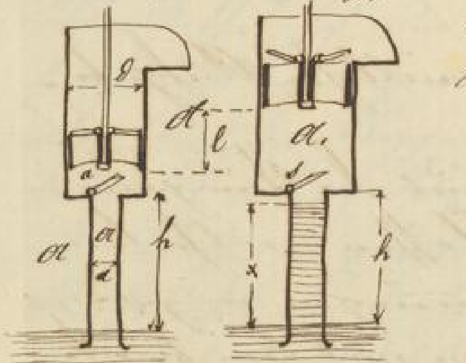
Den meisten Werth haben für uns die Pumpen mit Kolben, welche wir in 2 Klassen eintheilen können, oder vielmehr ihre Benennungen in zwei Klassen: Entweder sie benennen nach dem Zwecke dem sie dienen, oder nach der Art und Weise ihrer Wirkung.

1. Brunnenpumpen	1. Saugpumpen
2. Hauswirthschaftspumpen	2. Hebepumpen
3. Fabrikpumpen	3. Druckpumpen
4. Kesselspeisepumpen	4. Saug & Druckpumpen
5. Grubenpumpen	5. Einfachwirkende Pumpen
6. Feuerspritzen	6. doppelt "
7. Städtische Wasserleitung.	7. Pumpen mit Klappen
	8. Pumpen mit massivem Kolben
	9. " " Plunger Kolben
	10. " " rotirendem Kolben

Die einzige Hauptcharakteristik, die allen Pumpen gemein ist und dieselben von andern Wasserhebungsmaschinen unterscheidet, ist eine abwechselnde Erweiterung & Verengerung des Raumes, welchen das Wasser passiren muß.

Wir haben nun hauptsächlich das Ansaugen und den Beharrungszustand zu betrachten.

Den schädlichen Raum einer Pumpe nennt man den ganzen Raum zwischen Saug & Druckventil, wenn der Kolben seine tiefste Stellung hat.



Denken wir uns eine Pumpe sei in Ruhe gewesen, kein Wasser in der Röhre, die Ventile geschlossen. Ziehen wir nun den Kolben in die Höhe, so wird zunächst der schädl. Raum a oder s vergrößert, wodurch die in ihm enthaltene Luft verdünnt, bis die im untern Rohr befindliche atmosph. Luft das Ventil aufdrückt; nun geht der Kolben weiter, verdünnt immer mehr die Luft bis zuletzt die äußere atm. Luft soviel Übergewicht erlangt, daß sie das Wasser in das Rohr hineinzutreiben vermag. Ist der Kolben oben angelangt, so fällt das untere Ventil vermöge seiner Schwere wieder zu, das Wasser bleibt in der Röhre stehen, der Kolben geht herunter, preßt dadurch die Luft im Raume a zusammen bis dieselbe die Kolbenventile aufstößt und nun entweicht, am Ende des Hubes angelangt schließen sich die Kolbenventile vermöge ihrer Schwere und das Spiel beginnt von Neuem, das Wasser steigt nach einigen Kolbenhüben in der Röhre höher u. höher bis über das Ventil, sodann über die Kolbenventile und läuft zuletzt oben ab.

Wir wollen nun zuerst untersuchen wie hoch das Wasser beim Aufsaugen in dem Rohre aufsteigt.

Heißen wir A die atm. Spannung
D den Durchmesser des Pumpencylinders
d " " " Saugrohrs
s den schädlichen Raum
h die Höhe vom Wasserspiegel bis zum Saugventil
l Kolbenhub
x die fragliche Steighöhe des Wassers bei einem Hub
so ist: $A_1 + x = A$
und es muß sich verhalten:

$$A_1 : A = \left(\pi \frac{d^2}{4} h + s\right) : \left(\pi \frac{D^2}{4} l + \pi \frac{d^2}{4}(h-x) + s\right)$$

bestimmen wir aus dieser Gleichung A_1, so ist

$$A_1 = A - x$$

und $$A_1 = \frac{A\left(\pi \frac{d^2}{4} h + s\right)}{\frac{\pi D^2}{4} l + \frac{\pi d^2}{4}(h-x) + s}$$

$$(A-x)\left[\frac{\pi D^2}{4}l+\frac{\pi d^2}{4}(h-x)+s\right]=A\left(\frac{\pi d^2}{4}h+s\right)$$

$$x=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{D}{d}\right)^2 l+A+h+\frac{s}{\frac{\pi d^2}{4}}\right]+\sqrt{\frac{1}{4}\left[\left(\frac{D}{d}\right)^2 l+A+h+\frac{s}{\frac{\pi d^2}{4}}\right]^2-\left(\frac{D}{d}\right)^2 l A}$$

Das A ist nun etwa 9–10 Meter oder 28 Fuß; für Pumpen darf es jedoch nicht so groß genommen werden, sondern immer nur 4 bis höchstens 7 Meter.
Wir können uns nun 2 Hauptfragen vorlegen:

1.) Welche Kraft ist nöthig zum Saugen, Drücken u. Heben des Wassers?
2.) Wie groß ist die Wassermenge, die überhaupt gehoben werden kann?

Die Saug- u. Druckhöhe ist eigentlich eine variable Größe, da der Kolben sich ja stets bewegt; wir rechnen daher diese Höhen immer von der mittleren Kolbenstellung an, und nehmen diese als Grenze der Saug- u. Druckhöhe an.

Betrachten wir nun einmal den Beharrungszustand einer Pumpe.
Der Druck der obern Luftsäule auf den Kolben von oben ist $1000\frac{\pi D^2}{4}A$, wenn A die Höhe der Wassersäule bezeichnet, die dem atm. Luftdruck entspricht; die Pressung des Wassers unter dem Kolben ist nur $1000\frac{\pi D^2}{4}(A-h)$, wenn h die Höhe des Kolbens über dem untern Wasserspiegel bezeichnet.
Die Kraft P, also mit der man jetzt am Kolben ziehen müßte, um ihn heraufzubringen, muß gleich der Differenz dieser beiden Pressungen sein; also

$$1000\frac{\pi D^2}{4}H - 1000\frac{\pi}{4}D^2(H-h_1) = P_1$$

$$\text{oder } 1000\frac{\pi}{4}D^2 h_1 = P_1 \quad \text{———} \quad (1.)$$

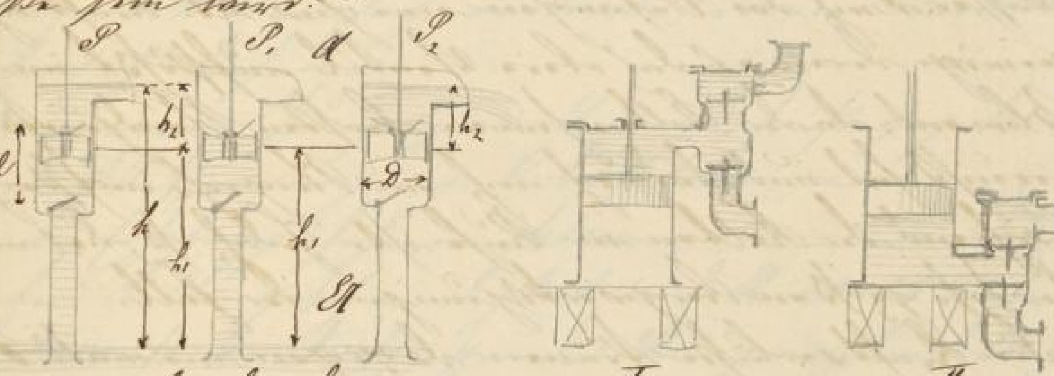
Auf dieselbe Weise finden wir P_2, wenn das Wasser gehoben oder gedrückt werden soll:

$$1000\frac{\pi D^2}{4} h_2 = P_2 \quad \text{———} \quad (2)$$

und endlich, wenn das Wasser zugleich gehoben und gedrückt werden soll:

$$1000\frac{\pi D^2}{4}(h_1 + h_2) = P \quad \text{——} \quad (3.)$$

Aus diesen P, P_1, P_2 können wir nun ersehen, welche Anordnung für eine gewisse Art von Pumpen die beste sein wird.



$h = h_1 + h_2$ I II

Art I oder Art II, denn bei I ist die Hauptkraft beim Heben des Gestänges und bei II ist die Hauptkraft beim Drücken.

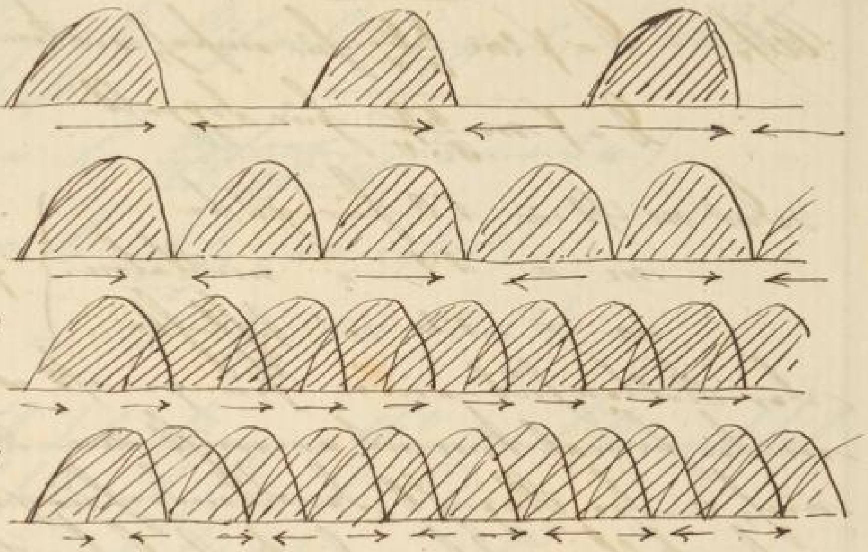
Ist l die Länge des Kolbenhubes, so ist die gelieferte Wassermenge für einfachwirkende Pumpen $q_1 = \frac{\pi D^2}{4} l$ und für doppeltwirkende $q_2 = 2\frac{\pi D^2}{4} l$ pro Doppelhub

In der That ist aber diese Wassermenge doch geringer und die nöthige Kraft größer, weil von der Abz... an

Kolbendichtungen etc., die Massenbeschleunigung der Gestänge, durch schlechten Ventilen etc. herrührt.
Fragen wir nun, was gut ist, damit die Kraft gering und die gelieferte Wassermenge groß wird?
Es muß folgenden Bedingungen entsprochen werden: Weite Röhren, innen glatt, langsamer Kolbenhub, große Ventile.

Bei vorzüglich gearbeiteten Pumpen können die gelieferten Wassermengen auf 0 reduziert werden, ja es kann soweit getrieben werden, daß eine Pumpe mehr als 100 % liefert; eine ausgeführte im Schwarzwald liefert 103 %; dies kommt daher, daß das Wasser durch das Ansaugen eine gew. leb. Kraft erhält vermöge deren es das obere Ventil aufstößt im Moment, da der Kolben seinen obersten Standpunkt erreicht hat und dadurch noch im Steigrohr aufsteigt, während der Kolben in Ruhe ist. Jedoch ist dies nur bei sehr großen Bergwerkspumpen der Fall.
Die Kraftverluste können dagegen niemals Null werden.

Die Hauptbestimmungen einer Pumpe sind:
Steighöhe, Wassermenge pro Stunde, Durchmesser des Cylinders, Kolbenhub, Geschwindigkeit v des Kolbens, die durchschnittlich 0·20 – 0·30 Meter sein soll.
Wollen wir die gelieferten Wassermengen verschiedenartiger Pumpen graphisch in Kurven und Flächen darstellen, so ergibt sich das folgende maßemi



für ein einfach wirkend.

für 2 einfach wirk. 1 doppelt wirk.

für 3 einfach wirk.

für 2 doppelt wirkend.

Die Pfeile deuten die Richtung der Kolbenbewegung an. Hart hält für das einfachste und beste Pumpwerk 3 einfach wirkende, deren Kurbeln unter 120° stehen.

Ist nun eine Pumpe zu construiren, so ist gegeben:

q die Wassermenge in Cub. Metern
h die Erhebungshöhe in Metern
v die Kolbengeschwindigkeit, in d. R. 20–30 cm

Hieraus ist der Durchmesser des Pumpencylinders zu bestimmen; wir haben

$$\frac{\pi D^2}{4} = q.$$

Wegen der Wasserverluste ist aber die gelieferte Wasserquantität kleiner u. wir fügen daher einen Coeffizient m zu, der bei sehr guten $= 1$ ist, bei guten etwas mehr als 1, bei schlechten noch etwas mehr; also haben wir denn auch:

$$\frac{\pi D^2}{4} = mq;$$ u. bei einem Kolbenhub

$$\frac{1}{2}\frac{\pi D^2}{4} = mq.$$

Also: $D = \sqrt{2m \frac{4Q}{\pi v}}$ für einfach wirkende Pumpen

$D = \sqrt{m \frac{4Q}{\pi v}}$ für doppelt " "

dabei ist m = 1.0 für gute
m = 1.1 " mittelm. } Pumpen.
m = 1.2 " schlechte

der Kolbenhub einer Pumpe ist willkürlich, denn in der Formel kommt er nicht vor. Nennen wir noch n die Anzahl der Umdrehungen pro Minute, v die Kolbengeschwindigkeit, l den Kolbenhub, so ist die Kolbengeschw. in einer Sekunde ausgedrückt durch:

$$\frac{2ln}{60} = v \quad \text{und}$$

$$\frac{30v}{n} = l \quad \text{und}$$

$$\frac{30v}{l} = n$$

Von diesen 3 Größen v, l, n sind also immer 2 gegeben, die 3te kann dann leicht gefunden werden. l ist in der Regel 90 – 120 Centimeter.

Die Geschwindigkeit des Wassers sollte eigentlich in den Röhren ganz dieselbe sein wie im Cylinder, es ist dies aber nicht immer möglich, da die Röhren sonst zu weit würden. Der innere Durchm. d der Röhren bestimmt sich durch folgende Formel; wenn w die Geschwindigkeit des Wassers in denselben ist, so haben wir:

$$\frac{\pi d^2}{4} w = Q$$

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi w}}$$

Ist L die Länge der Röhrenleitung, Z die Widerstandshöhe, so ist:

$$Z = L \frac{\text{Umfang}}{\text{Querschnitt}} (\alpha u + \beta u^2)$$

$$Z = L \frac{\pi d}{\frac{\pi d^2}{4}} (\alpha u + \beta u^2)$$

$$Z = L \frac{4}{d} (\alpha u + \beta u^2)$$

Die nöthige Pferdekraft einer Pumpe bestimmt sich einfach durch folgende Formel:

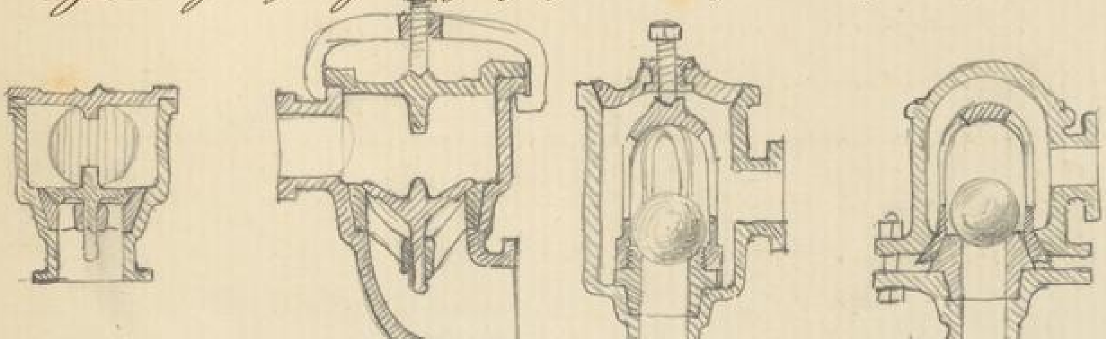
$$\frac{m \cdot 1000 (h + Z)}{75} = N.$$

Hiebei ist zu nehmen

$$\left.\begin{array}{l} m = 1{\cdot}10 \\ m = 1{\cdot}15 \\ m = 1{\cdot}20 \end{array}\right\} \text{je nachdem die Pumpe gut oder schlecht ist.}$$

Practischer Theil der Pumpen.

1. Die Ventile, konische, Klappen u. Kugelventile.
2. Kolben, massive, Ventil & Plungerkolben.
3. Gestänge hauptsächlich für Bergwerkspumpen.



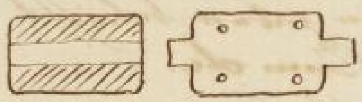
Mechanische Technologie.

Der Gegenstand den wir zu betrachten haben betrifft die praktische Ausführung unserer Pläne etc. – –
Die Arbeitsprozesse lassen sich eintheilen
a.) in Bearbeitung der Rohmaterials, Gießerei Schmiede.
b.) in Bearbeitung dieser aus Schmiede, Gießerei kommenden Arbeitsstücke, Schlosserei, Dreherei, Schreinerei etc.
In jeder completen Maschinenfabrik können wir immer ein technisches & kaufmännisches Bureau unterscheiden ferner sind immer vorhanden Schmiede, Gießerei, Formerei, Kupferschmiede, Schlosserei, Hobelei, Schreinerei, Dreherei, Ajustage, Magazin.
Die Modelle, gewöhnl. aus Holz, bei genauen Modellen wie bei Fabriken, die auf Spinnmaschinen arbeiten müssen aus Metall, Rothguß gefertigt werden.
Die Bedingungen bei jedem neuen anzufertigenden Modell sind folgende.
Es muß dasselbe nach einem sog. Modellmaßstab der größer als der andere etwa um $\frac{1}{98}$ – $\frac{1}{96}$ des wahren gefertigt werden, bei uns gewöhnlich aus 2' bestehend
1/8" ch. oder 1 bis 2 p. 1'

Das Holz muß jederzeit trocken und darf nicht knorrig sein
Für große, grobe Modelle kann Tannen, Forlen & Pappel
„ kleine feine „ „ Apfel, Birn etc. verwandt werden

Riemenscheibenmodelle, wie Rädermodelle müssen jederzeit verleimt werden, die Ecken gerundet oder mit Kitt ausgestrichen werden. Soll ein Loch in ein

Stück gegossen werden, so muss eine sog. Kernbüchse angefertigt werden und das Modell mit einem sog. Kern versehen sein.



Damit die Modelle leicht aus dem Sand gehoben werden können, muss man ihnen etwas Anzug geben und zur bessern Conservierung mit einem Lackfirniss überzogen werden.

Die alten Modelle müssen alle auf dem sog. Modellspeicher aufbewahrt werden und zwar alle Modelle von einer Maschine immer auf einem besondern Platz & ein Inventar geführt werden.

Formerei

Hier ist zu unterscheiden:

Sandformerei in der Regel wird mit Modell geformt, das Material ist der Sand.

Lehmformerei in der Regel wird ohne Modell geformt, das Mat. ist der Lehm.

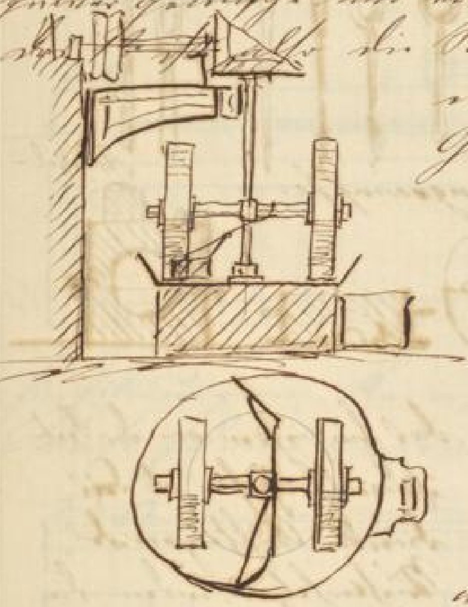
Kastenformerei für Hartguss, als Hartwalzen Kreuzungen etc.

Der Formsand ist feiner Quarzsand enthält 5 - 6% Thon, magerer Sand, fetter Sand wird für schwerere Gussstück genommen oder um weichen Guss zu erhalten.

Die Anforderungen an einen guten Formsand sind

1. dass er plastisch
2. fest
3. feuerbeständig und

4 dass sich das Modell gut ausziehen lässt.
Entspricht er diesen Bedingungen nicht, so bekommen
wir einen liederlichen Guss.
Zunächst wird der Sand gewaschen, mit Kohle oder Kohlen
pulver gemischt und vor seiner Verwendung angefeuchtet.



... die Sandmühle: der eine Läufer steht
etwas näher als der andere & sind aus
Guss

etwas schwer.
Für solche Mühle macht
etwa 12 Touren per 1'
Durchmesser = 1m30
erfordert $\frac{1}{2}$ Pferdekraft.
Außerordentlich wesentlich für
den Maschinenguss ist die
Kastenformerei, wobei die Form
in diese Kasten eingestampft
wird. Die Kasten sind 1, 2, 3 u.
mehrtheilig. Haben dieselben eine große Sandmasse
aufzunehmen, so werden dieselben mit Hölzern ausge-
spreizt und alsdann mit Lehmwasser bestrichen.

Fig. 1.

Figur 1 stellt uns einen
Formkasten für kleinere
Modelle dar, Figur 2 ein
größerer Formkasten.
Bevor wir zur Formerei
kommen müssen wir
die Werkzeuge des Formers
betrachten und es sind dieselben
der Reihe nach folgen-
de.

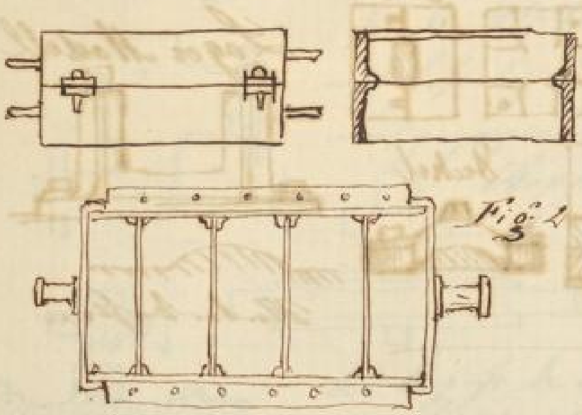
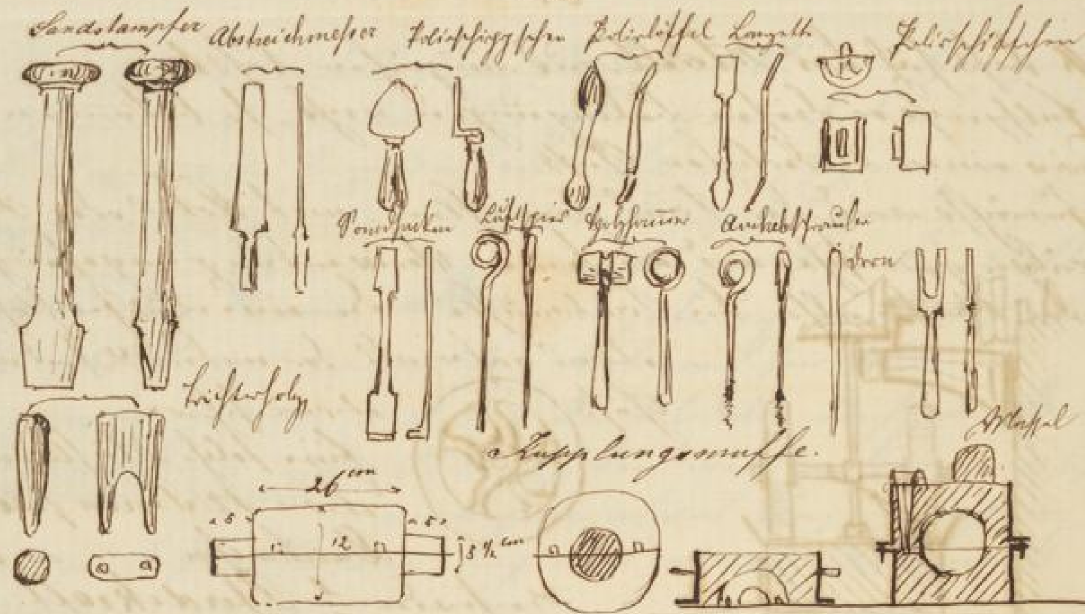
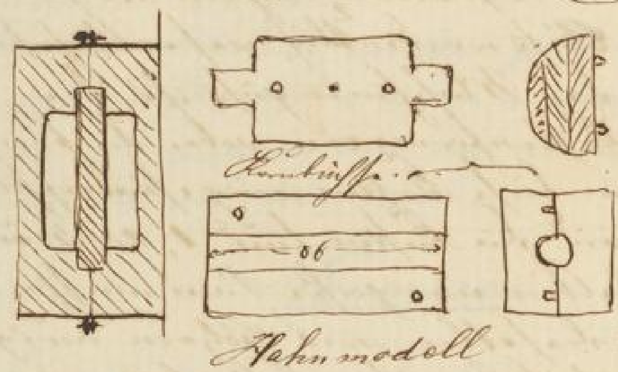
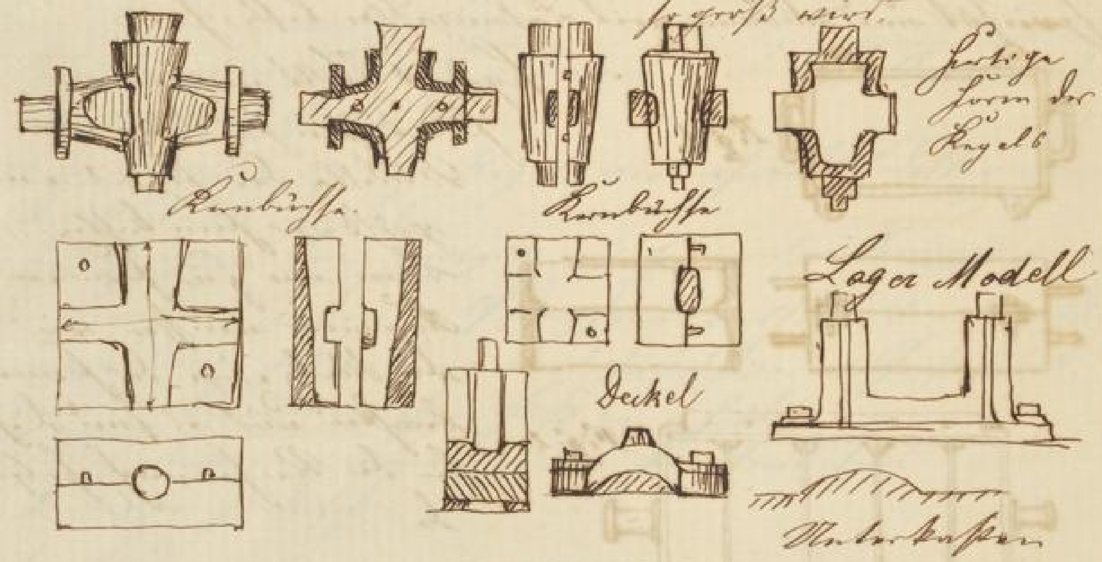


Fig. 2.



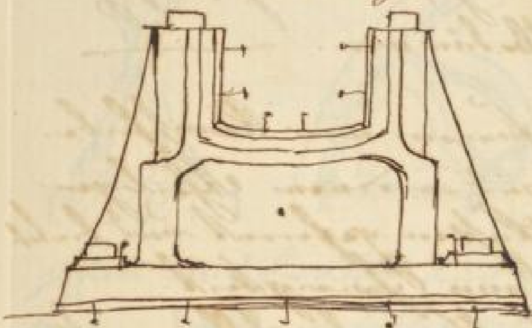


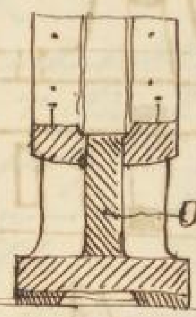
Das Eingießen von der Seite ist vortheilhafter als das directe Aufsetzen der Trichterschale, indem die Form nicht so verwüstet und auch der Anguß nicht so groß wird.



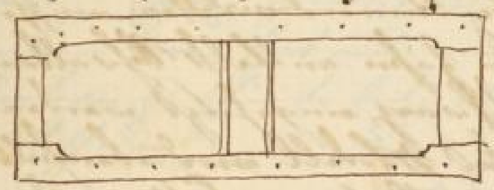
6.

Lagermodell für eine Kurbelaxe



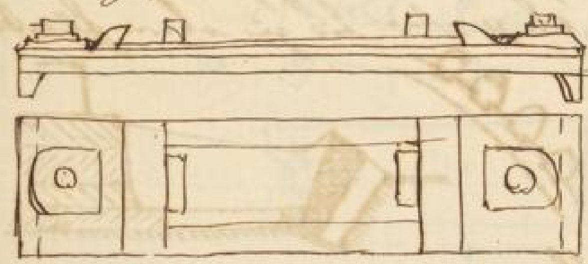


wird liegend eingeformt verschiedene Theile [illegible] mit Stiften losgesteckt



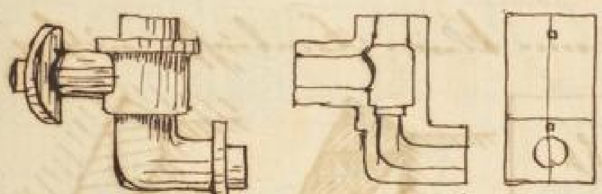
Es gehören hieher die Lagerstühle, Grundplatten für Dampfmaschinen, überhaupt alle Theile die Vorsprünge Profilirungen, Karniese etc. haben, welche auf diese Weise geformt werden.

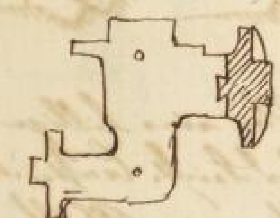
Bildung der Verst.



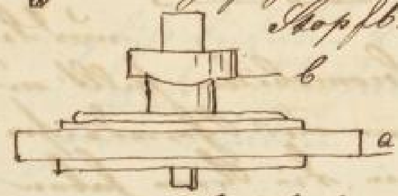
Bis hieher wird im Unterkasten geformt

Beim folgenden Rohrstück lässt sich Alles bis auf die krumme Flanschhälfte formen. Die 2theilige Flansche ist an das Modell mit Schwalbenschwanz eingesetzt, so daß die Hälfte vertikal steht und dann nach Beseitigung der Modellhälfte im Bogen ausgezogen werden kann

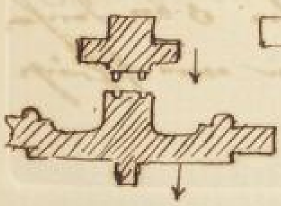


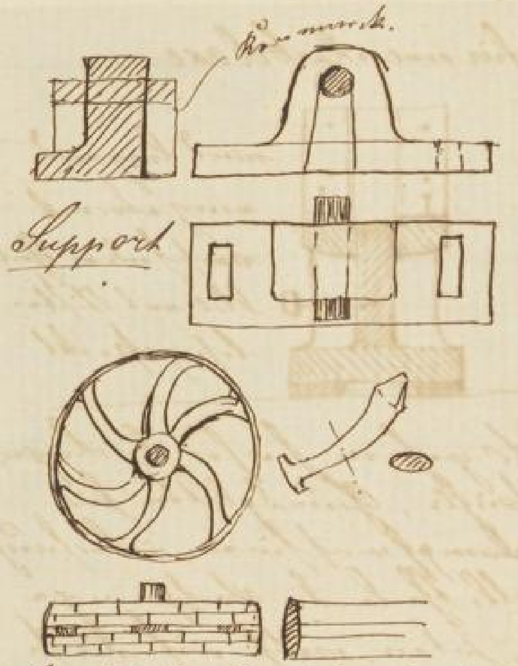


Stopfbüchsendeckel



Es muß dies in einem 3theiligen Kasten geformt werden und zwar getrennt. bis a ergibt der Unterkasten, a–b Mittelkasten, die Stopfbüchse Oberkasten.

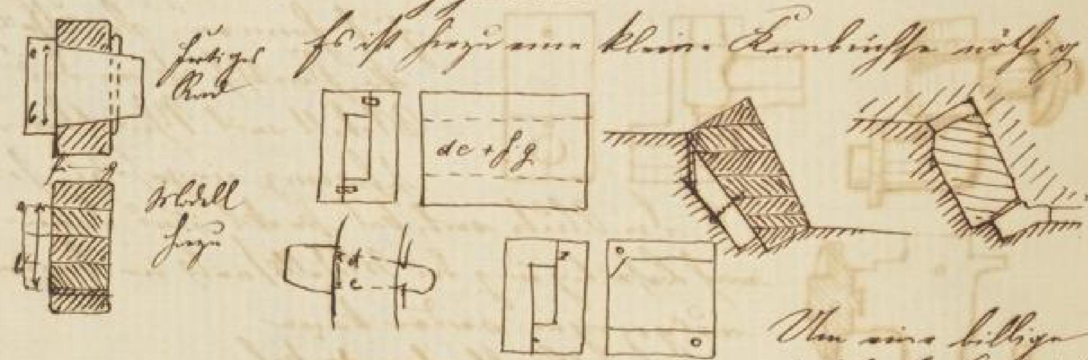




Wird geformt durch das sog. Abdämmen.

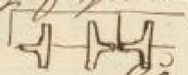
Formen einer Kurbelscheibe wird in einem 3theiligen Kasten geformt und bietet keine Schwierigkeit.
Bei Hinterradmodellen müssen die Zähne mittelst Schwalbenschwanz eingesetzt werden das Modell wird ebenfalls in 2theiligem Kasten geformt. Damit nun kein Gußgrad durch die Mitte der Zähne läuft, läßt man den Zahnkranz erstens bis zur oberen Flanke der Zähne ab & 2tens bis zur oberen Flanke der Mittelrippe cd gehen

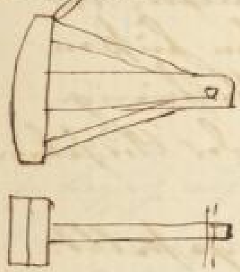
Stirnrad mit Holzzähnen.

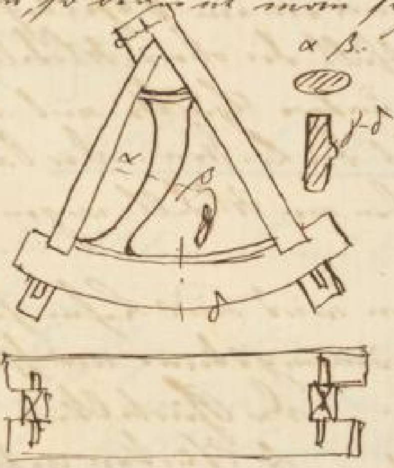


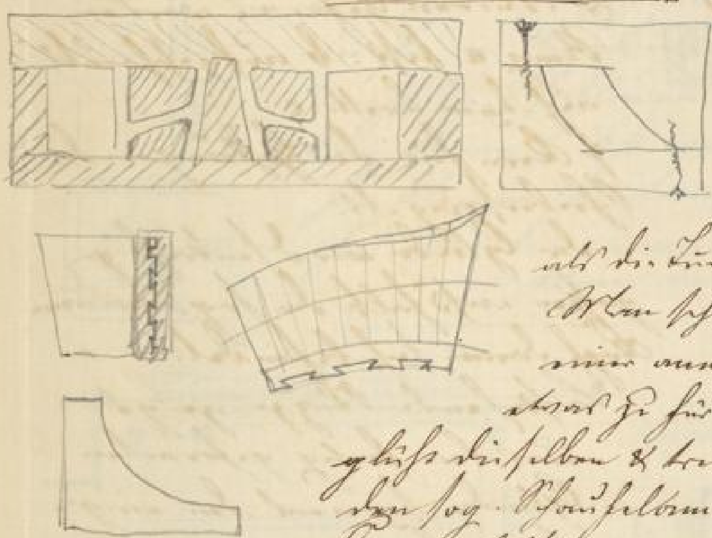
Um eine billige und leichte Construction z. B. bei Laufrädern von Locomobilen, stellt man Achse & Nabe von Guß, die Arme aus Schmiedeisen o. dgl. dar und gießt dieselben ein. Die Arme haben eine schräge Stellung gegeneinander. Seitenversteifung.

7.

Laufräder für Waggons
Es werden in der Schmiede die in nebenst. Skizze gezeichneten von T Eisen bestehenden Arme gefertigt, in den Rand neben einander gelegt (rund. Formkasten) sodann wird die Nabe durch Eisenklötze von dem folgenden Form  gebildet  welche man auseinander nehmen kann. Hat nun eine Fabrik viel mit Transmissions-anlagen zu thun, so bedient man sich auch meist folgender Blechformen





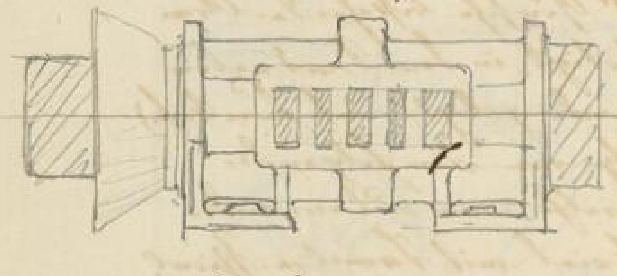


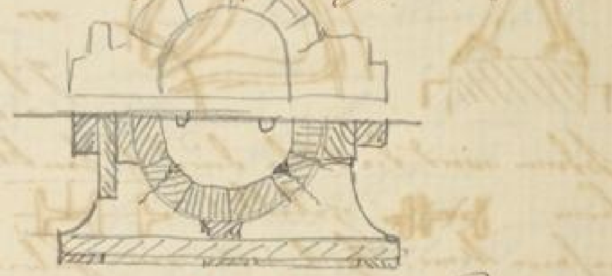
Formen einer Turbine.
Große Turbinen macht man aus einem Gußstück, kleinere gießt man die Schaufeln in das Rad ein (d. h. sie bestehen aus dünnem Blech. Wir stellen 2 Holzklötze her, die genau die convexe & concave Form der Schaufeln haben & bilden in einer Kernbüchse die Kerne & zwar so viele als die Turbine Schaufeln hat.
Man schneidet die Schaufeln nach einer annähernden Schablone gibt etwas zu für den Eingüß (Schwalbenschw.) gleicht dieselben & treibt diese Blech nun in den sog. Schaufelamboß, bis sie ihre richtige Form erhalten.

8.

Formen eines Dampfcylinders
für eine kleine liegende Maschine

Die Ausströmung soll den Cylinder gürtelförmig umschließen.





Das Cylindermodell wird in einem 3theiligen Kasten geformt. der Oberkasten enthält die obere Modellhälfte, der Mittelkasten enthält die untere Hälfte mit den Füßen der Unterkasten enthält blos die Leisten. der sattelförmige Theil muss mit Holzschrauben am Modell wegen des Aushebens befestigt sein.

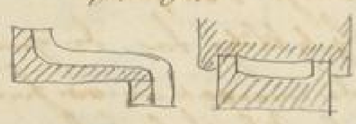
Der cylindrische Hauptkern wird aus Lehm hergestellt.
Die ∽ förmigen Einströmungskerne müssen in einer Kernbüchse geformt werden.

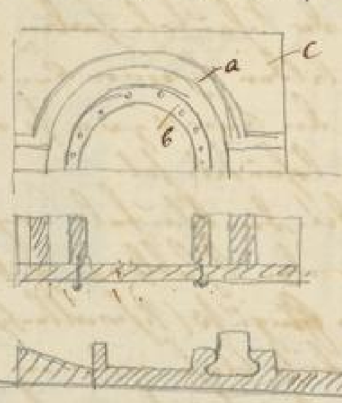
Der Gürtelkern muss aus 2 Stücken geformt werden. Ring a fest, b aufgeschraubt auf dem Brett c

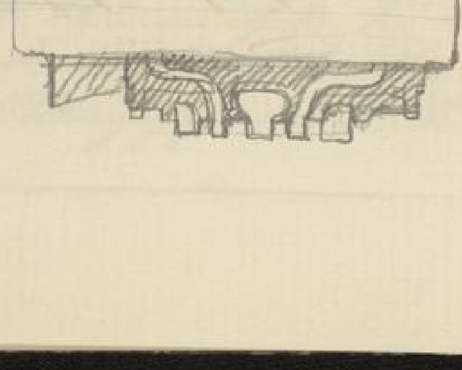
f Kern für die Öffnungen der Schieberspiegel.

Der Cylinder wird senkrecht gegossen weshalb der sog. verlorene Kopf daran sich befindet.

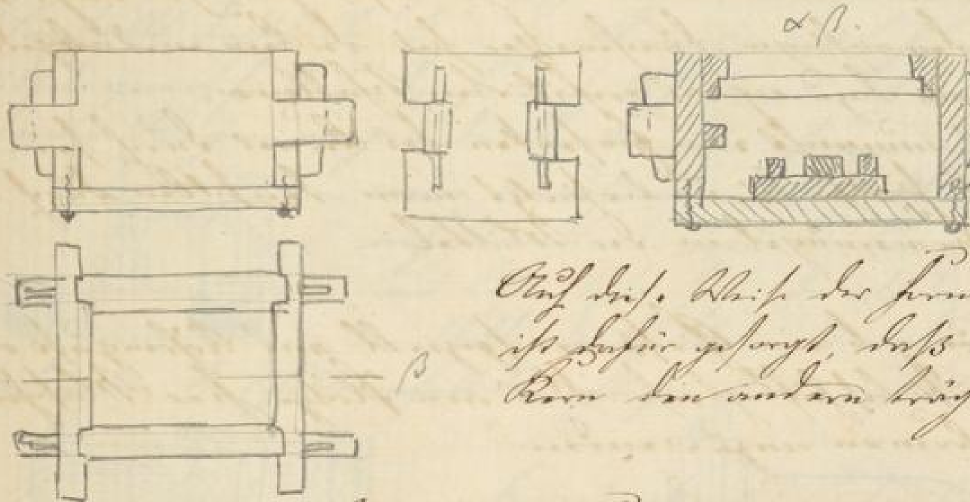
Nebenstehende Skizze zeigt einen der fertig geformten Cylinder sammt den eingelegten Kernen.







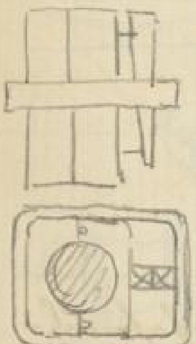
Locomotivcylinder.



Auch diese Weise der Formerei ist dafür gesorgt, dass ein Kern den andern trägt. —

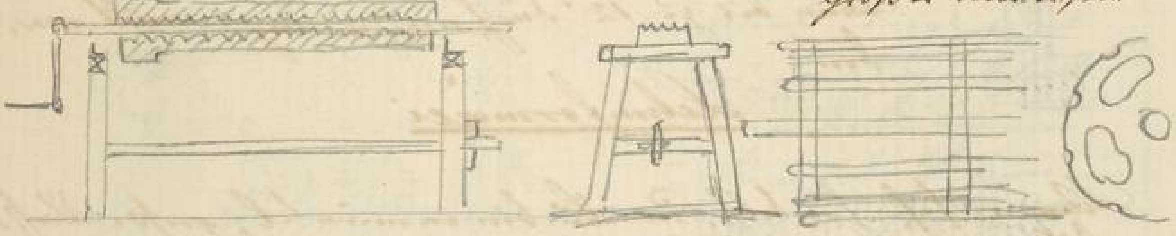
Bildung der Kerne.

In bezug auf das Material müssen wir unterscheiden: Sand & Lehmkerne.
In bezug auf die Lage: Liegende, stehende & hängende Kerne. Die Kerne werden etwa nach beifolgender Skizze hergestellt. Lange Kerne bildet man nicht mehr in Kernbüchsen (Röhren etc.) sondern mittelst Schablonen auf dem sog. Drehbock. Die Kerne selbst werden aus Lehm gebildet. Für kleiner Durchmesser hat man eisernen Gasröhren die man mit Löchern versieht



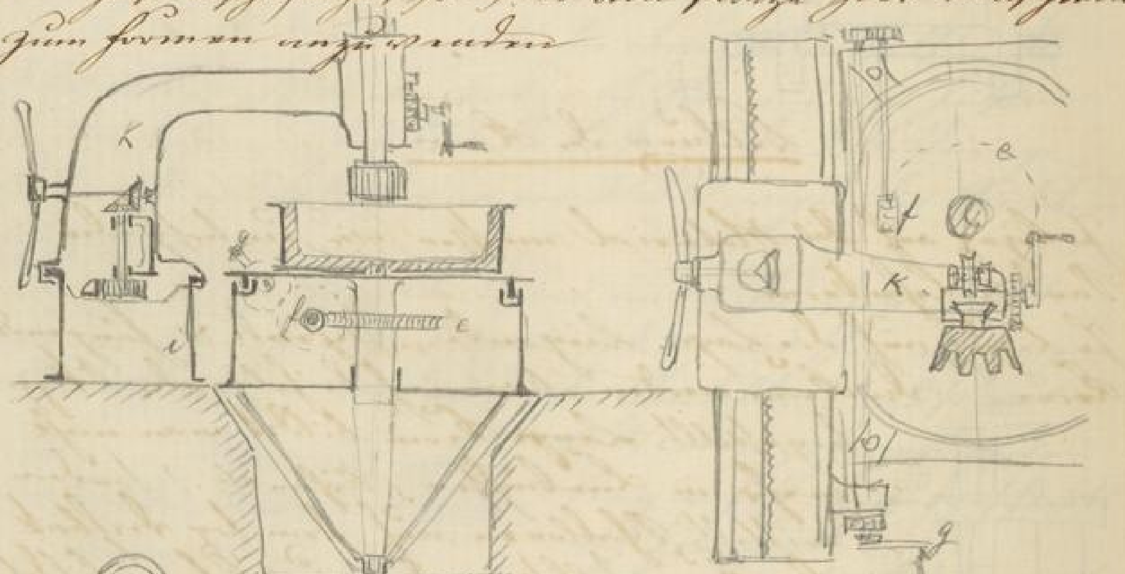
kleiner Kerneisen

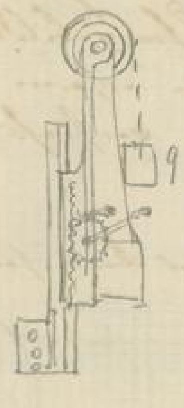
großes Kerneisen.



Die Kerneisen werden mit Strohseilen (geflochten) umwickelt und dies dann mit Lehm bestrichen, so lange bis der Kern den richtigen Durchmesser hat. Der Kern wird dann abgedreht nach einer dazu eigens profilirten Schablone.
Damit nun nicht ein Einsenken des Kernes durch sein eigenes Gewicht stattfindet, unterstützt man denselben durch die sog. Kernnägel in der Mitte.

Ist nun z. B. eine Gießerei speziell mit Röhrenguß oder Rädergusß beschäftigt, so ist es am Platze hier Maschinen zum Formen anzuwenden



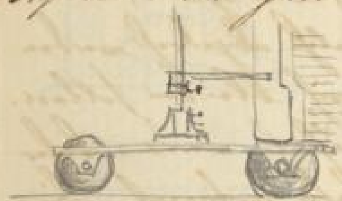


Räderformmaschine
dieselbe ist vortheilhaft für grössere Zahnräder & namentlich für sehr exact gehende Räder und kann bis zu 12' Durchmesser angewandt werden.

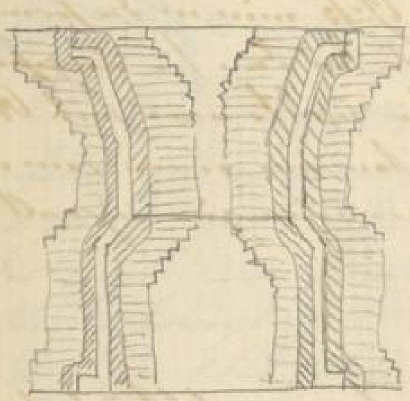
Lehmformerei

Wenn es sich handelt um Turbinenmäntel, grosse Wasserhaltungsmaschinencylinder, gußeiserne Kessel etc., so

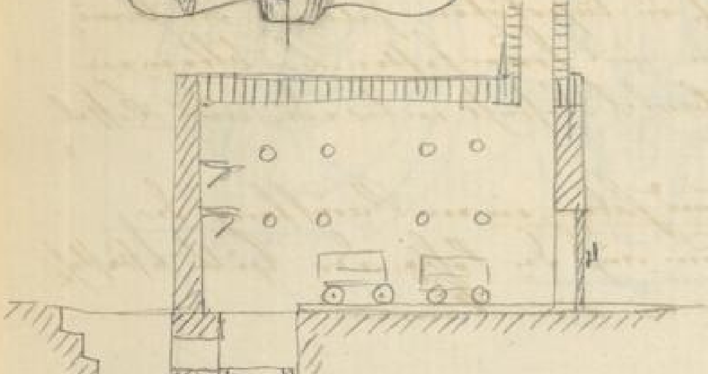
wäre das bisherige Verfahren mittelst Modelle & der hoh-
len Sandmassen viel zu kostspielig & umständlich.
Man stellt deshalb Kern & Mantel aus Lehm mit
Häcksel gemischt dar. Die Form selbst kommt auf einen
eisernen Wagen wegen des Trocknens. Es wird nun



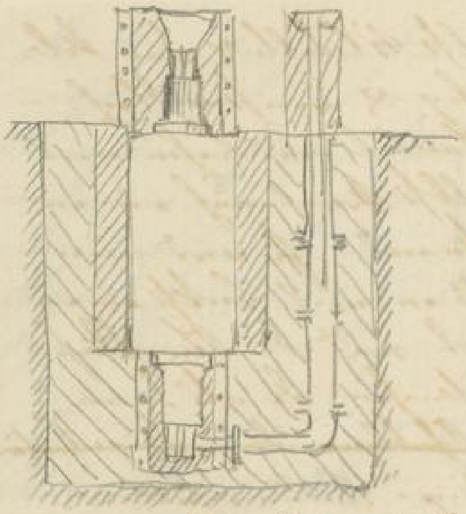
innen & außen mit Backsteinen
aufgemauert ~~und~~ & die Oberfläche
mit Lehm bestrichen, der alsdann
mittelst ~~der Schablone~~ ~~die richtige Contur~~
Abstreichen der Schablone ~~erhält~~ die richtige Contur erhält.



Ein interessantes Beispiel der Lehmformerei ist z. B. das Formen eines Turbinenrades, wie beistehende Skizze zeigt.
Ein weiteres Beispiel ist das Formen einer Schiffsschraube für Schraubendampfer.



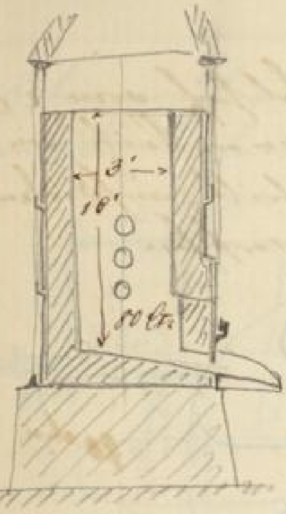
Beistehende Skizze zeigt noch den Längenschnitt einer Trockenkammer, die in jeder Gießerei vorhanden sein muß.

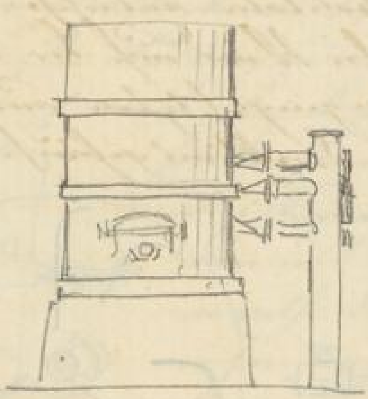


Wir kommen nun zum sog. Hart oder Schalguß (Coquilleguß). Haben wir z.B. eine Hartwalze für Blechwalzwerk zu formen, so müssen einzelne Theile, wie die Zapfen, welche abgedreht werden müssen, auch weich bleiben sollen. Diese letzteren Theile werden daher in Sand oder Lehm geformt, der eigentliche Walzencylinder kommt in einen hohlen Gußcylinder. Sobald der Guß nun in die Form kommt wird die Oberfläche des hohlen Cylinders dem sie umgebenden Guß die Wärme vollständig entziehen und so eine harte Oberfläche erzeugen. Der Einguß geschieht von unten, um einen reinen dichten Guß zu erzielen. Wir kommen nun zur eigentl.

Giesserei

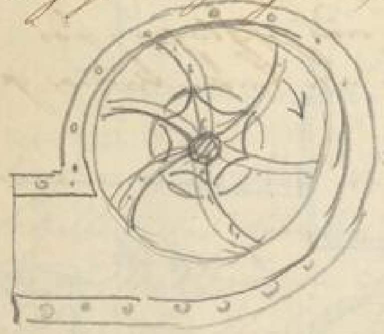
Die Formen müssen gehörig beschwert & verschraubt werden, ferner mit einer Eingußöffnung & Windpfeife versehen werden. Die großen Gußstücke müssen alle eingestampft werden. Die kleinen Gußkasten werden gewöhnlich mit Masseln beschwert.
Das Schmelzen des Metalles geschieht in den Giessereien der Maschinenfabriken gewöhnlich in Cupolöfen, seltner in Flammöfen. Die Öfen sind innen mit feuerfesten Backsteinen ausgemauert. Der äußere Mantel besteht entweder aus Kesselblech oder aus Guß.
Die Öfen sind oben offen und haben einen Rauchfang der auf Säulen ruht, die wiederum auf der Platte der Gallerie stehen, oben mündet der Rauchfang in ein Kamin.

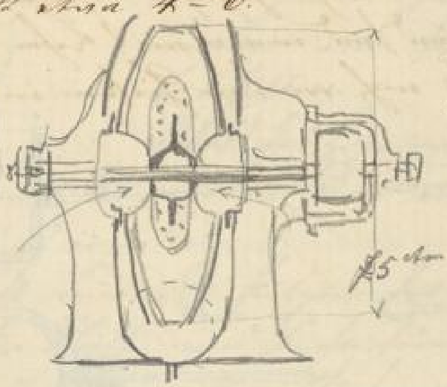




Die Cupolöfen haben je nach dem Bedarf der Gießerei 20–200 Ctr. Fassungsraum. Die Beschickung besteht aus Roheisen, Brucheisen und Koks. Es ist daher in dem Hofe jeder Gießerei ein Fallwerk angebracht um die Masseln sowohl wie das Brucheisen in kleinere Stücke zu brechen. Man braucht pr. Ctr. Eisen 1/4 Ctr. Koks bei. Um einen zähen Guss zu erhalten gibt ~~man~~ man auch Schmiedeisen zu und zwar etwa 20 ℔ pro Ctr. gew. (Drehspäne.) Zur Erzeugung des Cupolwindes wendet man den Ventilatorgebläse an. Die Spannung des Windes beträgt 20 ctm Wassersäule und die Windmenge pro ℔ etwa 1 Cubikmeter.

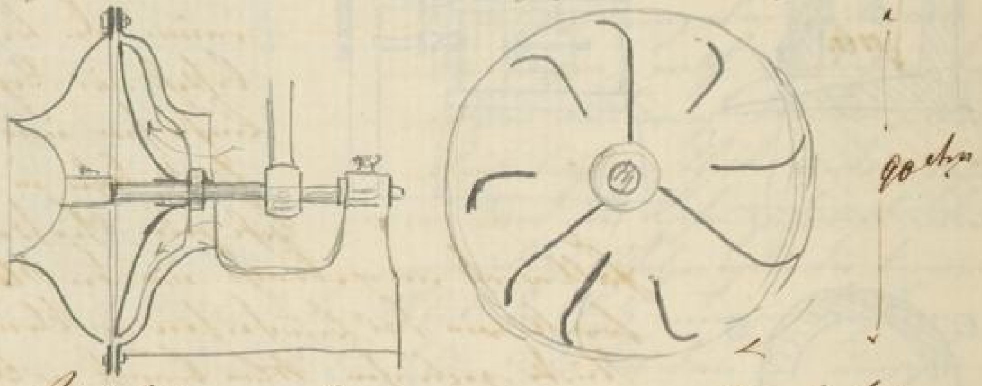
Für den Ofenbetrieb empfehlen sich 2 Arten von Ventilatoren, nämlich 1. der ~~[illegible]~~ Lloyd'sche.
2. der Schwarzkopf'sche.
Der Ventilator macht etwa 1000–1200 Umdrehungen pro Min. Die Zahl der Flügel ist etwa 4–6.



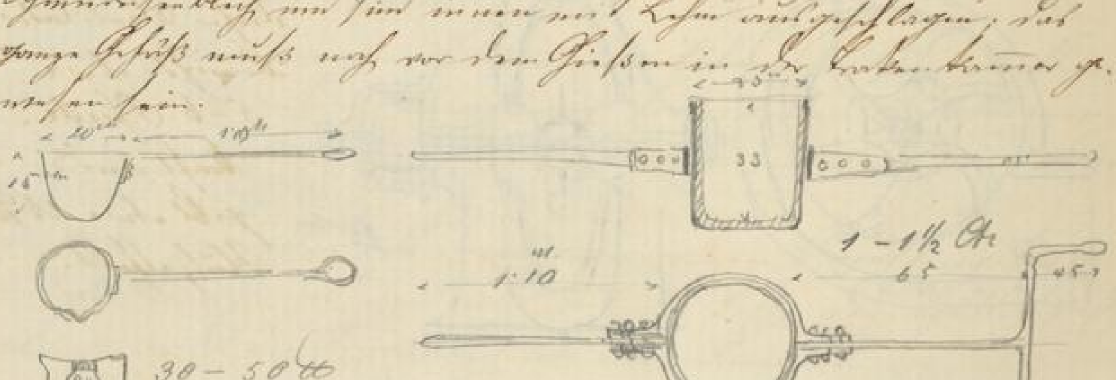


Dieser Ventilator braucht etwa 5–6 Pferdekraft und gibt etwa 25% Nutzeffekt.

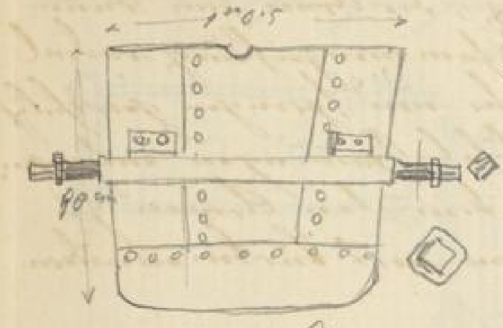
Der Schwarzkopf'sche Ventilator unterscheidet sich vom d. a. ersteren dadurch, daß der Wind auf der einen Seite eintritt und auf der entgegengesetzten austritt, außerdem ist er noch mit einem Drahtwindgehäuse versehen.



Dieser Ventilator macht etwa 1500 – 2000 Umdrehungen. Kupolöfen, davon je 2 oder 3 in jeder Gießerei stehen, gehen nur den Tag über und stehen über Nacht still.
Der ~~Ofen wird nachdem~~ das Holzfeuer angezündet, halb mit Coke gefüllt, sodann 1 Ctr. Eisen aufgegeben und alsdann die untere Düse angelassen u. s. f. bis man die nöthige Gußmenge erhält.
Um den Guß in die betreffenden Formen zu bringen, kann man nicht die Methode des Eingießens wie beim Hochofen benutzen, sondern man bedient sich der sog. Handpfannen und Gießpfannen. Diese Gefäße bestehen gewöhnl. aus getriebenem Schmiedeisenblech und sind innen mit Lehm ausgeschlagen; das ganze Gefäß muß noch vor dem Gießen in der Trockenkammer gewesen sein.



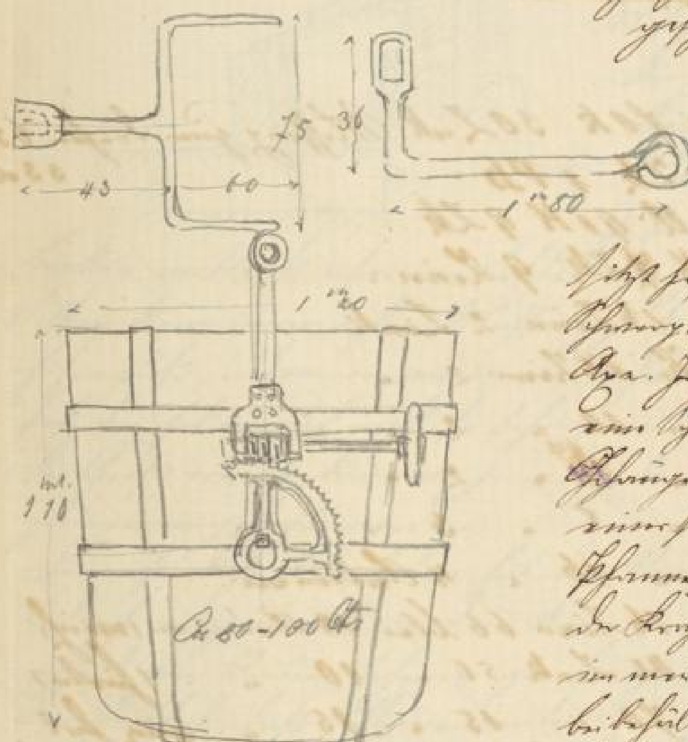
Haben wir schwerere Gußstücke als 1½ - 2 Ctr, so müssen wir schon Krahnen zum Austragen verwenden.



Ca 50 Ctr.

Der Kessel hat einen Tragring von starker Dimension mit Zapfen für das ~~Kra~~ Angehänge und außerdem mit noch 4eckigen Zapfen in welche der Gießer das Handeisen einsetzt um ein stetiges Eingießen zu bewirken.

In größeren Gießereien geschieht das Eingießen mittelst eines Schraubenmechanismus, der von Hand vom Gießer bewegt wird. Das Schneckenrad sitzt fest auf einer unter dem Schwerpunkt der Pfanne liegenden Axe. In dieses Schneckenrad greift eine Schraube ein, die in einem Gehänge lose sich drehen kann, das einerseits unten in der Axe der Pfanne sich drehen kann oben am Krahnbaum hängt und also immer eine senkrechte Lage beibehält.



Sobald das Erstarren eintritt muß die Form mit Sand beworfen werden, um ein gleichmäßiges Erkalten des Stückes zu erzielen.

Die nächste Operation ist nun das Putzen der Gußstücke. Es muß der Sand abgeklopft, die Nähte und trichterförmigen Angüsse, die durch Windpfeifen und Eingüsse entstehen abgemeißelt werden etc.

Um die schädlichen Spannungen bei Gußstücken zu vermeiden, z. B. bei einer Riemscheibe. Wir haben hier eine Nabe mit aufgeschnitten und ebenso den Kranz, die Arme sind dünn und da bei der Erkaltung die Zusammenziehung radial geschieht, so erhalten die Arme Brüche und Sprünge gewöhnlich ist das einzige Mittel diesen gefährl. Spannungen entgegen zu arbeiten, ist die Scheibe mit getrennten Armen zu versehen. Ganz ebenso verfährt man mit Turbinenrädern & Ventilatorrädern.

Messinggiesserei

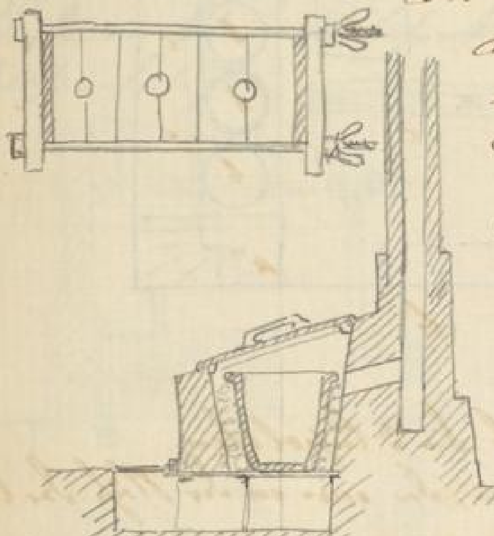
Gew. Gussmessing.
66 Kupfer 34 Zink.

Hämmerbares Messing	70 K	30 Zk.	Messing zum drehen 65 K 33 Zk 2 P	
Messingblech	65 K	34 Zk	1 Pb	
Gewöhnl. Kanonenmetall	91 K	9 Zk.		
Zapfenlagermetall	84 K	7 Zk	9 Zinn.	
Schubstangenlager	82 K	16 Zinn	2 Zink	
Locomotivaxenlager	80 K	18 Zinn	2 "	
Ventile oder Hahnen	88 "	10 "	2 "	
Excenterringe	84 "	14 "	2 "	
Kleine Zahnräder	89 "	8 "	3 "	
Kolbendichtungsringe	80 "	16 "	4 Antimon.	
Weissmetall zu Zapfenlager	16 Zinn	66 Blei	18 Antimon	(weich)
	40 Zink	50 "	10 "	(härter)
	70 "	15 "	15 "	ganz hart.

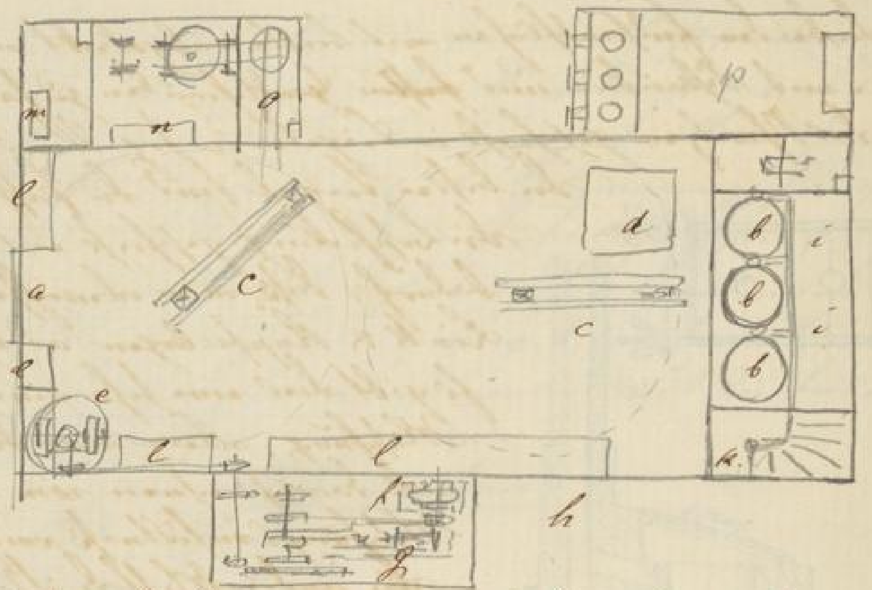
Locomotivkolbenringe ganz weich 82 Zinn 12 Antimon 6 Kupfer.

Der Sand wird um ihn klebriger zu machen mit Bier angefeuchtet. Die Formkasten werden mit 2 halbrunden Öffnungen versehen, die seitlich am Kasten angebracht sind. Die Formen werden immer in stehender Lage gegossen. Bevor gegossen wird, werden immer 4–6 Kasten mit ihren Sandflächen aneinander gestellt, sodann

werden die beiden Seitenwandflächen mit Brettern abgedeckt und das Ganze mit Schrauben und festen Grundschrauben zusammengehalten. Das Schmelzen geschieht in Tiegeln im sog. Windofen.
Die besten Tiegel sind die Hessischen.



Die Legirung geschieht entweder dadurch, daß man abwechselnd Zink & Kupferblechen aufgibt. Es gibt dies eine sehr innige Mischung, allein man kann nicht darauf rechnen wie das Mischungsverhältniß ausfällt. Die andere Methode ist das Kupfer zuerst zu schmelzen und dann dem geschmolzenen Zustand desselben das Zink in Stücken mittelst eiserner Löffel eingeworfen und umgerührt.
Selten kann man reinen Messingguß geradezu anwenden wie Eisenguß, indem er eine unschöne Farbe hat und dann sich die Ecken auch nicht so scharf ausgießen.
Die Gießereien können je nachdem nach verschiedenen Grundplänen angelegt werden.
Der rechteckige Grundplan hat den Vortheil, daß derselbe je nach Bedarf vergrößert werden kann, was beim quadratischen oder achteckigen Raum schwieriger der Fall ist, nur haben letztere den Vortheil, daß Alles concentrirt und an einem einzigen Krahn versehen werden kann. Die Öfen für Formen, Gießgüter können an den Wänden placirt werden.
Wesentlich ist es jede Gießerei gut zu ventiliren, wegen der vielen schädl. Gase die sich während des Gießens etc. bilden.
Man kann im Allgemeinen per Cupolofen 250–300 Quadratmeter rechnen.



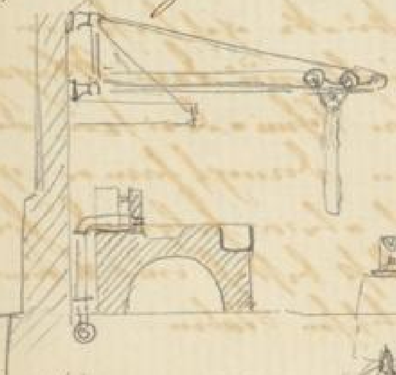
Es ist a der Haupteingang, b die 3 Cupolöfen
c die beiden Gießereikrahnen, der eine in der Nähe der Cupolöfen
e Sand & Kohlenmühle f Ventilator, g Dampfmaschine 4–6 Pf
h Windleitung, i Aufgabebühne, k Treppe hiezu
l Formtische für Former & Gußputzer
m Stube für den Contre Maître
n Lehmformerei, o Trockenkammer, p Messinggießerei.

Wir kommen nun zur

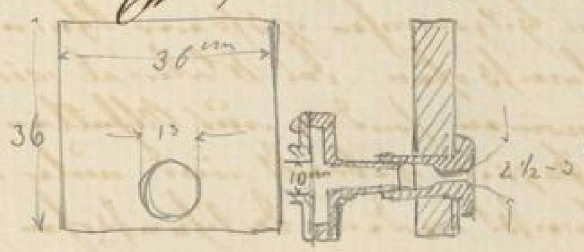
Schmiede.

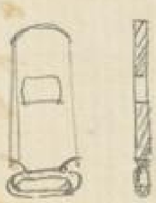
Dieselbe hat die großen Schmiedestücke zu liefern. Die Hauptbeschaffenheit des Schmiedeeisens unterscheidet sich von der des Gußeisens, daß ersteres nur 4% während letzteres 6% Kohlenstoff enthält. der Stahl steht zwischen beiden. In den größ. Werkstätten erhaltenen theilt man die Schmiede in 2 Hauptabtheilungen ein u. zwar

1. In die kleine oder Handfeuerschmiede, und in die
2. Größere oder Dampfhammerschmiede.
Die erstere Schmiede bezieht ihr Eisen, als Stabeisen etc. aus den Hammer & Walzwerken, während die letztere ihre Eisenstücke aus kleineren Eisenstücken durch Schweißprozeß etc. selbst anfertigt.

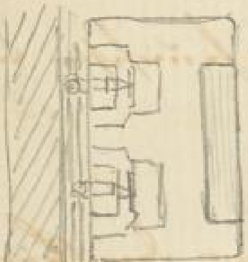


Esseisen mit Düse.

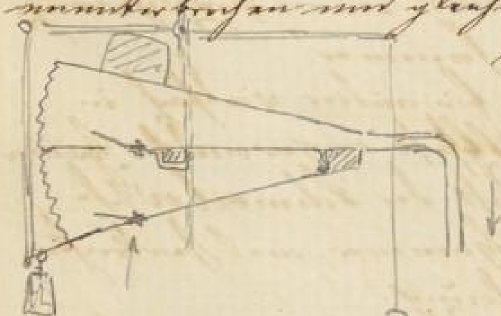




Schieber zur Regulierung der Windleitung.



Die Anfachung des Feuers muß auf künstliche Weise erzeugt werden und zwar in den kleineren Schmieden durch einen Blasebalg, in den größeren Schmieden durch Ventilatorgebläse. Die Anfachung soll ununterbrochen und gleichmäßig sein.

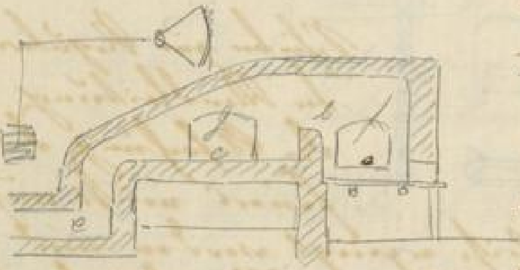


Die Ventilatoren stehen gewöhnlich in der Nähe der Schmieden in einem Nebengebäude. Dieselben sind ähnlich wie diejenigen für Gießereien nur ist hier kein so starker Windpressung nöthig etwa 12–16 cm Wassersäule.

Für ein gewöhnliches an der Wand aufgestelltes Feuer kann man nehmen für ein einfaches Feuer 6' doppel Feuer 9' breit 5', Höhe 3'. (Ventilator von 1 M. Durchm.)

In neuer Zeit werden in den Maschinenfabriken viele Theile die früher aus Schmiedeisen bestanden aus Gußstahl gefertigt und es findet derselbe namentlich im Locomotivbau vielfache Anwendung. Man erreicht durch dieses Material bei weit grösserer Leichtigkeit der Maschinentheile auch eine bedeutendere Festigkeit.

Das Hitzemachen grösserer Schmiedstücke geschieht im Schweißofen. Das Material wird nicht aus dem Magazin genommen, sondern aus Abfällen von Schmiedeisen, die in Packete gebracht und unter dem Dampfhammer geschweißt werden. Der Schweißofen hat etwa folgende Form.



a der Rost besteht aus 4 kant quadratischen Stäben

b.

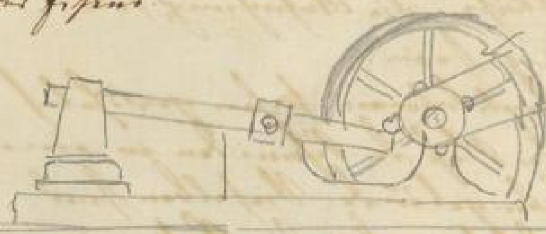
c Herdsohle aus feuerfesten Backst.

d. der Fuchs

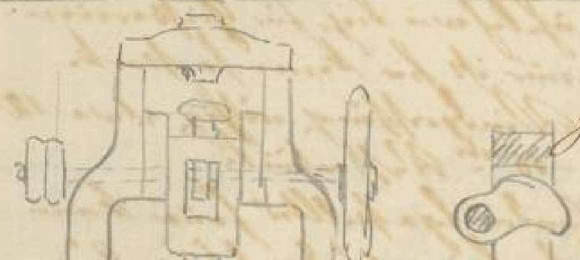
f

g Arbeitsthüre

Der Kohlenverbrauch beträgt etwa die Hälfte von dem Gewichte des Eisens.



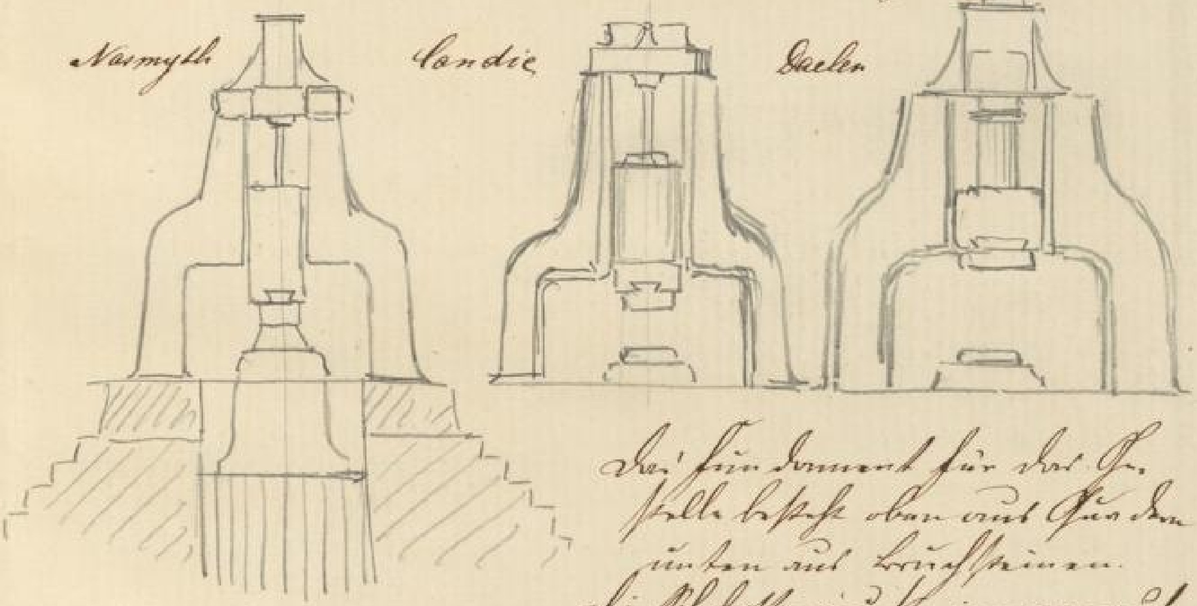
Beistehende Skizze zeigt uns einen sog. Schwanzhammer.



Ein anderer vielfach in Gebrauch angewandter Hammer ist der Schmerber'sche Hammer mit senkrechter Führung.

Weniger angewandt ist der sog. Friktionshammer, wegen der starken Abnützung.

Alle Dampfhammerconstructionen können sich auf 3 Arten zurückführen nämlich.
1. der Nasmith'sche der Hammerbär hängt direkt an dem Kolben
2 der Condie'sche. der Dampfcylinder ist selbst Hammerbär. Die Kolbenstange steht fest und ist hohl. Ventilsteuerung.
3 der Daelen'sche oder Morison'sche es ist ein besonderer Dampfcylinder und Hammerbär vorhanden. Die Kolbenstange hat einen colossalen Durchmesser etwa 4/5 des Cyl. Durchmessers. der abgehende Dampf wirkt zuletzt expandirend auf die obere Kolbenfläche beim Niedergang.



Das Fundament für das Gestelle besteht oben aus Quadern unten aus Bruchsteinen.
Die Schabotte muss immer auf einem kräftigen Holzfundament gelagert werden.