

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Ausgleichung der Fehler polygonometrischer Messungen

Vorländer, J. J.

Leipzig, 1858

Elimination

[urn:nbn:de:bsz:31-271008](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-271008)

Elimination.

$$\begin{array}{r}
 580,874 \cdot I - 5,775 \cdot II = -0,017 \\
 -5,775 \cdot I + 582,816 \cdot II = -0,435 \\
 \hline
 2,76408 \quad 0,76155_n \quad 8,23045_n^{-10} \\
 7,99747_n \quad 8,75902 \quad 6,22792^{-10} \\
 \hline
 -(+0,0574 \quad +0,000169) \\
 +582,7606 \quad -0,435169 \\
 \hline
 2,76549 \quad 9,63866_n^{-10} \\
 \log II = 6,87317_n^{-10}; II = -0,0007467 \\
 7,63472 \dots -0,004312 \\
 \hline
 -0,021312 \\
 8,32862_n^{-10} \\
 \log I = 5,56454_n^{-10}; I = -0,0000367.
 \end{array}$$

Die Addition der horizontal neben einander stehenden Logarithmen hat für den einigermaassen geübten Rechner keine Schwierigkeit. Wer es gleichwohl für nöthig hält, sich gegen diese Arbeit noch mehr Controlen zu verschaffen, als in dem vorstehenden Formular angewendet sind, mag alle Verticalreihen der Logarithmen zusammen addiren; er muss dann erhalten:

$$\begin{aligned}
 \text{Summe der Spalte (8)} &= (5) + (6) \\
 (9) &= (5) + (7) \\
 (10) &= (6) + (8) \\
 (11) &= (7) + (8) = (6) + (9).
 \end{aligned}$$

Bei diesen Controlen darf nicht übersehen werden, dass sie zwar gegen unrichtige Verbindung der Logarithmen und auch gegen Fehler im Aufschlagen der $\log \sin$ und $\log \cos$ schützen, gegen letztere jedoch nur in sofern, als sie nicht im unrichtigen Aufschlagen des Neigungswinkels und in Verwechslungen des Sinus mit dem Cosinus bestehen. Dieses Geschäft muss daher mit besonderer Sorgfalt ausgeführt werden.

Ebenso muss bei dem Aufsuchen der Zahlenwerthe für Δy und Δx mit aller Sorgfalt verfahren werden, weil auch für dieses Geschäft eine strenge Controle ohne weitläufige, der doppelten Rechnung gleichkommende, Vorbereitungen nicht zu erlangen ist.

Die Controle: Spalte (4) = (15) + (17) sichert nicht nur die Additionen in den Spalten (8), (9), (10), (12), sondern auch gegen Fehler in dem Aufsuchen der Logarithmen in der Spalte (5) und gegen das Aufschlagen der Zahlenwerthe in den Spalten (15) und (17).

Das Eliminationsgeschäft controlirt sich selbst. Sobald in die betreffenden Gleichungen die gefundenen Werthe für I und II substituirt werden, müssen die Fehler k_y und k_x zum Vorschein kommen *).

*) Hinsichtlich einer Controle im Laufe des Geschäfts vergleiche die Schlussbemerkung dieser Abhandlung.

Die Berechnung der Verbesserungen $v_{\Delta y}$ und $v_{\Delta x}$ geschieht am bequemsten mit Multiplicationstafeln und wird mit diesem Hilfsmittel hinreichend genau; sie findet eine strenge Controle in den Gleichungen:

$$\text{Summe der Spalte (20)} = (15) \cdot \text{I}$$

$$(21) = (16) \cdot \text{II}$$

$$(24) = (16) \cdot \text{I}$$

$$(25) = (17) \cdot \text{II}$$

$$(22) = -k_y$$

$$(23) = -k_x$$

Werden die in den Spalten (22) und (23) berechneten Verbesserungen den Coordinaten-Unterschieden der Spalten (13) und (14) beigelegt und die dadurch verbesserten Unterschiede in den Spalten (18) und (19) zur Zusammenstellung der Coordinaten benutzt; so müssen beim Rücklaufe dieser Operation in den Anfangspunkt der Rechnung die anfänglichen Coordinaten wieder zum Vorschein kommen.

II. Ausgleichung einfacher Linienzüge.

Gehen wir nun zur Betrachtung der Linienzüge über, welche nicht in ihre Anfangspunkte zurücklaufen, also keine geschlossene Polygone sind, so müssen wir an die obige Bemerkung anknüpfen, dass die Anfangsstücke a_0 , Y_0 , X_0 für das Ausgleichungsgeschäft nicht mehr willkürlich oder bedeutungslos sind. In der Regel werden die Coordinaten des Anfangspunktes Y_0 und X_0 , so wie die des Endpunktes Y_n , X_n durch eine Operation höherer Ordnung, z. B. für Flurpolygone durch ein Dreiecksnetz bestimmt, dessen Berechnung als eine geschlossene vorausgesetzt wird, so dass jene Anfangs- und Endcoordinaten für den Fortwuchs des Liniennetzes als constante Grössen betrachtet werden. Ebenso werden die Azimuthe oder Neigungswinkel der, von dem Anfangs- und dem Endpunkte ausgehenden, Dreiecksseiten als unveränderliche Winkel angesehen.

Hätten wir in der Drehungsweise der Neigungswinkel im Punkte 0 den Winkel zwischen der Anschluss-Dreiecksseite und dem Brechpunkte 1, an jedem folgenden Punkte zwischen der vorhergehenden und der nachfolgenden Seite, am n^{ten} Punkte zwischen dem letzten Brechpunkte und der dortigen Anschluss-Dreiecksseite gemessen, bezeichneten wir die Azimuthe oder Neigungswinkel dieser Anschluss-Dreiecksseiten in den Dreieckspunkten 0 und n mit A_0 und A_n , so würden wir entwickeln können:

$$a_0 = A_0 + w_0$$

$$a_1 = a_0 + w_1 - 2R$$

$$a_2 = a_1 + w_2 - 2R$$

$$a_3 = a_2 + w_3 - 2R$$

$$\vdots$$

$$a_{n-1} = a_{n-2} + w_{n-1} - 2R$$

$$a_n = a_{n-1} + w_n - 2R,$$